ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XV, № 11 РАДИОФИЗИКА 1972

УДК 517.949.22

СТРУКТУРА ФАЗОВОГО ПРОСТРАНСТВА КВАЗИЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ НЕЙТРАЛЬНОГО ТИПА

Ю. И. Неймарк, Л. З. Фишман

Устанавливается, что в фазовом пространстве квазилинейных систем дифференциальных уравнений нейтрального типа имеется глобально устойчивая инвариантная конечномерная поверхность, поведение фазовых траекторий на которой описывается квазилинейными системами обыкновенных дифференциальных уравнений без запаздываний.

Исследованию систем дифференциальных уравнений нейтрального типа с малым запаздыванием посвящены работы [1, 2]. В этих работах исследовалось поведение решений систем нейтрального типа, когда запаздывание стремится к нулю. В настоящей работе на системы нейтрального типа обобщаются результаты работ [3]. Устанавливается, что в фазовом пространстве системы, описываемой дифференциально-разностным уравнением вида

$$\dot{x} = Ax + \mu f[x,\ x(t-\tau),\ \dot{x}(t-\tau)], \tag{1}$$

где x — n-мерный вектор, A — квадратная матрица с постоянными коэффициентами, μ — малый параметр и τ — постоянное запаздывание ($\tau \geqslant 0$), в предположении, что

$$\|\delta f(x,\ y,\ z)\| \leqslant L(\|\delta x\| + \|\delta y\| + \|\delta z\|), \tag{2}$$

имеется глобально асимптотически устойчивая, конечномерная инвариантная поверхность, на которой движение фазовых точек описывается обыкновенными дифференциальными уравнениями. Предлагается метод последовательных приближений для нахождения уравнений инвариантной поверхности.

1. СУЩЕСТВОВАНИЕ И ЕДИНСТВЕННОСТЬ РЕШЕНИЙ СИСТЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ (1)

Аналогично работе [4] решением системы (1) считаем абсолютно-непрерывную вектор-функцию $x(t)$, удовлетворяющую почти всюду системе (1), если $x(t) = \varphi(t)$ при $-\tau \leqslant t < 0$ и $\varphi(t)$ — абсолютно непрерывная функция.

Рассмотрим оператор

$$\bar{y}(t) = e^{At}\varphi(0) + \mu \int\limits_0^t e^{A(t-s)} f[y(s),\ \varphi(s-\tau),\ \dot{\varphi}(s-\tau)]\, ds. \tag{3}$$

Все интегралы, которые будут рассматриваться в этой работе, — интегралы Лебега. Пусть $y(t) \in \overline{C}_{[0,\ \tau]}$ — пространству абсолютно-непрерывных вектор-функций, заданных на отрезке $[0,\ \tau]$. Норму в пространстве $\overline{C}_{[0,\ \tau]}$ вводим следующим образом

$$\| y(t) \|_{\overline{C}} = \max_t \| y(t) \| + \int_0^\tau \| \dot{y}(s) \| \, ds. \tag{4}$$

Очевидно, вектор-функция $\overline{y}(t) \in \overline{C}_{[0,\,\tau]}$. Из выражения (3) имеем

$$\delta \overline{y}(t) = \mu \int_0^t e^{A(t-s)} \delta f \, [y(s), \ \varphi(s-\tau), \ \dot{\varphi}(s-\tau)] \, ds. \tag{5}$$

Из (5), используя неравенство (2), получаем

$$\max_t \| \delta \overline{y}(t) \| \leqslant \mu L^* \| \delta y \|_{\overline{C}}, \tag{6}$$

где L^* — некоторая постоянная. Далее,

$$\begin{gathered} \dot{y}(t) = A e^{At} \varphi(0) + \mu A \int_0^t e^{A(t-s)} f \, [y(s), \ \varphi(s-\tau), \ \dot{\varphi}(s-\tau)] \times \\ \times ds + \mu f \, [(y(t), \ \varphi(t-\tau), \ \dot{\varphi}(t-\tau)]. \end{gathered} \tag{7}$$

Оценивая по норме $\delta \dot{\overline{y}}(t)$, получаем

$$\int_0^\tau \| \delta \dot{\overline{y}}(t) \| \, dt \leqslant \mu L^{**} \| \delta y \|_{\overline{C}}. \tag{8}$$

