

УДК 539.95.01

О НЕЛИНЕЙНОЙ СТАБИЛИЗАЦИИ СИНХРОТРОННОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ

С. А. Каплан, В. Н. Цытович

Показывается, что синхротронная неустойчивость на ленгмюровских волнах стабилизируется нелинейной перекачкой на тепловых ионах, а синхротронная неустойчивость на электромагнитных волнах стабилизируется распадными процессами. Квазилинейная релаксация синхротронной неустойчивости не существенна. Плотность энергии электромагнитного излучения, раскачиваемого синхротронной неустойчивостью, может достигать большего значения, чем плотность энергии плазменных волн, несмотря на больший инкремент раскачки плазмонов.

1. Рассмотрим систему ультрарелятивистских электронов с энергией $\mathcal{E} \gg m_e c^2$ (ради простоты пренебрегаем разбросом энергий) с более или менее изотропным распределением направлений их скоростей. Допустим далее, что эта система находится во внешнем магнитном поле напряженностью H и в среде, в которой могут распространяться волны с показателем преломления $n(\omega)$, которые излучаются синхротронным механизмом ультрарелятивистских электронов. Как было показано, для случая электромагнитных волн в плазме [1, 2] и ленгмюровских волн [3, 4] здесь возможна отрицательная реабсорбция, т. е. появляется лазер-эффект в определенных интервалах частот. В настоящей заметке высказываются некоторые дополнительные соображения по поводу эффекта синхротронной неустойчивости.

2. Можно показать, что синхротронная неустойчивость возможна для любых волн с произвольной формой показателя преломления $n(\omega)$. Необходимость в таком обобщении может встретиться, например, тогда, когда следует учитывать влияние на дисперсионные соотношения примесей со спектральными линиями.

Ограничиваясь здесь случаем $n(\omega) < 1$, получим следующие критерии для частот ω , для которых имеет место синхротронная неустойчивость:

$$\frac{\omega}{\omega_H} \left[1 - n(\omega) - \left(\frac{m_e c^2}{\mathcal{E}} \right)^2 \right] \left[2(1 - n(\omega)) + \left(\frac{m_e c^2}{\mathcal{E}} \right)^2 \right]^{1/2} > \xi, \quad (1)$$

где $\omega_H = eHc/\mathcal{E}$ — пирочастота вращения электрона в магнитном поле (при движении по спирали $\omega_H = eH_{\perp} c/\mathcal{E}$), ξ есть некоторая константа порядка единицы, несколько различающаяся для волн разных типов. Например, для электромагнитных волн $\xi \approx 1$, для ленгмюровских волн $\xi \approx 3/2$. Формулу (1) легко получить, используя асимптотические и аппроксимационные выражения для вероятностей излучения и применяя метод коэффициентов Эйнштейна для вычисления коэффициента реабсорбции.

Синхротронная неустойчивость возможна и при $n(\omega) > 1$ (см. [3] для случая ленгмюровских волн). Однако здесь интервалы соответствующих

частот или волновых чисел малы. Формулу (1) можно использовать и для определения интервала волновых чисел синхротронной неустойчивости, заменив здесь ω на $\omega(k)$ и положив $n(\omega) = ck/\omega(k)$, где $\omega(k)$ — дисперсионное соотношение.

3. Соотношение (1) определяет интервалы частот и волновых чисел, где вообще возможна отрицательная реабсорбция (при $n(\omega) < 1$), в большей части этих интервалов сама величина коэффициента реабсорбции экспоненциально мала. Поэтому практически раскачка излучения возможна лишь в относительно узких интервалах волновых чисел и частот, причем инкременты раскачки не слишком малы только при более или менее определенных значениях энергии релятивистских электронов.

Как было показано в [1], синхротронная неустойчивость на электромагнитных волнах в плазме приводит к раскачке волн с частотами $\omega_n \approx (0,29 \omega_{pe}^3 / \omega_H)^{1/2}$, где ω_{pe} — плазменная частота, и в интервале частот $0,6 \omega_n$. Инкремент раскачки достигает максимума для электронов с энергией $\mathcal{E}_* \approx m_e c^2 \omega_{pe} / \omega_{He}$, где $\omega_{He} = eH/m_e c$ — гирочастота нерелятивистских электронов. В этом случае для инкремента раскачки имеем

$$\gamma^i \approx \frac{n_*}{n_e} \frac{\omega_{He}^4}{\omega_{pe}^3} \approx \frac{n_*}{n_e} \left(\frac{m_e c^2}{\mathcal{E}_*} \right)^5 \omega_n, \quad (2)$$

где n_* и n_e — концентрация ультрарелятивистских электронов и частиц основной плазмы соответственно.

