УДК 533.9.01

ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ПЛАЗМЫ В ПОСТОЯННОМ МАГНИТНОМ И СЛАБОМ ВЫСОКОЧАСТОТНОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЯХ

Н. Е. Андреев

При частотах внешнего ВЧ поля, близких к частотам электронных плазменных колебаний, параметрическая неустойчивость плазмы возникает при относительно малых значениях напряженности внешнего поля. Получены выражения для инкрементов и пороговых значений напряженности ВЧ поля при возбуждении колебаний с частотами, превосходящими ионную гироскопическую. Показано, что в отличие от плазмы без магнитного поля возможна раскачка возмущений в широком диапазоне длин волн.

1. Ранее было изучено параметрическое возбуждение продольных колебаний слабым ВЧ электрическим полем в незамагниченной плазме [1]. Исследование этого явления для плазмы, находящейся в постоянном магнитном поле, представляет особый интерес, поскольку такие условия часто реализуются в эксперименте, а наличие магнитного поля приводит к существенному расширению спектра собственных высокочастотных продольных колебаний и, следовательно, области частот внешнего ВЧ поля, в которой возможна параметрическая неустойчивость плазмы относительно раскачки продольных колебаний. В настоящей работе и изучается такая неустойчивость плазмы, находящейся (кроме ВЧ поля) в постоянном и однородном магнитном поле $\boldsymbol{B}_0$.

Внешнее ВЧ поле будем считать однородным и монохроматическим

$$\boldsymbol{E}(t) = \boldsymbol{E}_0 \sin(\omega_0 t)$$

с частотой ω_0, близкой к одной из собственных частот продольных высокочастотных колебаний замагниченной плазмы. Вектор $\boldsymbol{E}_0$ ориентирован под произвольным углом χ_0 к направлению магнитного поля $\boldsymbol{B}_0$. Интересуясь случаем слабого ВЧ поля, когда скорость осцилляций электронов во внешнем поле мала по сравнению с их тепловой скоростью, для продольных колебаний с частотой ω, много меньшей ω_0, и с длиной волны, большей электронных дебаевского и ларморовского радиусов, можно записать следующее дисперсионное уравнение (ср. [1,2]):

$$\frac{1}{1+\delta\varepsilon_e(\omega+i\gamma,\ \boldsymbol{k})}+\frac{1}{\delta\varepsilon_i(\omega+i\gamma,\ \boldsymbol{k})}+ \\ +\frac{a_B^2}{4}\left[\frac{1}{\varepsilon(\omega+i\gamma+\omega_0,\ \boldsymbol{k})}+\frac{1}{\varepsilon(\omega+i\gamma-\omega_0,\ \boldsymbol{k})}\right]=0. \tag{1.1}$$

Здесь $\delta\varepsilon_\alpha$ — вклад частиц сорта α в обычную линейную продольную диэлектрическую проницаемость $\varepsilon = 1+\delta\varepsilon_e+\delta\varepsilon_i$,

$$a_B^2 = \left\{\left[\frac{e_-}{m_e}-\frac{e_i}{m_i}\right]\frac{1}{\omega_0^2}(\boldsymbol{b},\ \boldsymbol{E}_0)\boldsymbol{b}+\left[\frac{e}{m_e(\omega_0^2-\Omega_e^2)}-\right.\right.$$

$$-\frac{e_i}{m_i(\omega_0^2-\Omega_i^2)}\Bigg]\,[b,[E_0,\ b]],\ k\Bigg\}^2+$$

$$+\left\{\left[\frac{e\Omega_e}{m_e(\omega_0^2-\Omega_e^2)}-\frac{e_i\Omega_i}{m_i(\omega_0^2-\Omega_i^2)}\right]\frac{1}{\omega_0}\,[b,\ E_0],\ k\right\}^2,$$

e_α, m_α, $\Omega_\alpha = e_\alpha B_0/m_\alpha c$ — заряд, масса и гироскопическая частота частиц сорта α; $b = B_0/B_0$.

Дисперсионное уравнение (1.1) учитывает тот факт, что в указанных условиях в спектре возбуждаемых возмущений могут быть не малыми лишь амплитуды колебаний с частотами ω и $\omega\pm\omega_0$, причем общее соотношение между этими амплитудами определяется выражением (1.16) работы [1].

