ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XIV, № 5 РАДИОФИЗИКА 1971

УДК 533951

ПОГЛОЩЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ ПОЛУПРОСТРАНСТВОМ МАГНИТОАКТИВНОЙ ПЛАЗМЫ

В. В. Клавдиев

Энергетическим методом — по работе поля над частицами плазмы — вычисляются коэффициенты поглощения обыкновенной электромагнитной волны при наклонном падении на полупространство магнитоактивной плазмы. Рассматриваются модели зеркального и диффузного рассеяния частиц на границе плазмы. Приводится наглядное физическое истолкование полученных результатов.

При решении граничных задач для плазменных объектов с учетом теплового движения частиц обычно пользуются методом кинетического уравнения. Однако в ряде случаев взаимодействие электромагнитного поля с плазмой может быть описано элементарным образом по работе поля над частицами. Подобный энергетический подход, впервые использованный в работе Хольстейна [1] для металлов и примененный Силиным и Рухадзе [2] для однородной плазмы, пригоден при исследовании более сложных задач. Ценность такого подхода состоит в его наглядности и относительной простоте вычислений. С другой стороны, объяснение некоторых результатов, полученных формальным методом кинетического уравнения, иногда вызывает затруднения.

В данной работе рассматривается задача о поглощении электромагнитной волны полупространством магнитоактивной плазмы. Предполагается, что постоянное магнитное поле параллельно границе плазмы и перпендикулярно направлению распространения волны, электрический вектор которой параллелен магнитному полю (обыкновенная волна). Задача решается для моделей зеркального и диффузного рассеяния частиц на границе плазмы. Особое внимание уделяется физическому объяснению результатов: различию величин поглощения в принятых моделях рассеяния; отсутствию поглощения на частотах, меньших ларморовской частоты электронов, и зависимости величин поглощения от направления падения волны в случае зеркального рассеяния частиц.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Пусть плазма, занимающая полупространство $z > 0$, находится в стационарном однородном магнитном поле H, параллельном оси x. Из бесконечности на плазму под углом θ к поверхности плазмы падает плоская электромагнитная волна.

При решении будем предполагать, что электромагнитная волна не действует на ионы, а влиянием волнового магнитного поля по сравнению с электрическим полем и стационарным магнитным полем можно пренебречь. Будем считать, что электромагнитная волна слабо возмущает электронную компоненту плазмы, а невозмущенную функцию распределения электронов полагаем максвелловской. Введем следующие обозначения: $\omega_0 = \sqrt{4\pi N e^2/m}$ — плазменная частота, $\omega_H = |e| H/mc$ — ларморовская частота, $\mu_0 = k_\perp \sqrt{2T/m}/\omega_H$ — отошение средней длины ларморовской окружности к поперечной (по отношению к магнитному полю) длине волны в плазме. В дальнейшем предполагается, что $\mu_0 \ll 1$.

Для вычисления работы поля над электронами необходимо знать явное выражение для поля $E_x(y, z, t)$ в плазме. Заметим, что при $\mu_0 \ll 1$ влияние пространственной дисперсии мало и можно использовать выражение для поля в холодной плазме, а именно

$$E_x(y, z, t) = E_x(0) \exp\left[i(k_y y + k_z z)\right] e^{-i\omega t}, \tag{1}$$

где

$$k_y = \omega \sin\theta/c, \quad k_z = \omega\sqrt{\varepsilon - \sin^2\theta}/c, \quad \varepsilon = 1 - \omega_0^2/\omega^2.$$

При решении будем различать случаи прозрачности ($\varepsilon - \sin^2\theta > 0$) и непрозрачности ($\varepsilon - \sin^2\theta < 0$) плазмы.

2. ОДНОЧАСТИЧНОЕ ПОГЛОЩЕНИЕ

Электроны, зеркально сталкивающиеся с поверхностью плазмы, подобны сложным осцилляторам, движущимся вдоль границы плазмы. Поле электрической волны (1), проникающее в плазму, совершает работу над осциллирующими электронами, в среднем отличную от нуля.

