

УДК 538.56 : 621.316.7

К ТЕОРИИ СПИНОВЫХ СТАБИЛИЗАТОРОВ

А. Л. Коткин, Р. М. Умарходжаев

Рассмотрен пассивный спиновый стабилизатор. Найдены статические характеристики, статический коэффициент усиления и диапазон устойчивой работы при произвольных значениях амплитуды ВЧ поля и расстройки.

В сообщении рассматривается пассивный спиновый стабилизатор (СС) с широкополосной обратной связью, характеристики которого в отличие от [1, 2] определяются системой ядерных спинов. Анализ проводится методами теории автоматического регулирования [3].

1. ПЕРЕДАТОЧНАЯ ФУНКЦИЯ СИСТЕМЫ ЯДЕРНЫХ СПИНОВ

Управляющим напряжением в СС служит напряжение, амплитуда которого пропорциональна величине сигнала дисперсии U , являющегося функцией расстройки [4]

$$\Delta\omega = \omega_0 - \omega_r, \quad (1)$$

где $\omega_0 = \gamma H_0$ — ларморовская частота ядер, ω_r — частота ВЧ генератора.

Так как сигнал дисперсии выделяется с помощью синхронного детектора (СД), частота опорного напряжения которого равна частоте ω_r , то изменения сигнала U , связанные с изменением величины расстройки $\omega_0 - \omega_r$, не зависят от того, которая из частот ω_0 или ω_r изменяется. Поэтому передаточная функция системы ядерных спинов будет одинаковой как при изменениях ω_0 , так и ω_r . Практическое распространение получили СС, использующие модуляционную методику [5].

Передаточная функция системы ядерных спинов при наличии дополнительной модуляции получена в [6] путем линеаризации уравнений Блоха [4] в системе координат «постоянной» расстройки [7] и имеет вид

$$W_U = \frac{\gamma H_1 J_m M_0 (J_{m+l} \pm J_{m-l})}{\delta_2^2 + \gamma^2 (H_1 J_m)^2 (\delta_2/\delta_1) + (\Delta\omega + mp)^2} \times \\ \times \frac{\delta_2 (s + \delta_1)(s + \delta_2) - (s + \delta_1) (\Delta\omega + mp)^2 + \delta_2 \gamma^2 (H_1 J_m)^2}{(s + \delta_1) (s + \delta_2)^2 + (s + \delta_2) \gamma^2 (H_1 J_m)^2 + (s + \delta_1) (\Delta\omega + mp)^2}, \quad (2)$$

где s — оператор дифференцирования, $\Delta\omega_0 + mp = \omega_0 - \omega_r + mp$ — расстройка, p — частота дополнительной модуляции, δ_1 и δ_2 — обратные величины времен релаксации T_1 и T_2 , H_p , p — амплитуда и частота дополнительной модуляции, $J_n(\beta) = J_n(\gamma H_p, p)$ — функции Бесселя первого рода, m — номер резонанса по полю ($m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$), lp — частота приема ($l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$), H_1 — амплитуда ВЧ поля в катушке с образцом, $(H_1 J_m)$ — амплитуда действующего ВЧ поля в m -резонансе, M_0 — статическая намагниченность.

Знак \pm перед J_{m-l} определяется выбором фаз опорных напря-

жений ВЧ и НЧ СД и может быть сделан любым. В выражении (2) опущены члены порядка $(\Delta\omega + m\rho)/p \approx \delta_2/p \ll 1$, что справедливо при наличии четкой модуляционной структуры [5].

Из (2) могут быть получены частные случаи: 1) передаточная функция системы ядерных спинов при работе без модуляционных методов получается из (2) при $\beta = 0$, $m = l = 0$; 2) при работе с дополнительной модуляцией ($\beta \neq 0$) возможны случаи приема центрального сигнала ($m = 0$) на частоте модуляции ($l = \pm 1$), первого бокового сигнала по полю ($m = \pm 1$) на частоте модуляции ($l = \pm 1$) и т. д.

2. БЛОК-СХЕМА И СТРУКТУРНАЯ СХЕМА СС

На рис. 1 а показана блок-схема СС с известными из литературы петлями цепей обратной связи. Положение «а» соответствует случаю подстройки частоты ВЧ генератора [8], «б» — подстройке частоты дополнительной модуляции [6], «в» — подстройке поля H_0 [1].

