ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XIV, № 8 РАДИОФИЗИКА 1971

УДК 621.372.8

О РАЗЛОЖЕНИИ ПОЛЕЙ ОТКРЫТЫХ ВОЛНОВОДОВ ПО СОБСТВЕННЫМ И НЕСОБСТВЕННЫМ ВОЛНАМ

В. В. Шевченко

На примере открытого слоистого волновода показано, что для открытых волноводов может быть построено полное разложение поля по системе волн, содержащей в качестве элементов собственные и несобственные волны. Спектр волн, как и в случае разложения по собственным волнам, является смешанным (дискретно-непрерывным), а система волн оказывается ортогональной при интегрировании по специально выбранному контуру в комплексной плоскости поперечной координаты. Данное разложение является более удобным, чем разложение по собственным волнам, в тех случаях, когда в задачах о возбуждении волн или о прохождении волн через неоднородности представляют интерес только направляемые волноводом волны (собственные и несобственные).

1. В работах [1] было предложено анализировать поля открытых волноводов с помощью разложения по системе ортогональных собственных волн со смешанным (дискретно-непрерывным) спектром. Такое разложение позволило обобщить методы теории закрытых (полых) волноводов и применить их к открытым волноводам, сначала к двумерным [1, 2], а затем и к трехмерным [3—5]. В данной работе предлагается некоторая модификация разложения по ортогональной системе волн со смешанным спектром, в которой наряду с собственными (поверхностными и др.) волнами в дискретную часть спектра включаются также несобственные (вытекающие) волны (терминологию см., например, в [6, 7]). Такое модифицированное разложение оказывается более удобным, так как позволяет вычислять амплитуды несобственных волн непосредственно, а не через интеграл по непрерывной части спектра с последующим выделением этих волн из-под интервала в качестве вычетов, как это делается в [2, 4, 5, 8].

2. Рассмотрим модифицированное разложение на примере анализа двумерного поля E-волн открытого слоистого волновода [2, 4]. Поле считаем стационарным, зависящим от времени по закону $\exp(i\omega t)$. Геометрия волновода представлена на рис. 1. Относительная диэлектрическая проницаемость $\varepsilon = \varepsilon(y)$ является в общем случае кусочно-непрерывной функцией внутри волновода ($|y|<b$) и равна единице ($\varepsilon=1$) вне его ($|y|>b$). Для простоты будем считать в дальнейшем, что имеет место симметрия диэлектрической проницаемости относительно плоскости $y=0$, т. е. $\varepsilon(-y)=\varepsilon(y)$.

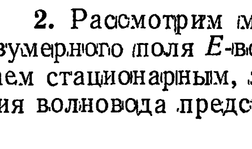

Рис. 1.

В качестве исходного разложения возьмем разложение составляющей поля H_x по собственным волнам такого волновода (см. формулу (23) в [2] либо формулу (12, 23) в [4]):

$$H_x = \psi(y, z) = \sum \Big[\sum_n B_{\pm n} \Psi_n(y) \exp(\mp i h_n z) + \int_0^\infty B_\pm(\varkappa) \Psi(\varkappa, y) \exp(\mp i h(\varkappa) z) d\varkappa \Big], \tag{1}$$

где первый знак суммы означает суммирование по четным и нечетным волнам; $n = 1, 2, 3, \ldots$; верхний знак относится к полю справа от источников ($z > z_2$), а нижний — к полю слева от источников ($z < z_1$).

Свойства данного разложения и его элементов подробно исследованы в [2, 4], поэтому мы ограничимся здесь лишь краткими пояснениями и изложением результатов, необходимых для дальнейшего рассмотрения. В сумму по n входят волны дискретной части спектра (поверхностные волны и собственные комплексные волны), поперечные волновые числа $\varkappa_n = (k^2 - h_n^2)^{1/2}$ которых располагаются в нижней половине комплексной плоскости $\varkappa = \varkappa' + i\varkappa''$ (рис. 2). Под интегралом стоят волны непрерывной части спектра $(\varkappa = (k^2 - h^2)^{1/2})$, которая заполняет полуось $(0, \infty)$.