Пусть электромагнитное поле включается адиабатически в момент времени $t = -\infty$. Тогда продольная компонента скорости электрона в результате взаимодействия с электромагнитной волной (1) к произвольному моменту времени t равна

$$v_x(t) = v_x^0 + \frac{e}{m}\int\limits_{-\infty}^{t} \operatorname{Re} E_x(y, z, t')\, dt'. \tag{2}$$

Здесь v_x^0 — продольная скорость электрона до включения поля. Энергия, получаемая одним электроном, отлетающим от поверхности плазмы под углом α (угол между $v_\perp$ и осью y) в результате одного столкновения с границей плазмы, равна

$$\Delta W_\alpha^{(3)} = m\int\limits_{t_0}^{t_0+T_\alpha} v_x(t)\,\frac{dv_x(t)}{dt}\, dt, \tag{3}$$

где t_0 — случайные моменты столкновения электрона с поверхностью плазмы, $T_\alpha = 2(\pi - \alpha)/\omega_H$ — период осциллирующего электрона. Для получения средней энергии это выражение должно быть усреднено по различным моментам t_0 за период электромагнитного поля.

Электрическое поле в (2) необходимо брать в точке, где в данный момент времени находится частица, т. е. $z(t)$ и $y(t)$ — координаты невозмущенного движения заряда, которые между двумя последовательными столкновениями равны

$$y_n(t) = y_0 + \frac{v_\perp}{\omega_H}\{\sin[\omega_H(t - t_0) + (2n-1)\alpha] - (2n-1)\sin\alpha\}, \tag{4}$$

$$z_n(t) = \frac{v_\perp}{\omega_H}\{\cos\alpha - \cos[\omega_H(t - t_0) + (2n-1)\alpha]\},$$

где
$$t_0 + (n-1)\, T_\alpha \leqslant t \leqslant t_0 + nT_\alpha.$$

Для определения непрерывной зависимости от времени электрического вектора в (2) воспользуемся разложением в интеграл Фурье

$$E_x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} G(p)\, e^{ipt}\, dp; \tag{5}$$

$$G(p) = \frac{1}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{t_0+(n-1)T_\alpha}^{t_0+nT_\alpha} E_x[z_n(t),\quad y_n(t),\quad t]\, e^{-ipt}\, dt. \tag{6}$$

Поскольку $\mu_0 \ll 1$, то выражения $k_z v_\perp/\omega_H$ и $k_y v_\perp/\omega_H$ малы и можно провести разложение экспонент в (1) по малому параметру. Ограничиваясь первой степенью тепловой скорости и пользуясь известным соотношением [3]

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{inx} = 2\pi \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(x - 2\pi n), \tag{7}$$

получим

$$G(p) = \frac{2}{T_\alpha} E_x(0)\, v_\perp \sin\alpha\, \exp(ik_y y_0) \times$$
$$\times \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{k_y \omega_H - ik_z \nu_n}{\nu_n(\nu_n^2 - \omega^2)} \exp(-i\nu_n t_0)\, \delta(\omega + p - \nu_n), \tag{8}$$

где $\nu_n = \omega_\alpha n - (k_y v_\perp \omega_\alpha/\pi\omega_H)\sin\alpha$. Отсюда сразу находим выражение для поля (5) и, поскольку [4]

$$\int_{-\infty}^{t} e^{ix\tau}\, d\tau = e^{ixt}\left[\pi\delta(x) - \frac{iP}{x}\right], \tag{9}$$

$$v_x(t) = v_x^0 + \frac{2e\, E_x(0)}{mT_\alpha} v_\perp \sin\alpha\, \exp(ik_y\, y_0) \times$$
$$\times \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{k_y \omega_H - ik_z \nu_n}{\nu_n(\nu_n^2 - \omega_H^2)} \exp(-i\nu_n t_0)\, \exp[i(\nu_n - \omega)t] \times \tag{10}$$
$$\times \left[\pi\delta(\omega - \nu_n) + \frac{iP}{\omega - \nu_n}\right].$$

