

УДК 539.188

## ОБ ИНТЕРФЕРЕНЦИИ НЕЗАВИСИМЫХ СВЕТОВЫХ ПУЧКОВ

*B. V. Митюгов, B. P. Морозов*

Показано, что результат недавних корреляционных опытов по обнаружению интерференции независимых фотонных пучков должен сильно меняться в зависимости от их статистических свойств. Найдены значения корреляций выходных отсчетов для потоков с различной статистикой. Теоретические расчеты совпадают с экспериментальными данными в случае пауссоновских пучков, а для лучей теплового происхождения корреляция исчезает, что тем не менее не исключает наличия интерференции между ними, поскольку пространственная периодичность корреляционной функции фотоотсчетов сохраняется.

Вопрос об интерференции световых лучей, испускаемых двумя различными источниками, в последние годы неоднократно привлекал внимание экспериментаторов [1–3] и теоретиков [4–7]. Причина этого интереса заключена, по-видимому, в том, что до изобретения когерентных источников света все интерференционные опыты основывались на использовании лучей, полученных расщеплением излучения от одного источника, когда качество интерференционной картины определяется лишь спектральными свойствами пучков, т. е. их интенсивностями и шириной полосы. Характер же интерференционной картины, созданной потоками света от независимых источников, как видно из самых юбших соображений [8], должен сильно зависеть от более тонких статистических характеристик излучения.

В работе [1] Мандель и Пфлипор привели экспериментальные результаты, указывающие на наличие интерференции между пучками света от двух независимых источников, что находится в удовлетворительном согласии с теоретическими выкладками тех же авторов, проведенными для стационарных пучков с пуассоновским распределением чисел фотонов. В то же время очевидно, что при использовании монохроматических пучков теплового происхождения результат подобного эксперимента оказался бы отрицательным. Однако отсюда еще нельзя было бы сделать вывод об отсутствии или наличии интерференции таких пучков—для этого нужен более детальный анализ пространственной периодичности корреляционной функции фотоотсчетов, который и является предметом настоящей статьи.

### 1. КОРРЕЛЯЦИЯ ФОТОНОВ И ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ

Рассмотрим два световых пучка, мощности которых сосредоточены в узком частотном интервале  $\Delta \omega$  близи частоты  $\omega$ . Если  $\tau$  — время наблюдения интерференционной картины, то излучение каждого из пучков удобно представить обычным способом в виде набора осцилляторов бегущих волн, налагая периодические граничные условия на границе куба с ребром  $L = c\tau$ . При этом, если  $\Delta \ll 2\pi/c\tau$  и интервал направлений волновых векторов в каждом из пучков  $\Delta k_{1,2} \ll 2\pi/c\tau$ , можно считать возбужденными лишь два осциллятора поля, однозначно поставив им в соответствие падающие пучки, вектор-потенциалы которых

$$A_j = \left( \frac{2\pi \hbar c^2}{\omega L^3} \right)^{1/2} e_{k_j} [\exp(ik_j r) a_j + \exp(-ik_j r) a_j^\dagger]. \quad (1)$$

Здесь  $j$  — номер пучка,  $a_j^\dagger$  и  $a_j$  — операторы рождения и уничтожения фотонов,  $e_{k_j}$  — единичный вектор поляризации.

Идея наблюдения интерференционной картины состоит в том, чтобы зафиксировать числа фотонов в некоторой совокупности световодных каналов, поля которых образованы суперпозицией исходных пучков с надлежащими относительными сдвигами фаз (см. рис. 1).

Рассмотрение этой задачи сводится к выяснению трансформационных свойств матрицы плотности излучения при переходе от описания поля с помощью исходной системы осцилляторов к описанию с помощью совокупности осцилляторов, сопоставленных световодным каналам. Такой переход эквивалентен линейному преобразованию переменных поля, которое при условии сохранения энергии приводит к унитарному преобразованию операторов уничтожения фотонов:

$$a_\mu = \sum_j \lambda_{\mu j} a_j, \quad (2)$$

где  $a_\mu$  и  $a_j$  — соответственно операторы осцилляторов световодных каналов и падающих пучков.

