

УДК 538.56

ВОЗБУЖДЕНИЕ ИДЕАЛЬНО ПРОВОДЯЩЕГО ТЕЛА ВРАЩЕНИЯ, ПОКРЫТОГО СЛОЕМ ДИЭЛЕКТРИКА

Е. Н. Васильев, Л. Б. Материкова

Задача возбуждения идеально проводящего тела вращения, покрытого слоем диэлектрика с произвольной комплексной диэлектрической проницаемостью, сводится к системе трех интегральных уравнений относительно эквивалентных токов, текущих по поверхности тела и внешней поверхности диэлектрического слоя. Система уравнений решается численно на ЭВМ. При решении применяется метод блочных итераций, который позволяет упростить алгоритм решения. Приводятся примеры расчета.

Рассмотрим задачу возбуждения идеально проводящего тела, покрытого слоем диэлектрика в следующей постановке. Некоторое идеально проводящее тело, ограниченное произвольной поверхностью Σ_1 , расположено внутри однородного диэлектрического тела, ограниченного также произвольной поверхностью Σ_2 (рис. 1). Сторонние источники $J^{\text{вст}}$, $J^{\text{мст}}$ будем считать расположенными внутри диэлектрика.

Введем на поверхности идеально проводящего тела Σ_1 электрический поверхностный ток с плотностью $J_1^{\text{э}}$, а на поверхности диэлектрика Σ_2 — эквивалентные электрический и магнитный токи с плотностью $J_2^{\text{э}}$ и $J_2^{\text{м}}$ соответственно. При таком подходе рассматриваемая задача может быть сведена к системе интегральных уравнений так же, как это сделано в [1] для идеально проводящего тела и в [2, 3] для однородного диэлектрического тела. При этом для идеально проводящего тела источниками

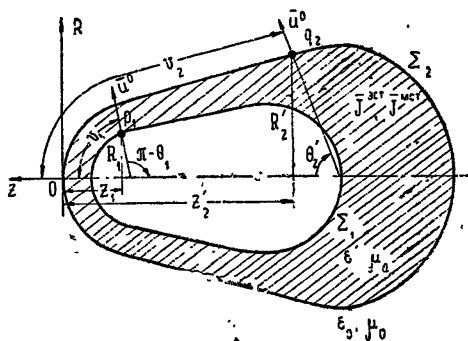


Рис. 1. К постановке задачи.

являются токи $J^{\text{ст}}$ и $J_2^{\text{э}}$, $J_2^{\text{м}}$, а для диэлектрического тела — токи $J^{\text{ст}}$ и $J_1^{\text{э}}$. Таким образом, система уравнений для тела, покрытого слоем диэлектрика, представляет естественное обобщение интегральных уравнений для идеально проводящего и диэлектрического тел. Запишем эту систему сразу, не останавливаясь на подробном выводе:

$$\begin{aligned}
 & J_1^{\text{э}}(p_1) + (1/2\pi) \int_{\Sigma_1} n(p_1) \times J_1^{\text{э}}(q_1) \times \nabla \psi_i d\Sigma_1 - \\
 & - (1/2\pi) \int_{\Sigma_2} \{ [n(p_1) \times J_2^{\text{э}}(q_2) \times \nabla \psi_i] + (i/W) [n(p_1) \times J_2^{\text{м}}(q_2) \psi_i + \\
 & + n(p_1) \times (J_2^{\text{м}}(q_2) \nabla) \nabla \psi_i] \} d\Sigma_2 = 2J_1^{\text{э}}(p_1);
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

$$\begin{aligned}
 & J_2^0(p_2) + (1/4\pi) \int_{\Sigma_1} n(p_2) \times J_1^0(q_1) \times \nabla \psi_i d\Sigma_1 + \\
 & + (1/4\pi) \int_{\Sigma_2} \{ [n(p_2) \times J_2^0(q_2) \times \nabla(\psi_e - \psi_i) + (i/W) [n(p_2) \times J_2^M(q_2) (\psi_e - \\
 & - x^2 \psi_i) + n(p_2) \times (J_2^M(q_2) \nabla) \nabla(\psi_e - \psi_i)]] \} d\Sigma_2 = J_2^0 n(p_2); \tag{2} \\
 & J_2^M(p_2) - \frac{iW}{2\pi(1+x^2)} \int_{\Sigma_1} [n(p_2) \times J_1^0(q_1) \psi_i + n(p_2) \times (J_1^0(q_1) \nabla) \nabla \psi_i] d\Sigma_1 - \\
 & - \frac{1}{2\pi(1+x^2)} \int_{\Sigma_2} \{ iW [n(p_2) \times J_2^0(q_2) (\psi_e - x^2 \psi_i) + \\
 & + n(p_2) (J_2^0(q_2) \nabla) \nabla(\psi_e - \psi_i)] - [n(p_2) \times J_2^M(q_2) \times \nabla(\psi_e - x^2 \psi_i)] \} d\Sigma_2 = \\
 & = \frac{2x^2}{1+x^2} J_2^M n(p_2). \tag{3}
 \end{aligned}$$

В этой системе $\psi_e = e^{-ir}/r$, $\psi_i = e^{-ixr}/r$, где x — комплексный показатель преломления диэлектрической оболочке, r — расстояние между точкой истока q и точкой наблюдения p (q и p приписывается индекс 1 или 2 в зависимости от того, находится соответствующая точка на поверхности Σ_1 или Σ_2). Через ∇ обозначен оператор «набла», действующий на координаты точек наблюдения. Все расстояния умножены на волновое число свободного пространства.