Из (6) и (8) находим

$$\| \delta \overline{y} \|_{\overline{C}} \leqslant \mu L \, \| \delta y \|_{\overline{C}} \tag{9}$$

Так как пространство $\overline{C}_{[0,\,\tau]}$ — полное, на основании принципа сжатых отображений существует единственная неподвижная точка оператора (3) и, значит, единственное решение системы (1), принадлежащее пространству $\overline{C}_{[0,\,\tau]}$. Фазовым пространством Ф системы (1) будем считать $\overline{C}_{[-\tau,\,0]}$ — пространство абсолютно-непрерывных вектор-функций, заданных на отрезке $[-\tau, \ 0]$.

2. ТОЧЕЧНОЕ ОТОБРАЖЕНИЕ ДЛЯ СИСТЕМЫ (1)

Рассмотрим точечное отображение $\overline{x}(s) = T\varphi$, где $\overline{x}(s) = x(s+\tau)$, $x(s+\tau)$ — решение системы (1) при $t \in [0, \ \tau]$ с начальным условием $x(t) = \varphi(t)$, $\varphi \in \Phi$. Из уравнения (1) имеем

$$\begin{gathered} \overline{x}(s) = e^{A(s+\tau)} \varphi(0) + \mu \int_0^{s+\tau} e^{A(s+\tau-\nu)} \times \\ \times f \, [\overline{x}(\nu-\tau), \ \varphi(\nu-\tau), \ \dot{\varphi}(\nu-\tau)] \ d\nu. \end{gathered} \tag{10}$$

Представим пространство Ф в виде прямого произведения пространств U и V, где U — множество вектор-функции $y(s)$, удовлетворяющих системе

$$\dot{y} = Ay, \tag{11}$$

V — множество вектор-функций $\varphi(s) \in \overline{C}_{[-\tau,\,0]}$ и таких, что $\varphi(0) = 0$. При этом каждой точке $\varphi(s) \in \Phi$ ставятся во взаимно однозначное соответствие точки u и v пространств U и V, где $u = y(s)$ — решение системы

(11) с начальным условием $y(0)=\varphi(0)$, $v(s)=\varphi(s)-y(s)$. В пространствах U и V вводим нормы, полагая

$$\|u\|=\max_s\|y(s)\|,\quad \|v\|=\max_s\|v(s)\|+\int_{-\tau}^{0}\|\dot v(s)\|\,ds. \tag{12}$$

Обозначим $\|\delta\dot v\|=\int_{-\tau}^{0}\|\delta\dot v(s)\|\,ds$.

В переменных u, v отображение T из формулы (10) записывается следующим образом:

$$\begin{aligned} v&=\mu\int_0^s e^{A(s-\nu)}f[\bar v+\bar u,\ v+u,\ \dot v+\dot u]\,d\nu,\\ \bar u&=e^{A\tau}u+\mu\int_{-\tau}^{0}e^{A(s-\nu)}f[\bar v+\bar u,\ v+u,\ \dot v+\dot u]\,d\nu. \end{aligned} \tag{13}$$

Из системы (11) имеем $\dot u=Au$, поэтому отображение (13) имеет вид

$$\begin{aligned} \bar v&=\mu\int_0^s e^{A(s-\nu)}f[\bar v+\bar u,\ v+u,\ \dot v+Au]\,d\nu,\\ \bar u&=e^{A\tau}u+\int_{-\tau}^{0}e^{A(s-\nu)}f[\bar v+\bar u,\ v+u,\ \dot v+Au]\,d\nu. \end{aligned} \tag{13a}$$

3. О СУЩЕСТВОВАНИИ ИНВАРИАНТНОЙ ПОВЕРХНОСТИ У СИСТЕМЫ (1)

Из формул (13), равенства (12), оценивая $\delta\bar v$, получаем

$$\max_s\|\delta\bar v\|\leqslant\mu K\left(\|\delta v\|+\|\delta v\|+\|\delta\bar u\|+\|\delta u\|+K\int_s^0\|\delta\dot v\|\,d\nu\right), \tag{14}$$

или

$$\max_s\|\delta\bar v\|\leqslant\mu K(\|\delta\bar v\|+\|\delta u\|+\|\delta\bar u\|+\|\delta v\|+\|\delta\dot v\|). \tag{15}$$