Ленгмюровские волны раскачиваются при синхротронной неустойчивости в узком относительном интервале волновых чисел $\Delta k \approx k_c \left(\frac{\omega_H}{\omega_{pe}} \right)^{2/3}$ вблизи волнового числа $k_c = \omega_{pe}/c$ [3, 4]. Здесь инкремент раскачки слабее зависит от энергии электронов, и в широком интервале \mathcal{E} имеем

$$\gamma^i \approx \frac{n_*}{n_e} \frac{m_e c^2}{\mathcal{E}} \omega_{pe}. \quad (3)$$

В частности, для электронов с энергией $\mathcal{E}_* \approx m_e c^2 \omega_{pe} / \omega_{He}$ находим $\gamma^i \approx n_* \omega_{He} / n_e$, т. е. в $(\omega_{pe} / \omega_{He})^3$ раз больше, чем инкремент раскачки электромагнитных волн. Максимальное значение инкремента раскачки ленгмюровских волн достигается при энергии $\mathcal{E} \approx m_e c^2 \sqrt{\omega_{pe} / \omega_{He}}$, т. е.

$$\gamma^i \approx \frac{n_*}{n_e} \sqrt{\omega_{pe} \omega_{He}}. \quad (4)$$

Здесь интервал волновых чисел возбуждаемых волн $\Delta k \approx \omega_{He}/c$.

4. При раскачке электромагнитных и плазменных волн частицы теряют энергию более интенсивно в наиболее неустойчивой части функции распределения. В конечном счете функция распределения «сглаживается» и неустойчивость исчезает (квазилинейная релаксация). Заметная потеря энергии частицами происходит за характерное время квазилинейной релаксации.

Однако если в силу каких-либо причин происходит откачка энергии из спектрального интервала частот или волновых чисел, находящегося в резонансе с неустойчивой частью функции распределения, то потери энергии этими частицами уменьшаются. В этом случае удобнее ввести

понятие времени релаксации неустойчивости вообще, которое, естественно, больше времени квазилинейной релаксации. Для ориентировки удобно сравнивать время релаксации с временем друпих потерь энергии этими частицами. В частности, всегда имеют место ионизационные потери энергии с характерным временем $\tau_{\text{ion}} \approx (c^3 n_e / \omega_{pe}^4) (\mathcal{E} / m_e c^2)$. Если характерное время релаксации больше времени ионизационных потерь, то релаксация неустойчивости из-за возбуждения волн вообще несущественна.

Из разных механизмов откачки энергии из резонансных интервалов мы рассмотрим только нелинейные процессы: нелинейное рассеяние на тепловых ионах для ленгмюровских волн и распадные процессы для электромагнитных волн. Ради простоты будем считать нелинейное рассеяние дифференциальным. Строго говоря, это справедливо лишь в том случае, если фазовые скорости ленгмюровских волн меньше $130 v_{Te}$, где v_{Te} — тепловая скорость электронов. Поскольку при синхротронной неустойчивости возбуждаются ленгмюровские волны с фазовой скоростью, близкой к скорости света, то дифференциальное рассеяние всегда имеет место в высокотемпературной плазме: $v_{Te} > c/130$. В низкотемпературной плазме оказывается существенным и интегральное рассеяние. Однако оно возникает позже, когда успевает накопиться достаточно много плазмонов в области спектра очень малых волновых чисел ($k \ll \omega_{pe}/c$). Таким образом, учет интегральной перекачки требует детального анализа временной эволюции всего процесса. Однако начальный ее этап всегда определяется дифференциальной перекачкой.

Распадные процессы всегда можно считать дифференциальными, если $\omega_n \gg \omega_{pe}$ — условие, которое тоже можно считать выполненным, например, в астрофизике.

Нелинейные процессы в плазме легко стабилизируют синхротронную неустойчивость и практически исключают квазилинейную релаксацию распределения ультрарелятивистских частиц, приводящих к синхротронной неустойчивости. Для этого есть ряд причин. Во-первых, инкремент раскачки определяется концентрацией быстрых частиц n_* , а нелинейные процессы — существенно большей концентрацией электронов основной плазмы n_e ; во-вторых, интервалы частот и волновых чисел области отрицательной реабсорбции сравнительно малы и нелинейные процессы быстро выводят волны из резонанса с излучающими частицами; в-третьих, квазилинейная релаксация ультрарелятивистских частиц всегда замедляется с ростом их энергии.

5. Используя общую теорию нелинейных процессов в плазме, легко получить условия стабилизации синхротронной неустойчивости (см. [4]).

