

УДК 538.56

ПОТЕРИ НА ИЗЛУЧЕНИЕ В ИЗОГНУТЫХ ВОЛНОВОДАХ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН

B. B. Шевченко

Изложен приближенный метод расчета потерь на излучение в изогнутых волноводах поверхностных волн. Метод применим при вычислении потерь волн с малым замедлением в слабоизогнутых (малая кривизна изгиба) волноводах в случае, когда погонные (на длине волны) потери на излучение малы. Этим методом рассчитаны потери симметричной и несимметричной (дипольной) волн в изогнутой однопроводной линии и в изогнутом диэлектрическом волноводе.

1. В настоящее время известны два подхода к расчету потерь на излучение поверхностных волн в изогнутых направляющих системах. Один из них, применяемый в случае направляющих поверхностей — цилиндрически изогнутой поверхности [1—4] или сферически изогнутой поверхности [5, 6] — заключается в том, что поле волны ищется как решение граничной задачи соответственно в цилиндрической или сферической системах координат. При этом определяющую потерю на излучение мнимую часть продольного волнового числа удается вычислить в конечном виде лишь для слабоизогнутых поверхностей, путем использования асимптотики цилиндрических функций. Непосредственное развитие такого подхода с точки зрения использования его для расчета изогнутых линий поверхностных волн сопряжено с большими техническими трудностями, связанными с необходимостью перехода к торoidalным координатам.

Другой подход, изложенный в работе [7], основан на том, что поверхность волну в некоторых случаях (например, симметричная волна однопроводной линии) можно рассматривать как волну движущегося пространственного заряда (электронного потока). Используя результаты решения задачи об излучении заряда, движущегося по окружности, Вайнштейн [7] рассчитал потери на излучение симметричной поверхностной волны, распространяющейся вдоль изогнутого тонкого провода.

Предлагаемый в данной работе метод расчета потерь на излучение в изогнутых линиях поверхностных волн (однопроводной металлической линии, покрытой пленкой диэлектрика; диэлектрическом волноводе и др.) основывается на следующих двух положениях. Первое заключается в том, что, как будет показано ниже, по крайней мере для слабозамедленных волн нет необходимости в переходе к торoidalным координатам, так как задачу об изогнутой линии можно свести к задаче об изогнутой по цилинду поверхности с пространственно-модулированным в поперечном сечении полем направляемой волны. Второе положение, очень ценное с точки зрения практических расчетов, состоит в том, что для приближенного вычисления потерь на излучение в изогнутых системах можно ввести простое, но достаточно универсальное правило расчета. Проведенное нами рассмотрение излучения поверхностных волн с цилиндрически изогнутой поверхности не путем решения граничной задачи, а иным способом, подсказало это правило. При этом оказалось,

что для проведения расчета достаточно знать лишь свойства поверхностной волны прямолинейного волновода.

2. Запишем функцию поля поверхности волны (это может быть одна из координатных функций E_φ , H_ρ и т. д.) в виде

$$f(\varphi, \rho, z, t) = \Phi(\varphi, \rho) \exp\{i(\omega t - hz)\}, \quad (1)$$

где ω — частота поля, h — продольное волновое число. Выражающая зависимость от поперечных координат функция $\Phi(\varphi, \rho)$ — функция поперечного сечения — при больших ρ , как известно, может быть представлена в виде

$$\Phi(\varphi, \rho) = \Phi_0(\varphi) \frac{1}{\sqrt{\rho\rho}} \exp(-\rho\rho), \quad (2)$$

где $\rho = \sqrt{h^2 - k^2}$, $k^2 = \omega^2 \epsilon_0 \mu_0$, ϵ_0 и μ_0 — параметры среды, в которую помещена линия.

Введем вспомогательную декартову систему координат так, как показано на рис. 1. Дальнейшие рассуждения для простоты мы проведем для линии круглого сечения, однако результаты (это будет ясно из рассмотрения) будут справедливы для линии с более общей формой поперечного сечения. Из рис. 1 видно, что $x = \rho \sin \varphi$, $y = \rho \cos \varphi - a$, где a — радиус линии. Рассмотрим функцию (2) в некотором сечении $y = y_0 = \text{const}$. В этом сечении она спадает при увеличении $|x|$. Нас будет интересовать случай, когда поле успевает существенно уменьшиться на расстояниях $|x| \ll \rho_0 = a + y_0$, или, иначе, при

$$\varphi = \frac{|x|}{\rho_0} = \frac{|x|}{a + y_0} \ll 1. \quad (3)$$

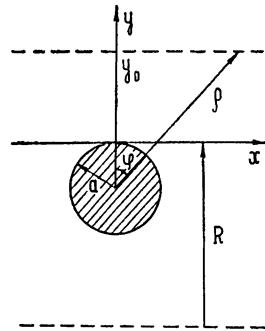


Рис. 1.