Система волн, входящих в данное разложение, является полной в том смысле, что с помощью этого разложения можно выразить полное поле, возбуждаемое источниками (конечными и с ограниченной мощностью), расположенными в таком волноводе или вблизи него, включая направляемые волноводом волны, волны, уходящие в открытое пространство, и поле, локализованное вблизи источника. Функции поперечного сечения $\Psi_n(y)$, $\Psi(\varkappa, y)$ собственных волн, по которым производится разложение, удовлетворяют уравнению

$$\varepsilon \frac{d}{dy}\left(\frac{1}{\varepsilon}\frac{d\Psi}{dy}\right) + k^2(\varepsilon - 1)\Psi + \varkappa^2\Psi = 0 \tag{2}$$

и условию ограниченности на бесконечности в поперечном направлении

$$\lim_{|y|\to\infty} |\Psi(y)| < C, \tag{3}$$

где C — постоянная ($C < \infty$).

Вне волновода (при $y > b$, $y < -b$) они могут быть представлены в виде

$$\Psi_n(y) = v_\pm(\varkappa_n) \exp(\mp i \varkappa_n y),$$
$$\Psi(\varkappa, y) = v_\pm(\varkappa) \cos \varkappa y - w_\pm(\varkappa) \sin \varkappa y \tag{4а}$$

либо

$$\Psi_n(y) = v^0_\pm(\varkappa_n) \exp[\mp i \varkappa_n (y \mp b)],$$
$$\Psi(\varkappa, y) = v^0_\pm(\varkappa) \cos \varkappa (y \mp b) - w^0_\pm(\varkappa) \sin \varkappa (y \mp b), \tag{4б}$$

где

$$v_\pm = v^0_\pm \cos \varkappa b \pm w^0_\pm \sin \varkappa b, \quad w_\pm = w^0_\pm \cos \varkappa b \mp v^0_\pm \sin \varkappa b; \tag{5}$$

$$v^0_\pm(\varkappa) = \Psi(\varkappa, \pm b), \quad w^0_\pm(\varkappa) = -\frac{1}{\varkappa}\frac{d\Psi}{dy}\Big|_{y=\pm(b+0)} = -\frac{1}{\varepsilon\varkappa}\frac{d\Psi}{dy}\Big|_{y=\pm(b-0)}. \tag{6}$$

Для функций $v(\varkappa)$, $w(\varkappa)$ возможно также интегральное представление через значение функции поперечного сечения внутри волновода [2, 4]. Очевидно, что для четных волн $v^0_+ = v^0_- = v_0$, $w^0_+ = -w^0_- = w_0$, а для нечетных $v^0_+ = -v^0_- = v_0$, $w^0_+ = w^0_- = w_0$. Такие же соотношения имеют место для $v(\varkappa)$, $w(\varkappa)$.

Дисперсионное уравнение для поперечных волновых чисел $\varkappa_n$ волн дискретной части спектра получается в виде

$$v(\varkappa_n) + iw(\varkappa_n) = 0 \tag{7а}$$

или

$$v_0(\varkappa_n) + iw_0(\varkappa_n) = 0. \tag{7б}$$

Последнее уравнение можно также переписать в виде

$$\left.\frac{d\Psi}{dy}\right|_{y=b-0} + i\varkappa\varepsilon(b-0)\,\Psi(b) = 0. \tag{8}$$

Функции поперечного сечения обладают свойством ортогональности;

$$\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\varepsilon}\,\Psi_n\Psi_m dy = N_n^2\delta_{nm}, \quad \int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\varepsilon}\,\Psi_n\Psi(\varkappa)dy = 0,$$

$$\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\varepsilon}\,\Psi(\varkappa)\Psi(\tilde{\varkappa})dy = N^2(\varkappa)\,\delta(\varkappa-\tilde{\varkappa}), \tag{9}$$