Синхротронная неустойчивость на ленгмюровских волнах стабилизируется нелинейной перекачкой энергии этих волн при рассеянии на тепловых ионах плазмы. Приведем некоторые оценки. В резонансном интервале волновых чисел плотность энергии ленгмюровских волн, установившихся в результате баланса между их раскачкой при синхротронной неустойчивости и откачкой из-за нелинейного рассеяния, есть

$$\frac{W^l}{n_* \mathcal{E}_*} \approx 30 \frac{m_i}{m_e} \left(\frac{\omega_{He}}{\omega_{pe}} \right)^{4/3} \left(\frac{m_e c^2}{\mathcal{E}} \right)^{10/3} \left(\frac{v_{Te}}{c} \right)^4 \leq 10^5 \left(\frac{\omega_{He}}{\omega_{pe}} \right)^3 \left(\frac{v_{Te}}{c} \right)^4. \quad (5)$$

Последнее неравенство — для максимального инкремента при энергии $\mathcal{E} \approx m_e c^2 \sqrt{\omega_{pe}/\omega_{He}}$. При реальных условиях, например в космическом пространстве, правая часть (5) существенно меньше единицы, так что

плотность резонансной энергии плазменных волн далеко не достигает плотности энергии частиц, определяющих неустойчивость, — а это и означает отсутствие квазилинейной релаксации. Нетрудно также сравнить характерное время релаксации синхротронной неустойчивости из-за возбуждения ленгмюровских волн τ_{rel}^I с характерным временем ионизационных потерь τ_{ion} . Имеем

$$\frac{\tau_{ion}}{\tau_{rel}^I} \approx 10^5 \left(\frac{\omega_{He}}{\omega_{pe}} \right)^3 \left(\frac{v_{Te}}{c} \right)^4 \frac{n_* v_{Te}^3}{\omega_{pe}^3}, \quad (6)$$

и эта величина существенно меньше единицы, хотя, конечно, возможна и реализация условий (очень высокие температуры, малые плотности), когда релаксация из-за синхротронной неустойчивости может оказаться более существенной.

Аналогичным образом получаем оценки и для стабилизации синхротронной неустойчивости на электромагнитных волнах, где процесс вывода этих волн из резонансного интервала связан с распадом электромагнитной волны на продольные плазменные, или с комптоновским рассеянием на тепловых электронах (оба механизма здесь эквивалентны, если можно пренебречь плотностью энергии ленгмюровской турбулентности). Для плотности энергии электромагнитных волн с частотами порядка $\omega_n \approx (\omega_{pe}^3/\omega_H)^{1/2} \approx \omega_{pe}^2/\omega_{He}$ в резонансном интервале получим

$$\frac{W^I}{n_* \mathcal{E}_*} \approx \left(\frac{m_e c^2}{\mathcal{E}_*} \right)^2 \approx \left(\frac{\omega_{He}}{\omega_{pe}} \right)^2. \quad (7)$$

Характерное время релаксации синхротронной неустойчивости при возбуждении электромагнитных волн τ_{rel}^I определяется формулой

$$\frac{\tau_{ion}}{\tau_{rel}^I} \approx \left(\frac{m_e c^2}{\mathcal{E}_*} \right)^5 \frac{n_* v_{Te}^3}{\omega_{pe}^3} \approx \left(\frac{\omega_{He}}{\omega_{pe}} \right)^5 \frac{n_* v_{Te}^3}{\omega_{pe}^3}. \quad (8)$$

Релаксация из-за ионизационных потерь происходит на много порядков быстрее.

Итак, квазилинейная релаксация синхротронной неустойчивости, как правило, не существенна. Плотности энергии ленгмюровских или электромагнитных волн, раскачиваемых вследствие синхротронной неустойчивости, также много меньше плотности энергии релятивистских частиц, обеспечивающих эту неустойчивость. Тем не менее, в определенных конкретных условиях величины W^I и W^I могут оказаться заметными.

В частности, в астрофизических объектах типа квазаров, где, возможно, $\mathcal{E}_* \approx 10^2 m_e c^2$ и $n_* \approx 1 \text{ см}^{-3}$, плотность электромагнитного излучения, раскачиваемого вследствие синхротронной неустойчивости [5], может достигать значения порядка 10^{-8} эрг/см^3 .

ЛИТЕРАТУРА

1. В. В. Железняков, ЖЭТФ, 51, 570 (1966).
2. В. McSpay, Science, 154, 1320 (1966).
3. Т. А. Горева, Е. В. Суворов, ЖЭТФ (в печати).
4. С. А. Каплан, В. Н. Цытович, Плазменная астрофизика, изд. Наука, М., 1972.
5. В. В. Железняков, Астрон. ж., 44, 42 (1967).

NONLINEAR STABILIZATION OF SYNCHROTRON INSTABILITY

S. A. Kaplan, V. N. Tsytovich

It is shown that the synchrotron instability on Langmuir waves is stabilized by the nonlinear pump on thermal ions and the synchrotron instability on electromagnetic waves is stabilized by decay processes. The quasilinear relaxation of synchrotron instability is inessential. The energy density of electromagnetic radiation driven by synchrotron instability may reach the greater value than the energy density of plasma waves despite the larger increment of plasmon driving.
