$$An^{1/3}\,T^{1/2} = \frac{A_0 n_0^{1/3}\,T_0^{1/2}\exp\left[-(4/3)\int \alpha\,dx/c\right]}{\left\{1+\frac{1{,}45}{6}\left[\frac{\pi^2 e^2 m A_0 T_0 n_0^{2/3}}{6k^{3/2}M}\right]^{1/2}\int\frac{n^{1/6}\,dx}{T^{5/4}}\exp\left(-\frac{4}{3}\int\frac{\alpha dx'}{c}\right)\right\}^2}. \tag{7}$$

В зависимости от конкретных параметров плазмы и амплитуды генерируемого солитона может преобладать тот или иной диссипативный механизм. Но, как следует из (6), (7), на больших расстояниях существен столкновительный член, и затухание происходит по экспоненциальному закону с декрементом $4\alpha/3c$. При средних амплитудах сказывается затухание Ландау (в отсутствие неоднородностей и столкновений ($A = A_0/[1 + (x/x_0)^2]$ [6])). Если амплитуда генерируемого импульса достаточно велика, то на начальной стадии затухания существенна вязкость плазмы ($A=A_0/(1+x/x_0)$ [5]). Неоднородность параметров плазмы может изменить эффективную длину затухания.

Заметим, что при $\alpha=0$ и $x\to\infty$ амплитуда солитона не зависит от начальной амплитуды A_0 (сходная ситуация имеет место для ударных волн в акустике [12]).

Автор благодарен А. В. Гапонову и Л. А. Островскому за полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Е. Захаров, ПМТФ, 3, 167 (1964).
2. H. Washimi, T. Taniuti, Phys. Rev. Lett., 17, 996 (1966).
3. T. Taniuti, C. C. Wei, J. Phys. Soc. Japan, 24, 4, 941 (1968).
4. В. И. Карпман, Нелинейные волны в диспергирующих средах (лекции), Новосибирск, 1968.
5. Е. Н. Пелиновский, ПМТФ, 2, 68 (1971).
6. E. Ott, R. N. Sudan, Phys. Fluids, 12, 11, 2388 (1969); 13, 6, 1432 (1970).
7. Л. А. Островский, Е. Н. Пелиновский, Препринт № 2, НИРФИ, 1970; ПММ (в печати).
8. Л. А. Островский, Е. Н. Пелиновский, Аннотации докладов V Всесоюзного симпозиума по дифракции и распространению волн, Ленинград, 1970; Препринт № 3, НИРФИ, 1970
9. Э. Т. Уиттекер, Д. Н. Ватсон, Курс современного анализа, т. 2, Физматгиз, М., 1963
10. Л. А. Островский, Е. Н. Пелиновский, Изв. АН СССР, Физика атмосферы и океана, 6, 9, 934 (1970).
11. W. H. Munk, N. Y. Acad. Sci. Ann., 51, № 3 (1949) (перевод в сб. Основы предсказания ветровых волн, зыби и прибоя, ИЛ, М., 1951).
12. Л. К. Зарембо, В. Н. Красильников, Введение в нелинейную акустику, изд. Наука, М., 1966.

Научно-исследовательский радиофизический институт

Поступила в редакцию
10 сентября 1970 г.

УДК 538.574.3.535.2

РАССЕЯНИЕ СВЕТОВОГО ПУЧКА В СРЕДЕ С РЕГУЛЯРНОЙ РЕФРАКЦИЕЙ

В. В. Воробьев

Использование интенсивных световых пучков открывает большие возможности в создании искусственных волноводных каналов, которые могут образовываться из-за нагревания и ионизаций среды [1–2], а также при испарении дисперсной фазы [3]. Наличие в среде волноводного канала может существенно изменить характер рассеяния на случайных неоднородностях показателя преломления среды: изменить ослабление и уширение из-за рассеяния пучка с малой интенсивностью и меньшего диаметра, который после действия мощного излучения или одновременно с ним распространяется в таком канале.