Рассмотрим почти-периодические ($\omega \gg \gamma$) решения уравнения (1.1) в области частот и длин волн, удовлетворяющих условию

$$kV_{Te}\cos\theta \gg \omega \gg kV_{Ti},\ \Omega_i, \tag{1.2}$$

где $\theta = \measuredangle\, k,\ b$, $V_{T\alpha} = (\varkappa T_\alpha/m_\alpha)^{1/2}$ — тепловая скорость частиц сорта α. При этом действительные части $\delta\varepsilon_e(\omega)$ и $\delta\varepsilon_i(\omega)$ остаются такими же, как и в плазме без магнитного поля, и, как будет видно из дальнейшего, частота ω — порядка ионно-звуковой: $\omega_s = \omega_{Li}\, kr_{De}$ ($\omega_{L\alpha} = (4\pi e_\alpha^2 n_\alpha/m_\alpha)^{1/2}$ — ленгмюровская частота, $r_{D\alpha} = V_{T\alpha}/\omega_{L\alpha}$ — дебаевский радиус частиц сорта α). Следовательно, неравенство (1.2) показывает, что рассматриваются не слишком длинноволновые колебания, для которых $1 > kr_{De} > \Omega_i/\omega_{Li} \sim (m_e/m_i)^{1/2}$ при $\omega_{Le} \sim \Omega_e$.

В дальнейшем будем считать, что частота внешнего поля не слишком близка к гармоникам гироскопической частоты электронов ($|\omega_0 - n\Omega_e| \gg kV_{Te}\cos\theta$). Тогда решение уравнения (1.1) может быть получено так же, как и для плазмы без магнитного поля. Поэтому сразу приведем выражения для спектров колебаний в околопороговой области (ср. [1]):

$$\omega_-^2 = \omega_s^2 + \frac{1}{4}\frac{r_E^2}{r_{De}^2}A_s\frac{f}{\varkappa^{(1,2)}}[(\Delta\omega_0^{(1,2)})^2+(\tilde{\gamma}^{(1,2)})^2-\omega_s^2]; \tag{1.3}$$

$$\gamma_- = \frac{1}{4}\frac{r_E^2-r_{E,\text{гр}}^2}{r_{De}^2}\tilde{\gamma}^{(1,2)}\frac{f}{\varkappa^{(1,2)}}A_s; \tag{1.4}$$

$$\frac{r_{E,\text{гр}}^2}{r_{De}^2} = 4\frac{\gamma_s}{\tilde{\gamma}^{(1,2)}}\frac{\varkappa^{(1,2)}}{fA_s},$$

$$A_s = \frac{\omega_s^2\,\omega_0\,\Delta\omega_0^{(1,2)}}{[(\Delta\omega_0^{(1,2)})^2+(\tilde{\gamma}^{(1,2)})^2-\omega_s^2]^2+4\omega_s^2(\tilde{\gamma}^{(1,2)})^2}; \tag{1.5}$$

$$\omega_+^2 = (\Delta\omega_0^{(1,2)})^2+(\tilde{\gamma}^{(1,2)})^2-\frac{1}{4}\frac{r_E^2}{r_{De}^2}\frac{fB_s}{\varkappa^{(1,2)}}[(\Delta\omega_0^{(1,2)})^2+(\tilde{\gamma}^{(1,2)})^2-\omega_s^2]; \tag{1.6}$$

$$\gamma_+ = \frac{1}{4}\frac{r_E^2-r_{E,\text{гр}}^2}{r_{De}^2}\gamma_s\frac{f}{\varkappa^{(1,2)}}B_s; \tag{1.7}$$

$$\frac{r_{E,\text{гр}}^2}{r_{De}^2} = 4\,\frac{\tilde{\gamma}^{(1,2)}}{\gamma_s}\,\frac{\varkappa^{(1,2)}}{f B_s},$$
$$B_s \doteq \frac{\omega_s^2\,\omega_0\,\Delta\omega_0^{(1,2)}}{[(\Delta\omega_0^{(1,2)})^2 + (\tilde{\gamma}^{(1,2)})^2 - \omega_s^2]^2 + 4[(\Delta\omega_0^{(1,2)})^2 + (\tilde{\gamma}^{(1,2)})^2]\,\gamma_s^2}. \tag{1.8}$$