где нормирующие величины (нормы) равны

$$N_n^2 = \int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\varepsilon}\,\Psi_n^2 dy = \int\limits_{-b}^{b} \frac{1}{\varepsilon}\,\Psi_n^2 dy + \frac{v_0^2(\varkappa_n)}{i\varkappa_n},$$

$$N^2(\varkappa) = \pi(v^2 + w^2) = \pi(v_0^2 + w_0^2), \tag{10}$$

причем

$$\left.\frac{dN^2(\varkappa)}{d\varkappa}\right|_{\varkappa=\pm\varkappa_n} = 2\pi i N_n^2. \tag{11}$$

Свойства полноты и ортогональности системы волн, входящих в разложение (1), позволяют решать задачи о возбуждении волноводов, о прохождении волн через неоднородности (нерегулярности) и др., используя хорошо развитый аппарат теории закрытых (полых) волноводов [9—11]. Например, в случае возбуждения такого волновода заданным источником (магнитным током) для коэффициентов разложения (1), вычисленных методом Фельда—Заксона, получаются следующие выражения:

$$B_{\pm n} = \frac{A}{h_n N_n^2}\iint\limits_S f(y, z)\,\Psi_n(y)\exp(\pm i h_n z)dydz,$$

$$B_{\pm}(\varkappa) = \frac{A}{h(\varkappa)N^2(\varkappa)}\iint\limits_S f(y, z)\Psi(\varkappa, y)\exp(\pm i h(\varkappa) z)dydz, \tag{12}$$

где $A = -kI^{\mu}/2Z_0$, k и Z_0 — волновое число и волновое сопротивление плоской волны в свободном пространстве, I^{μ} — амплитуда магнитного тока, $f(y, z)$ — функция распределения тока по площади S, занимаемой источником.

3. Поле, излучающееся из волновода, учитывается в разложении (1) интегралом. В ряде случаев при излучении поля из открытого волновода возникают резонансные явления, приводящие к тому, что часть поля не сразу выходит в открытое пространство, а лишь после ряда переотражений от границ волновода или от слоев внутри волновода.

При этом образуются волновые структуры (волны), сходные с собственными волнами дискретной части спектра. Если погонные потери на излучение таких волн вдоль оси волновода оказываются малыми, то их можно наряду с слабозатухающими (из-за тепловых потерь) собственными (поверхностными) волнами рассматривать как волны, направляемые волноводом. Такие волны называются квазиволноводными или вытекающими, а также несобственными или неспектральными, так как их волновые числа не входят в спектр разложения по собственным волнам [6–8].

Поперечные волновые числа $\varkappa_\nu$ несобственных волн являются решениями того же дисперсионного уравнения (7), что и поперечные волновые числа $\varkappa_n$ собственных волн дискретной части спектра, но они имеют положительную мнимую часть и поэтому располагаются в верхней половине комплексной плоскости $\varkappa$ (рис. 2). Для того, чтобы выделить эти волны в явном виде, нужно продеформировать контур интегрирования в верхнюю полуплоскость так, чтобы он прошел над значением $\varkappa_\nu$ (контур Γ_ν на рис. 2). Интеграл при этом преобразуется к виду

$$\int\limits_0^\infty \frac{D_\pm(\varkappa)\Psi(\varkappa, y)}{hN^2(\varkappa)} e^{\mp ihz} d\varkappa = \int\limits_{\Gamma_\nu} \frac{D_\pm(\varkappa)\Psi(\varkappa, y)}{hN^2(\varkappa)} e^{\mp ihz} d\varkappa + \frac{D_\pm(\varkappa_\nu)\Psi(\varkappa_\nu, y)}{h_\nu N_\nu^2} \exp(\mp ih_\nu z). \tag{13}$$

Здесь введены обозначения

$$D_\pm(\varkappa) = A \iint\limits_S f(y, z)\, \Psi(\varkappa, y) \exp(\pm ihz) dy dz; \tag{14}$$

$$N_\nu^2 = \frac{1}{2\pi i} \left.\frac{dN^2(\varkappa)}{d\varkappa}\right|_{\varkappa=\varkappa_\nu} \tag{15}$$

и предположено, что $N^2(\varkappa) = \pi(v + iw)(v - iw)$ имеет нуль первого порядка в точке $\varkappa = \varkappa_\nu$, где $\varkappa_\nu$ является решением дисперсионного уравнения $v + iw = 0$. Несобственная волна таким образом выделяется в качестве вычета в полюсе $\varkappa = \varkappa_\nu$.