Из формул (13 а), неравенства (2) следует

$$\|\delta\bar u\|\leqslant K\|\delta u\|+\mu K(\|\delta\bar v\|+\|\delta v\|+\|\delta u\|+\|\delta\dot v\|). \tag{16}$$

Используя неравенство (16), из неравенства (15) получаем

$$\max_s\|\delta\bar v\|\leqslant\mu K(\|\delta u\|+\|\delta v\|+\|\delta\bar v\|). \tag{17}$$

Из формул (13 а) находим

$$\begin{aligned} \delta\dot{\bar v}&=\mu A\int_0^s e^{A(s-\nu)}\,\delta f[\bar v+\bar u,\ v+u,\ \dot v+Au]\,d\nu+\\ &+\mu\delta f[\bar v+\bar u,\ v+u,\ v+Au]. \end{aligned} \tag{17a}$$

Оценивая $\|\delta\dot{\bar v}\|$, из (17 а) получаем неравенство

$$\begin{aligned} \|\delta\dot{\bar v}\|&\leqslant\mu\|A\|(\|\delta\bar v\|+\|\delta\bar u\|+\|\delta v\|+\|\delta u\|+\|\delta\dot v\|)N+\\ &+\mu L(\|\delta\bar v\|+\|\delta\bar u\|+\|\delta v\|+\|\delta u\|+\|\delta\dot v\|). \end{aligned} \tag{18}$$

Из неравенств (15), (16), (18) и соотношений (12) вытекает

$$\| \delta \dot{\bar{v}} \| \leqslant \mu N (\| \delta v \| + \| \delta \dot{v} \| + \| \delta u \|). \tag{19}$$

Из неравенств (17), (19) следует

$$\| \delta \bar{v} \| \leqslant \mu q (\| \delta v \| + \| \delta u \|). \tag{20}$$

Из формул (1), неравенства (2) имеем

$$\begin{aligned} \| \delta \bar{u} \| \geqslant p \| \delta u \| - \mu N (\| \delta \dot{\bar{v}} \| + \| \delta \bar{u} \| + \| \delta v \| + \| \delta u \| + \\ + L \int_{-\tau}^{0} \| \delta \dot{v} (\nu) \| \, d\nu). \end{aligned} \tag{21}$$

Из неравенств (20), (21), соотношений (12) следует неравенство

$$\| \delta u \| \geqslant p \| \delta u \| - \mu \beta (\| \delta v \| + \| \delta u \|), \tag{22}$$

где $p > 0$ — некоторая постоянная.

Из формул (13 а) имеем

$$\| \delta \bar{u} \| \leqslant \mu \gamma \| \delta v \| \qquad (\delta u = 0). \tag{23}$$

Из неравенств (20), (22), (23) следует выполнение основных условий теоремы Неймарка [5] о существовании инвариантной поверхности точечного отображения. На основании этой теоремы отображение (13) имеет инвариантную поверхность: $v = \bar{\varphi}(u)$ при $0 \leqslant \mu \leqslant \bar{\mu}$ в пространстве Φ. Рассмотрим пространство Φ' — пространство непрерывно-дифференцируемых функций, заданных на отрезке s Э$[-\tau, 0]$. Очевидно, $\Phi' \in \Phi$. Покажем, что поверхность $v = \bar{\varphi}(u)$ находится в пространстве Φ'. Рассмотрим отображение (13 а), определенное при $v \in C^1{}_{[-\tau, 0]}$ — пространству непрерывно-дифференцируемых функций, заданных при $s \in [-\tau, 0]$. Норму в этом пространстве вводим следующим образом:

$$\| v \| = \max_s \| v(s) \| + \max_s \| \dot{v}(s) \| . \tag{24}$$

Очевидно, что если $v \in C^1_{[-\tau, 0]}$, то из отображения (13) $\bar{v} \in C^1_{[-\tau, 0]}$.