Здесь

$$r_F = \frac{eE_0}{m\omega_0^2},$$

$$f = \left[\cos\theta\cos\chi_0 + \frac{\omega_0^2}{\omega_0^2 - \Omega_e^2}\sin\theta\sin\chi_0\cos\varphi\right]^2 + \left[\frac{\Omega_e\,\omega_0}{\omega_0^2 - \Omega_e^2}\sin\theta\sin\chi_0\sin\varphi\right]^2,$$

$\chi_0 = \measuredangle\, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{E}_0$, φ — угол между плоскостью, образованной векторами $\boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{E}_0$, и плоскостью векторов $\boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{k}$*;

$$\gamma_s = \sqrt{\frac{\pi}{8}}\,\frac{\omega_{Li}}{\omega_{Le}}\,\omega_s\left[\frac{1}{|\cos\theta|} + \frac{\omega^4}{\omega_s^4}\,\frac{r_{De}^2 V_{Te}}{r_{Di}^2 V_{Ti}}\exp\left(-\frac{\omega^2}{2k^2V_{Ti}^2}\right)\right] + \frac{4}{5}\,\frac{\omega_s^2 r_{Di}^2}{\omega^2 r_{De}^2}\,\nu_{ii}; \tag{1.9}$$

$$\tilde{\gamma}^{(1,2)} = \frac{\tilde{\gamma}}{\varkappa^{(1,2)}},\quad \tilde{\gamma} = \frac{\omega_{Le}^2}{2\omega_0^2}\,\nu_{ei}\left[1 + \frac{\Omega_e^2\sin^2\theta\,(3\omega_0^2 - \Omega_e^2)}{(\omega_0^2 - \Omega_e^2)^2}\right] + \sqrt{\frac{\pi}{8}}\,\frac{\omega_0^2}{kV_{Te}|\cos\theta|}\left\{\frac{1}{k^2r_{De}^2}\exp\left[-\frac{(\omega_0-\omega)^2}{2k^2V_{Te}^2\cos^2\theta}\right] + \frac{\omega_{Le}^2\sin^2\theta}{2\Omega_e^2}\exp\left[-\frac{(\omega_0-\omega+\Omega_e)^2}{2k^2V_{Te}^2\cos^2\theta}\right]\right\}, \tag{1.10}$$

где ν_{ei} и ν_{ii} — частоты электрон-ионных и ион-ионных столкновений (см., например, (1.8), (1.9) работы [1]);

$$\varkappa^{(1,2)} = \frac{\omega_0^2 - (\omega_{re}^{(2,1)})^2}{\omega_0^2 - \Omega_e^2},\quad \Delta\omega_0^{(1,2)} = \omega_0 - \omega_{re}^{(1,2)},\quad |\Delta\omega_0^{(1,2)}| \ll \omega_0,$$

$$(\omega_{re}^{(1,2)})^2 = \frac{1}{2}\left(\omega_{Le}^2 + \Omega_e^2\right) \pm \frac{1}{2}\left[\left(\omega_{Le}^2 + \Omega_e^2\right)^2 - 4\omega_{Le}^2\Omega_e^2(1+\xi)\cos^2\theta\right]^{1/2},$$

где величина $\xi = \xi(\boldsymbol{k}, \omega_0, \omega_{Le}, \Omega_e) \sim (kr_{De})^2 \ll 1$ при $\omega_{Le} \sim \Omega_e$ и частотах внешнего поля ω_0, не слишком близких к $\left(\omega_{Le}^2 + \Omega_e^2\right)^{1/2}$ $\left(\text{т. е. при } \theta \neq \frac{\pi}{2}\right)$. Не интересуясь специально этой узкой областью ча-

---

* При $kV_{Ti}\sin\theta \ll \Omega_i$ в выражении (1.9) следует заменить $\exp\left(-\omega^2/2k^2V_{Ti}^2\right)$ на $\frac{1}{|\cos\theta|}\exp\left(-\omega^2/2k^2V_{Ti}^2\cos^2\theta\right)$.

