

УДК 621.372.4

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ КОЛЕБАНИЙ В ОТКРЫТЫХ РЕЗОНАТОРАХ СО СФЕРИЧЕСКИМИ ЗЕРКАЛАМИ

Г. Д. Богомолов, А. Б. Маненков

В 8-миллиметровом диапазоне волн исследовано взаимодействие колебаний в открытом резонаторе с плоскими и сферическими зеркалами. Измерены добротности колебаний вблизи точек вырождения. Проведен приближенный расчет взаимодействия колебаний при учете влияния отверстия связи.

В миллиметровом и субмиллиметровом диапазонах волн часто используют открытые резонаторы, образованные двумя сферическими или сферическим и плоским зеркалами. Их достоинства — малые потери на излучение и относительно слабые требования на взаимный перекос зеркал [1].

Собственные частоты колебаний m, n, q (m — азимутальный, n — радиальный и q — продольный индексы) в резонаторе, образованном двумя сферическими зеркалами диаметра $2a$ с радиусом кривизны r_0 и расположенными на расстоянии $2l$, определяются из соотношения [1]

$$2kl = \pi q + 2(m + 2n + 1) \alpha \quad (\alpha = \arcsin \sqrt{l/r_0}) \quad (1)$$

($k = \omega/c$ — волновое число), а в резонаторе, образованном сферическим и плоскими зеркалами, расположенными на расстоянии l , — из соотношения

$$kl = \pi q + (m + 2n + 1) \alpha. \quad (2)$$

Если правая часть в формулах (1), (2) имеет одно и то же значение при различных индексах m, n и q , то происходит вырождение колебаний, т. е. совпадение собственных частот различных колебаний. Видно, что колебания вырождены, если при одном и том же продольном индексе q индексы m и n связаны соотношением

$$m + 2n = \text{const}. \quad (3)$$

Каждое колебание вырождено $(m + 2n + 1)$ раз; колебание $0, 0, q$ в этом смысле невырождено*. Кроме того, если расстояние l и радиус кривизны r_0 удовлетворяют соотношению

$$\alpha = \pi \frac{p}{s}, \quad (4)$$

где p и s — целые числа ($p \leq 2s$), то происходит вырождение колебаний с различными продольными индексами. В табл. 1 и 2 сверху над колонками выписаны соотношения между l и r_0 , соответствующие точкам вырождения, а в колонках обозначены индексы колебаний, имею-

* Заметим, что мы рассматриваем колебания только одной поляризации. Если учесть вырождение колебаний в открытом резонаторе по поляризации, то степень вырождения увеличится вдвое.

Таблица 1

Точки вырождения колебания $0, 0, q$ в резонаторе, образованном двумя сферическими зеркалами

l/g_0	0,93	0,91	0,75	0,655	0,55	0,5	0,345	0,25	0,147	0,0955	0,067
Типы колебаний	6, 0, $q-5$	5, 0, $q-5$	1, 1, $q-3$	5, 0, $q-4$	4, 0, $q-3$	2, 0, $q-1$	5, 0, $q-2$	3, 0, $q-1$	4, 0, $q-1$	5, 0, $q-1$	6, 0, $q-1$
		3, 1, $q-5$	6, 0, $q-6$	3, 1, $q-4$	2, 1, $q-3$	0, 1, $q-1$	3, 1, $q-$	1, 1, $q-1$	2, 1, $q-1$	3, 1, $q-1$	
		1, 2, $q-5$		1, 2, $q-4$	0, 2, $q-3$	4, 0, $q-2$	1, 2, $q-2$	6, 0, $q-2$	0, 2, $q-1$	1, 2, $q-1$	
						2, 1, $q-2$					
						0, 2, $q-2$					
						5, 0, $q-3$					

щих при таких соотношениях частоту, равную частоте колебания $0, 0 a$. В расчет принимались только колебания с небольшими индексами m и n (параметр $\tau_{mn} < 5$; см. монографию [1], стр. 119). Из-за неидеальности резонатора (наличие элементов ввода и вывода мощности, дефор-