Уравнение (1) аналогично уравнению для идеально проводящего тела [1, 4]. Последний интегральный член в левой части его учитывает отражение от границы диэлектрика. Уравнения (2), (3) аналогичны системе уравнений для задачи о возбуждении диэлектрического тела [2, 3, 5], дополнительными в каждом из уравнений являются первые интегральные члены в левой части, которые учитывают идеально проводящее тело.

Правые части уравнений представляют собой умноженные на вектор нормали n первичные поля, соответствующие безграничной диэлектрической среде с показателем преломления x :

$$\begin{aligned}
 J_1^0(p_1) &= n(p_1) \times H^n(p_1), \quad J_2^0(p_2) = n(p_2) \times H^n(p_2), \\
 J_2^M(p_2) &= -n(p_2) \times E^n(p_2). \tag{4}
 \end{aligned}$$

СИСТЕМА ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В КООРДИНАТАХ ВРАЩЕНИЯ

В том случае, когда поверхности Σ_1 и Σ_2 (рис. 1) являются поверхностями вращения, система уравнений (1) — (3) может быть сведена к серии систем одномерных интегральных уравнений относительно азимутальных гармоник плотности токов и решена численным методом. Процедура преобразования системы (1) — (3) к координатам вращения проводится аналогично [4, 5]. Вводится ортогональная система координат вращения u, v, φ , в которой поверхности Σ_1 и Σ_2 являются поверхностями $u = \text{const}$. Искомые и первичные плотности токов, а также обе функции Грина разлагаются в ряды Фурье по азимутальной координате φ :

$$J(v, \varphi) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} J_m(v) e^{im\varphi}; \tag{5}$$

$$\psi_e = \frac{e^{-ir}}{r} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} S_m(u, u'; v, v') e^{im(\varphi - \varphi')}; \quad (6)$$

$$\psi_i = \frac{e^{-ixr}}{r} = x \sum_{m=-\infty}^{\infty} S_m(xu, xu'; xv, xv') e^{im(\varphi - \varphi')}. \quad (7)$$

В формулах (6) и (7) и всюду ниже штрихами отмечены координаты точки q , координаты точки p оставлены без штрихов. Свойства функции S_m и расчетные формулы приведены в [6].

После подстановки разложений (5), (6), (7) в исходную систему уравнений интегралы по φ' можно взять с учетом ортогональности функций $e^{im\varphi'}$. В результате для каждого m получается система из шести скалярных интегральных уравнений с шестью неизвестными функциями: $J_{1mv}^s(v_1)$, $J_{1m\varphi}^s(v_1)$, $J_{2mv}^s(v_2)$, $J_{2m\varphi}^s(v_2)$, $J_{2mv}^M(v_2)$, $J_{2m\varphi}^M(v_2)$. Эту систему удобно записать в следующем виде:

$$J_{1m}(v_1) + \int_{v_1} P_m(v_1, v_1') J_{1m}(v_1') dv_1' + \int_{v_2} L_m^{12}(v_1, v_2') J_{2m}(v_2') dv_2' = 2J_{1m}^n(v_1); \quad (8)$$

$$J_{2m}(v_2) + \frac{1}{2} \int_{v_1} L_m^{21}(v_2, v_1') J_{1m}(v_1') dv_1' + \frac{1}{2} \int_{v_2} \Pi_m(v_2, v_2') J_{2m}(v_2') dv_2' = J_{2m}^n(v_2). \quad (9)$$

Здесь J_{1m} — вектор плотности электрического тока на поверхности идеально проводящего тела Σ_1 — имеет две составляющие: $J_{1m} = \{J_{1mv}^s, J_{1m\varphi}^s\}$; J_{2m} — вектор плотности тока на поверхности диэлектрической оболочки Σ_2 , у него четыре составляющие: $J_{2m} = \{J_{2mv}^s, J_{2m\varphi}^s, (1/W)J_{2mv}^M, (1/W)J_{2m\varphi}^M\}$; P_m — матричное ядро, соответствующее задаче возбуждения идеально проводящего тела; формулы для его четырех элементов приводятся в [4]; Π_m — матричное ядро, соответствующее задаче возбуждения диэлектрического тела. Оно состоит из шестнадцати элементов, выражения для них записаны в [5].