Для нахождения матрицы  $\lambda_{\mu j}$  и установления соответствия рассматриваемой формальной схемы классическому интерференционному опыту предположим, что исходные пучки являются когерентными состояниями двух осцилляторов, представляющих собой почти плоские волны с волновыми векторами  $k_1$  и  $k_2$  и комплексными амплитудами  $a_{1,2} = A_{1,2} \exp(i\varphi_{1,2})$ . Излучение обоих пучков падает на площадь  $L^2$ , а световодные каналы представляют собой параллельные пластины шириной  $l$  (рис. 1). Будем считать, что излучение линейно поляризовано в направлении  $y$  и  $k_y = 0$ . Тогда при почти нормальном падении пучков и выполнении неравенства  $(k_{1x} - k_{2x})l \ll 2\pi$  состояние поля излучения в каждом канале будет когерентным с комплексной амплитудой  $a_\mu = \sum_j \lambda_{\mu j} a_j$ . Квадраты модулей  $|\lambda_{\mu j}|^2$  при этих условиях не зависят

от  $\mu$  и  $j$  и могут быть определены из соотношения площадей  $|\lambda_{\mu j}|^2 = l/L$ .

Учитывая, что каждый пучок приходит в  $\mu$ -й канал со сдвигом фаз  $k_{1x}(x_\mu + x_0)$  (здесь  $x_\mu = l(\mu - 1/2)$  — средняя координата  $\mu$ -го канала, а  $x_0$  определяется выбором начала отсчета) с точностью до постоянного фазового множителя, найдем

$$\lambda_{\mu j} = \sqrt{l/L} \exp[ik_j(x_\mu + x_0)]. \quad (3)$$

Здесь и ниже индекс  $x$  у  $k_{1x}$  будем опускать.

Из (2) и (3) видно, что средние числа фотонов, зафиксированные в каждом канале при  $x_0 = \pi/2\Delta k$ ,

$$\langle m_\mu \rangle = (l/L)[A_1^2 + A_2^2 - 2A_1 A_2 \sin(\varphi_1 - \varphi_2 + \Delta k x_\mu)], \quad (4)$$

обнаруживают периодическую зависимость от координаты, как и в классическом интерференционном опыте.

Нетрудно показать, что тот же результат имеет место, если вместо когерентных взять стационарные пучки, полученные расщеплением одно-

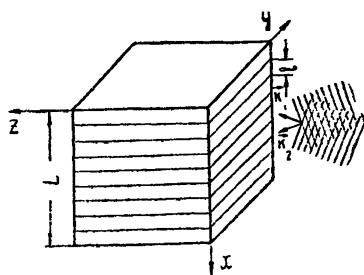


Рис. 1.

го, поскольку относительные разности фаз при этом содержатся в переходных недиагональных элементах матрицы плотности.

Выражение (4) справедливо в предположении, что  $l \Delta k \ll 2\pi$ . Если же пластины имеют произвольную толщину  $\Delta L$  (см. [1]), то необходимо просуммировать (4) по  $\mu$  ( $\mu = 1, 2 \dots \Delta L/l$ ) внутри интервала. Производя указанное суммирование и учитывая, что  $l \Delta k \ll 2\pi$ , получим

$$\langle m_\mu \rangle = \frac{\Delta L}{L} \left[ A_1^2 + A_2^2 - 2A_1 A_2 \frac{\sin(\Delta k \Delta L/2)}{\Delta k \Delta L/2} \sin(\varphi_1 - \varphi_2 + \Delta k \Delta L(\mu - 1/2)) \right], \quad (4a)$$

где индекс  $\mu$  указывает номер пластины толщиной  $\Delta L$ . Обычно выбирают толщину пластины равной  $\Delta L = \pi/\Delta k$ , т. е. полуширине полосы в классической интерференционной картине; тогда, как следует из (4a), при  $\varphi_1 = \varphi_2$  каналы с четным  $\mu$  соответствуют максимумам, а с нечетными — минимумам зафиксированных чисел фотонов.