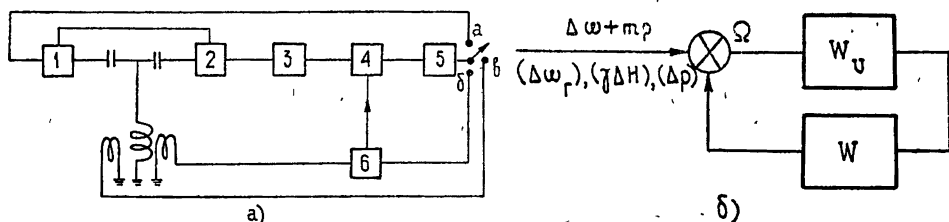


Рис. 1. Блок-схема и обобщенная структурная схема спиновых стабилизаторов;

а) 1 — высокочастотный генератор, 2 — смеситель, 3 — низкочастотный усилитель, 4 — синхронный детектор, 5 — элементы цепи обратной связи, 6 — низкочастотный генератор.

С учетом (2) структурная схема всех видов СС при любом радиотракте может быть представлена в виде рис. 1 б, где обозначено: $\Delta\omega_r$, $\gamma\Delta H$, Δp — величины отклонений от стационарного значения, $\Delta\omega + m\rho = \omega_0 - \omega_r + m\rho$ — «внешняя» расстройка, Ω — «внутренняя» расстройка — ошибка стабилизатора:

$$\Omega = \omega_0 - \omega_r + m\rho - W W_U \Omega, \quad (3)$$

W и W_U — передаточные функции радиотракта и системы ядерных спинов соответственно. В случае широкополосного радиотракта $W = k$.

Передаточная функция замкнутой системы для ошибки будет

$$\Phi = \frac{1}{1 + W W_U},$$

и характеристическое уравнение в случае $W = k$ и $\delta = \delta_1 = \delta_2$ принимает вид

$$s^3 + s^2 3\delta + s[3\delta^2 + \gamma^2(H_1 J_m)^2 + \Omega^2] + \delta[\delta^2 + \gamma^2(H_1 J_m)^2 + \Omega^2] + \frac{k\gamma(H_1 J_m)M_0(J_{m+l} \pm J_{m-l})}{\delta^2 + \gamma^2(H_1 J_m)^2 + \Omega^2} \{s^2\delta + s(2\delta^2 - \Omega^2) + \delta[\delta^2 + \gamma^2(H_1 J_m)^2 - \Omega^2]\} = 0. \quad (4)$$

3. СТАТИЧЕСКИЕ И ДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СС

Зависимость стационарного сигнала U при замкнутой цепи обратной связи от $\omega_r - \omega_0 + m\rho$ может быть получена графическим решением уравнения (3). На рис. 2 приведены кривые U для значений

$$а) \quad kM_0(J_{m+l} \pm J_{m-l}) > \frac{8\delta^2}{\gamma(H_1 J_m)} + 8\gamma(H_1 J_m); \quad (5)$$

$$б) \quad kM_0(J_{m+l} \pm J_{m-l}) = \frac{8\delta^2}{\gamma(H_1 J_m)} + 8\gamma(H_1 J_m); \quad (6)$$

$$в) \quad kM_0(J_{m+l} \pm J_{m-l}) < \frac{8\delta^2}{\gamma(H_1 J_m)} + 8\gamma(H_1 J_m). \quad (7)$$

В случае широкополосного радиотракта $k = W$, а в случае частотозависимого радиотракта при работе без интегратора $k = W(0)$.

Анализ устойчивости статического режима работы СС показывает, что ветви характеристики bc и $b'c'$ на рис. 2а всегда неустойчивы. Поэтому экспериментально получаемая кривая $U(\Delta\omega + mp)$ асимметрична при (5) и симметрична при (6) и (7). Статические характеристики СС (петли «а» и «в») одинаковы при любом способе приема сигнала ($\beta = 0$, $\beta \neq 0$). Статические характеристики СС с петлей «б» несколько отличаются от характеристик СС (петли «а» и «в») из-за изменения индекса модуляции $\gamma H_p/p$ при перестройке по диапазону. Практически СС работают в области cc' (рис. 2а) при $kM_0(J_{m+l} \pm J_{m-l}) \gg \delta$. Статический коэффициент стабилизации при $\delta = \delta_1 = \delta_2$ равен

$$K = 1 + \frac{k\gamma(H_1 J_m)M_0(J_{m+l} \pm J_{m-l})[\delta^2 + \gamma^2(H_1 J_m)^2 - \Omega^2]}{[\delta^2 + \gamma^2(H_1 J_m)^2 + \Omega^2]^2} \quad (8)$$

