

## КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ И ПИСЬМА В РЕДАКЦИЮ

УДК 533.9.01

### СФЕРИЧЕСКАЯ АБЕРРАЦИЯ ПЛОСКОЙ ГРАНИЦЫ РАЗДЕЛА ОДНОРОДНОЙ ПЛАЗМЫ

Ю. И. Орлов

Рассмотрению лучевых картин, возникающих при отражении и преломлении волн на плоской границе раздела двух однородных диэлектриков, посвящено большое число работ (см., например, [1–3]). Данная работа дополняет исследования по сферической aberrации плоской границы раздела [1, 2] рассмотрением случая достаточно плотной плазмы с отрицательной диэлектрической проницаемостью  $\epsilon \ll 0$ .

Пусть  $r = 0$ ,  $z = z_0 > 0$  — координаты внешнего источника сферической волны. Отраженный волновой фронт имеет две каустики — сагиттальную и меридиональную. Сагиттальная катакаустика\* является мнимой и вырождается в отрезок оси  $z$ . Вид меридиональной катакаустики зависит от типа излучателя, что связано с различными законами смещения лучей при отражении волн различной поляризации под углами  $\theta$  большими угла полного отражения  $\delta = \arcsin \sqrt{|\epsilon|}$  [3, § 8, 12].

В случае вертикального магнитного диполя, используя выражения (9), (10) работы [4] и (8,30) работы [3], найдем следующие уравнения для меридиональной катакаустики:

$$r' = \frac{2 \sin^3 \theta \cos \theta}{(\sin^2 \theta - \epsilon)^{3/2}},$$

$$z' + z'_0 = \frac{2(\epsilon - \sin^4 \theta)}{(\sin^2 \theta - \epsilon)^{3/2}},$$
(1)

где  $r' = k_0 r$ ,  $z' = k_0 z$ ,  $z'_0 = k_0 z_0$ ,  $k_0 = \omega/c$ .

Меридиональные сечения катакаустики (1) представлены на рис. 1. Образование реальной катакаустики при  $\epsilon > 0$  (рис. 1a) объясняет фокусировку поля [3, § 22]. При  $\epsilon < 0$  образуется только мнимая катакаустика (рис. 1), которая дает кажущееся изображение светящейся точки в отраженных лучах. При  $\epsilon < 0$  в точках возврата катакаустики (1) имеем  $\theta = 0$  и  $\theta = \arcsin (-2|\epsilon| + \sqrt{4\epsilon^2 + 3|\epsilon|})^{1/2}$ .

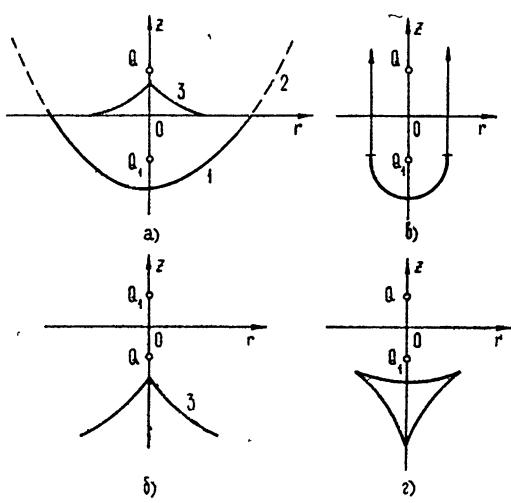


Рис. 1. Каустики в случае вертикального магнитного диполя:  
1(2)—мнимая (реальная) катакаустика, 3—мнимая диакаустика.  $Q$  — источник; а)  $\epsilon > 0$ ,  $z_0 > 0$ ; б)  $\epsilon > 0$ ,  $z_0 < 0$ ; в)  $\epsilon = 0$ ; г)  $\epsilon < 0$ .

\* Катакаустики — каустики отраженных лучей, а диакаустики — каустики преломленных лучей.