стот ω_0, мы в дальнейшем пренебрежем ξ по сравнению с единицей. Можно лишь отметить, что определяемые ниже значения угла θ в действительности незначительно (через ξ) зависят от величины волнового числа.

При выводе (1.3)—(1.5) считалось, что $\tilde{\gamma}^{(1,2)} \gg \gamma_s$, а выражения (1.6)—(1.8) справедливы для $\tilde{\gamma}^{(1,2)} \ll \gamma_s$. В достаточно сильном поле (а также при $\tilde{\gamma}^{(1,2)} = \gamma_s$), когда

$$4\left[\frac{\tilde{\gamma}^{(1,2)} - \gamma_s}{\omega_s}\right]^2 \ll \frac{r_E^2}{r_{De}^2}\,\frac{f\omega_0}{\varkappa^{(1,2)}\omega_s} < 1,$$

$$\left|\left(\Delta\omega_0^{(1,2)}\right)^2 + \left(\tilde{\gamma}^{(1,2)}\right)^2 - \omega_s^2\right| < \omega_s^2,$$

имеем

$$\omega^2 = \frac{1}{2}\left[\omega_s^2 + \left(\Delta\omega_0^{(1,2)}\right)^2 + \left(\tilde{\gamma}^{(1,2)}\right)^2\right]; \tag{1.11}$$

$$\gamma = -\frac{1}{2}\left[\gamma_s + \tilde{\gamma}^{(1,2)}\right] + \frac{\omega_s}{2\sqrt{2}}\left[\frac{\left(r_E^2/r_{De}^2\right)\left(f/\varkappa^{(1,2)}\right)\omega_s^2\omega_0\Delta\omega_0^{(1,2)} - \left[\left(\Delta\omega_0^{(1,2)}\right)^2 + \left(\tilde{\gamma}^{(1,2)}\right)^2 - \omega_s^2\right]^2}{\omega_s^2\left[\left(\Delta\omega_0^{(1,2)}\right)^2 + \left(\tilde{\gamma}^{(1,2)}\right)^2 + \omega_s^2\right]}\right]^{1/2}. \tag{1.12}$$

Прежде чем исследовать выражения (1.3)—(1.8), (1.11), (1.12), отметим, что область параметрической неустойчивости, описываемой этими формулами, расширяется (по сравнению с незамагниченной плазмой) до значений частот внешнего поля, определяемых неравенствами

$$\max\left(\omega_{Le},\ \Omega_e\right) < \omega_0 < \left(\omega_{Le}^2 + \Omega_e^2\right)^{1/2}, \quad \omega_s \ll \omega_0 < \min\left(\omega_{Le},\ \Omega_e\right). \tag{1.13}$$

Кроме того, так как резонансные частоты $\omega_{re}^{(1,2)}$ фактически не зависят от длины волны колебаний, то без ограничения на величину частоты ВЧ поля (в пределах (1.13)) для получения порогов раскачки колебаний и максимальных инкрементов можно рассматривать лишь длинноволновые колебания, у которых $k < k_{st} \sim \left[r_{De}\left|\cos\theta\right|\left(2\ln n_e r_{De}^3\right)^{1/2}\right]^{-1}$ (k_{st} — волновое число, при котором два слагаемых в $\tilde{\gamma}$ (1.10), обусловленные электрон-ионными столкновениями и эффектом Черенкова, становятся сравнимыми), так как с уменьшением длины волны в области $k > k_{st}$ декремент $\tilde{\gamma}$ экспоненциально растет и, следовательно, растет порог и уменьшается инкремент. Поэтому везде в дальнейшем, ограничиваясь возмущениями с $k < k_{st}$, под $\tilde{\gamma}$ будем понимать слагаемое в выражении (1.10), обусловленное столкновениями электронов с ионами.

Анализ формул (1.3)—(1.8), (1.11), (1.12) легко провести в двух предельных случаях.