Матричные ядра L_m^{12} и L_m^{21} учитывают взаимодействие токов на поверхностях идеально проводящего тела и диэлектрической оболочки. Матрицы L_m^{12} и L_m^{21} прямоугольные и имеют следующий вид:

$$L_m^{12} = \begin{bmatrix} L_{m11} & L_{m12} & L_{m13} & L_{m14} \\ L_{m21} & L_{m22} & L_{m23} & L_{m24} \end{bmatrix}; \quad (10)$$

$$L_m^{21} = \begin{bmatrix} L_{m11} & L_{m12} \\ L_{m21} & L_{m22} \\ L_{m31} & L_{m32} \\ L_{m41} & L_{m42} \end{bmatrix}. \quad (11)$$

Эти матрицы являются частями шестнадцатиэлементной матрицы L_m , связывающей между собой вектор первичного тока $J_m^n = \{J_{mv}^s, J_{m\varphi}^s, (1/W)J_{mv}^M, (1/W)J_{m\varphi}^M\}$ и вектор стороннего тока

$$J_m^{st} = \{J_{mv}^{st}, J_{m\varphi}^{st}, (1/W)J_{mv}^{st}, (1/W)J_{m\varphi}^{st}\};$$

$$J_m^n = -\frac{1}{2} \int_w L_m J_m^{st} dw, \quad (12)$$

где интеграл берется по образующей поверхности вращения ω , на которой локализованы сторонние токи. Выражения для элементов L_{mij} по формуле аналогичны выражениям для элементов Π_{mij} (5).

В частном случае осесимметричного возбуждения ($m = 0$) часть матричных элементов системы (8), (9) обращается в нуль и система из шести скалярных уравнений (8), (9) распадается на две независимые из трех скалярных интегральных уравнений каждая, для ТЕ- и ТМ-волн. Одну из них, для ТМ-волн, запишем в явном виде:

$$J_{10v}^3 + \int_{v_1} P_{011} J_{10v}^3 dv'_1 - \int_{v_2} [L_{011} J_{20v}^3 + L_{014} \hat{J}_{20v}^M] dv'_2 = 2J_{10v}^3; \quad (13)$$

$$2J_{20v}^3 + \int_{v_1} L_{011} J_{10v}^3 dv'_1 + \int_{v_2} [\Pi_{011} J_{20v}^3 + \Pi_{014} \hat{J}_{20v}^M] dv'_2 = 2J_{20v}^3; \quad (14)$$

$$(1 + \kappa^2) \hat{J}_{20v}^M + \int_{v_1} L_{011} J_{10v}^3 dv'_1 + \int_{v_2} [\Pi_{041} J_{20v}^3 + \Pi_{044} \hat{J}_{20v}^M] dv'_2 = 2\kappa^2 \hat{J}_{20v}^M, \quad (15)$$

где $\hat{J}_{20v}^M = (1/W) J_{20v}^M$ и

$$P_{011} = \{ [\cos \theta'_1(z_1 - z'_1) - \sin \theta'_1 R'_1] Q_1 + \sin \theta'_1 R_1 Q_0 \} \kappa^3 R'_1; \quad (16)$$

$$L_{011} = \{ [\cos \theta'_2(z_1 - z'_2) - \sin \theta'_2 R'_2] Q_1 + \sin \theta'_2 R_1 Q_0 \} \kappa^3 R'_2; \quad (17)$$

$$L_{014} = -iS_1 \kappa^3 R'_2; \quad (18)$$

$$\Pi_{011} = \{ [\cos \theta'_2(z_2 - z'_2) - \sin \theta'_2 R'_2] U_1 + \sin \theta'_2 R_2 U_0 \} R'_2; \quad (19)$$

$$\Pi_{014} = -iT'_1 R'_2; \quad (20)$$

$$\Pi_{041} = \left[-i \cos \theta_2 \cos \theta'_2 T_1^x - i \sin \theta_2 \sin \theta'_2 T_0^x + i \frac{\partial^2 T_0}{\partial v \partial v'} \right] R'_2; \quad (21)$$

$$\Pi_{044} = \{ [\cos \theta_2(z_2 - z'_2) + \sin \theta_2 R_2] U_1^x - \sin \theta_2 R'_2 U_0^x \} R'_2; \quad (22)$$

$$L_{041} = \left[-i \cos \theta_2 \cos \theta'_1 S_1 - i \sin \theta_2 \sin \theta'_1 S_0 + i \frac{\partial^2 S_0}{\partial v \partial v'} \right] \kappa^3 R'_1. \quad (23)$$

В формулах для ядер z, R — цилиндрические координаты точки p , а z', R' — точки q ; θ и θ' — углы между направлением оси z и вектором внешней нормали к поверхностям Σ_1 или Σ_2 в точках p и q (рис. 1). Кроме того, введены следующие функции:

$$Q_m = \frac{1}{z-z'} \frac{\partial S_m}{\partial z}; \quad (24)$$

$$T_m = S_m(u, u'; v, v') - \kappa S_m(\kappa u, \kappa u'; \kappa v, \kappa v'); \quad (25)$$

$$T_m^x = S_m(u, u'; v, v') - \kappa^3 S_m(\kappa u, \kappa u'; \kappa v, \kappa v'); \quad (26)$$

$$U_m = \frac{1}{z-z'} \frac{\partial T_m}{\partial z}, \quad U_m^x = \frac{1}{z-z'} \frac{\partial T_m^x}{\partial z}. \quad (27)$$

Функции S_m и Q_m в формулах (16), (18), (23) берутся от аргументов $\kappa u, \kappa u'; \kappa v, \kappa v'$.