Из выражений (13 а) неравенства (2) имеем

$$\begin{aligned} \| \delta \dot{\bar{v}} \| &\leqslant \mu M (\| \delta \dot{\bar{v}} \| + \| \delta \bar{u} \| + \| \delta v \| + \| \delta u \|), \\ \| \delta \bar{u} \| &\leqslant q \| \delta u \| + \mu M (\| \delta \dot{\bar{v}} \| + \| \delta \bar{u} \| + \| \delta v \| + \| \delta u \|). \end{aligned} \tag{25}$$

Из (25) получаем

$$\max_s \| \delta \dot{\bar{v}} \| \leqslant \mu N (\| \delta v \| + \| \delta \bar{v} \| + \| \delta u \|). \tag{26}$$

Из (13 а) имеем

$$\dot{\bar{v}} = \mu A \int_0^s e^{A(s-\nu)} f [\bar{v} + \bar{u}, \; v + u, \; \dot{v} + Au] \, d\nu + \mu f [\bar{v} + \bar{u}, \; v + u, \; \dot{v} + Au],$$

откуда

$$\max_s \| \delta \dot{\bar{v}} \| \leqslant \mu M (\| \delta v \| + \| \delta \bar{v} \| + \| \delta u \|). \tag{27}$$

Из (26) и (27) находим

$$\| \delta\bar{v} \| \leqslant \mu\bar{q} \, (\| \delta v \| + \| \delta u \|), \tag{28}$$

где $\bar{q}$ — некоторая постоянная.
Аналогично из (13) получаем

$$\| \delta\bar{u} \| \geqslant \bar{p} \, \| \delta u \| - \mu\bar{\beta} \, \| \delta v \| , \tag{29}$$

$$\| \delta\bar{u} \| \leqslant \mu\bar{\gamma} \, \| \delta v \| \qquad (\delta u = 0). \tag{30}$$

На основании теоремы Неймарка [5] отображение (13) имеет инвариантную поверхность σ^*: $v = \varphi^*(u)$, $v \in C^1_{[-\tau, 0]}$, удовлетворяющую условию

$$\max_s \| \varphi^*(u_1) = -\varphi^*(u_2) \| + \max_s \| \dot{\varphi}^*(u_1) - \dot{\varphi}^*(u_2) \| \leqslant K_0 \| u_1 - u_2 \|, \tag{31}$$

при $0 \leqslant \mu \leqslant \mu^*$, где K_0 — некоторая постоянная.

Из (31) имеем

$$\max_s \| \varphi^*(u_1) - \varphi^*(u_2) \| + \int_{-\tau}^{0} \| \dot{\varphi}^*(u_1) - \dot{\varphi}^*(u_2) \| \, d\nu \leqslant$$

$$\leqslant \max_s \| \varphi^*(u_1) - \varphi^*(u_2) \| + \tau \max_s \| \dot{\varphi}^*(u_1) - \dot{\varphi}^*(u_2) \| \leqslant \tag{32}$$

$$\leqslant K_0 (1 + \tau) \| u_1 - u_2 \| .$$

Рассмотрим $\sum$ — множество поверхностей $v = \varphi(u)$, где $v \in \bar{C}_{[-\tau, 0]}$, удовлетворяющих условию

$$\max_s \| \varphi(u_1) - \varphi(u_2) \| + \int_{-\tau}^{0} \| \dot{\varphi}(u_1) - \dot{\varphi}(u_2) \| \leqslant K \| u_1 - u_2 \|, \tag{33}$$

где $K > K_0(1 + \tau)$.

Как было доказано, отображение (13) в множестве $\sum$ имеет единственную инвариантную поверхность $v = \varphi(u)$ при $0 \leqslant \mu \leqslant \bar{\mu}$. Так как поверхность σ^* ($v = \varphi^*(u)$) принадлежит множеству $\sum$, то при $0 \leqslant \mu \leqslant \min(\bar{\mu}, \mu^*)$ она совпадает с поверхностью $v = \varphi(u)$. Поверхность $v = \varphi^*(u)$ — конечномерная и глобально устойчивая. У системы (1) инвариантная поверхность будет иметь вид

$$\{ u + \varphi^*(u) \}. \tag{34}$$

Так как $u = y(s)$, то инвариантная поверхность конечномерна и размерности n.