2. При не слишком больших частотах столкновений, когда

$$\tilde{\gamma}^{(1,2)} \ll \omega_s(k_{st}),$$

непосредственно из выражений (1.5), (1.8) и (1.4), (1.7), (1.12) видно, что пороговые значения внешнего поля и максимумы инкрементов достигаются в условиях, соответствующих распаду волны поля накачки с частотой ω_0 на одну из плазменных $\left(\omega_{re}^{(1,2)}\right)$ и ионно-звуковую (ω_s), т. е. когда

$$\omega_s = \Delta\omega_0^{(1,2)} \equiv \omega_0 - \omega_{re}^{(1,2)},$$

и, следовательно, для колебаний, распространяющихся под углом θ_{res} к направлению магнитного поля:

$$\cos^2\theta_{res} = \frac{\omega_0^2\left(\omega_{Le}^2 + \Omega_e^2 - \omega_0^2\right)}{\omega_{Le}^2\,\Omega_e^2}. \tag{2.1}$$

При этом из (1.3), (1.6), (1.11) очевидно, что частота колебаний ω мало отличается от ионно-звуковой ω_s, а формулы (1.5) и (1.8) приводят к одинаковому выражению для порога:

$$\frac{r_{E,\,пор}^2}{r_{De}^2} = \min\nolimits_{k,\varphi}\left\{\frac{16}{f}\,\frac{\tilde{\gamma}(\theta_{res})\,\gamma_s(\theta_{res})}{\omega_0\,\omega_s}\right\}. \tag{2.2}$$

Минимум этого выражения по φ соответствует максимальному значению $f(\varphi,\ \theta_{res})$, равному

$$\begin{gathered} f_{max} = \left[\cos\theta_{res}\cos\chi_0 \pm \frac{\omega_0^2}{\omega_0^2 - \Omega_e^2}\sin\theta_{res}\sin\chi_0\right]^2, \\ \cos\varphi_{max} = \begin{cases} 1 & (\operatorname{ctg}\theta_{res}\operatorname{ctg}\chi_0 > 0) \\ -1 & (\operatorname{ctg}\theta_{res}\operatorname{ctg}\chi_0 < 0) \end{cases}, \end{gathered} \tag{2.3}$$

если $\omega_0 > |\Omega_e|$, и

$$\begin{gathered} f_{max} = \frac{\Omega_e^2}{\Omega_e^2 - \omega_0^2}\cos^2\theta_{res}\cos^2\chi_0 + \frac{\omega_0^2\,\Omega_e^2}{\left(\omega_0^2 - \Omega_e^2\right)^2}\sin^2\theta_{res}\sin^2\chi_0, \\ \cos\varphi_{max} = -\operatorname{ctg}\theta_{res}\operatorname{ctg}\chi_0; \end{gathered} \tag{2.4}$$

$$\begin{gathered} f_{max} = \left[\cos\theta_{res}\cos\chi_0 \pm \frac{\omega_0^2}{\omega_0^2 - \Omega_e^2}\sin\theta_{res}\sin\chi_0\right]^2, \\ \cos\varphi_{max} = \begin{cases} 1 & (\operatorname{ctg}\theta_{res}\operatorname{ctg}\chi_0 < -1) \\ -1 & (\operatorname{ctg}\theta_{res}\operatorname{ctg}\chi_0 > 1) \end{cases}, \end{gathered} \tag{2.5}$$

если $\omega_0 < |\Omega_e|$. Минимум выражения (2.2) по k в зависимости от параметров плазмы и частоты внешнего поля может иметь место в довольно широкой области длин волн. А именно:

$$\begin{gathered} \frac{r_{E,\,пор}^2}{r_{De}^2} = \frac{\sqrt{8\pi}}{f_{max}}\,\frac{\nu_{ei}}{\omega_0}\,\frac{\omega_{Le}\,\omega_{Li}}{\omega_0^2}\,XY, \\ X = 1 + \frac{\Omega_e^2\left(3\omega_0^2 - \Omega_e^2\right)}{\left(\omega_0^2 - \Omega_e^2\right)^2}\sin^2\theta_{res}, \quad Y = \frac{1}{|\cos\theta_{res}|} - \frac{r_{De}^2\,V_{Te}}{r_{Di}^2\,V_{Ti}}\exp\left(-\frac{r_{De}^2}{2r_{Di}^2}\right)^{*} \end{gathered} \tag{2.6}$$