и достигает

$$K_{\max} = 1 + \frac{kM_0(J_{m+l} \pm J_{m-l})}{2\delta} \quad (9)$$

при $\gamma^2(H_1 J_m)^2 = \delta^2$ и $\Omega^2 = 0$. На рис. 3 представлена зависимость K от величин Ω^2 и $\gamma^2(H_1 J_m)^2$.

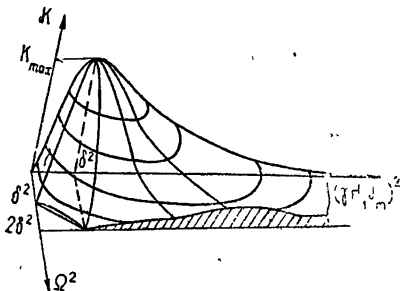


Рис. 3. Зависимость величины статического коэффициента усиления от расстройки и амплитуды ВЧ поля.

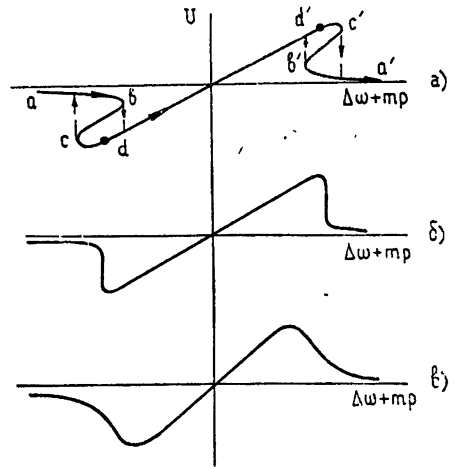


Рис. 2. Статические характеристики спиновых стабилизаторов.

В случае $kM_0 \gg \delta$ и $W = k$ характеристическое уравнение СС (4) принимает вид

$$\frac{\delta}{kV}s^3 + s^2\delta + s(2\delta^2 - \Omega^2) + [\delta^2 + \gamma^2(H_1 J_m)^2 - \Omega^2] = 0, \quad (10)$$

где V — сигнал поглощения в системе координат «постоянной» расстройки.

Из (2) следует, что переходные характеристики всех видов СС одинаковы.

Если $\Omega = 0$, то уравнение (10) имеет один действительный корень (kV) и два комплексных ($-\delta \pm j\gamma H_1 J_m$). Однако при $\Omega = 0$ передаточная функция системы ядерных спинов (2) принимает вид

$$W_U = \frac{\gamma(H_1 J_m) M_0 (J_{m+1} \pm J_{m-1})}{\delta^2 + \gamma^2 (H_1 J_m)^2} \frac{\delta}{s + \delta} \quad (11)$$

и переходный процесс определяется лишь корнем

$$kV_0(J_{m+1} \pm J_{m-1}) = - \frac{k\gamma(H_1 J_m) \delta M_0 (J_{m+1} \pm J_{m-1})}{\delta^2 + \gamma^2 (H_1 J_m)^2}. \quad (12)$$

При $\Omega \neq 0$ переходные процессы определяются всеми тремя корнями уравнения (10). Траектории корней на плоскости комплексного переменного в зависимости от параметра Ω для различных соотношений $\gamma(H_1 J_m)$ и δ показаны на рис. 4. Действительный корень (равный $kV_0(J_{m+1} \pm J_{m-1})$ при $\Omega = 0$) с увеличением Ω уменьшается по абсолютной величине. Комплексные корни при увеличении Ω стремятся к действительной оси. Если $\gamma(H_1 J_m) < \delta$, то при $\Omega^2 \geq 2\gamma(H_1 J_m)\delta$ уравнение (10) имеет три действительных корня и при

$$\Omega^2 = \gamma^2 H_1^2 + \delta^2 \quad (13)$$

система переходит аperiodическую границу устойчивости. Если $\gamma(H_1 J_m) > \delta$, то при

$$\Omega^2 = 2\delta^2 \quad (14)$$

система переходит колебательную границу устойчивости с частотой старта $\sqrt{\gamma^2 (H_1 J_m)^2 - \delta^2}$.