СВЕДЕНИЕ СИСТЕМЫ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ К СИСТЕМЕ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

Система одномерных интегральных уравнений (8), (9) может быть решена численно по тому же алгоритму, который используется для решения задач возбуждения идеально проводящего и диэлектрического тел [4, 5]. Этот алгоритм разработан на основе метода Крылова и Боголюбова [7], в соответствии с которым интервал интегрирования в каждом интеграле системы делится на малые интервалы Δv , а искомые функции заменяются кусочно-постоянными. В результате этого решение системы интегральных уравнений сводится к решению эквивалентной системы алгебраических уравнений. В данном случае система алгебраических уравнений, эквивалентная системе (8), (9), имеет вид

$$\langle J_{1m} \rangle + \tilde{P}_m \langle J_{1m} \rangle - \tilde{L}_m^{12} \langle J_{2m} \rangle = 2 \langle J_{1m}^n \rangle; \quad (28)$$

$$\langle J_{2m} \rangle + \frac{1}{2} \tilde{L}_m^{21} \langle J_{1m} \rangle + \frac{1}{2} \tilde{\Pi}_m \langle J_{2m} \rangle = \langle J_{2m}^n \rangle, \quad (29)$$

где $\langle J_{1m} \rangle$ — столбец, составленный из N значений искомой плотности тока J_{1m} в серединах интервалов разбиения образующей идеально проводящего тела $\langle J_{1m} \rangle = \{J_{1mv}^s(v_{11}), J_{1mv}^s(v_{12}), \dots, J_{1mv}^s(v_{1N}); J_{1m\varphi}^s(v_{11}), J_{1m\varphi}^s(v_{12}), \dots, J_{1m\varphi}^s(v_{1N})\}$; $\langle J_{2m} \rangle$ — столбец, составленный из M значений искомого вектора J_{2m} в серединах интервалов разбиения образующей диэлектрической оболочки $\langle J_{2m} \rangle = \{J_{2mv}^s(v_{21}), J_{2mv}^s(v_{22}), \dots, J_{2mv}^s(v_{2M}); J_{2m\varphi}^s(v_{21}), J_{2m\varphi}^s(v_{22}), \dots, J_{2m\varphi}^s(v_{2M}); (1/W) J_{2mv}^M(v_{21}), \dots, (1/W) J_{2mv}^M(v_{2M}); (1/W) J_{2m\varphi}^M(v_{21}), \dots, (1/W) J_{2m\varphi}^M(v_{2M})\}$.

Элементы матриц \tilde{P}_m , \tilde{L}_m , $\tilde{\Pi}_m$ представляют собой интегралы по малым интервалам Δv от ядер P_{mij} , L_{mij} , Π_{mij} соответственно. Эти интегралы с достаточной точностью могут быть вычислены по формуле Симпсона. Порядок матрицы коэффициентов алгебраической системы (28), (29) равен $(2N + 4M)$, а сама матрица имеет следующую структуру:

$$C = \begin{bmatrix} I + \tilde{P}_m & \tilde{L}_m^{12} \\ \tilde{L}_m^{21} & I + \frac{1}{2} \tilde{\Pi}_m \end{bmatrix}, \quad (30)$$

где I — единичная матрица.

Таким образом, решение задачи сводится к обращению комплексной матрицы $(2N + 4M)$ -го порядка

$$\begin{bmatrix} \langle J_{1m} \rangle \\ \langle J_{2m} \rangle \end{bmatrix} = C^{-1} \begin{bmatrix} 2J_{1m}^n \\ J_{2m}^n \end{bmatrix}. \quad (31)$$

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА БЛОЧНЫХ ИТЕРАЦИЙ ДЛЯ РЕШЕНИЯ АЛГЕБРАИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ

При достаточно больших размерах тела и оболочки порядок матрицы C получается высоким и обращение ее на ЭВМ становится затруднительным. В этом случае весьма удобным оказывается метод блочных итераций (8), который позволяет оперировать с уравнениями для идеально проводящего (28) и диэлектрического (29) тел по отдельности, т. е. обращать матрицы меньшего порядка. Суть метода блочных

итераций, который может быть применен к любой системе алгебраических уравнений $AX = B$ заключается в том, что процесс итераций строится для системы матричных уравнений, полученных путем разбиения исходной матрицы A и столбцов X и B на блоки.

Для решения полученной системы матричных уравнений может быть выбран любой из известных итерационных процессов решения системы линейных уравнений. Так, применяя метод Некарасова [9], для решения уже полученной нами естественным путем системы двух матричных уравнений (28), (29), можно построить итерационный процесс, соответствующий следующей схеме:

$$\langle J_{1m} \rangle^{(k)} + \tilde{P}_m \langle J_{1m} \rangle^{(k)} - \tilde{L}_m^{12} \langle J_{2m} \rangle^{(k)} = 2 \langle J_{1m}^n \rangle; \quad (32)$$

$$\langle J_{2m} \rangle^{(k)} + \frac{1}{2} \tilde{\Pi}_m \langle J_{2m} \rangle^{(k)} + \frac{1}{2} \tilde{L}_m^{21} \langle J_{1m} \rangle^{(k-1)} = \langle J_{2m}^n \rangle. \quad (33)$$

За нулевое приближение берется $\langle J_{1m} \rangle^{(0)} = (I + \tilde{P}_m)^{-1} 2 \langle J_{1m}^n \rangle$, что соответствует току на поверхности идеально проводящего тела в отсутствие диэлектрической оболочки.