при

---

* При $kV_{Ti}\sin\theta_{res} \ll \Omega_i$

$$Y = \frac{1}{|\cos\theta_{res}|}\left[1 + \frac{r_{De}^2\,V_{Te}}{r_{Di}^2\,V_{Ti}}\exp\left(-\frac{r_{De}^2}{2r_{Di}^2\cos^2\theta_{res}}\right)\right].$$

$$k_{st} r_{De} > kr_{De} > \frac{8}{5}\sqrt{\frac{2}{\pi}}\,\frac{r_{Di}^2 \nu_{ii} \omega_{Le}}{r_{De}^2 \omega_{Li}^2 Y}, \qquad \frac{\nu_{ei} \omega_{Le}^2 X}{2\omega_{Li} \omega_0^2 \varkappa^{(1,2)}}. \tag{2.7}$$

Если же (2.7) не выполняется, т. е.

$$\frac{8}{5}\sqrt{\frac{2}{\pi}}\,\frac{r_{Di}^2 \nu_{ii} \omega_{Le}}{r_{De}^2 \omega_{Li}^2 Y} > k_{st} r_{De} > \frac{\nu_{ei} \omega_{Le}^2 X}{2\omega_{Li} \omega_0^2 \varkappa^{(1,2)}},$$

то минимум выражения (2.2) достигается при $k \approx k_{st}$ и равен

$$\frac{r_{E,\,\text{пор}}^2}{r_{De}^2} = \frac{32}{5 f_{\max}}\,\frac{r_{Di}^2 \nu_{ii} \nu_{ei} \omega_{Le}^2}{r_{De}^2 \omega_s(k_{st})\, \omega_0^3} X. \tag{2.8}$$

Для нахождения максимального инкремента в околопороговой области при $\tilde{\gamma}^{(1,2)} > \gamma_s(k_{st})$ и полях накачки, приводящих к инкременту $\gamma_{\max} < (1/4)\,\tilde{\gamma}^{(1,2)}$, можно воспользоваться выражением (1.4), из которого видно, что максимум имеет место при $k \approx k_{st}$ и равен

$$\gamma_{\max} = \frac{1}{8}\,\frac{r_E^2 - r_{E,\,\text{пор}}^2}{r_{De}^2}\,\frac{\omega_0^3 \omega_s(k_{st}) f_{\max}}{\nu_{ei} \omega_{Le}^2 X} < \frac{1}{4}\tilde{\gamma}^{(1,2)}, \tag{2.9}$$

если

$$k_{st} r_{De} > \frac{\nu_{ei} \omega_{Le}^2 X}{2\omega_{Li} \omega_0^2 \varkappa^{(1,2)}} > \sqrt{\frac{\pi}{8}}\,\frac{\omega_{Li}}{\omega_{Le}}\, k_{st} r_{De} Y.$$

Если же $\tilde{\gamma}^{(1,2)} < \gamma_s(k_{st})$, а инкремент $\gamma_{\max} < \frac{1}{4}\gamma_s$, то, как можно видеть из (1.7), максимум инкремента имеет место в широкой области длин волн:

$$k_{st} r_{De} > kr_{De} > \sqrt{\frac{8}{\pi}}\,\frac{\nu_{ei} \omega_{Le}^3 X}{2\omega_{Li}^2 \omega_0^2 \varkappa^{(1,2)} Y} \tag{2.10}$$

и равен

$$\gamma_{\max} = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}}\,\frac{r_E^2 - r_{E,\,\text{пор}}^2}{r_{De}^2}\,\frac{\omega_0 \omega_{Le}}{\omega_{Li}}\,\frac{f_{\max}}{Y\varkappa^{(1,2)}}. \tag{2.11}$$

Выражения (2.6), (2.11) показывают, что, в отличие от плазмы без магнитного поля, в замагниченной плазме при заданной частоте ВЧ поля возможно возбуждение с одинаковым порогом (2.6) колебаний в широкой области длин волн, определяемой неравенством (2.7), распространяющихся в узком конусе углов вблизи θ_{res} (2.1) и $\varphi_{\max}$ (2.3)—(2.5), причем инкремент этих колебаний (2.11) одинаков также в широкой области, определяемой неравенством (2.10).

