

УДК 538 56

О ВЛИЯНИИ ПОГЛОЩЕНИЯ НА ВОЛНОВОДНЫЕ СВОЙСТВА СЛОЕВ С ПЕРЕМЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ*

С. Н. Столяров

Получено дисперсионное уравнение и найдено распределение поля для волноводных решений в слое Эпштейна при наличии поглощения. Показано, что наличие поглощения может улучшать волноводные свойства таких слоев.

1. Исследование влияния поглощения на волноводные свойства слоев с переменными параметрами представляет значительную трудность, ибо оно связано с нахождением волноводных решений для волнового уравнения с комплексными и переменными параметрами. В то же время указанная проблема представляет определенный интерес не только для различных вопросов волноводного распространения волн (электромагнитных и звуковых), но также и для нахождения энергетического спектра и волновых функций уравнения Шредингера с комплексным потенциалом.

Для сред с переменными параметрами в отсутствие поглощения аналогичные задачи рассматривались в монографиях [1], причем точные решения были получены только для частных случаев изменения параметров. Хотя в общем случае можно рассчитывать на машинные методы, однако и они не дают качественной картины явлений.

В силу этого влияние поглощения на волноводное распространение волн удобнее исследовать с помощью модельных задач. Ниже нами будет проделан расчет на примере слоя Эпштейна [2] при наличии поглощения. В то же время эта модель является довольно общей, ибо она содержит много независимых параметров и, следовательно, включает в себя различные частные случаи.

В оригинальной работе Эпштейна [2] эта модель применялась для расчета коэффициента отражения от ионосферных слоев. Волноводные свойства непоглощающего слоя Эпштейна применительно к образованию звукового канала в неоднородной среде были рассмотрены в работе [3].

2. Пусть имеется некоторое пространство, характеризуемое переменным комплексным параметром, в частности, — комплексной диэлектрической постоянной** вида

$$\epsilon(x) = \epsilon'(x) + i\epsilon''(x) = \epsilon_1 + \frac{\epsilon_3 \exp(x/L)}{[1 + \exp(x/L)]^2} + \frac{(\epsilon_2 - \epsilon_1) \exp(x/L)}{1 + \exp(x/L)}. \quad (1)$$

Здесь параметры $\epsilon_{1,2,3}$ комплексны и имеют следующий смысл:

$$\epsilon_1 = \epsilon(-\infty), \quad \epsilon_2 = \epsilon(+\infty), \quad \epsilon_3 = 2(\Delta\epsilon_1 + \Delta\epsilon_2), \quad \Delta\epsilon_{1,2} = \epsilon(0) - \epsilon_{1,2}; \quad (2)$$

* Основные результаты данной работы были доложены в 1967 г. на IV симпозиуме по дифракции и распространению волн в г. Харькове

** Это может быть также переменная плотность среды, характеризующая распространение звуковых волн, и т. п.

величина L определяет характерную длину, на которой происходит изменение величины $\varepsilon(x)$.

Как обычно, мнимая часть $\varepsilon''(x)$ характеризует коэффициент поглощения слоя $\alpha(x) \simeq (\omega/c \sqrt{\varepsilon'(x)}) \varepsilon''(x)$, а вещественная часть $\varepsilon'(x)$ — переменный показатель преломления $n(x) \simeq \sqrt{\varepsilon'(x)}$.

Решение обычного волнового уравнения для одной из компонент электрического поля волны (E_y) будем искать в виде плоской неоднородной монохроматической волны, распространяющейся в направлении оси z *:

$$E_y(x, y, z, t) = \Pi(x) e^{ikz - i\omega t}. \quad (3)$$

Здесь k — комплексная и пока неизвестная постоянная распространения волны вдоль оси z , а амплитуда $\Pi(x)$ удовлетворяет уравнению

$$\frac{d^2 \Pi}{dx^2} + \left[\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon(x) - k^2 \right] \Pi(x) = 0, \quad (4)$$

где ω — излучаемая частота, c — скорость света.