При $|y| > b$ функция $\Psi(\varkappa, y)$ имеет вид

$$\Psi(\varkappa_\nu, y) = v_\pm(\varkappa_\nu)\exp(\mp i\varkappa_\nu y) = v^0_\pm(\varkappa_\nu)\exp[\mp i\varkappa_\nu(y - b)],$$

а поскольку $\varkappa_\nu'' > 0$, то она неограниченно возрастает при $|y| \to \infty$. В результате выделенная несобственная волна оказывается неортогональной к остальным волнам, и поэтому ее амплитудный коэффициент нельзя вычислять непосредственно, как вычисляются аналогичные коэффициенты для собственных волн. По этой же причине норма функции поперечного сечения несобственной волны не может быть рассчитана путем интегрирования по сечению $\Psi^2(\varkappa_\nu, y)$. С другой стороны, в точности совпадающие по форме выражения для амплитудных коэффициентов собственных и несобственных волн наводят на мысль о том, что должен существовать способ непосредственного вычисления этих коэффициентов и для несобственных волн. Ниже излагается такой способ. Его ценность заключается в том, что в тех случаях, когда в задачах о возбуждении волн, о преобразовании волн на неоднородностях и др. представляют интерес только направляемые волноводом волны (собственные и несобственные), он позволяет не рассматривать интеграла (достаточно лишь помнить о его существовании).

4. Продеформируем контур интегрирования в разложении (1) в верхнюю комплексную полуплоскость $\varkappa$, так чтобы он пошел под углом γ к действительной оси (рис. 2, контур $\Gamma_\gamma + \Gamma_\infty$). Можно показать, что для поля внутри волновода, а также вне волновода в областях $z - z_2 > (y - b)\operatorname{tg}\gamma$ и $z - z_1 < -(y - b)\operatorname{tg}\gamma$ интеграл по дуге Γ_∞ при удалении ее в бесконечность обращается в нуль. В качестве вычетов в данном случае из-под интеграла выделятся члены двух типов. Одни — соответствующие, как в (13), решениям уравнения $v(\varkappa) + iw(\varkappa) = 0$, другие — решениям уравнения $v(\varkappa) - iw(\varkappa) = 0$ (так как $N^2(\varkappa) = \pi\,(v + iw)\,(v - iw)$). Однако поскольку $v(-\varkappa) = v(\varkappa)$, $w(-\varkappa) = -w(\varkappa)$, что следует из (6) (см. также [2, 4]), то второе уравнение можно переписать в виде дисперсионного уравнения: $v(-\varkappa) + iw(-\varkappa) = 0$). Учитывая это, можно сказать, что из-под интеграла выделятся, во-первых, члены, соответствующие несобственным волнам, волновые числа $\varkappa_\nu$ которых расположены между положительной полуосью $\varkappa'$ и контуром Γ_γ, и, во-вторых, члены, соответствующие собственным волнам, волновые числа которых $\varkappa_m$ расположены между отрицательной полуосью $\varkappa'$ и продолжением контура Γ_γ в третий квадрант (рис. 2). Поскольку при деформации контура обход полюсов $\varkappa_m$ будет происходить по часовой стрелке, то выделенные из-под интеграла собственные волны будут иметь отрицательный знак, т. е. знак, обратный знаку соответствующей собственной волны, стоящей в разложении (1) под знаком суммы. Эти собственные волны из разложения выпадут или, другими словами, будут введены под знак интеграла. Таким образом, разложение примет вид