Если же пучки независимы и стационарны, т. е. их матрицы плотности коммутируют с гамильтонианами соответствующих осцилляторов, то в каждой отдельной реализации невозможно заранее указать положение интерференционных полос. По этой причине регистрируемая картина оказывается однородным случайным полем, а критерием наличия или отсутствия интерференции может служить периодичность коэффициентов корреляции

$$R_{\mu\nu} = \langle (m_\nu - \langle m_\nu \rangle)(m_\mu - \langle m_\mu \rangle) \rangle \quad (5)$$

как функции разности индексов  $\sigma = \mu - \nu$ . Необходимые вычисления с учетом (2) и (3) дают

$$R_{\mu\nu} = \left( \frac{l}{L} \right)^2 \sum_{j=1}^2 \left[ \langle (\Delta n_j)^2 \rangle - \langle n_j \rangle + \delta_{\mu\nu} \frac{L}{l} \langle n_j \rangle \right] + \\ + 2 \left( \frac{l}{L} \right)^2 \langle n_1 \rangle \langle n_2 \rangle \cos \Delta k(x_\mu - x_\nu), \quad (6)$$

где  $\langle (\Delta n_j)^2 \rangle = \langle n_j^2 \rangle - \langle n_j \rangle^2$  — дисперсия чисел фотонов в  $j$ -м падающем пучке.

Для пластин же с произвольной шириной  $\Delta L$  коэффициенты корреляции  $R_{\mu\nu}$  можно получить суммированием (6) по ячейкам, как это уже делалось выше при получении (4a):

$$R_{\mu\nu} = \left( \frac{\Delta L}{L} \right)^2 \sum_{j=1}^2 \left[ \langle (\Delta n_j)^2 \rangle - \langle n_j \rangle + \delta_{\mu\nu} \frac{L}{\Delta L} \langle n_j \rangle \right] + \\ + 2 \left( \frac{\Delta L}{L} \right)^2 \langle n_1 \rangle \langle n_2 \rangle \left[ \frac{\sin(\Delta k \Delta L/2)}{\Delta k \Delta L/2} \right]^2 \cos \Delta k \Delta L(\mu - \nu). \quad (6a)$$

Естественно, при  $\Delta k \Delta L \ll 2\pi$  (6a) совпадает с (6).

Заметим, что в эксперименте [1] по существу найдены свернутые значения  $R_{12} = \sum_{k,m} R_{2k,2m+1}$ , что, конечно, еще не дает окончательного ответа на вопрос о статистических свойствах интерференционной картины и о самом ее наличии. Однако ниже мы вычислим эти значения, поскольку экспериментальное определение всех коэффициентов

$R_{\mu\nu}$ , по-видимому, находится за пределами возможностей сегодняшней техники.

Суммируя в (6 а) по всем четным  $\mu$  и нечетным  $\nu$ , получим

$$R_{12} = \left(\frac{N}{2}\right)^2 \left(\frac{\Delta L}{L}\right)^2 \sum_j [\langle (\Delta n_j)^2 \rangle - \langle n_j \rangle] + \\ + 2 \langle n_1 \rangle \langle n_2 \rangle \left(\frac{\Delta L}{L}\right)^2 \left[\frac{\sin \Delta k \Delta L/2}{\Delta k \Delta L/2}\right]^2 \left[\frac{\sin N \Delta k \Delta L/2}{\sin \Delta k \Delta L}\right]^2 \cos \Delta k \Delta L, \quad (7)$$

где  $N$  — общее число пластин. Если выбрать  $\Delta L$  равным  $\pi/\Delta k$ , то  $R_{12}$  будет соответствовать корреляции между суммарной интенсивностью всех максимумов и суммарной интенсивностью всех минимумов.

Разумеется, (6 а) и (6) представляют более детальное описание корреляционных свойств оптических полей. Поэтому ниже при обсуждении результатов за основу примем формулу (6).