При расчетах на каждом шаге итераций требуется лишь произвести умножение найденных на предыдущем шаге столбцов токов на обратные матрицы, соответствующие возбуждению одиночных идеально проводящего и диэлектрического тел,

$$\langle J_{2m} \rangle^{(k)} = \left(I + \frac{1}{2} \tilde{\Pi}_m \right)^{-1} \left(\langle J_{2m}^n \rangle - \frac{1}{2} \tilde{L}_m^{21} \langle J_{1m} \rangle^{(k-1)} \right); \quad (34)$$

$$\langle J_{1m} \rangle^{(k)} = (I + \tilde{P}_m)^{-1} (2 \langle J_{1m}^n \rangle + \tilde{L}_m^{12} \langle J_{2m} \rangle^{(k)}). \quad (35)$$

При наличии готовых программ для решения на ЭВМ задач возбуждения идеально проводящего [4] и диэлектрического [5] тел организовать такой итерационный процесс не представляет особого труда. Постоянно используемые при этом обратные матрицы $(I + \tilde{P}_m)^{-1}$ и $\left(I + \frac{1}{2} \tilde{\Pi}_m \right)^{-1}$, естественно, вычисляются только один раз и хранятся в памяти ЭВМ.

Процесс итераций продолжается до тех пор, пока два последовательных приближения не будут отличаться на сколь угодно малую заданную величину. Достаточные условия сходимости данного итерационного процесса, обобщенные на случай блочных итераций, имеют вид [8, 9]

$$\| (I + \tilde{P}_m)^{-1} \tilde{L}_m^{12} \| < 1; \quad (36)$$

$$\left\| \left(I + \frac{1}{2} \tilde{\Pi}_m \right)^{-1} \tilde{L}_m^{21} \right\| < 1, \quad (37)$$

где знак $\| \|$ означает норму матрицы. При вычислениях на ЭВМ выполнение условий (36), (37) проверяется до начала итерационного процесса.

С физической точки зрения данный итерационный процесс описывает электромагнитное возбуждение двух тел (одно внутри другого) как последовательность воздействий, оказываемых попеременно обоими телами друг на друга (множественное рассеяние) [10]. Такой подход был применен еще Шварцшильдом [11] при решении им задачи дифракции на щели в бесконечной идеально проводящей плоскости. Из физических соображений следует, что скорость сходимости итерационного процесса возрастает с увеличением расстояния между поверхностями идеально

проводящего тела и диэлектрической оболочки, особенно при наличии в оболочке поглощения. Расчеты подтверждают этот вывод.

ПРИМЕРЫ РАСЧЕТА

Для иллюстрации изложенной методики рассмотрим возбуждение идеально проводящего тела вращения с диэлектрической оболочкой тонкой азимутальной щелью с нулевой вариацией по φ . Этот случай соответствует ТМ-возбуждению нулевой азимутальной гармоники ($m=0$, формулы (13) — (23)). Первичные токи следующим образом выражаются через магнитный ток щели:

$$J_{1,20\varphi}^{\text{п}} = L_{014} \hat{J}_{0\varphi}^{\text{ст}} \Delta \psi'_{\text{щ}}; \quad (38)$$

$$\hat{J}_{20\varphi}^{\text{п}} = L_{044} \hat{J}_{0\varphi}^{\text{ст}} \Delta \psi'_{\text{щ}}, \quad (39)$$

где

$$L_{044} = \{ [\cos \theta_2 (z_2 z'_1) + (\sin \theta_2) R_2] Q_1 - \sin \theta_2 (R'_1 Q_0) \} x^3 R'_1. \quad (40)$$

Решение уравнений (13) — (15) проводилось на ЭВМ методом блочных итераций с использованием имеющихся программ для расчета возбуждения идеально проводящего и диэлектрического тел.

На рис. 2 приводится распределение амплитуды и фазы плотности тока на поверхности идеально проводящего шара радиуса $R=4$ без оболочки и при наличии диэлектрической оболочки с проницаемостью

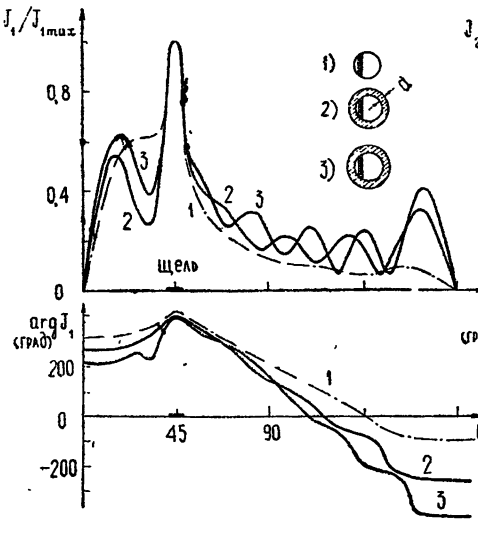


Рис. 2. Распределение плотности тока на идеально проводящем шаре, покрытом слоем диэлектрика с $\varepsilon = 2,25$; 1) $R = 4$; 2) $R = 4$, $d = 1,18$; 3) $R = 4$, $d = 2,1$; $\theta_{\text{щ}} = 45^\circ$; $\Delta\theta_{\text{щ}} = 6^\circ$.

