ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XIV, № 5 *РАДИОФИЗИКА* *1971*

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ И ПИСЬМА В РЕДАКЦИЮ

УДК 551.510.535

ОБОБЩЕННЫЙ ОПЕРАТОР АМБИПОЛЯРНОЙ ДИФФУЗИИ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В ОБЛАСТИ F ИОНОСФЕРЫ

М. Н. Фаткуллин, Ю. С. Ситнов

Теория области $F2$ ионосферы исходит из того, что на этих высотах, как показали прямые экспериментальные исследования [1], в ионном составе среды доминируют ионы кислорода O^+. При рассмотрении же процессов амбиполярной диффузии учитывается диффузия заряженных частиц только вдоль силовых линий магнитного поля Земли. Тогда при учете электронейтральности среды, т. е. $n_e = n(O^+) \equiv N$, где n_e и $n(O^+)$ — соответственно концентрации электронов и ионов O^+, и условия $v''_e = v''_{O^+} = v''_d$ поток продольной амбиполярной диффузии электронно-ионного газа в поле гравитации Земли определяется как

$$\Phi''_d = Nv''_d = -D_a \left\{ \nabla N + \frac{N}{T} \nabla T - \frac{Nmg}{kT} \right\}'', \tag{1}$$

где $T = T_e + T_i$, T_e и T_i — соответственно температуры электронов и ионов, m — масса ионов O^+, g — ускорение силы тяжести Земли, k — постоянная Больцмана, D_a — коэффициент амбиполярной диффузии, причем [2]

$$D_a = D \frac{(T_e + T_i)}{(T_i + T_n)^l} \frac{1}{n(O)} \ (см^2 \cdot сек^{-1}), \tag{2}$$

$D \approx 3{,}4 \cdot 10^{17}$, $n(O)$ — концентрация атомов кислорода, T_n — температура нейтральных частиц, $l \approx 0{,}5$. В (1) и (2) учтен тот факт, что в ионосфере на высотах $h \gtrsim 250$ *км* в общем случае $T_e > T_i > T_n$.

В данной работе мы попытаемся получить обобщенный оператор амбиполярной диффузии D_d, определяемый как

$$-\operatorname{div} \Phi''_d = D_a \mathrm{D}_d N, \tag{3}$$

вначале без уточнения моделей среды, а после для тех или иных моделей распределения параметров ионосферы на высотах области $F2$ будем конкретизировать явный вид этого оператора и сравним результаты с имеющимися в литературе (см., например, [3–5]).

Для нахождения оператора D_d вычислим дивергенцию потока амбиполярной диффузии в общем виде, используя диполярную систему координат, координатные составляющие которой определяются через сферические как [6, 7]

$$\alpha = \frac{r}{\sin^2\theta}, \quad \beta = \frac{\cos\theta}{r^2}, \quad \lambda = \varphi, \tag{4}$$

где θ — дополнение геомагнитной широты. В этих координатах уравнение (1) запишется как

$$\Phi''_d = -D_a \left\{ h_\beta^{-1} \frac{\partial N}{\partial \beta} + \frac{N}{T} h_\beta^{-1} \frac{\partial T}{\partial \beta} - N \frac{mg_\beta}{kT} \right\} e_\beta, \tag{5}$$

где h_β — коэффициент Ламэ, e_β — орт вдоль силовой линии,

$$h_\beta = r^3/\delta^{1/2}, \quad \delta = 1 + 3\beta^2 r^4, \quad g_\beta = g_R \left(\frac{R}{r}\right)^2 \frac{2\cos\theta}{\delta^{1/2}}, \tag{6}$$

g_R — ускорение силы тяжести на выбранном геоцентрическом расстоянии $R = R_0 + h_0$, R_0 — радиус Земли, h_0 — высота над поверхностью Земли.