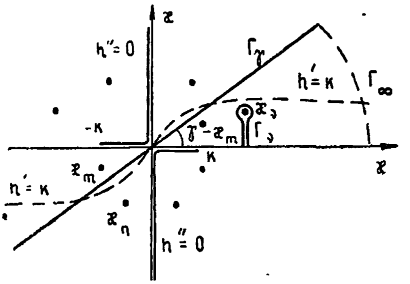

Рис. 2.

$$\psi(y, z) = \sum \Big[\sum_n B_{\pm n} \Psi_n(y) \exp(\mp i h_n z) + \int_{\Gamma_\gamma} B_\pm(\varkappa) \Psi(\varkappa, y) e^{\mp i h z} d\varkappa \Big], \qquad (16)$$

причем под знаком суммы по n стоят теперь собственные и несобственные волны, волновые числа $\varkappa_n$ которых расположены под прямой $\varkappa'' = \varkappa' \operatorname{tg}\gamma$. В частности, при $\gamma = \pi/4$ под знак суммы попадут все вытекающие (прямые ($h_n' > 0$), быстрые ($h_n' < k$) несобственные волны), волны, волновые числа которых находятся между положительной полуосью и пунктирной кривой $h'(\varkappa) = k$ (рис. 2).

Функции сечения $\Psi_n(\varkappa)$, $\Psi(\varkappa, y)$ волн, стоящих в разложении (16), разумеется, неортогональны в смысле (10), но для них имеет место ортогональность следующего вида:

$$\int_{L_\gamma} \frac{1}{\varepsilon} \Psi_n \Psi_m dy = N_n^2 \delta_{nm}, \qquad \int_{L_\gamma} \frac{1}{\varepsilon} \Psi_n \Psi(\varkappa) dy = 0,$$
$$\int_{L_\gamma} \frac{1}{\varepsilon} \Psi(\varkappa) \Psi(\tilde{\varkappa}) dy = N^2(\varkappa) \delta(\varkappa - \tilde{\varkappa}). \qquad (17)$$

Здесь контур интегрирования проходит в комплексной плоскости $y = y' + iy''$ так, как показано на рис. 3, с началом в $-Y - \infty\, e^{-i\gamma}$ и концом в $Y + \infty\, e^{-i\gamma}$, где $b \leqslant Y < \infty$. Интервал $(-Y, Y)$ выбирается так, чтобы он включил, во-первых, сам волновод и, во-вторых, источники возбуждения. В частном случае, когда источники находятся внутри волновода, $Y = b$. Нормировочные величины равны

$$N_n^2 = \int\limits_{L_\gamma} \frac{1}{\varepsilon} \Psi_n^2 dy = \int\limits_{-b}^{b} \frac{1}{\varepsilon} \Psi_n^2 dy + \frac{v_0^2(\varkappa_n)}{i\varkappa_n},$$
$$N^2(\varkappa) = \pi[v^2(\varkappa) + w^2(\varkappa)] = \pi[v_0^2(\varkappa) + w_0^2(\varkappa)]. \tag{18}$$

При этом для них справедливо соотношение (11). Таким образом, для собственных волн норма N_n^2 совпадает с нормой (10), а для несобственных волн—с нормой (15).

Доказательство ортогональности (17), вычисление нормирующих величин (18) и соотношения между ними вида (11) проводятся точно так же, как доказывались аналогичные соотношения (9)—(11) для собственных волн в работах [2, 4]. При этом нужно лишь учесть, что для волн, стоящих под знаком суммы, волновые числа $\varkappa_n$ которых, как уже говорилось, расположены под прямой $\varkappa'' = \varkappa' \operatorname{tg}\gamma$, функция $\Psi_n(y) = v_\pm(\varkappa_n)\exp(\mp i\varkappa_n y) \to 0$ при $y \to \pm Y \pm \infty e^{-i\gamma}$, а для волн, стоящих под знаком интеграла, волновые числа $\varkappa$ которых располагаются на самой прямой $\varkappa'' = \varkappa' \operatorname{tg}\gamma$ (вдоль контура Γ_γ), $\Psi(\varkappa, y)$ при $y \to \pm Y \pm \infty e^{-i\gamma}$ является чисто колеблющейся функцией (не возрастающей и не убывающей, такой, как $\Psi(\varkappa, y)$ для $\varkappa = \varkappa'$ при $y \to \pm\infty$), поскольку $\varkappa(y - Y)$ — величина действительная:

$$\varkappa(y - Y) = |\varkappa| e^{i\gamma} |y - Y| e^{-i\gamma} = |\varkappa| \, |y - Y|. \tag{19}$$