Если образующийся волноводный канал широкий по сравнению с шириной распространяющегося в нем пучка, зависимость средней диэлектрической проницаемости в канале можно представить в виде

$$\langle \varepsilon(x,\, R)\rangle = n^2(R) = \varepsilon_0(1 \mp \varepsilon_2 R^2/a^2), \tag{1}$$

где ε_2 — изменение диэлектрической проницаемости среды при воздействии интенсивного пучка, a — радиус образующегося волновода, $\boldsymbol{R}$ — поперечный радиус-вектор. Здесь $\varepsilon_2 > 0$ соответствует фокусирующему каналу, который может образоваться при нагревании среды пучком с уменьшенной интенсивностью на оси, $\varepsilon_2 < 0$ — расфокусирующему каналу.

Рассеяние как дискретными, так и непрерывными неоднородностями показателя преломления при наличии регулярной рефракции в среде можно описывать уравнением переноса излучения [4–7], которое имеет вид

$$\langle \varepsilon(\boldsymbol{r}) \rangle \frac{d}{d\tau} \frac{I(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{l})}{\langle \varepsilon(\boldsymbol{r}) \rangle} = -\alpha I(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{l}) + \frac{\sigma}{4\pi} \int\limits_{4\pi} I(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{m})\, G(|\boldsymbol{l}-\boldsymbol{m}|)\, d\Omega_m, \tag{2}$$

где $I(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{l})$ — интенсивность излучения, связанная с плотностью мощности $W(\boldsymbol{r})$ соотношением $W(\boldsymbol{r}) = \langle \varepsilon(\boldsymbol{r}) \rangle^{-1} \int\limits_{4\pi} I(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{l}) d\Omega_l$, $\dfrac{d}{d\tau} = \boldsymbol{l}\nabla_r + \dfrac{1}{n}[\nabla_r n - \boldsymbol{l}(\boldsymbol{l}\nabla_r n)]\nabla_l$ — производная вдоль геометрооптической траектории луча; $\boldsymbol{l} = \dfrac{d\boldsymbol{r}}{d\tau}$ — единичный вектор касательной к траектории; $\boldsymbol{r}$ — трехмерный радиус-вектор; α и σ — показатели полного ослабления и рассеяния, $G(|\boldsymbol{l}-\boldsymbol{m}|)$ — индикатриса рассеяния, которые будем считать не зависимыми от координат.

Если регулярная рефракция слабая, $\varepsilon_2 \ll 1$, то наибольший интерес в рассматриваемой задаче представляет случай, когда рассеяние происходит под малыми углами в направлении вперед, что соответствует крупным, по сравнению с длиной волны, рассеивающим частицам.

Для расчета уширения пучка можно поэтому воспользоваться приближением малых углов [5]. Полагая приближенно

$$l_x = 1, \quad |\boldsymbol{l}-\boldsymbol{m}| \approx |\boldsymbol{l}_\perp - \boldsymbol{m}_\perp| = \gamma, \qquad \frac{d}{d\tau} \approx \frac{\partial}{\partial x} + \boldsymbol{l}_\perp \nabla_{R_\perp} + \frac{1}{2}\frac{\nabla_\perp \langle \varepsilon \rangle}{\sqrt{\langle \varepsilon_0 \rangle}} \nabla_{l_\perp},$$

для функции $f(x, \boldsymbol{R}, \boldsymbol{l}) = \langle \varepsilon \rangle^{-1} I(x, \boldsymbol{R}, \boldsymbol{l})$ (в дальнейшем индекс $\perp$ у $\boldsymbol{l}_\perp$, $\nabla_\perp$, $\boldsymbol{R}_\perp$ будем опускать) получим уравнение

$$\frac{\partial f}{\partial x} + \boldsymbol{l}\nabla_R f - \frac{\varepsilon_2}{a^2}\boldsymbol{R}\nabla_l f = -\alpha f + \frac{\sigma}{4\pi}\iint\limits_{-\infty}^{\infty} G(\gamma) f(x, \boldsymbol{R}, \boldsymbol{m})\, d^2 m,$$