Таблица 2

Точки вырождения колебания $0, 0, q$ в резонаторе, образованном сферическим и плоским зеркалами

l/r_0	0,91	0,75	0,5	0,345	0,25
Типы колебаний	5, 0, $q-2$ 3, 1, $q-2$ 1, 2, $q-2$	3, 0, $q-1$ 1, 1, $q-1$ 6, 0, $q-2$	4, 0, $q-1$ 2, 1, $q-1$ 0, 2, $q-1$	5, 0, $q-1$ 3, 1, $q-1$ 1, 2, $q-1$	6, 0, $q-1$

мация зеркал и т. п.) колебания, имеющие близкие комплексные частоты, могут взаимодействовать; при этом смещаются частоты собственных колебаний, изменяются их добротности и структура полей.

Мы исследовали резонатор, состоящий из сферического и плоского зеркал ($r_0 = 150$ мм, $a = 76$ мм). Измерения проводились в 8-миллиметровом диапазоне на установке, подробно описанной в работах [2, 3]. Мощность от клистрона вводилась в резонатор по волноводу через отверстие диаметром 1,8 мм, просверленное в тонкой диафрагме толщиной 0,15 мм, расположенной в центре плоского зеркала. Сигнал из резонатора поступал через отверстие диаметром 1,6 мм, расположенное в центре сферического зеркала. На рис. 1 и 2 приведены результаты измерения добротности колебаний вблизи точки конфокальности $l = 0,5 r_0$ и точки $l = 0,75 r_0$. Точность измерения добротности составляла около 10%. Тип колебания определялся методом пробного тела [2].

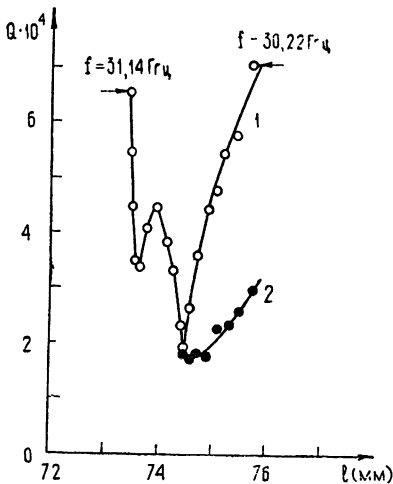


Рис. 1. Экспериментальная зависимость добротности колебаний от расстояния между зеркалами вблизи точки конфокальности ($l \approx 0,5 r_0$) в открытом резонаторе, образованном сферическим и плоским зеркалами (кривая 1 — колебание $0, 0, 15$; 2 — колебание $0, 2, 13$).

Из графиков видно, что в области, близкой к точке вырождения, существенно уменьшается добротность основного колебания. В конфокальном случае (рис. 1) взаимодействуют колебания с индексами $0, 0, 15$ и $0, 2, 14$. На кривой добротности колебания $0, 0, 15$ имеется, кроме того, второй провал, который можно объяснить связью основного колебания с колебаниями $2, 1, 14$ и $4, 0, 14$. Однако на опыте эти колебания не были обнаружены, поскольку их поля равны нулю в центре зеркал, где были расположены отверстия связи с волноводами. В случае $l = 0,75 r_0$ взаимодействуют колебания $0, 0, 27$ и $0, 3, 25$. Наиболее вероятно, что в этих опытах взаимодействие колебаний происходит на отверстиях ввода и вывода сигнала.

Измерения, проведенные Дюбко и др. [4], показывают, что при стремлении к идеальной геометрии резонатора провал добротности

в точке вырождения остается, хотя и сужается по ширине. С другой стороны, при увеличении дифракционных потерь всех колебаний, как показали проведенные нами измерения резонатора со сферическими зеркалами меньшего диаметра ($2a = 60$ мм) и при увеличении коэффициента связи ($\beta \approx 2$) [5], провалы добротности расширяются и уменьшаются по глубине.