Подставляя (10) в (3) и усредняя по t_0, имеем

$$\langle \Delta W_\alpha^{(3)} \rangle_{t_0} = \frac{e^2}{m} |E_x(0)|^2 \left(\frac{v_\perp}{c}\right)^2 \times$$
$$\times \sin^2\alpha \frac{|\omega_H \sin\theta - i\omega\sqrt{\varepsilon - \sin^2\theta}|^2}{(\omega^2 - \omega_H^2)^2} \times \tag{11}$$
$$\times \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta\left(\frac{\omega}{\omega_\alpha} + \frac{k_y v_\perp}{\pi\omega_H}\sin\alpha - n\right).$$

Аргументы δ-функции показывают, что электрон участвует в поглощении при условии

$$\omega + \frac{2k_y v_\perp}{T_\alpha \omega_H} \sin\alpha - n\omega_\alpha = 0, \tag{12}$$

что возможно (вследствие малости величины $(2k_y v_\perp / T_\alpha \omega_H) \sin\alpha$ и так как $\omega_H \leqslant \omega_\alpha < \infty$) при $1 \leqslant n \leqslant [\omega/\omega_H]$. Если $\omega < \omega_H$, условие (12) не выполняется и поглощения нет. Итак, только избранные элементы, а именно те, период осцилляций которых кратен периоду электромагнитного поля, являются поглощающими. Сдвиг поглощаемой частоты, как следствие доплер-эффекта, обязан поступательному движению осциллирующего электрона вдоль оси y со скоростью $2v_\perp \sin\alpha/T_\alpha \omega_H$. Однако учет этого обстоятельства приводит к поправкам более высокого порядка по тепловой скорости, поэтому членом $(2k_y v_\perp/T_\alpha \omega_H) \sin\alpha$ в аргументах δ-функции можно пренебречь.

Для электронов, не сталкивающихся с границей плазмы, точкой «столкновения» можно считать $\alpha = 0$. Выполняя предельный переход при $\alpha \to 0$, из (11) получим

$$\langle \Delta W \rangle_{t_0} = \frac{\pi^2 e^2}{4m\,\omega^2} |E_x(z)|^2 \left(\frac{v_\perp}{c}\right)^2 |\sin\theta - i\sqrt{\varepsilon - \sin^2\theta}|^2 \times \\ \times \delta\left(\frac{\omega}{\omega_H} - 1\right), \tag{13}$$

где $E_x(z)$ — амплитудное значение поля в месте осциллирующего электрона. Размазывания линии поглощения здесь нет. Оно возникает лишь при учете «релятивистского доплер-эффекта» $\omega_H = \omega_H^0 \sqrt{1 - \beta^2}$ и требует специального рассмотрения. Заметим только, что для нерелятивистских температур полоса поглощения довольно узка, так что при $|(\omega - \omega_H)/\omega_H| > T/mc^2$ поглощение экспоненциально мало [4]. Таким образом, за исключением узкой области циклотронного резонанса $\omega \approx \omega_H$ поглощение на электронах, не сталкивающихся с границей плазмы, в данном приближении отсутствует.

В случае непрозрачности плазмы, согласно (11) и (13), величина поглощения зависит от знака θ, т. е. от направления падения волны. Эта особенность, оставаясь качественно одинаковой как для сталкивающегося, так и не сталкивающегося с границей плазмы электрона, легко объясняется на более простом примере кругового осциллятора (13). Действительно, если плазма прозрачна, поле проходящей волны однородно и поглощение полностью определяется доплер-эффектом, т. е. исключительно различием частот воздействующей на электрон силы при его колебаниях вдоль волнового вектора. В этом случае $|\sin\theta - i\sqrt{\varepsilon - \sin^2\theta}|^2 = \varepsilon$ и эффект исчезает. Если поле неоднородно (плазма непрозрачна), дополнительно появляется соответственное различие по амплитудам воздействующей силы. Это обстоятельство приводит к усилению ($\theta > 0$, электрон движется навстречу волне в области меньших полей) или ослаблению (в противном случае) интенсивности поглощения. Поступательное движение электрона вдоль границы плазмы приводит к поправкам более высокого порядка, поскольку не изменяет разницы частот воздействующей силы.