Аналогично (1) найдем уравнения меридиональной катаакустики в случае вертикального электрического диполя:

$$r' = \frac{2 \sin^3 \theta \cos \theta}{(\sin^2 \theta - \epsilon)^{3/2}} \frac{|\epsilon| [3(1 + \epsilon) \sin^2 \theta - \epsilon(3 + 2\epsilon)]}{[(1 + \epsilon) \sin^2 \theta - \epsilon]^2},$$

$$z' + z'_0 = \frac{2|\epsilon| ([2(1 + \epsilon)^2 + \epsilon] \sin^4 \theta - 3(1 + \epsilon) \sin^6 \theta - \epsilon(1 + \epsilon) \sin^2 \theta - \epsilon)}{(\sin^2 \theta - \epsilon)^{3/2} [(1 + \epsilon) \sin^2 \theta - \epsilon]^2}. \quad (2)$$

Меридиональные сечения катаакустики (2) при различных значениях  $\epsilon < 0$  изображены на рис. 2\*. Как видно из рис. 2, каустика (2) при  $-1,5 < \epsilon < -\sqrt{1,5}$  образует петли, которые в случае  $\epsilon = -\sqrt{1,5} \approx -1,225$  и  $\epsilon = -1,5$  стягиваются в каустические фокусы  $F_k$ , аналогичные рассмотренным в [4, 5]. Величина  $|\epsilon| \approx 1,325$  на рис. 2 является корнем уравнения  $|\epsilon|^3 - |\epsilon| - 1 = 0$ . Отметим, что при  $\epsilon = 0$  каустика (2) вырождается в зеркальное изображение источника, а при  $\epsilon = -1$  в точности совпадает с (1).

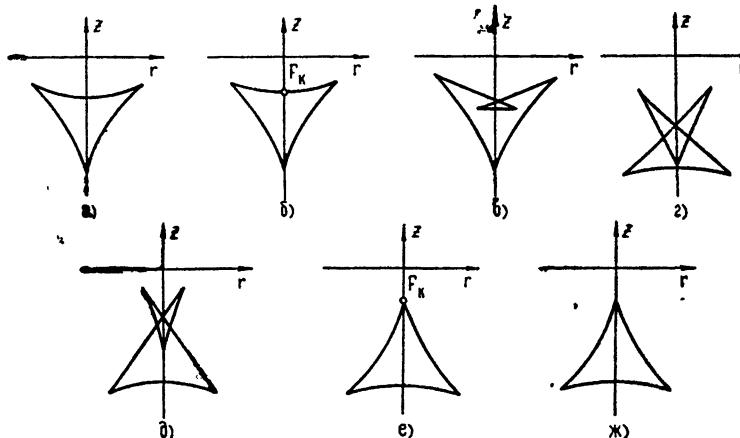


Рис. 2. Мнимые катаакустики в случае вертикального электрического диполя при  $\epsilon < 0$ :

- а)  $|\epsilon| < \sqrt{1,5} \approx 1,225$ ; б)  $|\epsilon| \approx 1,225$ ; в)  $1,225 < |\epsilon| < 1,325$ ;  
г)  $|\epsilon| \approx 1,325$ ; д)  $1,325 < |\epsilon| < 1,5$ ; е)  $|\epsilon| = 1,5$ ; ж)  $|\epsilon| > 1,5$ .

Сагиттальная каустика преломленных лучей при  $\epsilon > 0$  является мнимой и представляет собой отрезок оси  $z$  [1, § 42]. Меридиональная диакаустика имеет вид поверхности вращения ветви гипоциклоиды (астроиды) вокруг оси  $z$  (рис. 1а):

$$(z/z_0)^{2/3} \epsilon^{-1/3} + (r/z_0)^{2/3} [(1 - \epsilon)/\epsilon]^{1/3} = 1. \quad (3)$$

Точка возврата диакаустики (3) с координатами  $r = 0, z = \sqrt{\epsilon} z_0$  является параксиальным фокусом. По своему физическому смыслу мнимая диакаустика (3) дает кажущееся изображение источника в преломленных лучах.

В случае внутреннего источника ( $z_0 < 0, \epsilon > 0$ ) катаакустики вырождаются в зеркальное изображение источника. Меридиональная диакаустика описывается уравнением

$$(z/|z_0|)^{2/3} \epsilon^{1/3} - (r/|z_0|)^{2/3} (1 - \epsilon)^{1/3} = 1 \quad (4)$$

и изображена на рис. 1б.

Резюмируя, подчеркнем, что однородное плазменное полупространство при  $\epsilon < 0$  дает сложные кажущиеся изображения точечного источника; при этом возникают сложные мнимые катаакустики, исследованные выше. Результаты настоящей работы дают наглядную физическую картину отражения и преломления сферических волн и могут быть использованы для определения коротковолновой асимптотики отраженного и преломленного полей [3, 6].