Из (3) и (5) для оператора D_d можно получить выражение

$$\mathrm{D}_d = f_2(r, \beta)\frac{\partial^2}{\partial\beta^2} + f_1(r, \beta)\frac{\partial}{\partial\beta} + f_0(r, \beta), \tag{7}$$

где

$$f_2(r, \beta) = h_\beta^{-2}, \quad f_1(r, \beta) = \frac{h_\beta^{-2}}{D_a}\frac{\partial D_a}{\partial\beta} + \frac{h_\beta^{-2}}{T}\frac{\partial T}{\partial\beta} - \frac{mg_\beta}{kT}h_\beta^{-1},$$

$$f_0(r, \beta) = \frac{h_\beta^{-2}}{TD_a}\frac{\partial D_a}{\partial\beta}\frac{\partial T}{\partial\beta} - \frac{h_\beta^{-1}}{D_a}\frac{mg_\beta}{kT}\frac{\partial D_a}{\partial\beta} + \frac{h_\beta^{-2}}{T}\frac{\partial^2 T}{\partial\beta^2} - \frac{h_\beta^{-2}}{T^2}\left(\frac{\partial T}{\partial\beta}\right)^2 + \tag{8}$$

$$+ \frac{mg_\beta}{kT^2}h_\beta^{-1}\frac{\partial T}{\partial\beta} - \frac{m}{kT}\left(\frac{\alpha}{h_\beta}\right)^2\frac{\partial}{\partial\beta}(h_\alpha h_\lambda g_\beta);$$

$$h_\alpha = \sin^3\theta/\delta^{1/2}, \quad h_\lambda = r\sin\theta. \tag{9}$$

Далее попытаемся конкретизировать вид оператора (7) для определенных моделей среды и показать, как из уравнения (7) можно получить уже известные случаи. Однако для этого нам понадобятся два соотношения; одно из них получаем при $g = g_R$, $R = r$ и в (8)

$$\left(\frac{\alpha}{h_\beta}\right)^2\frac{\partial}{\partial\beta}(h_\alpha h_\lambda g_\beta) = -\frac{2g_R}{r\delta^2}(15r^8\beta^4 + 10r^4\beta^2 - 1), \tag{10}$$

а второе — при $g = g_R(R/r)^2$ и

$$\left(\frac{\alpha}{h_\beta}\right)^2\frac{\partial}{\partial\beta}(h_\alpha h_\lambda g_\beta) = -2g_R\left(\frac{R}{r}\right)^2\frac{1}{r\delta^2}(3r^8\beta^4 + 6r^4\beta^2 - 1) \tag{11}$$

Случай 1. Среда изотермична, но $T_e \neq T_i \neq T_n$ и

$$n(\mathrm{O}) = n_R(\mathrm{O})\exp[-(r - R)/H_D]$$
$$D_a = D_{aR}\exp[(r - R)/H_D], \tag{12}$$
$$D_{aR} = \frac{D}{n_R(\mathrm{O})}\frac{T_e + T_i}{(T_i + T_n)^l}.$$

Тогда из (7), (8), (10) и (12) для оператора продольной амбиполярной диффузии можно получить выражение

$$\mathrm{D}_d = h_\beta^{-2}\frac{\partial^2}{\partial\beta^2} - \frac{2\beta}{r}\frac{1 + \varepsilon(1 + \gamma)}{\varepsilon(1 + \gamma)H_D}\frac{\partial}{\partial\beta} +$$
$$+ \frac{4\beta^2 h_\beta^2}{r^2\varepsilon(1 + \gamma)H_D^2} + \frac{2}{\varepsilon(1 + \gamma)H_D}\frac{h_\beta^4}{r^{13}}(15r^8\beta^4 + 10r^4\beta^2 - 1), \tag{13}$$

где

$$\gamma = T_e/T_i, \quad \varepsilon = T_i/T_n. \tag{14}$$

Используя соотношение $\sin I = 2\cos\theta/\delta^{1/2}$, где I — магнитное наклонение, можно показать, что при $\varepsilon = 1$ уравнение (13) сводится к приведенному в [5], а при $\gamma = 1$ и $\varepsilon = 1$ — к выражению из [3].

Случай 2. Рассмотрим случай, когда высотные распределения температур заряженных частиц имеют линейные градиенты, т. е.

$$T_e = T_{Re} + \Gamma_e(r - R_e), \quad T_i = T_{Ri} + \Gamma_i(r - R_i), \tag{15}$$

причем начала линейного роста температур электронов и ионов не совпадают и $R_i \gtrsim R_e$; температура нейтральных частиц с высотой не меняется. В ионосфере Земли эти условия выполняются на высотах выше 250 *км*.

