ЛИТЕРАТУРА

1. А. И. Тудоровский, Теория оптических приборов, изд. АН СССР, М.—Л, 1948, т. 1.
2. Г. Г. Слюсарев, Геометрическая оптика, изд. АН СССР, 1946.
3. Л. М. Бреховских, Волны в слоистых средах, изд. АН СССР, М, 1957.
4. Ю. И. Орлов, Изв. высш. уч зав. — Радиофизика, 9, № 3, 497 (1966).
5. Ю И Орлов, Изв. высш. уч. зав — Радиофизика, 11, № 2, 317 (1968).
6. R. M. Lewis, J. B. Keller, N. Y. Univ. Res. Rep., № EM-194 (1964).

Московский энергетический институт

Поступила в редакцию 14 октября 1969 г.

УДК 621.371.25

НЕЛИНЕЙНЫЕ ВОЛНЫ, РАСПРОСТРАНЯЮЩИЕСЯ ВДОЛЬ МАГНИТНОГО ПОЛЯ В МНОГОКОМПОНЕНТНОЙ БЕССТОЛКНОВИТЕЛЬНОЙ ПЛАЗМЕ

А. Д. Патарая, З. И. Ростомашвили

В работе [1] было получено уравнение, описывающее неустановившиеся слабонелинейные волны, распространяющиеся вдоль внешнего магнитного поля в двухкомпонентной квазинейтральной холодной плазме. Это уравнение имеет форму, подобную уравнениям нелинейной оптики для слабомодулированных волн [2, 3]. Целью данной работы является исследование неустановившейся нелинейной волны, распространяющейся вдоль внешнего магнитного поля в многокомпонентной квазинейтральной холодной плазме.

Исследования показали, что в зависимости от параметров невозмущенной плазмы неустановившиеся слабонелинейные волны, распространяющиеся вдоль магнитного поля в s-компонентной плазме, в большинстве случаев описываются уравнением, полученным в работе [1]. Исключением является многокомпонентная плазма, содержащая отрицательно заряженные ионы, параметры которой связаны соотношением

$$\sum_{i=1}^{s} a_i q_i \delta_i = 0. \tag{1}$$

Здесь $a_i = m_i n_{i0}/\rho_0$, $\rho_0 = \sum_{i=1}^{s} m_i n_{i0}$, $q_i = \omega_1/\omega_i$, $\omega_i = Z_i e H_0/m_i c$ — —циклотронная частота частиц i-го сорта, e — величина заряда электрона, H_0 — величина напряженности невозмущенного магнитного поля, m_i, $Z_i e$, δ_i — масса, величина и знак заряда частиц i-го сорта, c — скорость света, n_{i0} — число частиц i-го сорта в невозмущенном состоянии в единице объема. В данной работе предполагается, что $\delta_1 = 1$.

При выполнении условия (1) неустановившиеся слабые нелинейные волны, распространяющиеся вдоль магнитного поля, описываются уравнениями Кортевега—де Вриса [4, 5]. Для трехкомпонентной плазмы в случае пренебрежения инерцией электронов условие (1) сводится к следующему равенству (для $\delta_2 = -1$): $Z_1 n_{10} = Z_2 n_{20} q_2^2$.

В дальнейшем будем предполагать, что условие (1) не выполняется. Исследуем неустановившиеся слабые нелинейные волны в многокомпонентной холодной плазме. Используем уравнения движения частиц, уравнения непрерывности и уравнения Максвелла. Так как плазма предполагается квазинейтральной, то вместо уравнения Пуассона используем условие квазинейтральности плазмы. Невозмущенная напряженность магнитного поля направлена вдоль оси x.