Прежде всего из (6) следует, что при  $\mu \neq \nu$

$$R_{\mu\nu} = R_{\mu\nu}^{(1)} + R_{\mu\nu}^{(2)} + R_{\mu\nu}^{(12)}, \quad (8)$$

где

$$R_{\mu\nu}^{(i)} = \left(\frac{l}{L}\right)^2 (\langle (\Delta n_j)^2 \rangle - \langle n_j \rangle) \quad (8a)$$

и

$$R_{\mu\nu}^{(12)} = 2 \left(\frac{l}{L}\right)^2 \langle n_1 \rangle \langle n_2 \rangle \cos [\Delta k (x_\mu - x_\nu)]. \quad (8b)$$

Разумеется, в корреляционном эксперименте с фиксированным расположением детекторов невозможно разделенное определение коэффициентов (8 а) и (8 б), однако физические предпосылки их появления в сумме (8) существенно различны. Из (6) следует, что корреляция интенсивностей не исчезает и в том случае, когда мощность одного из потоков равна нулю ( $\langle n_2 \rangle = 0$ ), при этом  $R_{\mu\nu}^{(12)} = 0$  и  $R_{\mu\nu} = R_{\mu\nu}^{(1)}$ .

Возникновение флюктуаций чисел фотонов в приемных каналах при  $\langle (\Delta n_1)^2 \rangle < \langle n_1 \rangle$  связано с известным эффектом изменения статистики излучения при расщеплении пучка [10], а корреляция между этими флюктуациями обусловлена просто законом сохранения энергии. Такая ситуация особенно наглядно иллюстрируется на примере, когда число фотонов в пучке строго определено и равно  $n_1$  ( $n$  — квантовое состояние). В этом случае совместное распределение чисел фотонов в приемных каналах будет полиномиальным [9],

$$P(\{m_\nu\} | n_1) = n_1! \prod_\nu \frac{|\lambda_{\nu 1}|^{2m_\nu}}{m_\nu!} - \delta(n_1 - \sum_\nu m_\nu), \quad (9)$$

откуда следует наличие флюктуаций в приемных каналах, хотя число фотонов в исходном пучке и не флюктирует. Факт же статистической зависимости отсчетов, связанный с законом сохранения  $\sum_\nu m_\nu = n_1$ , обуславливает появление корреляции между флюктуациями. Расчет  $R_{\mu\nu}$  с помощью (9) приводит к полученному выше выражению (6) с  $\langle n_2 \rangle = 0$  и  $\langle (\Delta n_1)^2 \rangle = 0$ .

Как видно из (8 а), величина корреляции для только что рассмотренного случая  $n$ -квантовых состояний максимальна и отрицательна. С увеличением дисперсии  $\langle (\Delta n_1)^2 \rangle$  действие закона сохранения происходит лишь в среднем, и корреляция, оставаясь отрицательной, умень-

шается, полностью исчезая для пуассоновских потоков при  $\langle(\Delta n_1)^2\rangle = \langle n_1 \rangle$ . Действительно, считая, что в (9) числа фотонов падающего пучка распределены по Пуассону со средним  $\langle n_1 \rangle$ , получим, что совместное распределение  $P\{m_v\}$  является произведением независимых пуассоновских распределений [10]:

$$P\{m_v\} = \prod_v \exp(-|\lambda_{v1}|^2 \langle n_1 \rangle) \frac{(|\lambda_{v1}|^2 \langle n_1 \rangle)^{m_v}}{m_v!}, \quad (10)$$

что и обеспечивает отсутствие корреляции.

Если же  $\langle(\Delta n_1)^2\rangle > \langle n_1 \rangle$ , то корреляция положительна и увеличивается с ростом дисперсии. При этих условиях действие закона сохранения энергии полностью «замазывается» и наличие положительной корреляции естественно связать лишь с самими статистическими характеристиками падающего излучения, поскольку при относительно больших флуктуациях случайное увеличение чисел фотонов в исходном пучке приводит к одновременному увеличению чисел отсчетов во всех приемных каналах.

Отметим, что наличие положительной пространственной корреляции интенсивностей монохроматизированных тепловых потоков, для которых  $\langle(\Delta n_1)^2\rangle = \langle n_1 \rangle(1 + \langle n_1 \rangle)$ , наблюдалось экспериментально и рассмотрено теоретически Брауном и Тивисом [11].

Таким образом, мы можем констатировать существование пространственной корреляции фотоотсчетов в случае одного пучка, причем величина этой корреляции существенно зависит от статистических свойств излучения (для корреляции второго порядка по числам фотонов статистические свойства определяются лишь дисперсией  $\langle(\Delta n_1)^2\rangle$ ).