Но при этом скорость спадания поля в масштабе длины волны должна быть малой, т. е. поле в данном сечении должно мало изменяться при изменениях в пределах длины волны $\lambda = 2\pi/k$. Как будет показано ниже, в этом случае поле поверхности волны в сечении $y = y_0$ можно приближенно рассматривать как поле волны, направляемой плоской поверхностью, расположенной в плоскости $y = 0$. Это поле будет лишь модулировано вдоль оси x медленно меняющейся функцией. Найдем условия, которым должны удовлетворять величины ρ и y_0 , чтобы реализовался такой случай.

В области малых значений φ функцию $\Phi(\varphi, \rho)$ можно представить в виде

$$\Phi(\varphi, \rho) = \Phi_0(0) \frac{1}{\sqrt{\rho\rho}} \exp\left(-\rho\rho - p \frac{x^2}{2\rho_0}\right). \quad (4)$$

Расстояние существенного уменьшения поля относительно его значения при $x = 0$ можно оценить из условия $p x_0^2 / 2\rho_0 = 1$, откуда получим

$$x_0 = \sqrt{2\rho_0/p}. \quad (5)$$

Поскольку величина x_0 при этом должна удовлетворять условию (3), в результате имеем

$$\sqrt{\frac{1}{2} p \rho_0} = \sqrt{\frac{1}{2} p (a + y_0)} \gg 1. \quad (6)$$

С другой стороны, мы хотим, чтобы было $x_0 \gg \lambda$. Это условие с учетом (5) дает

$$\lambda \sqrt{\frac{p}{2\rho_0}} = \frac{\lambda p}{2} \sqrt{\frac{2}{p\rho_0}} \ll 1, \quad (7)$$

или, на основании (6),

$$\frac{1}{2} \lambda p = \pi \frac{p}{k} \leqslant 1. \quad (8)$$

Физический смысл условий (6) и (8) следующий. Поле будет существенно спадать в области малых углов $\varphi \ll 1$ в том случае, когда $\rho_0 = a + y_0$ много больше эффективной протяженности поля поверхности в поперечном сечении $d = 1/p$. При этом поле будет убывать медленно (мало уменьшаясь в пределах λ), если рассматривается волна с малым замедлением. Действительно, при условии (8) замедление $\beta = h/k = (1 + p^2/k^2)^{1/2} \approx 1$.

3. Для дальнейшего рассмотрения введем в плоскости $y = 0$ плоскую направляющую поверхность сравнения, такую, чтобы функция сечения $\Phi_C(x, y)$ направляемой ею поверхности волны совпадала при $y = y_0$ и вблизи y_0 с функцией (4) исследуемой волны. При этом сама функция будет иметь вид

$$\Phi_C(x, y) = \Phi_0(0) \frac{1}{\sqrt{p\rho_0}} \exp \left(-pa - \frac{px^2}{2\rho_0} - py \right), \quad (9)$$

где, как и в (4), $\rho_0 = a + y_0$.

Теперь рассмотрим изгиб линии относительно некоторой оси, параллельной оси x (рис. 1). Пусть радиус изгиба той части поверхности линии, которая касается введенной плоской поверхности сравнения, равен R . Одновременно рассмотрим изгиб поверхности сравнения. Очевидно, что радиус ее изгиба также равен R . Качественное физическое объяснение процесса излучения поверхности волны со слабоизогнутой по цилиндуру плоской поверхности было дано Миллером и Талановым [1, 2]. Оно заключается в следующем.