преобразование Фурье которого по координате $\boldsymbol{l}$ имеет вид

$$\frac{\partial \Gamma(x, \boldsymbol{R}, \boldsymbol{p})}{\partial x} - i\nabla_R \nabla_p \Gamma(x, \boldsymbol{R}, \boldsymbol{p}) + \frac{i\varepsilon_2}{a^2}(\boldsymbol{R}, \boldsymbol{p})\,\Gamma(x, \boldsymbol{R}, \boldsymbol{p}) + \left[\alpha - \frac{\sigma Q(p)}{Q(0)}\right]\Gamma(x, \boldsymbol{R}, \boldsymbol{p}) = 0, \tag{3}$$

где

$$\Gamma(x, \boldsymbol{R}, \boldsymbol{p}) = \iint\limits_{-\infty}^{\infty} f(x, \boldsymbol{R}, \boldsymbol{l}) \exp(i\boldsymbol{p}\boldsymbol{l})\, d^2 l, \qquad Q(p) = \int\limits_0^{\infty} G(\gamma) I_0(\gamma p)\, \gamma\, d\gamma.$$

Аналогичное уравнение для функции Γ, имеющей смысл функции когерентности случайного поля

$$\Gamma(x, \boldsymbol{R}, \boldsymbol{p}) = \langle E(x, \boldsymbol{\rho}_1) E^*(x, \boldsymbol{\rho}_2) \rangle, \tag{4}$$

причем $\boldsymbol{R} = (\boldsymbol{\rho}_1 + \boldsymbol{\rho}_2)/2$, $\boldsymbol{p} = k(\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_2)$, можно получить и для случая непрерывных случайных неоднородностей в среде с регулярной рефракцией, если случайное поле волны $E(x, \boldsymbol{\rho})$ описывать в приближении параболического уравнения. Параметры α, σ и $Q(p)$ связаны в этом случае с диэлектрической проницаемостью среды соотношениями

$$\alpha = k\varepsilon' + (k^2/4) A(0), \quad \sigma = (k^2/4) A(0), \quad Q(p) = A(p/k),$$

где

$$A(\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_2) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} \langle \varepsilon_1(x_1, \boldsymbol{\rho}_1)\, \varepsilon_1(x_2, \boldsymbol{\rho}_2) \rangle\, d(x_1 - x_2), \quad k = (\omega/c)\sqrt{\varepsilon_0}, \quad \varepsilon_1 \text{ и } \varepsilon'$$

— случайная и мнимая части диэлектрической проницаемости.

Решение уравнения (3) при произвольных начальных условиях можно свести к квадратурам, используя преобразование Фурье по $\boldsymbol{R}$. Для $F(x, \boldsymbol{\varkappa}, \boldsymbol{p}) = (2\pi)^{-2} \iint\limits_{-\infty}^{\infty} \Gamma(x, \boldsymbol{R}, \boldsymbol{p}) \exp(-i\boldsymbol{\varkappa}\boldsymbol{R})\, d^2 R$ получим тогда уравнение

$$\frac{\partial F}{\partial x} + \varkappa\nabla_p F - \frac{\varepsilon_2}{a^2} p \nabla_\varkappa E + \left[a - \sigma\frac{Q(p)}{Q(0)}\right] F = 0, \tag{5}$$

решение которого имеет вид

$$F(x, \varkappa, p) = F\left(0, \varkappa\cos\beta x + \beta p\sin\beta x,\ p\cos\beta x - \frac{\varkappa}{\beta}\sin\beta x\right)\times$$
$$\times\exp\left\{-\alpha x + \frac{\sigma}{Q(0)}\int\limits_0^x Q\left(p\cos\beta\xi - \frac{\varkappa}{\beta}\sin\beta\xi\right)d\xi\right\}, \tag{6}$$

где $\beta = \sqrt{\varepsilon_2}/a$.