В этом случае

$$D_a = D_2(r)\exp[(r - R)/H_D], \tag{16}$$

где

$$D_2(r)=\frac{H}{n_R(O)}\,\frac{A+\Gamma r}{(B+\Gamma_i r)^{l}},$$

$$A=T_{Re}+T_{Ri}-(\Gamma_e R_e+\Gamma_i R_i), \tag{17}$$

$$B=T_{Ri}+T_n-\Gamma_i R_i,\quad \Gamma=\Gamma_e+\Gamma_i.$$

Из (7), (8), (10), (16) и (17) для оператора продольной амбиполярной диффузии можно получить выражение

$$\begin{aligned}\mathrm{D}_d={}&h_\beta^{-2}\frac{\partial^2}{\partial\beta^2}-2\left[\frac{2\Gamma}{T}-\frac{l\Gamma_i}{T_i+T_n}+\frac{1}{H_D}+\frac{1}{H}\right]\frac{\beta}{r}\frac{\partial}{\partial\beta}+\left(\frac{\Gamma}{T}+\frac{1}{H}\right)\times\\&\times\left[\left(\frac{1}{H_D}-\frac{l\Gamma_i}{T_i+T_n}\right)\frac{4\beta^2r^4}{1+3\beta^2r^4}+\frac{2}{r(1+3\beta^2r^4)^2}(15\beta^4r^8+10\beta^2r^4-1)\right],\end{aligned}\tag{18}$$

где $H=(kT/mg_R)$ — шкала высот электронно-ионного газа. И, наконец, приведем упрощенные выражения вместо (18) для случаев высоких и экваториальных широт.

При $\theta\to0$ из (18) можно получить

$$\begin{aligned}\mathrm{D}_d={}&\frac{\partial^2}{\partial r^2}+\left[\frac{3}{r}+\frac{2\Gamma}{T}-\frac{l\Gamma_i}{T_i+T_n}+\frac{H+H_D}{HH_D}\right]\frac{\partial}{\partial r}+\\&+\left(\frac{1}{H}+\frac{\Gamma}{T}\right)\left(\frac{1}{H_D}-\frac{l\Gamma_i}{T_i+T_n}+\frac{3}{r}\right).\end{aligned}\tag{19}$$

В частности, при $\Gamma_i=\Gamma=0,\ T_e=T_i=T_n$ (19) переходит в

$$\mathrm{D}_d=\frac{\partial^2}{\partial r^2}+\left(\frac{3}{r}+\frac{3}{2}\,\frac{1}{H_D}\right)\frac{\partial}{\partial r}+\frac{1}{2H_D}\left(\frac{1}{H_D}+\frac{3}{r}\right)\tag{20}$$

и при $r\gg H_D$ из (20) следует результат [4].

Применительно к геомагнитному экватору ($\theta\to\pi/2$) (18) можно привести к виду

$$\mathrm{D}_d=\frac{1}{r^2}\,\frac{\partial}{\partial\theta^2}-\frac{2}{r}\,\frac{\partial}{\partial r}-\frac{2\Gamma}{rT}-\frac{2}{rH},\tag{21}$$

и при $\Gamma=0,\ T_e=T_i=T_n$ из (21) получим

$$\mathrm{D}_d=\frac{1}{r^2}\,\frac{\partial^2}{\partial\theta^2}-\frac{2}{r}\,\frac{\partial}{\partial r}-\frac{1}{rH_D},\tag{22}$$

что совпадает с [3].

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Г. Истомин, сб. Исследования космического пространства, изд Наука, М., 1965.
2. М. Н. Фаткуллин, А. Мурадов, Геомагнетизм и аэрономия, 11, № 1 (1971)
3. P. C. Kendall, J. Atmos. Terr. Phys., 24, 805 (1962).
4. V. C. A. Ferraro, Terr. Magn. Atmos. Electr., 50, 215 (1945).
5. W. B. Hanson, R. J. Moffett, J. Geophys. Res., 71, 5559 (1966).
6. W. C. Hoffman, Proc. Int. Conf. Ionosphere, London, 1962, p. 406.
7. М. Н. Фаткуллин, Ю. С. Ситнов, Геомагнетизм и аэрономия (в печати)

Институт земного магнетизма, ионосферы и распространения радиоволн АН СССР

Поступила в редакцию 1 июня 1970 г.