Итак, в случае непрозрачности ($\varepsilon - \sin^2\theta < 0$)

$$\langle \Delta W_\alpha^{(3)} \rangle_{t_0} = \frac{e^2}{m} |E_x(0)|^2 \left(\frac{v_\perp}{c}\right)^2 \sin^2\alpha \left(\frac{\omega\sqrt{\sin^2\theta - \varepsilon} + \omega_H \sin\theta}{\omega^2 - \omega_H^2}\right)^2 \times \tag{14}$$

$$\times \sum_{n=1}^{[\omega/\omega_H]} \delta\left(\frac{\omega}{\omega_\alpha} - n\right);$$

в случае прозрачности $(\varepsilon - \sin^2\theta > 0)$

$$\langle \Delta W_\alpha^{(з)} \rangle_{t_0} = \frac{e^2}{m} |E_x(0)|^2 \left(\frac{v_\perp}{c}\right)^2 \sin^2\alpha \frac{\omega^2(\varepsilon - \sin^2\theta) + \omega_H^2 \sin^2\theta}{(\omega^2 - \omega_H^2)^2} \times \\ \times \sum_{n=1}^{[\omega/\omega_H]} \delta\left(\frac{\omega}{\omega_\alpha} - n\right). \tag{15}$$

При диффузном характере отражения электронов от поверхности плазмы, благодаря случайным граничным условиям при отражении, изменение энергии электрона за счет одного столкновения с границей плазмы равно

$$\Delta W_\alpha^{(д)} = \frac{m}{2} \left[v_x^2(t_0 + T_\alpha) - v_x^2(t_0)\right], \tag{16}$$

где

$$v_x(t_0 + T_\alpha) = v_x(t_0) + \frac{e}{m} \int_{t_0}^{t_0+T_\alpha} \operatorname{Re} E_x(t, z, y) dt.$$

Ограничиваясь нулевым приближением электрического поля, после усреднения по случайным временам столкновения t_0 получим

$$\langle \Delta W_\alpha^{(д)} \rangle_{t_0} = \frac{e^2}{m\omega^2} |E_x(0)|^2 \sin^2 \frac{\omega T_\alpha}{2}. \tag{17}$$

Отсюда видно, что, в отличие от зеркальной моды границы, каждый электрон на всех частотах является поглощающим, а величина поглощения не зависит от его тепловой скорости и определяется только значением электрического вектора на границе холодной плазмы.

3. ОТНОСИТЕЛЬНАЯ ПОГЛОЩАЕМАЯ ЭНЕРГИЯ

Для определения полной энергии, приобретаемой электронами плазмы в единицу времени и отнесенной к единице поверхности, выражения (14), (15) и (17) следует умножить на поток электронов, также отнесенный к единице поверхности плазмы и равный

$$\frac{Nm}{2\pi T} \sin\alpha \, d\alpha \exp\left(-\frac{mv_\perp^2}{2T}\right) v_\perp^2 \, dv_\perp, \tag{18}$$

а затем проинтегрировать по всем углам α $(0 \leqslant \alpha \leqslant \pi)$ и всем значениям скоростей частиц. Разделив полученные выражения на значение среднего потока электромагнитной энергии в падающей волне, получим относительную поглощаемую энергию