При величине поля накачки, существенно превосходящей пороговую, а именно, приводящей к инкременту $\omega_s(k_{st}) > \gamma_{\max} > \max[\tilde{\gamma}^{(1,2)}, \gamma_s(k_{st})]$, для нахождения максимума инкремента можно воспользоваться выражением (1.12), из которого видно, что

$$\gamma_{\max} = \frac{1}{4}\,\frac{r_E}{r_{De}}\left[\omega_0 \omega_s(k_{st})\,\frac{f_{\max}}{\varkappa^{(1,2)}}\right]^{1/2} \tag{2.12}$$

и имеет место при $k \approx k_{st}$.

Наконец, отметим, что в распадных условиях, при которых в изученном случае относительно малых частот столкновений достигается порог и максимумы инкрементов, амплитуда колебаний с частотой $\omega - \omega_0 = -\omega_{re}^{(1, 2)}$ значительно превосходит амплитуду колебаний с частотой $\omega + \omega_0$, а соотношение амплитуд, соответствующих частотам $\omega = \omega_s$ и $\omega - \omega_0$, определяется выражениями, совершенно аналогичными таковым для плазмы без магнитного поля (см. (4.31), (4.22) работы [1]) и, следовательно, зависит от величины ВЧ поля и соотношения между γ_s и $\tilde{\gamma}^{(1, 2)}$ в той области длин волн, которые возбуждаются наиболее эффективно.

3. С увеличением частоты электрон-ионных столкновений ширина линии собственных высокочастотных продольных колебаний становится больше частоты ионно-звуковых колебаний:

$$\tilde{\gamma}^{(1, 2)} \gg \omega_s(k_{st}).$$

В этом случае распадные условия, очевидно, теряют свой непосредственный физический смысл, а для получения порога и максимума инкремента следует рассмотреть лишь (1.3)—(1.5) (так как $\tilde{\gamma}^{(1, 2)} \gg \gamma_s$ тем более).

Минимум выражения (1.5) имеет место при $\Delta\omega_0^{(1, 2)} = \tilde{\gamma}^{(1, 2)}/\sqrt{3}$, т. е. при $\theta = \theta_{res}$ (см. (2.1)), $k \approx k_{st}$, $\varphi = \varphi_{max}$ (см. (2.3)—(2.5)), и равен

$$\frac{r_{E,\,пор}^2}{r_{De}^2} = \frac{64\sqrt{3}}{9 f_{max}} \frac{\gamma_s \tilde{\gamma}}{\omega_s \omega_0} \frac{\tilde{\gamma}^{(1,2)}}{\omega_s}. \tag{3.1}$$

В двух предельных случаях по величине частоты столкновений отсюда, в частности, получаем

$$\frac{r_{E,\,пор}^2}{r_{De}^2} = \frac{64\sqrt{3}}{45 f_{max}} \frac{r_{Di}^2 \nu_{ii} \nu_{ei}^2 \omega_{Le}^4 X^2}{r_{De}^2 \omega_0^5 \omega_s^2(k_{st}) \varkappa^{(1, 2)}}, \tag{3.2}$$

если

$$2\frac{\omega_0^2 \varkappa^{(1, 2)}}{\omega_{Le}^2 X}, \quad \frac{5}{4}\sqrt{\frac{\pi}{8}} \frac{\omega_{Li} Y}{\omega_{Le}\delta} < \frac{\nu_{ei}}{\omega_s(k_{st})} < \left[\frac{\varkappa^{(1, 2)}}{X\delta}\right]^{1/2},$$

$$\delta = \left[\frac{e_i^2 m_e T_e}{2e^2 m_i T_i}\right]^{1/2},$$

при этом частота ω на пороге мало отличается от ионно-звуковой, и

$$\frac{r_{E,\,пор}^2}{r_{De}^2} = \frac{16\sqrt{10}}{15 f_{max}} \frac{r_{Di} \nu_{ii}^{1/2} \nu_{ei}^{3/2} \omega_{Le}^3 X^{3/2}}{r_{De}\omega_s(k_{st}) \omega_0^4 (\varkappa^{(1,2)})^{1/2}}, \tag{3.3}$$