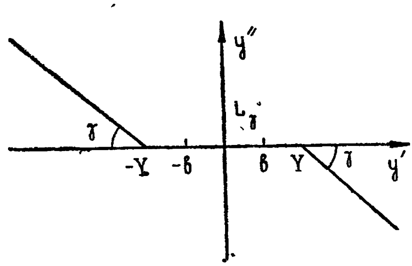

Рис. 3.

С помощью ортогональности (17) при решении задачи о возбуждении волн заданным током для коэффициентов $B_{\pm n}$, $B_\pm(\varkappa)$ разложения (16) сразу получаются выражения вида (12), причем как для собственных, так и для несобственных волн. Аналогично в задачах о преобразовании направляемых волн на неоднородностях амплитуды несобственных волн могут рассчитываться методом поперечных сечений [11, 4] на равных правах с амплитудами собственных волн. Но, как уже говорилось, это касается лишь волн, для которых $\varkappa_n$ располагаются под прямой $\varkappa'' = \varkappa' \operatorname{tg}\gamma$.

Из нашего построения (рис. 2) видно, что γ может изменяться только в пределах $(0, \pi/2)$, так как дальнейшему увеличению γ мешает разрез в плоскости $\varkappa$. Из этого следует, в частности, что нельзя, например, последовательной деформацией контура Γ_γ получить ортогональное разложение, в котором под знаком суммы одновременно стояли бы несобственные волны с волновыми числами $\varkappa$, из первого и второго квадрантов, т. е. прямые и обратные несобственные волны.

5. В заключение отметим, что открытый слоистый волновод является очень удобной моделью для исследования принципиальных и математических особенностей теории открытых волноводов. Как уже отмечалось в [2], в таком волноводе в общем случае могут существовать практически все виды волновых структур (волн), которые характерны для открытых волноводов. В то же время математический аппарат исследования этих волновых структур оказывается достаточно простым даже при самых общих предположениях относительно параметров волновода.

На примере открытого слоистого волновода интересно провести сравнение двух возможных, с математической точки зрения, подходов к построению общей теории открытых волноводов. Начальным толчком для изложенной в данной работе (см. также [1–4]) теории послужила математическая теория спектрального разложения по собственным функциям сингулярной самосопряженной задачи Штурма — Лиувилля [12]. Нетрудно убедиться [4], что уравнение (2) при $\varepsilon = \mathrm{Re}\,\varepsilon > 0$ вместе с условием (3) представляет собой именно такую задачу для функций поперечного сечения. При отрицательных или комплексных значениях ε задача перестает быть самосопряженной, но в данном случае это оказывается не очень существенным, так как сохраняются два важных для теории волноводов свойства функций поперечного сечения: ортогональность и полнота системы этих функций. Правда, полнота в математическом плане, строго говоря, для случая $\varepsilon \neq \mathrm{Re}\,\varepsilon > 0$ не доказана, но с точки зрения описания физических полей можно считать, что такая полнота установлена, так как построенное на основе этих функций разложение по волнам учитывает все поля, которые могут существовать в открытых волноводах.

Возможен и другой подход к построению теории волн в открытых волноводах. Если интересоваться полем только внутри волновода, то уравнение (8) можно рассматривать как граничное условие, которое вместе с уравнением (2) составляет так называемую регулярную несамосопряженную граничную задачу [13], причем она будет несамосопряженной независимо от значения ε в уравнении (2) и в граничном условии (8). Несамосопряженным (и это очень существенно) даже при $\varepsilon = \mathrm{Re}\,\varepsilon > 0$ является граничное условие (8), содержащее в коэффициенте собственное число $\varkappa$.