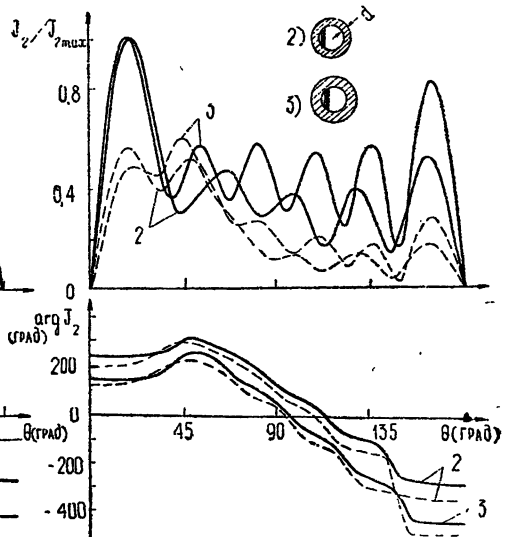


Рис. 3. Распределение плотностей токов на внешней поверхности диэлектрической оболочки шара; $\varepsilon = 2,25$; 2) $R = 4$, $d = 1,18$; 3) $R = 4$, $d = 2,1$; $\theta_{\text{щ}} = 45^\circ$; $\Delta\theta_{\text{щ}} = 6^\circ$; ——— $J_2^{\text{п}}$; - - - $J_M^{\text{п}}$.

$\varepsilon = 2,25$ и толщиной $d = 1,18$, $d = 2,1$. Центр щели располагался при $\theta_{\text{щ}} = 45^\circ$, а ширина щели $\Delta\theta_{\text{щ}}$ составляла 6° . При отсутствии оболочки амплитуда плотности тока быстро падает к полюсам, а фаза меняется почти линейно. Появление слоя существенно меняет распределение плотности тока. Появляется заметная отраженная волна, причем при увеличении толщины слоя амплитуда отраженной волны увеличивается.

Данный расчет (при $d = 2,1$) сравнивался с результатом, полученным Воловским [12] по методу собственных функций. Сравнение показало хорошее совпадение результатов. На рис. 3 при тех же параметрах дано распределение плотностей электрического и магнитного токов на внешней поверхности диэлектрической оболочки. На рис. 4 представлены

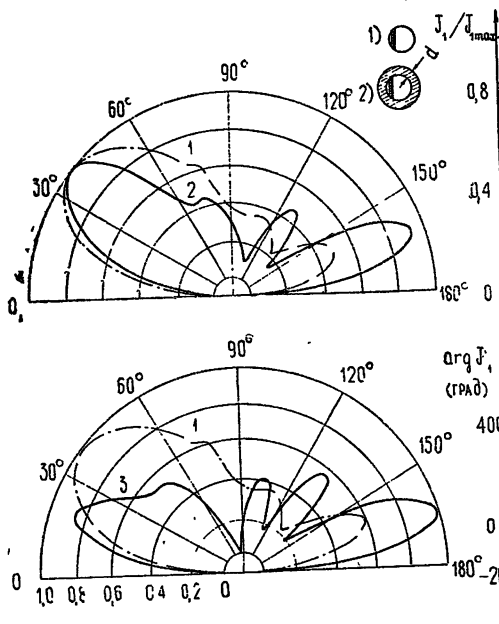


Рис. 4. Диаграммы направленности кольцевой щели на идеально проводящем шаре с диэлектрическим слоем; $\epsilon = 2,25$; $\theta_{щ} = 45^\circ$; $\Delta\theta_{щ} = 6^\circ$; 1) $R=4$; $d=1,18$; 2) $R=4$; $d=1,18$; 3) $R=4$; $d=2,1$; — диаграмма шара со слоем, - - - - - диаграмма в отсутствие слоя.

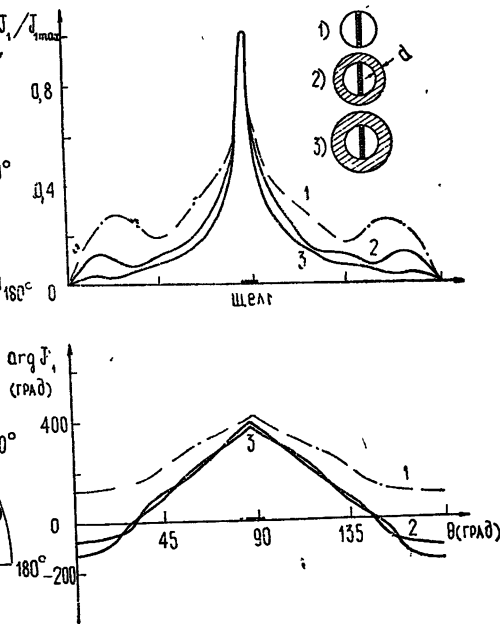


Рис. 5. Распределение плотности тока на идеально проводящем шаре, покрытом слоем диэлектрика с потерями; $\epsilon = 2,25 - i$; $\theta_{щ} = 87^\circ$; $\Delta\theta_{щ} = 6^\circ$; 1) $R=4$; 2) $R=4$, $d = 1,18$; 3) $R=4$, $d = 2,1$.