если

$$2\frac{\omega_0^2 \varkappa^{(1, 2)}}{\omega_{Le}^2 X}, \quad \frac{5}{4}\sqrt{\frac{\pi}{8}} \frac{\omega_{Li} Y}{\omega_{Le}\delta}, \quad \sqrt{\frac{15}{8}} \frac{\omega_0}{\omega_{Le}} \left[\frac{\varkappa^{(1, 2)}}{X\delta}\right]^{1/2} < \frac{\nu_{ei}}{\omega_s(k_{st})},$$

при этом на пороге частота $\omega = \left[\frac{8}{15}\omega_s^2(k_{st}) \nu_{ei}\nu_{ii} \frac{r_{Di}^2 \omega_{Le}^2 X}{r_{De}^2 \omega_0^2 \varkappa^{(1, 2)}}\right]^{1/4} > \omega_s(k_{st})$.

Максимум инкремента (1.4) достигается в тех же условиях, что и порог, и равен

$$\gamma_{\max} = \frac{3\sqrt{3}}{16} \frac{r_E^2 - r_{E,\,\text{пор}}^2}{r_{De}^2} \frac{\omega_0^5 \omega_s^2 (k_{st}) f_{\max} \varkappa^{(1,\,2)}}{\nu_{el}^2 \omega_{Le}^4 X^2}. \qquad (3.4)$$

В заключение отметим, что в рассмотренном в последнем разделе случае больших частот столкновений в области максимума инкремента в спектре возбуждаемых колебаний (кроме частоты ω) присутствуют гармоники $\omega \pm \omega_0$ с равными амплитудами.

Проведенное выше исследование показывает, что в замагниченной плазме, находящейся в относительно слабом ВЧ поле с частотой, близкой к частотам собственных плазменных колебаний, возможна параметрическая неустойчивость относительно раскачки низкочастотных продольных колебаний. В изученной области частот возмущений, превосходящих гироскопическую частоту ионов, полученные пороговые значения величины ВЧ поля и максимальные инкременты при $\Omega_e \sim \omega_{Le}$ по порядку величины совпадают с таковыми для плазмы без магнитного поля. Однако, в отличие от незамагниченной плазмы, при малых частотах столкновений возбуждаются колебания в широкой области длин волн.

Так же, как и в плазме без магнитного поля, в зависимости от соотношения между высокочастотным декрементом $\tilde{\gamma}$ и звуковой частотой имеются две возможности. Во-первых, в распадных условиях оказываются нарастающими преимущественно колебания с частотами $\omega = \omega$ и $\omega - \omega_0 = -\omega_{re}^{(1,\,2)}$. Во-вторых, возможна ситуация, когда возбуждаются колебания с частотами ω, $\omega + \omega_0$ и $\omega - \omega_0$, причем амплитуды двух последних примерно равны, а частота ω может значительно превосходить ионно-звуковую даже на пороге.

Автор признателен В. П. Силину за ценные советы и замечания и А. Ю. Кирию за интерес к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Н. Е. Андреев, А. Ю. Кирий, В. П. Силин, Параметрическое возбуждение продольных колебаний в плазме слабым высокочастотным электрическим полем, Препринт, ФИАН, М., 1969 г.; ЖЭТФ, 57, 1028 (1969).
2. V. P. Silin, A Survey of Phenomena in Ionized Gases, IAEA, Vienna, 1968, p. 205.

Физический институт им. П. Н. Лебедева
АН СССР

Поступила в редакцию
18 мая 1970 г.

PARAMETRIC PLASMA INSTABILITY IN CONSTANT MAGNETIC AND WEAK HIGH-FREQUENCY ELECTRIC FIELDS

N. E. Andreev

When the external HF field frequencies are close to those of electron plasma oscillations, the parametric plasma instability takes place at relatively small values of the external field intensity. The expressions have been obtained for the increments and threshold values of HF field intensity when the oscillations are excited with the frequencies exceeding the ion gyroscopic one. It is shown that as distinct from the plasma without the magnetic field the perturbation driving is possible in a wide range of wave length.