Последнее уравнение при $\varepsilon(x)$ вида (1) заменой

$$\xi = -\exp \frac{x}{Ls}, \quad \Pi(\xi) = (1 - \xi)^d (-\xi)^a f(\xi) \quad (\bar{\lambda} = \lambda/2\pi) \quad (5)$$

может быть приведено к гипергеометрическому уравнению относительно функции $f(\xi)$ [4]:

$$\xi(\xi - 1) \frac{d^2 f}{d\xi^2} + [-\gamma + (\alpha + \beta + 1)\xi] \frac{df}{d\xi} + \sigma\beta f(\xi) = 0. \quad (6)$$

Комплексные параметры уравнения равны

$$\begin{aligned} \gamma &= 2a + 1, \quad \alpha = a + b + d, \quad \beta = a - b + d, \\ a &= s \sqrt{p^2 - \varepsilon_1}, \quad b = -s \sqrt{p^2 - \varepsilon_2}, \quad d = \frac{1}{2} [1 \pm \sqrt{1 + 4s^2 \varepsilon_3}], \end{aligned} \quad (7)$$

а величины $s = L/\bar{\lambda} = \omega L/c$ и $p = ck/\omega$ представляют соответственно безразмерные значения частоты s и комплексной постоянной p распространения волны.

3. Различными решениями уравнения (6) являются гипергеометрические функции $F(\alpha, \beta, \gamma, \xi)$, представимые в виде различных гипергеометрических рядов, сходящихся соответственно в окрестностях особых точек $\xi = 0, 1, \infty$ уравнения (6) [4]. В окрестности каждой из особых точек функция $f(\xi)$ является аналитической в круге сходимости и представима в виде суммы двух линейно независимых решений уравнения (6) с двумя произвольными постоянными A и B [4]. Эти постоянные обычно определяются из граничных условий. В частности, в оригинальной работе Эпштейна [2] они определялись из условия, чтобы перед слоем (например, при $x < 0$) имелись падающая и отраженная волны, а за слоем (при $x > 0$) — одна прошедшая волна.

В нашем случае мы определим эти постоянные из условий волнового характера поля внутри слоя. Это означает, что амплитуда поля $\Pi(x)$ для волноводных решений должна экспоненциально затухать при удалении от слоя в обе стороны, т. е. $\Pi(x) \rightarrow 0$ при $|x| \rightarrow \infty$

* Отсутствие зависимости величины E_y от координаты „ y “ при $\varepsilon = \varepsilon(x)$ не является существенным.

Поскольку в нашем случае $\varepsilon(x)$ при $x \rightarrow +\infty$ постоянна и равна ε_2 , а при $x \rightarrow -\infty$ $\varepsilon(x) \simeq \varepsilon_1$, то из уравнения (4) нетрудно определить асимптотическое поведение $\Pi(x)$ вдали от слоя:

$$\Pi(x) \sim \begin{cases} \exp\left(-\frac{\omega}{c} \sqrt{p^2 - \varepsilon_2} x\right) & \text{при } x \rightarrow +\infty \quad (|\xi| \rightarrow \infty) \\ \exp\left(+\frac{\omega}{c} \sqrt{p^2 - \varepsilon_1} x\right) & \text{при } x \rightarrow -\infty \quad (|\xi| \rightarrow 0) \end{cases} \quad (8)$$

Отсюда, в частности, сразу следует, что волноводные решения имеют место только в том случае, когда одновременно выполнены условия

$$\varphi_1 = \operatorname{Re} \sqrt{p^2 - \varepsilon_1} \geq 0, \quad \varphi_2 = \operatorname{Re} \sqrt{p^2 - \varepsilon_2} \geq 0. \quad (9)$$

Знаки равенства соответствуют границе раздела устойчивых (в смысле волноводного удержания) и неустойчивых решений, т. е. дают уравнения для определения критических частот $s^{*p} = 2\pi L/\lambda_{*p}$ в такой системе.

Используя асимптотическое поведение гипергеометрических функций, нетрудно показать, что нужную асимптотику (8) будут иметь решения вида

$$\Pi(\xi) = \begin{cases} A(1-\xi)^d (-\xi)^\alpha F(\alpha, \beta, \gamma, \xi) & \text{при } |\xi| < 1 \quad (x < 0) \\ B(1-\xi)^d (-\xi)^{\alpha-\beta} F\left(\beta, \beta-\gamma+1, 1+\beta-\alpha, \frac{1}{\xi}\right) & \text{при } |\xi| > 1 \quad (x > 0) \end{cases} \quad (10)$$

С другой стороны, гипергеометрическую функцию от аргумента ξ при $|\xi| < 1$ можно связать путем аналитического продолжения со значением этой функции от аргумента $1/\xi$ при $|\xi| > 1$ [4]. При этом для того, чтобы функция $\Pi(\xi)$ в (5) имела вид (10), необходимо выполнение следующих условий:

$$B = \frac{(\gamma - \beta)_m}{(\gamma)_m} A, \quad \Gamma(\gamma - \alpha) = -\infty, \quad (11)$$

где $m = 0, 1, 2, \dots$, $(\gamma)_m = \Gamma(\gamma + m)/\Gamma(\gamma) = \gamma(\gamma + 1) \dots [\gamma + (m - 1)]$, $(\gamma)_0 = 1$.