Посмотрим теперь, как изменится ситуация, если присутствует излучение обоих пучков ( $\langle n_1 \rangle \neq 0, \langle n_2 \rangle \neq 0$ ). Как видно из (6), помимо членов (8 а), причину возникновения которых мы выяснили выше, появляется периодически зависящий от разности координат и пропорциональный произведению мощностей потоков член (8 б). Именно эта периодическая часть свидетельствует о наличии интерференции между пучками в каждой реализации длительностью  $\tau \leq 2\pi/\Delta$ .

Из сравнения (4) и (6) видим, что пространственный период  $R_{\mu\nu}$  как функции разности координат  $x_{\mu} - x_{\nu}$  совпадает с расстоянием между полюсами в классическом интерференционном опыте. Поэтому в дальнейшем мы будем исследовать корреляцию отсчетов между характерными областями, находящимися на расстояниях, кратных полуширине классической интерференционной картины, т. е.  $x_{\mu} - x_{\nu} = \pi\sigma/\Delta k$ . В этом случае

$$\begin{aligned} R(\sigma) = & \left(\frac{l}{L}\right)^2 \sum_j \left[ \langle(\Delta n_j)^2\rangle - \langle n_j \rangle + \frac{L}{l} \delta(\sigma) \langle n_j \rangle \right] + \\ & + 2 \left(\frac{l}{L}\right)^2 \langle n_1 \rangle \langle n_2 \rangle (-1)^{\sigma}. \end{aligned} \quad (11)$$

Качество наблюдаемой в опыте интерференционной картины определяется соотношением величины корреляции между максимумами ( $\sigma = 2k$ ) и величиной корреляции между максимумами и минимумами ( $\sigma = 2k + 1$ ). Поэтому величину  $R = (1/2)[R(2\sigma) - R(2\sigma + 1)]$  естественно назвать абсолютной контрастностью полос. Из (11) получим

$$R = 2 \left(\frac{l}{L}\right)^2 \langle n_1 \rangle \langle n_2 \rangle. \quad (12)$$

Определенная таким образом абсолютная контрастность не зависит от статистических свойств излучения и определяется лишь его спектральными характеристиками. То, что  $R$  положительно, показывает, что случайное увеличение отсчетов в какой-либо области происходит одновременно с увеличением отсчетов во всех областях, находящихся на расстояниях, кратных классическому периоду  $2\pi/\Delta k$ , и с уменьшением чисел отсчетов в областях на расстояниях, кратных полупериоду  $\pi/\Delta k$ , что и должно иметь место при наличии интерференции.

Хотя абсолютная контрастность  $R$  и является некоторой мерой глубины максимумов и минимумов, однако, вследствие случайных флуктуаций чисел отсчетов в каждом из приемных каналов, отчетливость полос в каждой реализации опыта может затушевываться. Поэтому качество интерференционной картины будет характеризовать скорее относительная контрастность  $r = (1/2)[r(2\sigma) - r(2\sigma+1)] / r(\sigma) = R(\sigma)/R(0)$ . Поскольку величина флуктуаций  $R(0)$  увеличивается с ростом  $\langle (\Delta n_{1,2})^2 \rangle$ , как это видно из (11), то определенная таким образом относительная контрастность  $r$  убывает с увеличением дисперсии чисел фотонов в падающих пучках, не исчезая, однако, ни при каких конечных значениях  $\langle (\Delta n_{1,2})^2 \rangle$ .

Остановимся теперь специально на случае стационарных пуассоновских потоков ( $\langle (\Delta n_{1,2})^2 \rangle = \langle n_1 \rangle$ ). Из (6) следует, что величина корреляции определяется лишь интерференционным членом  $R_{\mu\nu}^{(1,2)}$  выражения (8 б). Этот результат, разумеется, не зависит от происхождения потока с пуассоновской статистикой. Формально такой поток может быть введен как стационарный ансамбль когерентных сигналов фиксированной амплитуды или же как результат сплошного ослабления  $n$ -квантового сигнала [10]. Однако ни в каком физическом эксперименте, производимом над стационарным пуассоновским потоком, невозможно выяснить, имеет он «когерентнос» или  $n$ -«квантовое» происхождение, поскольку матрицы плотности результирующих состояний поля в обоих случаях совпадают.