диаграммы направленности, рассчитанные по приведенным распределениям токов на поверхности оболочки. Здесь же для сравнения приведена диаграмма направленности шара без слоя. Можно видеть, что диэлектрический слой существенно искажает диаграмму направленности шара.

О влиянии потерь в слое можно судить по рис. 5, 6, 7, где при том же радиусе шара и тех же толщинах оболочки диэлектрическая проницаемость оболочки взята равной $\epsilon = 2,25 - i$. Центр щели располагался при $\theta_{щ} = 87^\circ$, $\Delta\theta_{щ} = 6^\circ$. Сравнение с распределением плотности тока на шаре без оболочки (рис. 5) показывает, что при наличии слоя с потерями амплитуда тока спадает более резко, а фазовая скорость уменьшается.

На рис. 8, 9, 10 приведены распределения плотностей токов и диаграмма направленности идеально проводящего цилиндра конечной длины с цилиндрической поглощающей оболочкой $\epsilon = 2,25 - i$. Торцы цилиндра и оболочки предполагались плоскими, кромки между цилиндрическими торцовыми поверхностями скруглялись дугами малого радиуса. Радиус идеально проводящего цилиндра $a = 0,9$, длина $l = 16$. Радиус диэлектрического цилиндра $b = 1,9$, длина $L = 23,7$. Расстояние между левыми торцами цилиндров составляет $\Delta = 1$. Щель располагалась примерно в центре идеально проводящего цилиндра. На идеально проводящем цилиндре без слоя распределение плотности тока представ-

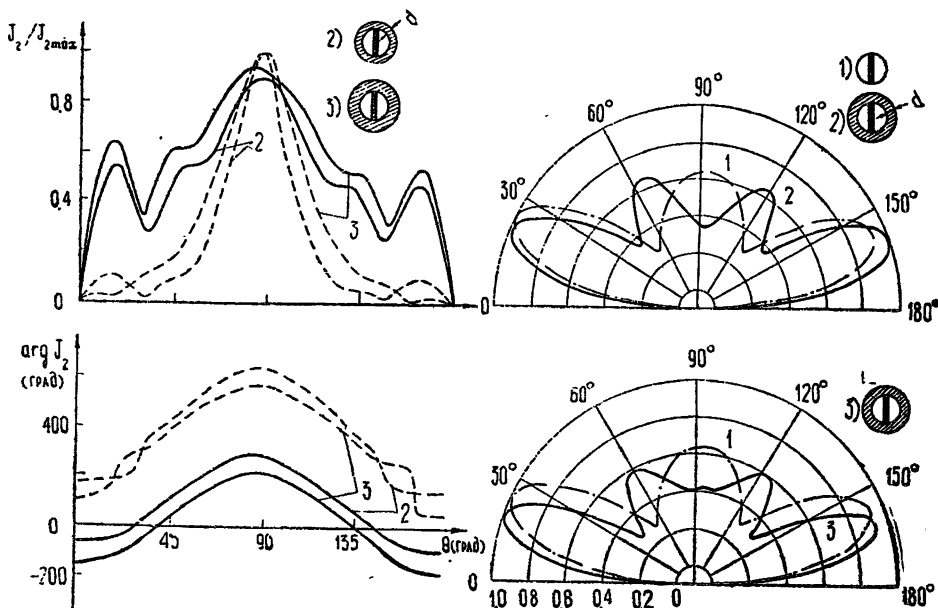


Рис. 6. Распределение плотностей токов на внешней поверхности поглощающей оболочки идеально проводящего шара; $\epsilon = 2,25 - i$; 2) $R = 4$, $d = 1,18$; 3) $R = 4$, $d = 2,1$; $\theta_{\text{ш}} = 87^\circ$; $\Delta\theta_{\text{ш}} = 6^\circ$; — — — J^0 ; — — — J^{δ} .

Рис. 7. Диаграммы направленности кольцевой щели на идеально проводящем шаре с поглощающей оболочкой; $\epsilon = 2,25 - i$; 1) $R = 4$; 2) $R = 4$, $d = 1,18$; 3) $R = 4$; $d = 2,1$; $\theta_{\text{ш}} = 87^\circ$; $\Delta\theta_{\text{ш}} = 6^\circ$; — — — диаграмма шара со слоем; — — — — диаграмма в отсутствие слоя.