4. СИСТЕМА ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ НА ИНВАРИАНТНОЙ ПОВЕРХНОСТИ СИСТЕМЫ (1)

Так как $u = y(s)$, то

$$u = y(s) = e^{As} y_0. \tag{35}$$

Рассмотрим начальную вектор-функцию для системы (1) следующего вида

$$\varphi(s) = e^{As} x_0 + \mu\varphi^*(s, x_0), \tag{36}$$

где $e^{As} x_0 + \mu\varphi^*(s, x_0)$ — вектор-функция, которая получается из формулы (34) подстановкой вместо $\{u\}$ величины $e^{As} x_0$. Так как $\{u + \varphi^*(u)\}$ — — инвариантная поверхность системы (1), то решение системы (1) с начальной функцией (36) имеет вид

$$x(t+s) = e^{As}x(t) + \mu\varphi^*[s, x(t)]. \tag{37}$$

Дифференцируя $x(t+s)$ по s при фиксированном t, получаем

$$\dot{x}(t+s) = Ae^{As}x(t) + \mu\dot{\varphi}_s^*[s, x(t)]. \tag{38}$$

Подставляя выражение для $x(t-\tau)$, $\dot{x}(t-\tau)$ из формул (37), (38) в систему (1), находим

$$\dot{x} = Ax + \mu f[x, e^{-A\tau}x + \mu\varphi^*(-\tau, x). Ae^{-A\tau}x + \mu\dot{\varphi}_s^*(-\tau, x)]. \tag{39}$$

Система дифференциальных уравнений (39) есть система дифференциальных уравнений на инвариантной поверхности системы (1). Поверхность σ^* может быть найдена методом последовательных приближений. За нулевое приближение можно взять $v = 0$. Тогда поверхность $n+1$ приближения из выражений (13) имеет вид

$$v^{n+1} = \mu\int_0^s e^{A(s-\nu)} f[v^{n+1} + u^{n+1}, v^n + u^n, \dot{v}^n + Au^n]\, d\nu,$$

$$u^{n+1} = e^{A\tau}u^n + \mu\int_{-\tau}^{0} e^{A(s-\nu)} f[v^{n+1} + n^{n+1}, v^n + u^n, \dot{v}^n + Au^n]\, d\nu.$$

Подставляя соответствующее приближение для инвариантной поверхности в формулу (39), будем получать соответствующую приближенную систему на инвариантной поверхности.

5. О ПОВЕДЕНИИ ПРОИЗВОДНОЙ РЕШЕНИЙ СИСТЕМЫ (1)

Рассмотрим для системы (1) начальные функции $\varphi(s) \in C^1_{[-\tau, 0]}$ — пространству непрерывно-дифференцируемых функций. Известно [6], что решения системы (1), соответствующие этим начальным функциям, имеют разрыв производной. Как показано в настоящей работе, часть решений системы (1) удовлетворяет соответствующей системе без запаздывания (39), а остальные решения системы (1) при $t \to \infty$ стремятся к решениям системы (39).

Покажем, что при указанных предположениях на правую часть системы (1) разрыв производной решения системы (1) в точках $t = 0, \tau, \ldots, n\tau, \ldots$ при $n \to \infty$ стремится к нулю, если начальная функция $\varphi(s) \in C^1[-\tau, 0]$. Из системы (1) имеем

$$\dot{x}_1(0) = \dot{\varphi}(0), \quad \dot{x}_2(0) = A\varphi(0) + \mu f[\varphi(0), \varphi(-\tau), \dot{\varphi}(-\tau)],$$

$$\dot{x}_1(n\tau) = Ax(n\tau) + \mu f[x(n\tau), x(n\tau-\tau), \dot{x}_1(n\tau-\tau)], \tag{38a}$$

$$\dot{x}_2(n\tau) = Ax(n\tau) + \mu f[x(n\tau), x(n\tau-\tau), \dot{x}_2(n\tau-\tau)],$$

где $\dot{x}_1$ означает производную слева, а $\dot{x}_2$ означает производную справа, в точках разрыва. Имеем:

$$\| \dot{x}_1(n\tau) - \dot{x}_2(n\tau) \| \leqslant \| \delta\dot{x}(n\tau) \| \leqslant (\mu L)^n \| \delta\dot{x}(0) \|, \tag{39a}$$

где

$$\delta\dot{x}(0) = \dot{\varphi}(0) - A\varphi(0) - \mu f[\varphi(0), \varphi(-\tau), \dot{\varphi}(-\tau)]. \tag{40}$$

Из (39 а) следует, что $\| \delta\dot{x}(n\tau) \| \to 0$ при $n \to \infty$.