\* При  $\epsilon > 0$  вид катаакустики (2) аналогичен (1) (рис. 1а).

## ЛИТЕРАТУРА

1. А. И. Тудоровский, Теория оптических приборов, изд. АН СССР, М.—Л., 1948, т. 1.
2. Г. Г. Слюсарев, Геометрическая оптика, изд. АН СССР, 1946.
3. Л. М. Бреховских, Волны в слоистых средах, изд. АН СССР, М., 1957.
4. Ю. И. Орлов, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 9, № 3, 497 (1966).
5. Ю. И. Орлов, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 11, № 2, 317 (1968).
6. R. M. Lewis, J. B. Keller, N. Y. Univ. Res. Rep., № EM-194 (1964).

Московский энергетический  
институт

Поступила в редакцию  
14 октября 1969 г.

УДК 621.371.23

## НЕЛИНЕЙНЫЕ ВОЛНЫ, РАСПРОСТРАНЯЮЩИЕСЯ ВДОЛЬ МАГНИТНОГО ПОЛЯ В МНОГОКОМПОНЕНТНОЙ БЕССТОЛКОВИТЕЛЬНОЙ ПЛАЗМЕ

*А. Д. Патарая, З. И. Ростомашвили*

В работе [1] было получено уравнение, описывающее неустановившиеся слабонелинейные волны, распространяющиеся вдоль внешнего магнитного поля в двухкомпонентной квазинейтральной холодной плазме. Это уравнение имеет форму, подобную уравнениям нелинейной оптики для слабомодулированных волн [2, 3]. Целью данной работы является исследование неустановившейся нелинейной волны, распространяющейся вдоль внешнего магнитного поля в многокомпонентной квазинейтральной холодной плазме.

Исследования показали, что в зависимости от параметров невозмущенной плазмы неустановившиеся слабонелинейные волны, распространяющиеся вдоль магнитного поля в  $s$ -компонентной плазме, в большинстве случаев описываются уравнением, полученным в работе [1]. Исключением является многокомпонентная плазма, содержащая отрицательно заряженные ионы, параметры которой связаны соотношением

$$\sum_{l=1}^s a_l q_l \delta_l = 0. \quad (1)$$

Здесь  $a_l = m_l n_{l0}/\rho_0$ ,  $\rho_0 = \sum_{l=1}^s m_l n_{l0}$ ,  $q_l = \omega_1/\omega_l$ ,  $\omega_l = Z_l e H_0/m_l c$  —

—циклотронная частота частиц  $i$ -го сорта,  $e$  — величина заряда электрона,  $H_0$  — величина напряженности невозмущенного магнитного поля,  $m_l$ ,  $Z_l e$ ,  $\delta_l$  — масса, величина и знак заряда частиц  $i$ -го сорта,  $c$  — скорость света,  $n_{l0}$  — число частиц  $i$ -го сорта в невозмущенном состоянии в единице объема. В данной работе предполагается, что  $\delta_1 = 1$ .

При выполнении условия (1) неустановившиеся слабые нелинейные волны, распространяющиеся вдоль магнитного поля, описываются уравнениями Кортевега—де Вриса [4, 5]. Для трехкомпонентной плазмы в случае пренебрежения инерцией электронов условие (1) сводится к следующему равенству (для  $\delta_2 = -1$ ):  $Z_1 n_{10} = Z_2 n_{20} q_2^2$ .

В дальнейшем будем предполагать, что условие (1) не выполняется. Исследуем неустановившиеся слабые нелинейные волны в многокомпонентной холодной плазме. Используем уравнения движения частиц, уравнения непрерывности и уравнения Максвелла. Так как плазма предполагается квазинейтральной, то вместо уравнения Пуассона используем условие квазинейтральности плазмы. Невозмущенная напряженность магнитного поля направлена вдоль оси  $x$ .

Введем новые независимые переменные [1]

$$\xi = \epsilon (x_1 - M t_1), \quad \tau = \epsilon^2 t_1, \quad (2)$$

где  $M = M_0 + \epsilon^2 \lambda$ ,  $M = V/V_A$ ,  $M_0 = V_0/V_A$ ,  $x_1 = x \omega_1/V_A$ ,  $t_1 = t \omega_1$ ,  $V_A = H_0/(4 \pi \rho_0)^{1/2}$ ,  $V$  — скорость нелинейной волны,  $\epsilon$  — малый параметр, по степеням которого разлагаются все величины. Например,