Первое из условий (11) определяет связь между постоянными B и A , а второе эквивалентно такому соотношению между параметрами γ и α ,

$$\gamma - \alpha = -m, \quad (12)$$

при котором возможно существование волноводных решений вида (10).

С помощью выражений (7) условие (12) приводит к следующему дисперсионному уравнению для неизвестной комплексной величины $p = ck/\omega$:

$$\sqrt{p^2 - \varepsilon_1} + \sqrt{p^2 - \varepsilon_2} = 2q \quad (13)$$

или

$$p^2 = \bar{\varepsilon} + q^2 + \left(\frac{\Delta\varepsilon}{4q}\right)^2, \quad (14)$$

где комплексные величины q , $\bar{\varepsilon}$ и $\Delta\varepsilon$ имеют вид

$$q \equiv q_m = \frac{\sqrt{1 + 4s^2\varepsilon_2} - (2m+1)}{4s} \quad (m = 0, 1, 2, \dots), \quad (15)$$

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{2} (\varepsilon_1 + \varepsilon_2), \quad \Delta\varepsilon = \varepsilon_2 - \varepsilon_1.$$

Уравнение (14) позволяет определить вещественную p_1 и мнимую p_2 части комплексной величины $p = p_1 + ip_2$. При нахождении этих величин необходимо всегда следить за выполнением условий волноводности (9).

4. Распределение поля $\Pi_m(\xi)$ для волноводной волны m -го порядка нетрудно получить из выражений (10) с помощью условий (11) и (12). Оно имеет вид

$$\Pi_m(\xi) = \frac{A}{(\gamma)_m} \frac{(1-\xi)^d (-\xi)^a}{\xi^{\gamma-1}} \frac{d^m}{d\xi^m} [\xi^{\gamma-1+m} (1-\xi)^{-\beta}], \quad (16)$$

где в формулах (7) для величины d перед корнем выбирается положительный знак, а произвольная постоянная A определяется мощностью источника излучения внутри слоя и не влияет на его волноводные свойства

В частности, распределение интенсивности излучения поперек слоя для основного типа колебаний ($m = 0$) имеет вид

$$|\Pi_0(x)|^2 = |A|^2 \frac{\exp(x \, 2s\varphi_1/L)}{[1 + \exp(x/L)]^{2s(\varphi_1 + \varphi_2)}},$$

где функции $\varphi_{1,2}$ определены в (9) и анализируются ниже.

Отсюда ясно, что интенсивность поля излучения основного типа колебаний уменьшается с удалением от слоя по экспоненциальному закону, а величины

$$l_1 = \frac{L}{2s\varphi_1} = \frac{\lambda}{4\pi\varphi_1} \quad l_2 = \frac{L}{2s\varphi_2} = \frac{\lambda}{4\pi\varphi_2} \quad (17)$$

определяют глубину проникновения поля излучения в первую ($x < 0$) и вторую ($x > 0$) области соответственно.

Можно показать, что для следующего типа колебаний с $m = 1$

$$|\Pi_1(x)|^2 = \Phi(x) |\Pi_0(x)|^2.$$

Выражение для функции $\Phi(x)$ нетрудно получить из общих формул (16). Мы не приводим его здесь в силу громоздкости формул, но хотим отметить, что при некотором соотношении между параметрами слоя $\Phi(x)$ может обращаться в нуль. Уменьшение же интенсивности поля вдали от слоя по-прежнему характеризуется глубинами проникновения l_1 и l_2 .

5. Основной интерес в рассматриваемом случае представляет выяснение условий, при которых возможно существование волноводных решений типа (16), а также вопрос о влиянии поглощения в слое на удержание поля излучения внутри его и, следовательно, на критические частоты $\omega_m^{kp} = cs_m^{kp}/L$. Для того, чтобы проанализировать эти вопросы, необходимо решить систему неравенств (9).