Обращая преобразование Фурье, можно определить плотность мощности $W(x, R) = \Gamma(x, R, 0)$ и интенсивность $I(x, R, l)$, хотя найти аналитический вид этих функций для реальных зависимостей $Q(p)$ сложно. Однако можно ввести некоторые эффективные параметры, характеризующие ширину пучка, которые просто рассчитать. Например, такой как

$$r^2_{\text{эфф}} = \frac{\iint R^2\Gamma(x, R, 0)\,d^2R}{\iint \Gamma(x, R, 0)\,d^2R} = -\frac{\Delta_\varkappa F(x, \varkappa, 0)|_{\varkappa=0}}{F(x, 0, 0)}. \tag{7}$$

Поскольку реальные функции $A(p/k)$ и $Q(p)$ при $p \to 0$ имеют вид

$$A\left(\frac{p}{k}\right) = A(0)\left(1 - \frac{p^2}{k^2 l_0^2}\right), \qquad Q(p) = Q(0)\left(1 - \frac{p^2}{k^2 l_0^2}\right),$$

где l_0 — или радиус корреляции флуктуаций показателя преломления, или внутренний масштаб турбулентности, или средний размер частиц, то из соотношений (6) и (7) получим

$$r^2_{\text{эфф}} = r_0^2(x) + r_1^2(x),$$

где

$$r_0^2(x) = -\frac{\Delta_\varkappa F(0, \varkappa\cos\beta x, -\frac{\varkappa}{\beta}\sin\beta x)|_{\varkappa=0}}{F(0, 0, 0)}$$

— квадрат эффективного радиуса пучка в отсутствие неоднородностей,

$$r_1^2(x) = -\Delta_\varkappa\left\{\exp\left[-\frac{\sigma\varkappa^2}{k^2\beta^2 l_0^2}\int\limits_0^x \sin^2\beta\xi\,d\xi\right]\right\}_{\varkappa=0} = \frac{2\sigma}{k^2\beta^2 l_0^2}\left[x - \frac{\sin 2\beta x}{2\beta}\right]. \tag{8}$$

Из соотношения (8) видно, что наличие волноводного канала может сказаться на больших расстояниях (при $\beta x \gtrsim 1$). При малых x площадь пучка, как и в среде без рефракции ($\beta = 0$), растет пропорционально кубу расстояния $r_1^2(x) = (4/3)(\sigma/k^2 l_0^2)x^3$, в то время как при $\beta x \gg 1$ площадь пучка пропорциональна x.

Приведем оценки. Для таких, например, параметров среды и пучка как $a = 10$ *см*, $l_0 = 10^{-1}$ *см*, $\sigma = 10^{-5}$ *см*$^{-1}$, $\varepsilon_2 = 10^{-6}$ (что может быть в канале с разностью температур на краях и в центре $\Delta T \sim 1°$), $k = 10^5$ *см*$^{-1}$ получим $r_1^2 = 2$ *см*^{2}, в то время как в среде без рефракции было бы $r_1^2 = 133$ *см*^{2} на расстоянии $x = 1$ *км*.

В заключение отметим, что рассмотренная методика может быть применена и к расчетам рассеяния в волноводных каналах с переменной шириной и не только в осесимметричных, но и в плоских волноводах, которые в ряде случаев могут существовать и в естественных условиях.

Автор выражает благодарность В. И. Татарскому за помощь в работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. А. Аскарьян, ЖЭТФ, 15, 1400 (1968).
2. Г. А. Аскарьян, Письма в ЖЭТФ, 10, 113 (1969)
3. В. В. Воробьев, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 12, № 6, 919 (1969).
4. С. Чандрасекар, Перенос лучистой энергии, ИЛ, М., 1953.
5. Л. С. Долин, Изв. высш уч зав. — Радиофизика, 7, № 2, 380 (1964).
6. Л. С. Долин, Изв. высш уч зав. — Радиофизика, 11, № 6, 840 (1968).
7. В. В. Железняков, Радиоизлучение Солнца и планет, Физматгиз, М., 1964.

Институт физики атмосферы
АН СССР

Поступила в редакцию
16 декабря 1970 г.