Взаимодействие колебаний в открытых резонаторах можно рассчитать так же, как и в закрытых [6]. Рассмотрим колебания в открытом резонаторе, связанном с прямоугольным волноводом сечением $A \times B$ через малое отверстие радиуса ρ в диафрагме толщиной Δ в одном из зеркал. Разлагая поля колебаний в резонаторе с отверстием связи по системе полей E_s, H_s в резонаторе без отверстия, нетрудно получить систему уравнений для амплитуд (см. [1], стр. 418). Приравняв детерминант этой системы нулю, получим характеристическое уравнение для частот колебаний с учетом влияния отверстия связи:

$$\det \left\| \left(1 - \frac{\omega_s}{\omega} \right) \delta_{ss'} + \zeta_{ss'} \right\| = 0, \quad (5)$$

где

$$\zeta_{ss'} = - \frac{\kappa (H_s H_{s'})}{2N_s} \left[1 + 2ix \left(\frac{2k^3}{3} + \frac{4\pi}{AB} \sqrt{k^2 - \left(\frac{\pi}{A} \right)^2} e^{-3,68(\Delta/\rho)} \right) \right], \quad (6)$$

ω_s, N_s — частота и норма s -го колебания в резонаторе без отверстия [1] и $\kappa = \rho^3/3\pi$ — поляризуемость отверстия связи. В отличие от работ [1, 6] в выражениях для $\zeta_{ss'}$ введена мнимая часть, которая учитывает излучение в свободное пространство и волновод [5, 7, 8].

Из-за влияния отверстия связи в точке вырождения может происходить «перестройка» системы собственных функций резонатора (связь колебаний) с изменением частот, добротностей и структуры полей колебаний. Поскольку зеркала резонатора имеют конечные размеры, то дифракционные потери колебаний резко возрастают с увеличением индексов m и n , поэтому эффективно взаимодействовать могут только колебания с относительно малыми индексами, имеющие близкие комплексные частоты [1]. Например, для двух колебаний с существенно различной добротностью ($Q_1 \gg Q_2$) взаимодействием этих колебаний можно пренебречь, если

$$Q_2 \ll \frac{1}{4|\zeta_{12}|}. \quad (7)$$

Рассмотрим основное колебание $0, 0, q$ в резонаторе с плоским и сферическим зеркалами, в котором ввод и вывод мощности происходит через отверстия в центрах зеркал. Взаимодействие этого колебания из-за отверстия связи может происходить только с колебаниями $0, n, q'$, поскольку у остальных колебаний поля в центре зеркал равны нулю. Для сравнения с экспериментальными результатами на рис. 2 представлены вычисленные из уравнения (5) зависимости добротности колебаний $0, 0, 27$ и $0, 3, 25$ от длины резонатора l при учете влияния отверстия связи ($l \approx 0,75r_0$); взаимодействием этих колебаний с колебаниями других индексов пренебрегается. Добротность колебания $0, 0, 27$, определяемая омическими потерями, равна $0,5 ld^{-1}$, где d — толщина скин-слоя меди. Поскольку добротность колебания $0, 3, 25$, обусловленную в основном дифракционными потерями, вычислить сложно, то добротность этого колебания находили по экспериментальным значениям Q в точке минимума (рис. 2); из опыта определялось также и положение провала добротности по оси l . Несимметричность кривых

объясняется тем, что поля колебаний различным образом рассеиваются на отверстиях связи. Колебание 0, 0, 27 взаимодействует не только с колебанием 0, 3, 25, но и с колебаниями других индексов, поэтому теоретическая зависимость несколько отличается от экспериментальной.