Введем новые независимые переменные [1]

$$\xi = \varepsilon (x_1 - M t_1), \quad \tau = \varepsilon^2 t_1, \tag{2}$$

где $M = M_0 + \varepsilon^2 \lambda$, $M = V/V_A$, $M_0 = V_0/V_A$, $x_1 = x\,\omega_1/V_A$, $t_1 = t\,\omega_1$, $V_A = H_0/(4\pi\rho_0)^{1/2}$, V — скорость нелинейной волны, ε — малый параметр, по степеням которого разлагаются все величины. Например,

$$(H_y - iH_z)/H_0 = \sum_{k=1}^{\infty} \varepsilon^k h^{(k)} \exp(ik_0 \xi/\varepsilon). \quad (3)$$

Здесь H_y, H_z — y и z — составляющие напряженности магнитного поля, $k_0 = \omega_0 V_A V_0^{-1}/\omega_1$, V_0 и ω_0—характерная скорость и частота нелинейной волны, ω_0 — то значение частоты волны в дисперсионном соотношении

$$(V_A/V_\Phi)^2 = \sum_{i=1}^{s} a_i q_i^{-1} \left(\frac{\omega}{\omega_1} + q_i^{-1} \delta_i \right)^{-1}, \quad (4)$$

при котором фазовая скорость волны $V_\Phi = \omega/k$ становится максимальной, равной V_0

Если пренебречь инерцией электронов в случае трехкомпонентной плазмы, получим (для $\delta_2 = -1$) $\omega_0 > 0$ при $Z_1 n_{10} > Z_2 n_{20} q_2^2$ и $\omega_0 < 0$ при $Z_1 n_{10} < Z_2 n_{20} q_2^2$ ($\omega_0 > 0$ соответствует направлению вращения электрона в магнитном поле). Функция $h^{(1)}$ удовлетворяет уравнению [1, 6]

$$-i \frac{\partial h^{(1)}}{\partial \tau} + [a(s)\,|h^{(1)}|^2 + b(s)]\, h^{(1)} + c(s) \frac{\partial^2 h^{(1)}}{\partial \xi^2} = 0. \quad (5)$$

Здесь

$$b(s) = -a(s) \left| h_0^{(1)} \right|^2 - \omega_0 \lambda \omega_1^{-1} M_0^{-1}, \quad h_0^{(1)} = h^{(1)} \Big|_{\xi = \infty},$$

$$a(s) = \frac{M_0^2 \omega_0}{4\omega_1} \sum_{i=1}^{s} \frac{a_i \omega_i^2}{(\omega_0 + \delta_i \omega_i)^2} \left[\frac{\omega_i^2}{(\omega_0 + \delta_i \omega_i)^2} + \frac{2\omega_0 \omega_i \delta_i}{M_0^2 \omega_1^2 C_{s_1-2}} \right],$$

$$c(s) = -\frac{M_0^4}{2} \sum_{i=1}^{s} \frac{a_i \omega_1 \omega_i^2}{(\omega_0 + \delta_i \omega_i)^3}, \quad C_{s_1-2} = \sum_{i=1}^{s} a_i q_i^{-2}.$$

Установившееся решение уравнения (5) $\left(\text{в случае } \frac{\partial}{\partial \tau} = 0\right)$ имеет вид уединенной волны $\left(h_0^{(1)} = 0, \lambda = 1 \right)$

$$h^{(1)} = \left(\frac{a(s)}{2k_0} \right)^{1/2} \operatorname{sch} \left[\left(\frac{k_0}{c(s)} \right)^{1/2} \xi \right]. \quad (6)$$

Известно [1, 7–9], что слабонелинейные волны, описываемые уравнением (5), неустойчивы относительно длинноволновых возмущений В этом случае инкремент нарастания волн пропорционален модулю характерной частоты нелинейной волны. Поэтому инкремент этих волн в многокомпонентной плазме, содержащей отрицательно заряженные ионы, намного меньше соответствующего инкремента волн в двухкомпонентной электронно-ионной плазме (в этом последнем случае $\omega_0 \simeq \omega_e/2$).

Если выполнены условия (1), то $\omega_0 = 0$. В этом случае уравнение для слабонелинейных волн было получено одним из авторов этой работы (АДП) и имеет следующий вид:

$$2\left(\frac{\partial h^{(1)}}{\partial \tau_1} - \frac{\partial h^{(1)}}{\partial \xi} \right) + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\left(|h^{(1)}|^2 - |h_0^{(1)}|^2 \right) h^{(1)} \right] + C_{s,2} \frac{\partial^3 h^{(1)}}{\partial \xi^3} = 0, \quad (7)$$

где $\tau_1 = \varepsilon^3 t_1$, $\varepsilon^2 = M - 1$, $\lambda = 1$, $C_{s,2} = \sum_{i=1}^{s} a_i q_i^2$.