Решение этой задачи дает более простую систему функций, включающую, согласно используемой нами терминологии, только функции сечения собственных и несобственных волн. Однако построенная на основе этих функций система волн не является полной. Действительно, если бы мы попытались получить разложение по системе только собственных и несобственных волн, например, из разложения (1) путем деформации контура интегрирования в плоскости $\varkappa$, то этого не удалось бы сделать, так как помимо этих волн в разложении обязательно остался бы интеграл по разрезу плоскости $\varkappa$.

Нетрудно убедиться также в том, что система функций поперечного сечения собственных и несобственных волн не является ортогональной при интегрировании только по ширине волновода. Действительно, при $m \neq n$ из (17) имеем

$$\int\limits_{L_\gamma} \frac{1}{\varepsilon} \Psi_n \Psi_m dy = \int\limits_{-b}^{b} \frac{1}{\varepsilon} \Psi_n \Psi_m dy + \frac{\Psi_n(b)\Psi_m(b) + \Psi_n(-b)\Psi_m(-b)}{i(\varkappa_n + \varkappa_m)} = 0,$$

откуда

$$\int\limits_{-b}^{b} \frac{1}{\varepsilon} \Psi_n \Psi_m dy = \frac{i[\Psi_n(b)\Psi_m(b) + \Psi_n(-b)\Psi_m(-b)]}{\varkappa_n + \varkappa_m}. \qquad (20)$$

Последнее выражение может равняться нулю лишь для четной и нечетной функций.

Таким образом, хотя подход к построению системы волн с точки зрения регулярной несамосопряженной теории на первый взгляд кажется более простым (получается лишь дискретный набор волн), при этом, однако, теряются важные свойства системы волн и, следовательно, разложения — полнота и ортогональность. Проведенное сравнение двух этих подходов показывает преимущества первого из них.

Автор выражает благодарность Б. З. Каценеленбауму и А. Д. Шатрову за обсуждение работы и ценные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. В. Шевченко, Акуст. ж., **9**, № 2, 215 (1963); № 3, 351 (1963).
2. В. В. Шевченко, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, **9**, № 1, 110 (1966).
3. В. В. Шевченко, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, **10**, № 2, 260 (1967).
4. В. В. Шевченко, Плавные переходы в открытых волноводах, изд Наука, М., 1969.
5. А. Б. Маненков, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, **13**, № 5, 739 (1970).
6. T. Tamir, A. A. Oliner, Proc. IEE, **B110**, № 2, 325 (1963).
7. В. В. Шевченко, Радиотехника и электроника, 14, № 10, 1768 (1969).
8. T. Tamir, A. A. Oliner, Proc. IEEE, **51**, № 2, 317 (1963).
9. Г. В. Кисунько, Электродинамика полых систем, изд. ВКАС, 1949.
10. Л. А. Вайнштейн, Электромагнитные волны, изд. Сов. радио, М., 1967.
11. Б. З. Каценеленбаум, Теория нерегулярных волноводов, изд. АН СССР, М., 1961.
12. Б. М. Левитан, И. С. Саргсян, Введение в спектральную теорию, изд. Наука, М., 1970.
13. C. L. Dolph, Bull. Amer. Mathem. Soc., **67**, № 1, 1 (1961) (перевод: К. Л. Дольф, Математика, **7**, № 1, 79 (1963).

Институт радиотехники и электроники
АН СССР

Поступила в редакцию
30 декабря 1970 г.

ON FIELD EXPANSION OF OPEN WAVEGUIDES OVER PROPER AND IMPROPER MODES

V. V. Shevchenko

The open stratified waveguide as an example, it is shown that the complete field expansion may be made in the wave system, containing proper and improper modes as the elements. The wave spectrum as in the case of expansion over proper modes is mixed (discrete-continuous) and the wave system appears to be orthogonal when integrating over the selected contour in the complex plane of the transverse coordinate. This expansion is more convenient than that over the proper modes when only waves (proper and improper) guided by the waveguide are of interest for wave excitation or wavetransmission through the inhomogeneities.