Поскольку фазовый фронт волны на изгибе совпадает с плоскостью $\theta = \text{const}$ (рис. 2), а зависимость от координаты θ имеет вид $\exp(-iv\theta)$, где $v = v' + iv''$, $|v'| \ll v'$, то, начиная с некоторого расстояния от центра изгиба $r = r_0 = v'/k$, фронт волны оказывается движущимся быстрее, чем плоская волна в свободном пространстве. Поэтому, начиная с этого расстояния, волна «высвечивается» в пространство. Здесь важно подчеркнуть, что данная интерпретация процесса излучения говорит о его локальности, т. е. величина излучения определяется только значением поля в области близи $r = r_0$.

Если до значения r_0 поле волны успеет существенно уменьшиться вследствие экспоненциального спада от поверхности, то потери на излучение будут малы. Ниже, в п. 4, эта мысль будет раскрыта подробнее.

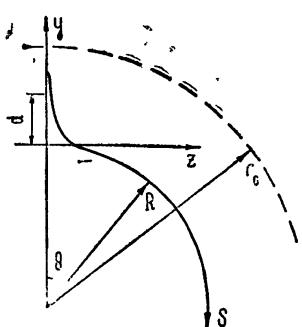


Рис. 2.

В случае малых погонных (на единице длины порядка λ) потерь минимую часть волнового числа $h_1 = h'_1 + ih''_1$ ($h_1 = v/R$), определяющую линейные потери, можно вычислить по формуле

$$h''_1 = -\frac{P_C}{2P_S}, \quad (10)$$

где P_C — погонная мощность излучения вдоль радиуса r , P_S — полная мощность, переносимая поверхностью волной через сечение $\theta = \text{const}$, которая в случае малых погонных потерь приближенно равна мощности, переносимой поверхностью волной вдоль неизогнутой (плоской) поверхности.

Формула (10) может быть использована и для приближенного вычисления потерь в случае изогнутой линии поверхности волны, если удастся вычислить погонную мощность излучения с изгиба линии. Эту мощность оказывается возможным вычислить в случае, когда $r_0 = R + y_0$, где y_0 удовлетворяет условию (6), и, кроме того, выполняется условие (8). Тогда поле в области вблизи $r = r_0 = R + y_0$ для линии является таким же, как для введенной поверхности сравнения. Наличие малой продольной кривизны не должно привести к существенному различию этих полей, так как вблизи $r = r_0$ кривизна влияет в основном лишь на сомножитель вида $\exp(pry)$. Поскольку, как уже говорилось выше, процесс излучения является локальным (т. е. определяется значением поля в области $r \approx r_0$), вместо непосредственного вычисления погонной мощности излучения с изогнутой линии достаточно вычислить погонную мощность излучения с изогнутой плоской поверхности сравнения. Последнюю же мощность в случае медленного изменения поля вдоль оси x , когда, как известно, имеет место также локальность излучения по координате x , можно находить следующим образом. Рассматривая зависимость от x как параметрическую, определим мощность излучения при фиксированном значении x , т. е. решим сначала двумерную задачу об излучении с изогнутой по цилиндуру плоской поверхности. Затем результат проинтегрируем по параметру x .

4. Итак, рассмотрим двумерную задачу об излучении с изгиба плоской направляющей поверхности и вычислим погонную мощность потерь на излучение направляемой ею поверхностью волны. Функцию поля на изгибе будем искать в виде

$$\psi(\theta, r) = \Psi(r) \sqrt{\frac{R}{r}} \exp(-iv\theta). \quad (11)$$

Функция $\Psi(r)$ должна при этом удовлетворять уравнению:

$$\frac{d^2\Psi}{dr^2} + p_1^2(r) \Psi = 0, \quad (12)$$

где $p_1^2(r) = (v^2 - 1/4)/r^2 - k^2$. Нас интересует случай $|v| \gg 1$, поэтому $p_1^2(r) \approx v^2/r^2 - k^2$. Представим v как $v = h_1 R$. Тогда зависимость от продольной координаты можно записать в виде $\exp(-ih_1 s)$, где $s = R \theta$. При $R \rightarrow \infty$ эта зависимость переходит в $\exp(-ihz)$, где h — волновое число поверхности волны на неискривленной (плоской) поверхности. В случае слабоискривленной поверхности (R велико, но конечно) можно считать, что $h_1 \approx h$,

$$p_1^2(r) = k^2 (r_0^2/r^2 - 1), \quad (13)$$

где $r_0 = hR/k$.