Пример. Рассматривается система [7]:

$$\ddot{x} + x = \mu(1 - x^2)\dot{x} + \mu r_{12}\ddot{y}(t - \Delta),$$
$$\ddot{y} + y = -\mu\gamma y - 2\mu\lambda\dot{y} + \mu\beta y^3 + \mu r_{21}\ddot{x}(t - \Delta). \quad (41)$$

Этой системе эквивалентна система

$$\begin{aligned} \dot{x} &= u, \\ \dot{u} &= -x + \mu(1 - x^2)u + \mu r_{12}\dot{v}(t - \Delta), \\ \dot{y} &= v, \\ \dot{v} &= -y - \mu\gamma y - 2\mu\lambda v + \mu\beta y^3 + \mu r_{21}\dot{u}(t - \Delta). \end{aligned} \quad (42)$$

Система (42) имеет вид системы (1). Для системы (42) соответствующая система без запаздывания записывается в виде

$$\begin{aligned} \dot{x} &= u, \\ \dot{u} &= -x + \mu(1 - x^2)u + \mu r_{12}(v\sin\Delta - y\cos\Delta), \\ \dot{y} &= v, \\ \dot{v} &= -y - \mu\gamma y - 2\mu\lambda v + \mu\beta y^3 + \mu r_{21}(u\sin\Delta - x\cos\Delta). \end{aligned} \quad (43)$$

Переходя в системе (43) к полярным координатам a, b, Θ_1 Θ_2 по формулам $x = a\cos(t + \Theta_1)$, $u = -a\sin(t + \Theta_1)$, $y = b\cos(t + \Theta_2)$. $v = -b\sin(t + \Theta_2)$ и усредняя ее, получаем систему

$$\frac{da}{dt} = \frac{a}{2}\left(1 - \frac{a^2}{4}\right) - \frac{r_{12}}{2}b\sin(\eta - \Delta); \quad \frac{db}{dt} = -\lambda b\frac{r_{21}a}{b}\sin(\eta + \Delta),$$
$$\frac{d\Theta_1}{dt} = \frac{r_{12}b}{2a}\cos(\eta - \Delta); \quad \frac{d\Theta_2}{dt} = \frac{\gamma}{2} - \frac{3}{2}\beta b^2 + \frac{r_{21}a}{2b}\cos(\eta + \Delta), \quad (44)$$

где $\eta = \Theta_1 - \Theta_2$.

Система (44) совпадает с системой приближенных уравнений, которую используют Рубаник и Кравченко [7] для исследования системы (41).

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Б. Васильева, Тр. семинара по теории дифференциальных уравнений с отклоняющим аргументом, 2, изд. УДН, М., 1963.
2. В. И. Рожков, Тр. семинара по теории дифференциальных уравнений с отклоняющим аргументом, 2, изд. УДН, М., 1963.
3. Ю. И. Неймарк, Л. З. Фишман, Изв. высш. уч. зав.— Радиофизика, 12, № 7, 974 (1969); 9, № 6, 1210 (1966); 10, № 11, 1479 (1967).
4. А. Л. Бадоев, Сообщения АН Груз. ССР, 49, № 3, 301 (1968).
5. Ю. И. Неймарк, Изв. высш. уч. зав.— Радиофизика, 10, № 3, 311 (1967).
6. Л. Э. Эльсгольц, Качественные методы в математическом анализе, Гостехиздат, М., 1955.
7. В. П. Рубаник, З. Л. Кравченко, Изв. высш. уч. зав.— Радиофизика, 6, № 2, 380 (1963).

Научно-исследовательский институт прикладной математики и кибернетики при Горьковском университете

Поступила в редакцию 23 июля 1971 г.

PHASE SPACE STRUCTURE OF QUASI-LINEAR DIFFERENTIAL NEUTRAL EQUATIONS

Yu. I. Neimark, L. Z. Fishman

The phase space of quasi-linear sets of differential neutral equations is found to contain a globally stable invariant finite-dimensional surface the phase trajectory behaviour on which is described by quasilinear sets of ordinary differential equations without delays.