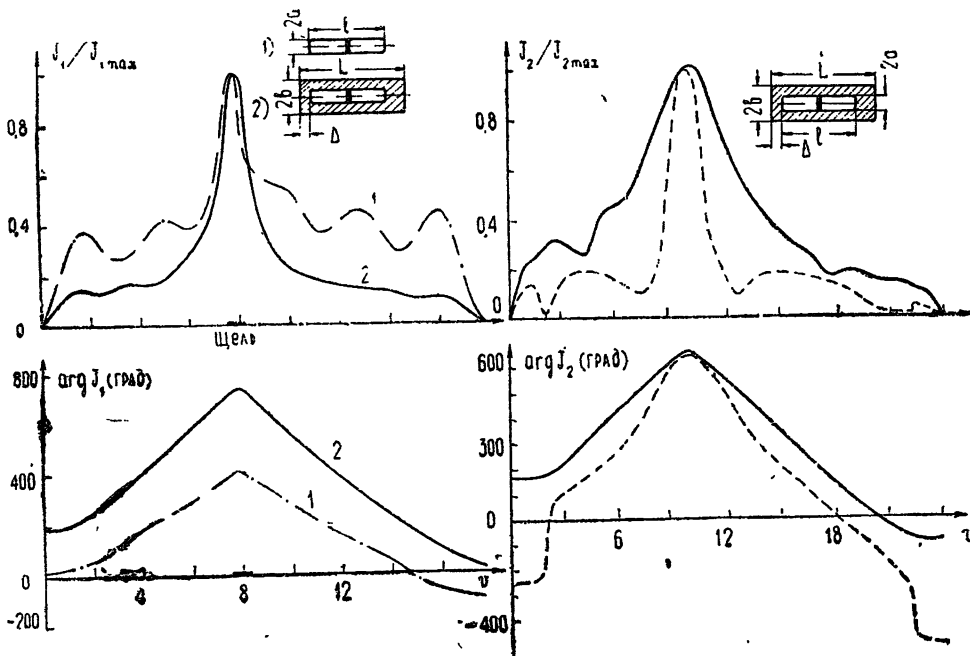


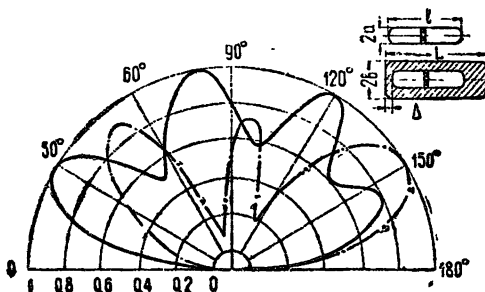
Рис. 8. Распределение плотности тока на конечном идеально проводящем цилиндре с поглощающей оболочкой; $\epsilon = 2,25 - i$; 1) $a = 0,9$, $l = 16$; 2) $a = 0,9$, $l = 16$, $b = 1,9$, $L = 20$, $\Delta = 1$.

Рис. 9. Распределение плотностей токов на внешней поверхности поглощающей оболочки идеально проводящего цилиндра; $\epsilon = 2,25 - i$; $a = 0,9$; $l = 16$; $b = 1,9$; $L = 23,7$; $\Delta = 1$; — — — J^0 ; — — — — J^{δ} .

ляет собой суперпозицию волн, падающих от щели и отраженных от торца. Наличие поглощающего слоя приводит к резкому спадаанию амплитуды тока к торцам цилиндра.

Проведенные расчеты показывают, что сходимость итерационного процесса существенно зависит от параметров диэлектрического покры-

Рис. 10. Диаграмма направленности кольцевой щели на идеально проводящем цилиндре с поглощающей оболочкой; $\epsilon = 2,25 - i$; $a = 0,9$; $l = 16$; $b = 1,9$; $L = 20$; $\Delta = 1$; — — — диаграмма цилиндра со слоем; — — — диаграмма в отсутствие слоя.



тия—диэлектрической проницаемости и толщины. С увеличением толщины и введением потерь скорость сходимости значительно увеличивается.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. А. Фок, ЖЭТФ, 15, 693 (1945).
2. С. Müller, Math. Annalen, 123, 345 (1951).
3. С. Müller, Grundprobleme der mathematischen Theorie der elektromagnetischen Schwingungen, Berlin, 1957.
4. Е. Н. Васильев, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 2, № 4, 588 (1959).
5. Е. Н. Васильев, Л. Б. Материкова, ЖТФ, 35, вып. 10, 1817 (1965).
6. Е. Н. Васильев, Журн. ВММФ, 5, № 5, 841 (1965).
7. Л. В. Конторович, В. И. Крылов, Приближенные методы высшего анализа, Гостехиздат, М., 1952.
8. Л. Коллатц, Функциональный анализ и вычислительная математика, изд. Мир, М., 1969.
9. Д. К. Фаддеев, В. Н. Фаддеева, Вычислительные методы линейной алгебры, Физматгиз, М., 1960.
10. Х. Хёйл, А. Мауэ, К. Вестпаль, Теория дифракции, изд. Мир, М., 1964.
11. К. Schwarzschild, Math. Annalen, 55, № 2, 177 (1902).
12. В. Н. Воловский, Н. П. Мирончева, Тезисы докладов III Всесоюзного Симпозиума по дифракции волн, Тбилиси, 1964 г.

Московский энергетический институт

Поступила в редакцию
14 октября 1970 г.

EXCITATION OF PERFECTLY CONDUCTING BODY OF ROTATION COVERED WITH A DIELECTRIC LAYER

E. N. Vasil'ev, L. B. Materikova

The excitation of a perfectly conducting body of rotation covered with a dielectric layer with an arbitrary complex dielectric permittivity is expressed through the system of three integral equations relative to equivalent currents flowing on the surface of the body and the outer surface of the dielectric layer. The system of equations is numerically solved by the electron computer. The method of block iterations is applied to simplify the algorithm of solution. The examples of calculation are given.