Здесь следует отметить, что, вводя такое приближение, мы, казалось бы, теряем то, что хотим вычислить, а именно h_1'' . Но, поскольку эту величину мы будем вычислять не с помощью граничных условий для $\Psi(r)$ на направляющей поверхности, как это сделано в [1-6], а с помощью формулы (10), для вычисления P_C , как увидим ниже, вполне достаточно считать, что $h_1 \approx h_1'' \approx h$.

Перейдем к новой переменной $y = r - R$ (рис. 2) и будем рассматривать случай, когда погонные потери на излучение малы, что имеет место при

$$y_0 = r_0 - R \gg d = \frac{1}{p}, \quad (14)$$

где $p = (h^2 - k^2)^{1/2}$. В этом случае излучение происходит в той части поля волны, где величина поля незначительна. Будем также считать, что волна является слабозамедленной, т. е. $p^2 \ll k^2$ или $h \approx k$. При этом условии имеет место соотношение $y_0 \ll R$. Действительно,

$$\frac{y_0}{R} = \frac{r_0 - R}{R} = \frac{h}{k} - 1 \approx \frac{p^2}{2k^2} \ll 1. \quad (15)$$

Поскольку нас интересуют значения y , также по порядку величины равные y_0 , то будет удовлетворяться и условие $y \ll R$. Учитывая все это, представим (13) в виде

$$p_1^2(y) \approx p^2 - 2h^2 \frac{y}{R} \approx p^2 \left(1 - \frac{y}{y_0}\right), \quad (16)$$

при этом уравнение (12) запишется следующим образом:

$$\frac{d^2\Psi}{dy^2} - p^2 \left(1 - \frac{y}{y_0}\right) \Psi = 0. \quad (17)$$

Это есть не что иное, как уравнение Эйри, асимптотическое решение которого, согласно [8, 9], для нашего случая (при $py_0 \gg 1$)

$$\begin{aligned} \Psi(y) &= \frac{1}{\sqrt{|p_1(y)|}} \left[\exp\{-\tau_1(y)\} + \frac{i}{2} \exp\{-2\tau_1(y_0) + \tau_1(y)\} \right] \quad (y < y_0), \\ \Psi(y) &= \frac{1}{\sqrt{|p_1(y)|}} \exp\{-\tau_1(y_0) - i\tau_2(y)\} \quad (y > y_0), \end{aligned} \quad (18)$$

$$\text{где } \tau_1(y) = \int_0^y p_1(y) dy, \quad \tau_1(y_0) = \frac{2}{3} py_0, \quad \tau_2(y) = \int_{y_0}^y |p_1(y)| dy.$$

На рис. 3 качественно представлена вещественная часть функции $\Psi(y)$. Там же для сравнения приведена функция

$$\Psi(y) = \frac{1}{\sqrt{p}} \exp(-py), \quad (19)$$

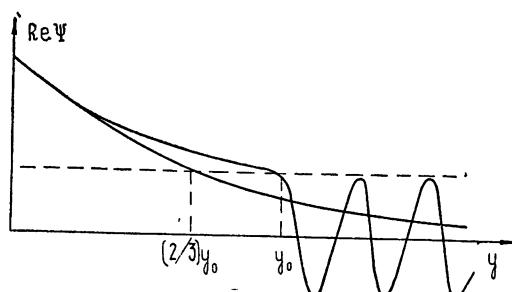


Рис. 3.

выражающая зависимость поля волны в попечном сечении для неизогнутой (плоской) направляющей поверхности.

Из рис. 3 и выражений (18) следует, что при $y > y_0$ поле в попечном сечении

имеет вид бегущей вдоль оси y волны. Поток излучающейся при этом мощности, например, для ТМ волн ($H_x = \psi(y)$, $H_y = H_z = 0$), равен

$$P_C(y_0) = iA\Psi^*(y) \frac{d\Psi}{dy} = A \exp\{-2\tau_1(y_0)\} = A \exp\left(-\frac{4}{3}py_0\right), \quad (20)$$

где $A = Z_0/2k$, $Z_0 = (\mu_0/\epsilon_0)^{1/2}$.