Отметим, что теоретическое значение для корреляции, приведенное в [1], с точностью до обозначений совпадает с соотношением, следующим из (7) при  $\langle (\Delta n_{1,2})^2 \rangle = \langle n_{1,2} \rangle$ .

Укажем, наконец, некоторые особенности корреляции отсчетов в случае независимых потоков узкополосного излучения от теплового источника. Такие потоки могут быть получены с помощью монохроматоров из равновесного излучения, испускаемого телами достаточно высокой температуры. Учитывая, что для тепловых состояний  $\langle (\Delta n_{1,2})^2 \rangle = \langle n_{1,2} \rangle (1 + \langle n_{1,2} \rangle)$  [7], с помощью (11) получаем при  $\sigma \neq 0$

$$R(\sigma) = \left( \frac{l}{L} \right)^2 [\langle n_1 \rangle + (-1)^\sigma \langle n_2 \rangle]. \quad (13)$$

Важной особенностью этого случая является отсутствие корреляции при  $\langle n_1 \rangle = \langle n_2 \rangle$  между максимумом и минимумом интерференционной картины, т. е. при  $\sigma = 2k + 1$ . Другими словами, если бы в опыте [1] использовались монохроматические пучки теплового происхождения, то при  $\Delta \Delta k \ll 2\pi$  его результат оказался бы отрицательным. Однако при этом значительна корреляция между максимумами, так что абсолютная контрастность при  $\langle n_1 \rangle = \langle n_2 \rangle$  по-прежнему определяется формулой (12).

Резюмируя изложенное выше, можно сказать, что статистические свойства используемых пучков оказывают сильное влияние на корреляцию фотонов в экспериментах, подобных описанному в [1], хотя отсутствие такой корреляции еще не приводит к окончательному выводу о невозможности интерференции. В свою очередь, наличие корреляции

не всегда можно интерпретировать как проявление интерференционных эффектов, что видно из формул (6), (6 а) и (7) при  $\langle n_2 \rangle = 0$ .

С другой стороны, опыты по обнаружению корреляций фотонов способны дать важную информацию о статистических свойствах излучения. В частности, результат [1] якоcвенно указывает на близость фотонной статистики используемого в эксперименте излучения в пуассоновской, что довольно естественно, хотя заранее и не столь очевидно, как это иногда считают, неоправданно смешивая различные аспекты понятия когерентности.

Авторы призывают Б. Я. Зельдовичу, дискуссия с которым спровоцировала написание этой статьи.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. R. L. Pfleegor, L. Mandel, Phys. Rev., **159**, 1084 (1967).
2. G. Magyar, L. Mandel, Nature, **198**, 255 (1967).
3. Armstrong Smith, Progress in Optics, **6**, 211 (1967).
4. L. Mandel, Phys. Rev., **184**, A10 (1964).
5. Von H. Paul, Ann. der Physik, **19**, 210 (1967).
6. T. F. Jordan, F. Chielmetti, Phys. Rev. Lett., **12**, 607 (1969).
7. Дж. Клаудер, Э Сударшан, Основы квантовой оптики, изд. Мир, М., 1970.
8. Х. Такахаси, в сб. Статистическая теория связи и ее применение, изд. Мир, М., 1967.
9. В. В. Митюгов, В. П. Морозов, Тр. 1-й Конференции по передаче информации лазерным излучением, Киев, 1968.
10. С. И. Боровицкий, В. В. Митюгов, Проблемы передачи информации, **3**, 35 (1967).
11. Kh. Brown, R. Twiss, Nature, **177**, 27 (1956).

Горьковский государственный университет

Поступила в редакцию  
19 ноября 1969 г.,  
после доработки  
12 октября 1970 г.

#### INTERFERENCE OF INDEPENDENT BEAMS

V. V. Mityugov, V. P. Morozov

It is shown that the result of recent correlation experiments on detecting the interference of independent photon beams must strongly vary as a function of their statistical properties. The correlation values of the output readings for the beams with different statistics are found. Theoretical calculations coincide with experimental data in the case of Poisson's beams. For beams of the thermal origin the correlation disappears but the interference is present since the spatial periodicity of the correlation function of photo readings is preserved.