Авторы благодарны К. И. Степанову за интерес к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. T. Taniuti, H. Washimi, Phys. Rev. Lett., 21, № 4, 209 (1968).
2. В. И. Таланов, Письма в ЖЭТФ, 2, № 5, 218 (1965).
3. С. А. Ахманов, А. П. Сухоруков, Р. В. Хохлов, ЖЭТФ, 50, № 6, 1537 (1966).
4. Ю. А. Березин, В. И. Карпман, ЖЭТФ, 46, № 5, 1880 (1964).

5. N. J. Zabusky, M. D. Kruskal, Phys. Rev. Lett., 15, 240 (1965).
6. В. Е. Захаров, ЖЭТФ, 53, № 11, 1735 (1967).
7. В. И. Беспалов, В. И. Таланов, Письма в ЖЭТФ, 3, № 12, 471 (1966).
8. Л А. Островский, ЖЭТФ, 51, № 10, 1189 (1966).
9. В. И. Карпман, Письма в ЖЭТФ, 6, № 6, 829 (1967).

Институт физики АН ГССР

Поступила в редакцию
12 мая 1969 г.

УДК 621.372.413

К ВОПРОСУ О СМЕЩЕНИИ ЧАСТОТЫ В УСКОРЕННО ВРАЩАЮЩЕМСЯ КОЛЬЦЕВОМ РЕЗОНАТОРЕ

А. С. Ковалев, Е. Г. Ларионцев

Во вращающемся кольцевом лазере возникает разность частот встречных волн Как известно [1, 2], расстройка собственных частот равномерно вращающегося кольцевого резонатора определяется формулой

$$\omega_{1,2} = \omega_0 \left(1 \mp \frac{2}{c} \frac{S}{L} \Omega\right). \tag{1}$$

В работе [3] на основе качественных рассуждений показано, что в ускоренно вращающемся кольцевом лазере помимо допплеровского смещения, определяемого формулой (1), появляется дополнительная разность частот

$$\omega_2 - \omega_1 = \frac{2}{c} \omega_0 g \tau, \tag{2}$$

где g — среднее линейное ускорение на контуре, $\tau = Q/\omega$ — время жизни фотонов в резонаторе.

Представляет интерес провести строгое решение задачи о собственных частотах для встречных волн в ускоренно вращающемся кольцевом резонаторе.

В цилиндрической системе координат r, φ, z, t, связанной с ускоренно вращающимся кольцевым лазером, интервал имеет вид [4]

$$ds^2 = [c^2 - \Omega^2(t) r^2]\, dt^2 - 2\Omega(t) r^2 d\varphi\, dt - dz^2 - r^2 d\varphi^2 - dr^2.$$

В первом приближении по $\beta = r\Omega(t)/c$ волновое уравнение запишется следующим образом:

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} - \nabla^2 E - \frac{2}{c} (g(t) \nabla) \frac{\partial E}{\partial t} = 0,$$

$$g(t) = \left\{ 0, \frac{1}{c} r\Omega(t), 0 \right\}.$$

Для встречных волн, распространяющихся в кольцевом резонаторе,

$$E = \frac{1}{2} E_{1,2} \exp(i\omega_{1,2} t \mp ikr) + \text{к. с.},$$

найдем собственные частоты резонатора

$$\omega_{1,2}^{(n)} = ck_n \left[1 \mp 2\Omega(t) \frac{S}{cL}\right], \tag{3}$$

где $k_n = 2\pi n/L$, L — длина контура лазера, S — его площадь

Таким образом, собственные частоты ускоренно вращающегося кольцевого резонатора определяются формулой (1) с угловой скоростью $\Omega(t)$, зависящей от времени, т. е. в первом приближении по β нет дополнительного по отношению к допплеровскому смещения частоты.