

фильда [1] предсказывают $\left. \frac{\partial \chi'}{\partial \Delta} \right|_{\Delta=0} \sim \frac{1}{\Omega_1^2}$ при больших Ω_1 . Аналогичное поведение

сигнала дисперсии наблюдалось в экспериментах Редфильда [1], правда, в случае металлов

В другом предельном случае (9) принимает вид

$$\left. \frac{\partial \chi'}{\partial \Delta} \right|_{\Delta=0} = \frac{3}{4\omega_l} \chi_0 \frac{1}{\Omega_1^2 \tau_l^2}, \quad (11)$$

т. е. получается обычная зависимость от Ω_1^2 , причем величина (11) примерно в $(\omega_l \tau_l)^2$ раз превосходит значение Редфильда

ЛИТЕРАТУРА

1. A. G. Redfield, Phys. Rev., **98**, 1787 (1955).
2. I. Solomon, T. Ezgatty, Phys. Rev., **127**, 78 (1962).
3. Н. С. Бендиашвили, Л. Л. Буишвили, М. Д. Звиададзе, ФТТ, **11**, 726 (1969)
4. Bloch, Phys. Rev., **70**, 460 (1946) (перевод в сб. Проблемы современной физики, вып. 8, ИЛ., (1958).

Тбилисский государственный университет

Поступила в редакцию 22 сентября 1969 г.

УДК 538.56

СОБСТВЕННЫЙ КОЭФФИЦИЕНТ ОТРАЖЕНИЯ ОТ ЩЕЛИ ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ ЛИНИИ

Х. Л. Гарб, П. Ш. Фридберг

Пусть в одномодовый волновод с узкой ($p = d/L \ll 1$, но $|\ln p| \sim 1$, L — характерный размер в задаче) симметричной продольной щелью (рис. 1) падает из $v = -\infty$ H_{10} — волна единичной амплитуды.

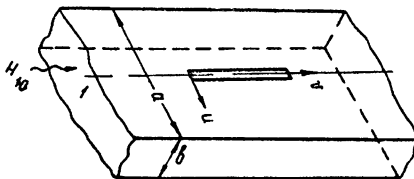


Рис. 1.

Компоненты E_u, E_v возникшего апертурного электрического поля удовлетворяют системе интегральных уравнений

$$\int_{-d/2}^{d/2} du' \int_0^l dv' \eta_{uu}(u, v; u', v') E_u(u', v') + \int_{-d/2}^{d/2} du' \int_0^l dv' \eta_{uv}(u, v; u', v') E_v(u', v') = H_v(u, v), \quad (1)$$

$$\int_{-d/2}^{d/2} du' \int_0^l dv' \eta_{vu}(u, v; u', v') E_u(u', v') + \int_{-d/2}^{d/2} du' \int_0^l dv' \eta_{vv}(u, v; u', v') E_v(u', v') = -H_u(u, v),$$

тензорное ядро η которой состоит из суммы входных адмитансов [1] волновода и пространства вне его через узкую щель, а правая часть есть компоненты магнитного поля H_{10} -волны при металлизированной щели.

Узость щели позволяет представить компоненты апертурного поля в виде

$$\begin{aligned} E_u(u, v) &= \vartheta(u) V(v), \\ E_v(u, v) &= \Psi(u) Q(v). \end{aligned} \quad (2)$$

Для уяснения физического смысла входящих сюда функций ϑ и Ψ рассмотрим две плоские задачи:

1 падение статической волны E_{01} на диафрагму (рис 2а) [2],

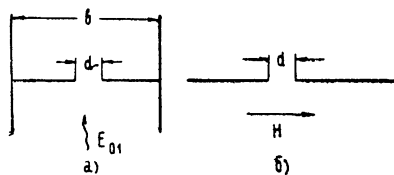


Рис. 2.

2 просачивание однородного статического магнитного поля через щель между двумя идеально проводящими полуплоскостями (рис. 2б) [3]. Тогда ϑ есть апертурное электрическое поле при $d/b \rightarrow 0$ в задаче 1, а Ψ — значение на щели функции тока в задаче 2.

$$\begin{aligned} \vartheta(u) &= \frac{2u}{d} \frac{1}{\sqrt{(d/2)^2 - u^2}}, & \int_{-d/2}^{d/2} du \vartheta(u) &= 0, \\ \Psi(u) &= \frac{8}{\pi d^2} \sqrt{(d/2)^2 - u^2}, & \int_{-d/2}^{d/2} du \Psi(u) &= 1. \end{aligned} \quad (3)$$

Эти функции, естественно, удовлетворяют условиям на ребре [4] и не противоречат симметрии задачи

Здесь и в дальнейшем все рассуждения относительно компонент апертурного электрического поля справедливы всюду, за исключением малой области порядка d у концов щели.

Для сведения (1) к системе одномерных уравнений выделим в ядре главную часть, обращающуюся в бесконечность при $r = [(u - u')^2 + (v - v')^2]^{1/2} \rightarrow 0$,

$$\eta_{uu}(u, v; u', v') = -i \frac{\eta_0}{\pi k_0} \hat{L}_v \left(\frac{1}{r} + F_1 \right), \quad \hat{L}_v = k_0^2 + \frac{\partial^2}{\partial v^2}; \quad (4)$$

$$\eta_{uv}(u, v; u', v') = -i \frac{\eta_0}{\pi k_0} \frac{\partial}{\partial u} \frac{\partial}{\partial v'} \left(\frac{1}{r} + F_2 \right); \quad (5)$$

$$\eta_{vv}(u, v; u', v') = -i \frac{\eta_0}{\pi k_0} \hat{L}_u \left(\frac{1}{r} + F_3 \right), \quad \hat{L}_u = k_0^2 + \frac{\partial^2}{\partial u^2} \approx \frac{\partial^2}{\partial u^2}, \quad (6)$$