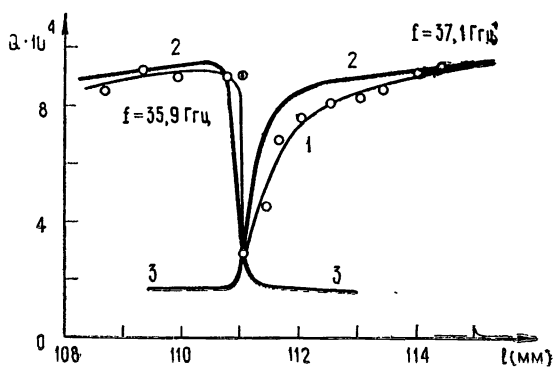


Рис. 2. Зависимость добротности колебаний от расстояния между зеркалами вблизи точки $l \approx 0,75 r_0$ в резонаторе, образованном сферическим и плоским зеркалами (1—экспериментальная зависимость для колебания 0, 0, 27; 2, 3—теоретические кривые для колебаний 0, 0, 27 и 0, 3, 25 соответственно).

В конфокальном резонаторе происходит взаимодействие значительно большего числа колебаний, поэтому аналитическую зависимость для добротностей рассчитать трудно. Однако из уравнения (5) можно оценить минимальное значение добротности основного колебания в точке вырождения Q_{\min} и ширину провала Δl :

$$Q_{\min} \sim \frac{1}{2|\zeta_{11}|}, \quad \Delta l \sim \frac{32\pi}{3\lambda^2} \rho^3. \quad (8)$$

Для резонатора, рассмотренного выше (рис. 1), при учете влияния двух отверстий связи из формул (8) получаем $Q_{\min} \sim 1,1 \cdot 10^4$ и $\Delta l \sim 0,35$ мм в хорошем согласии с опытом.

В заключение заметим, что согласно геометрической оптике в параксиальном приближении резонатор, состоящий из плоского и сферического зеркал, при $l < r_0$ не имеет областей неустойчивости. Проведенное исследование показывает, однако, что в неидеальном резонаторе существуют области неустойчивости, обусловленные взаимодействием различных колебаний.

На практике для получения значительной добротности основного колебания необходимо так выбирать геометрию резонатора, чтобы работать вдали от точек вырождения (в частности, вдали от конфокальной геометрии). Вблизи точек вырождения даже очень небольшие неоднородности могут значительно изменить добротность рабочего колебания и конфигурацию полей. В частности, при измерении распределения полей колебаний методом пробного тела вблизи точек вырождения полученное распределение поля может существенно отличаться от распределения в невозмущенном резонаторе.

Авторы выражают благодарность П. Л. Капице за интерес к работе, Л. А. Вайнштейну и Ф. С. Русину за ее обсуждение и ценные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. А. Вайнштейн, Открытые резонаторы и открытые волноводы, изд. Сов. радио, М., 1966.
2. Г. Д. Богомолов, Электроника больших мощностей, сб. 3, изд. Наука, М., 1964, стр. 154.

3. А. Б. Маненков, Электроника больших мощностей, сб 5, изд Наука, М., 1968, стр. 64.
4. С. Ф. Дюбко, В. В. Камышан, В. П. Шейко, ЖТФ, 35, № 10, 1806 (1965).
5. Е. Л. Косарев, Ю. М. Ципенюк, Электроника больших мощностей, сб. 5, изд. Наука, М., 1968, стр. 105.
6. В. В. Штейншлейгер, Явления взаимодействия волн в электромагнитных резонаторах, Оборонгиз, М., 1955.
7. Л. А. Вайнштейн, Электроника больших мощностей, сб. 3, изд. Наука, М., 1964, стр. 224.
8. Ю. Н. Казанцев, Изв высш. уч. зав. — Радиофизика, 10, № 4, 518 (1967).

Институт физических проблем
АН СССР

Поступила в редакцию
24 июля 1970 г.

INTERACTION OF OSCILLATIONS IN OPEN RESONATORS WITH SPHERICAL MIRRORS

G. D. Bogomolov, A. B. Manenkov

The interaction of oscillations in the open resonator with plane and spherical mirrors has been investigated in 8 mm wave range. The oscillation qualities near degeneration points are measured. An approximative calculation of oscillation interaction is given taking into account the effect of coupling hole.