а) при $\varepsilon - \sin^2\theta < 0$

$$A^{(з)} = 3\sqrt{\pi} \left(\frac{2T}{mc^2}\right)^{3/2} \frac{\Omega(\Omega\sqrt{\sin^2\theta - \varepsilon} + \sin\theta)^2}{(1 - \Omega^2)^2} \times \tag{19}$$

$$\times \cos\theta \sum_{n=1}^{|\Omega|} \sin^3 \frac{n\pi}{\Omega};$$

$$A^{(\text{д})} = \sqrt{\frac{8}{\pi}} \left(\frac{T}{mc^2}\right)^{1/2} \left(1 + \frac{\cos^2 \Omega\pi}{4\Omega^2 - 1}\right) \cos\theta; \tag{20}$$

б) при $\varepsilon - \sin^2\theta > 0$

$$A^{(з)} = 3\sqrt{\pi} \left(\frac{2T}{mc^2}\right)^{3/2} \frac{\Omega \cos\theta}{(1-\Omega^2)^2} \left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2 \frac{\Omega^2 (\varepsilon - \sin^2\theta) + \sin^2\theta}{(\cos\theta + \sqrt{\varepsilon - \sin^2\theta})^2} \times$$
$$\times \sum_{n=1}^{|\Omega|} \sin^3 \frac{n\pi}{\Omega}; \tag{21}$$

$$A^{(\text{д})} = \sqrt{\frac{8}{\pi}} \left(\frac{T}{mc^2}\right)^{1/2} \left(1 + \frac{\cos \Omega\pi}{4\Omega^2 - 1}\right) \left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2 \frac{\cos\theta}{(\cos\theta + \sqrt{\varepsilon - \sin^2\theta})^2}, \tag{22}$$

где $\Omega = \omega/\omega_H$.

Выражение (19) было найдено раньше методом кинетического уравнения [5]. При переходе к изотропной плазме ($\Omega \to \infty$) (19) и (21) переходят в результаты работы [6], а (20) и (22) соответствуют значению коэффициента отражения, приведенного в [7]. Заметим только, что для определения коэффициента отражения в случае (22) необходимо учесть поле проходящей волны в холодной плазме. С другой стороны, при $\theta = \pi/2$ (19) и (20) совпадают с соответствующими выражениями для случая нормального падения волны в присутствии магнитного поля [8, 9].

Автор выражает глубокую благодарность Ю. В. Богомолову за постановку задачи и ценные замечания и М. Л. Левину за обсуждение рукописи.

ЛИТЕРАТУРА

1. T. Holstein, Physica, 15, 45 (1961).
2. В. П. Силин, А. А. Рухадзе, Электромагнитные свойства плазмы и плазмоподобных сред, Госатомиздат, М., 1961.
3. И. М. Гельфанд, Г. Е. Шилов, Обобщенные функции и действия над ними, Физматгиз, М., 1958.
4. В. Д. Шафранов, сб. Вопросы теории плазмы, вып. 3, Госатомиздат, М., 1963.
5. Ю. В. Богомолов, Изв. высш. уч зав. — Радиофизика, 13, № 10, 1490 (1970).
6. В. П. Силин, Е. П. Фетисов, ЖЭТФ, 41, № 1 (7), 159 (1961).
7. В. П. Силин, ЖЭТФ, 35, № 4(10), 1001 (1958).
8. Ю. В. Богомолов, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 9, № 3, 462 (1966).
9. Э. А. Канер, Ю. А. Белов, Изв. высш. уч. зав.— Радиофизика. 5, № 1, 47 (1962).

Поступила в редакцию
13 июля 1970 г.

ABSORPTION OF AN ELECTROMAGNETIC WAVE BY A HALF-SPACE OF MAGNETOACTIVE PLASMA

V. V. Klavdiev

The absorption coefficients of an ordinary electromagnetic wave at oblique incidence on the magnetoactive plasma half-space are calculated by the energetic method according to the field work on the plasma particles. The models of mirror and diffusion scattering of particles at the plasma boundary are considered. A simple physical explanation of the results obtained is given.