Выполнение условия (13) имеет место в точках c, c' рис. 2а, а условия (14) — в точках d и d' .

Диапазон перестройки СС во «внешней» системе координат $-\omega \leq \Delta\omega_0 + m\pi \leq \omega$ дается выражениями

$$\omega = \frac{k\gamma(H_1 J_m) M_0 (J_{m+1} \pm J_{m-1})}{2\sqrt{\delta^2 + \gamma^2 (H_1 J_m)^2}} \quad (\gamma H_1 J_m < \delta); \quad (15)$$

$$\omega = \frac{\sqrt{2} k\gamma(H_1 J_m) M_0 \delta (J_{m+1} \pm J_{m-1})}{3\delta^2 + \gamma^2 (H_1 J_m)^2} \quad (\gamma H_1 J_m > \delta) \quad (16)$$

и достигает максимума

$$\omega_{\max} = \frac{kM_0}{\sqrt{6}} (J_{m+1} \pm J_{m-1}) \quad (17)$$

при $\gamma(H_1 J_m) = \sqrt{3}\delta$. Для СС с петлей «б» кроме границ устойчивости (13) и (14) существует дополнительная граница

$$J_{m+1} \pm J_{m-1} = 0 \quad (18)$$

и диапазон перестройки асимметричен относительно положения

$$\Delta\omega + m\pi = 0.$$

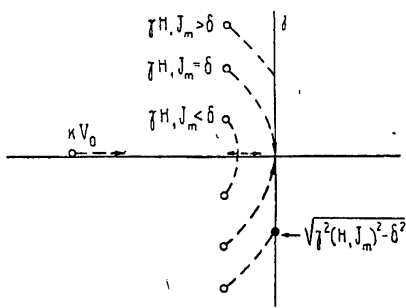


Рис. 4. Траектории корней характеристического уравнения.

4. УЧЕТ ВЛИЯНИЯ РАДИОТРАКТА

Из проведенного выше рассмотрения СС с частотнонезависимым радиотрактом ($W = k = \text{const}$) следует, что устройство обладает конечным быстродействием (kV) и статической ошибкой. Эти свойства систем можно существенно изменить путем введения частотнозависимого радиотракта. Так, введение интегратора в цепь обратной связи ($W = 1/s$) приводит к нулевой статической ошибке [3], а включение корректирующих цепочек [3] и интегратора может значительно (в сравнении с kV) сократить время переходного процесса при нулевой статической ошибке. При синтезе практических схем СС на заданные точности необходимо учитывать конечное значение величины отношения сигнал/шум и проводить оптимизацию параметров СС.

Авторы благодарны К. В. Владимирскому за обсуждение затронутых в статье вопросов.

ЛИТЕРАТУРА

1. J. Sasaki, J. Appl. Phys., 2, № 10, 641 (1963).
2. А. Сюгис, Изв. АН ЭССР, 18, № 3, 304 (1969).
3. Основы автоматического регулирования, под ред. В. В. Солодовникова, Машгиз, М., 1954.
4. Э. Эндрю, Ядерный магнитный резонанс, ИЛ, М., 1957.
5. К. В. Владимирский, ЖЭТФ, 6, 412 (1958).
6. Р. М. Умарходжаев, А. Л. Коткин, Вестник МГУ, № 2, 213 (1971).
7. Р. М. Умарходжаев, Вестник МГУ, № 4, 437 (1970).
8. А. Сюгис, Э. Линпмаа, Изв. АН ЭССР, 16, № 1, 81 (1967).

Научно-исследовательский институт ядерной физики
при Московском университете

Поступила в редакцию
12 апреля 1971 г.

TO SPIN STABILIZER THEORY

A. L. Kotkin, R. M. Umarhodzhaev

A passive spin stabilizer has been considered. The static characteristics, the static amplification coefficient and the range of stationary operation at arbitrary values of RF field amplitude and detuning have been found.