Как уже отмечалось выше, полный поток мощности, переносимый поверхностью волной вдоль слабоизогнутой поверхности, приближенно равен потоку мощности поверхности волны вдоль плоской (неискривленной) поверхности. Этот поток равен

$$P_S = Ah \int_0^\infty |\Psi(y)|^2 dy = \frac{Ah}{2p^2}. \quad (21)$$

Теперь, используя (10), нетрудно получить

$$h''_1 = -\frac{p^2}{h} \exp\left(-\frac{4}{3}py_0\right), \quad (22)$$

где, на основании (15),

$$y_0 = \frac{p^2 R}{2k^2}. \quad (23)$$

Выражение (22) согласуется при $h \approx k$ с результатами, полученными в работах [2, 3].

Вывод формулы (22) был произведен, в частности, для того, чтобы обратить внимание на следующие обстоятельства. Правая часть (22) содержит только радиус кривизны изгиба и параметры поверхности волны неизогнутой (прямолинейной) направляющей поверхности. Далее, вычислим аналогично (20) поперечный поток колеблющейся [10] мощности в некотором сечении $y = \text{const}$ для неизогнутой поверхности. Используя (19), находим

$$P_0(y) = iA\Psi(y) \frac{d\Psi}{dy} = -iA \exp(-2py). \quad (24)$$

Из (20) и (24) видно, что эти выражения могут быть связаны формальным соотношением

$$P_C(y_0) = \left| P_0\left(\frac{2}{3}y_0\right) \right|. \quad (25)$$

Используя (25), можно сформулировать следующее простое правило расчета h''_1 . Для вычисления h''_1 слабозамедленной ($h \approx k$) поверхности волны слабоизогнутой ($p^2 R/2k^2 = py_0 \gg 1$) направляющей системы достаточно вычислить продольный поток мощности поверхности волны неизогнутой системы, поперечный поток колеблющейся мощности в сечении $y = \text{const}$ такой системы, затем, подставив в экспоненту $y = \frac{2}{3}y_0$ и взяв модуль последней, применить формулу (10).

Конечно, данное правило не представляет практической ценности для рассмотренной двумерной задачи, так как оно получено после того, как мы ее уже решили, но оно оказывается очень ценным для трехмерных задач. Для таких задач правило должно быть уточнено следующим образом. После вычисления $P_0(y)$ при фиксированном значении x

делается подстановка $y = \frac{2}{3} y_0$, причем, согласно (9), только в экспоненциальную часть выражения вида $\exp(-py)$, в другие сомножители нужно подставить $y = y_0$. Затем проводится интегрирование по x .

5. Проиллюстрируем изложенное правило расчета h''_1 на примере вычисления потерь симметричной и несимметричной (дипольной) волн изогнутой однопроводной линии и изогнутого диэлектрического волновода.

Функции поперечного сечения составляющих поля симметричной поверхностной волны однопроводной линии запишем в виде

$$H_\varphi = -K_1(p\rho), \quad E_\rho = \frac{h}{k} Z_0 K_1(p\rho), \quad E_z = \frac{ip}{k} Z_0 K_0(p\rho), \quad (26)$$

где $p = k\sqrt{\beta^2 - 1}$, $\beta = h/k$ — замедление поверхностной волны, $Z_0 = (\mu_0/\epsilon_0)^{1/2}$ — волновое сопротивление среды, в которую помещена линия. Продольный поток мощности равен

$$P_S = -\frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \int_a^\infty E_\rho H_\varphi^* d\varphi \rho d\rho = \frac{\pi h a^2 Z_0}{2k} [K_0(pa) K_2(pa) - K_1^2(pa)]. \quad (27)$$

Поперечный поток колеблющейся мощности через сечение $y = \text{const}$ можно представить как

$$P_0(y) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} E_z H_\varphi \cos \varphi dx = -\frac{i P Z_0}{k} \int_0^\infty K_0(p\rho) K_1(p\rho) \cos \varphi dx. \quad (28)$$

При условии, что y удовлетворяет соотношению (6), имеем $\cos \varphi \approx 1$,

$$K_0(p\rho) \approx K_1(p\rho) \approx \sqrt{\frac{\pi}{2p\rho}} e^{-p\rho} \approx \sqrt{\frac{\pi}{2p(a+y)}} \times \\ \times \exp \left\{ -p(a+y) - \frac{px^2}{2(a+y)} \right\},$$