и заметим, что оно должно интегрироваться с компонентами апертурного поля, существенный интервал изменения которых по $v' \sim L$, а по $u' \sim d$. Поэтому в интегральном смысле имеет место соотношение

$$\frac{1}{r} = -2 \delta(v - v') \ln \frac{|u - u'|}{L} + F_4. \quad (7)$$

Фигурирующие здесь регулярные функции $F_m (m = 1, \dots, 4)$, явный вид которых нам не понадобится, зависят в пределах щели только от координат v и v' , ибо вследствие узости щели мы пренебрегли членами, исчезающими при $|u - u'| \rightarrow 0$; $\eta_0 = 1/\zeta_0$ — волновой адмитанс свободного пространства; $k_0 = 2\pi/\lambda$.

Теперь в левой части (1) можно произвести интегрирование по u' :

$$\int_{-d/2}^{d/2} du' \eta_{uu}(u, v; u', v') E_u(u', v') = -i 4 \frac{\eta_0}{\pi k_0} \frac{u}{d} \left[\hat{L}_v \delta(v - v') \right] V(v'); \quad (8)$$

$$\int_{-d/2}^{d/2} du' \eta_{uv}(u, v; u', v') E_v(u', v') = i \frac{16}{\pi} \frac{\eta_0}{k_0} \frac{u}{d^2} \left[\frac{\partial}{\partial v'} \delta(v - v') \right] Q(v'); \quad (9)$$

$$\int_{-d/2}^{d/2} du' \gamma_{vu}(u, v; u', v') E_u(u', v') = i 4 \frac{\gamma_0}{k_0} \frac{1}{d} \left[\frac{\partial}{\partial v} \delta(v - v') \right] V(v'); \quad (10)$$

$$\int_{-d/2}^{d/2} du' \gamma_{vv}(u, v; u', v') E_v(u', v') = i \frac{16}{\pi} \frac{\gamma_0}{k_0} \frac{1}{d^2} \delta(v - v') Q(v'), \quad (11)$$

а правую — разложить в ряд по u при $u \rightarrow 0$:

$$H_v(u, v) = H_v(0, v) + \left. \frac{\partial H_v(u, v)}{\partial u} \right|_{u=0} u + \dots \simeq \left. \frac{\partial H_v(u, v)}{\partial u} \right|_{u=0} u; \quad (12)$$

$$H_u(u, v) = H_u(0, v) + \dots \simeq H_u(0, v). \quad (13)$$

После несложных преобразований приходим к системе одномерных дифференциальных уравнений

$$\hat{L}_v V(v) + \frac{4}{\pi d} \frac{dQ(v)}{dv} = \frac{i}{4} k_0 \zeta_0 d \left. \frac{\partial H_v(u, v)}{\partial u} \right|_{u=0}, \quad (14)$$

$$\frac{dV(v)}{dv} + \frac{4}{\pi d} Q(v) = \frac{i}{4} k_0 \zeta_0 d H_u(0, v),$$

решение которой имеет вид

$$V(v) = \frac{i \zeta_0}{4 k_0} d \left[\left. \frac{\partial H_v(u, v)}{\partial u} \right|_{u=0} - \frac{\partial H_u(0, v)}{\partial v} \right] = d \frac{\zeta_0}{4} \frac{k_0}{k_{10}} \left(\frac{2}{ab} \right)^{1/2} \exp(i k_{10} v), \quad (15)$$

$$Q(v) = \frac{i \pi}{16} k_0 \zeta_0 d^2 \left\{ H_u(0, v) - \frac{1}{k_0^2} \left[\frac{\partial}{\partial v} \left. \frac{\partial H_v(u, v)}{\partial u} \right|_{u=0} - \frac{\partial^2 H_u(0, v)}{\partial v^2} \right] \right\} = 0,$$

где $k_{10} = [k_0^2 - (\pi/a)^2]^{1/2}$ — закон дисперсии H_{10} -волны.

С помощью формул возбуждения волноводов находим собственный коэффициент отражения от щели измерительной линии (без учета влияния зонда)

$$S_{11} = \frac{1}{2} \gamma_0 \frac{k_{10}}{k_0} \int_{-d/2}^{d/2} du \int_0^l dv E_u(u, v) H_v^*(u, v) = \frac{1}{2} \gamma_0 \frac{k_{10}}{k_0} \int_{-d/2}^{d/2} du \vartheta(u) \int_0^l dv V(v) \times \\ \times \left. \frac{\partial H_v^*(u, v)}{\partial u} \right|_{u=0} = \frac{\pi}{32} \frac{d^2}{ab} \frac{(\pi/a)^2}{k_{10}^2} [1 - \exp(i 2 k_{10} l)]. \quad (16)$$

Легко убедиться, что амплитуда излученной сферической волны также пропорциональна d^2 .

В заключение авторы благодарят А. В. Гапонова за постановку задачи и внимание к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. И. Б. Левинсон, С. С. Фел, П. Ш. Фридберг, ДАН СССР, 153, 2 (1963).
2. Ю. Швингер, Неоднородности в волноводах, пер. с англ. под ред. П. Ш. Фридберга, Зарубежная радиоэлектроника, 3 (1970)
3. П. Ш. Фридберг, ДАН СССР, 190, 2 (1970).
4. Х. Хенл, А. Мауэ, К. Вестпфаль, Теория дифракции, изд. Мир, М., 1964.

Поступила в редакцию
29 сентября 1969 г.