и, следовательно,

$$P_0(y) = -\frac{i\pi Z_0}{2k(a+y)} \int_0^\infty \exp \left\{ -2p(a+y) - \frac{px^2}{a+y} \right\} dx. \quad (29)$$

Согласно данному выше правилу поток излучающейся на изгибе логонной мощности равен

$$P_C(y_0) = \frac{\pi Z_0 \exp(-2p(a + (2/3)y_0))}{2k(a+y_0)} \int_0^\infty \exp \left(-\frac{px^2}{a+y_0} \right) dx = \\ = \frac{\pi^{3/2} Z_0}{4kp^{1/2}(a+y_0)^{1/2}} \exp \left(-2p \left(a + \frac{2}{3}y_0 \right) \right), \quad (30)$$

где y_0 задается выражением (23).

Окончательно по формуле (10) для h''_1 получается следующее выражение:

$$h''_1 = - \frac{\pi^{1/2} \exp(-2p(a + (2/3)y_0))}{4ka^2 p^{1/2} (a + y_0)^{1/2} W_1(pa)}, \quad (31)$$

где $W_1(pa) = K_0(pa)K_2(pa) - K_1^2(pa)$ и учтено, что $h \approx k$. Эта формула справедлива, согласно изложенной методике расчета, при $py_0 = p^3R/2k^2 \gg 1$. Кроме того, радиус изгиба и радиус провода должны удовлетворять соотношению $R \gg a$, так как лишь в этом случае поток мощности P_s для изогнутого провода можно приближенно заменить потоком мощности (27) для прямолинейного провода.

Из выражения (31) можно получить более простую формулу для случая тонкого ($pa \ll 1$) провода:

$$h''_1 = - \frac{1}{4} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{p \exp(-(2p^2/3k^2)pR)}{(1n(2\gamma ap) - (1/2)) \sqrt{pR}}, \quad (32)$$

где $\gamma = 1,78, \dots$ Эта формула с точностью до численного сомножителя совпадает с аналогичной формулой, полученной Вайнштейном [7] иным методом (при вычислении численного сомножителя в [7] допущена ошибка, после исправления которой различие в результатах следующее: наша формула превышает результат Вайнштейна в $\sqrt{2}$ раз, т. е. отличие не существенно).

Формула (32) может быть применена и при расчете потерь симметричной волны в изогнутом диэлектрическом волноводе, так как при $pa \ll 1$ мощность, переносимая внутри диэлектрика, пренебрежимо мала по сравнению с мощностью, распространяющейся вне диэлектрика, и ею можно пренебречь.

Теперь рассмотрим несимметричную (дипольную) волну однопроводной линии. Функции поперечного сечения составляющих поля такой волны в случае малого замедления ($\beta = h/k \approx 1$) можно записать в виде

$$E_\varphi = Z_0 H_\varphi = Z_0 K_0(p\rho) \sin(\varphi - \varphi_0), \quad E_z = iZ_0 \frac{p}{k} K_1(p\rho) \cos(\varphi - \varphi_0), \quad (33)$$

$$E_\rho = -Z_0 H_\varphi = Z_0 K_0(p\rho) \cos(\varphi - \varphi_0), \quad H_z = i \frac{p}{k} K_1(p\rho) \sin(\varphi - \varphi_0),$$

где φ_0 — угол ориентации в поперечном сечении вектора E . Продольный поток мощности равен

$$P_s = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \int_a^\infty (E_\varphi H_\varphi^* - E_\rho H_\varphi^*) d\varphi d\rho = \frac{\pi Z_0 a^2}{2} [K_1^2(pa) - K_0^2(pa)]. \quad (34)$$

Поперечный поток колеблющейся мощности через сечение $y = \text{const}$ получается в виде

$$P_0(y) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} (E_z H_\varphi - E_\varphi H_z) \cos \varphi dx = - \frac{iZ_0 p}{k} \int_0^\infty K_0(p\rho) \times \\ \times K_1(p\rho) \cos \varphi dx, \quad (35)$$

т. е. он оказывается в точности равным потоку (28) симметричного случая. Следовательно, как и в симметричном случае, поток погонной излучающейся мощности дается выражением (30), а h''_1 — выражением (31), в котором нужно только заменить $W_1(pa)$ на $W_2(pa) = K_1^2(pa) - K_0^2(pa)$.

Для тонкого провода ($ra \ll 1$)

$$h_1'' = -\frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{p \exp(-(2p^2/3k^2)pR)}{[1 - (pa \ln 2/\gamma pa)^2] \sqrt{pR}}. \quad (36)$$

Это выражение годится и для вычисления потерь несимметричной (дипольной) волны в случае изогнутого диэлектрического волновода, так как при $ra \ll 1$ потоком мощности внутри диэлектрика можно пренебречь. Если же диэлектрический волновод оказывается достаточно толстым (условие $ra \ll 1$ не удовлетворяется) и мощностью, распространяющейся в диэлектрике, пренебречь нельзя, то, добавив в знаменатель поток этой мощности, получим для h_1'' выражение, отличающееся от (31) тем, что вместо $W_1(pa)$ в знаменателе будет стоять

$$W(pa, ga)'' = W_2(pa) + \frac{4p^2 \epsilon}{g^4 a^2} [J_1^2(ga) + J_0^2(ga)], \quad (37)$$

где ϵ — относительная (по отношению к внешней среде) диэлектрическая проницаемость материала волновода, g — поперечное волновое число поля волны внутри диэлектрика, связанное с p соотношением $g^2 + p^2 = k^2(\epsilon - 1)$.

Интересно отметить, что потери на излучение не зависят от угла Φ_0 , т. е. от поляризационных характеристик волны относительно оси изгиба, что является естественным для случая малого замедления.

При практических расчетах в случае тонкого провода и диэлектрического волновода ($ra \ll 1$) вместо (32), (36) удобнее пользоваться следующими упрощенными выражениями:

$$\nu'' = Rh_1'' = -\frac{\sqrt{pR}}{4 \ln(1/ap)} \exp\left(-\frac{2}{3} \frac{p^2}{k^2} pR\right) \quad (38)$$

для симметричной волны и

$$\nu'' = Rh_1'' = -\frac{\sqrt{pR}}{2} \exp\left(-\frac{2}{3} \frac{p^2}{k^2} pR\right) \quad (39)$$

для несимметричной (дипольной) волны. Точность этих выражений практически не отличается от точности (32), (36). Для сравнения выпишем еще аналогичное выражение для изогнутой плоской направляющей поверхности:

$$\nu'' = Rh'' = -\frac{p^2 R}{k} \exp\left(-\frac{2}{3} \frac{p^2}{k^2} pR\right). \quad (40)$$

Из сравнения (38) — (40) видно, что при одном и том же замедлении $\beta = (1 - p^2/k^2)^{1/2}$ наименьшие потери имеет симметричная волна линии, а наибольшие — двумерная поверхность волна плоской изогнутой поверхности.

Автор благодарит Б. З. Каценеленбаума за дискуссию и критические замечания.

ЛИТЕРАТУРА

- М. А. Миллер, ЖТФ, 25, № 11, 1972 (1955).
- М. А. Миллер, В. И. Таланов, ЖТФ, 26, № 12, 2755 (1956).
- П. Р. Череп, Автореферат диссертации, Киевский политехнический институт, 1958.
- Н. М. Barlow, IRE Trans., AP-7, 147 (1959).
- J. R. Wait, IRE Trans., AP-8, № 4, 445 (1960).

6. N. A. Logan, K. S. Lee, IRE Trans., AP-10, № 1, 103 (1962).
7. Л. А. Вайнштейн, Радиотехника и электроника, 8, № 10, 1698 (1963).
8. В. А. Фок, Таблицы функций Эйри, изд. НКЭП, М., 1946.
9. Г. Д. Яковлева, Пятизначные таблицы функций Эйри, изд. Наука, М., 1969.
10. Л. А. Вайнштейн, Электромагнитные волны, Сов. радио, М., 1957

Институт радиотехники и электроники
АН СССР

Поступила в редакцию
6 августа 1970 г.

RADIATION LOSSES OF SURFACE WAVES IN BENDED WAVEGUIDES

V. V. Schevchenko

An approximative method of calculating the radiation losses of surface waves in bended waveguides is stated. The method is applied to calculate the wave losses with small slowing down in slightly bended (small bend curvature) waveguides in the case when the radiation losses per wavelength are small. The losses of symmetric and asymmetric (dipole) waves in a bended single-wire line and in a bended dielectric waveguide are calculated by this method.