С помощью дисперсионного уравнения (13) можно найти явные выражения для функций

$$\varphi_{1,2} = \operatorname{Re} \sqrt{p^2 - \varepsilon_{1,2}}, \quad \psi_{1,2} = \operatorname{Im} \sqrt{p^2 - \varepsilon_{1,2}}$$

в зависимости от параметров слоя и волны. Они имеют вид

$$\varphi_1 = q_1(1 + \Delta_1) + q_2\Delta_2, \quad \varphi_2 = q_1(1 - \Delta_1) - q_2\Delta_2,$$

$$\psi_1 = q_2(1 - \Delta_1) + q_1\Delta_2, \quad \psi_2 = q_2(1 + \Delta_1) - q_1\Delta_2,$$

где

$$\Delta_1 = \frac{\Delta \varepsilon'}{4(q_1^2 + q_2^2)}, \quad \Delta_2 = \frac{\Delta \varepsilon''}{4(q_1^2 + q_2^2)}, \quad \Delta \varepsilon' = \varepsilon_2' - \varepsilon_1', \quad \Delta \varepsilon'' = \varepsilon_2'' - \varepsilon_1''.$$

Величины q_1 и q_2 являются соответственно вещественной и мнимой частью комплексной величины q в (15), т. е. $q_1 = \operatorname{Re} q$ и $q_2 = \operatorname{Im} q$.

Таким образом, условия (9), которые можно считать достаточными условиями существования волноводных решений, принимают вид системы неравенств

$$\begin{aligned} q_1 [4(q_1^2 + q_2^2) + \Delta \varepsilon'] + q_2 \Delta \varepsilon'' &\geq 0, \\ q_1 [4(q_1^2 + q_2^2) - \Delta \varepsilon'] - q_2 \Delta \varepsilon'' &\geq 0. \end{aligned} \quad (18)$$

Следует, однако, заметить, что в силу равенства (13) условия (9) могут быть выполнены только в том случае, если вещественная часть величины (15) будет положительной, т. е. если

$$\begin{aligned} q_1 = \operatorname{Re} q = \frac{1}{4s\sqrt{2}} \left[\sqrt{(1 + 4s^2 \varepsilon_3') + \sqrt{(1 + 4s^2 \varepsilon_3')^2 + (4s^2 \varepsilon_3'')^2}} - \right. \\ \left. - (2m + 1)\sqrt{2} \right] \geq 0. \end{aligned} \quad (19)$$

Можно сказать, что последнее условие является необходимым условием существования волноводных решений в рассматриваемой нами задаче.

Для симметричного слоя ($\Delta \varepsilon' = \Delta \varepsilon'' = 0$) необходимые условия (19) становятся одновременно и достаточными. В этом случае из неравенства (19) можно сразу определить условия, накладываемые на частоты $s = \omega L/c$:

$$s \geq s_m^{\text{кр}} = \frac{2m + 1}{\sqrt{2} |\varepsilon_3'|} \left[\sqrt{\varepsilon_3'^2 + \frac{4m(m+1)}{(2m+1)^2} \varepsilon_3''^2} - \varepsilon_3' \right]^{1/2}, \quad (20)$$

причем для основного типа колебаний ($m = 0$) критическая частота $s_0 = s_0^{\text{кр}}$ имеет вид

$$s_0 = \begin{cases} 0 & (\varepsilon_3' \geq 0) \\ \frac{\sqrt{|\varepsilon_3'|}}{|\varepsilon_3''|} & (\varepsilon_3' < 0) \end{cases} \quad (21)$$

Величины $|\varepsilon_3'|$ и $|\varepsilon_3''|$ характеризуют, в силу соотношений (2), полный перепад по слою в показателе преломления n и в потерях α , т. е. для однородного по потерям слоя $\varepsilon_3'' = 0$ и $\Delta \varepsilon_{1,2}'' = 0$, а для слоя с постоянным показателем преломления $\varepsilon_3' = 0$ и $\Delta \varepsilon_{1,2}' = 0$.

Из полученных выше формул для критических частот $\omega_m^{\text{кр}} = cs_m^{\text{кр}}/L$ видно, что оптически менее плотный в центре слой ($\varepsilon_3' < 0$), который в отсутствие поглощения был «дефокусирующим», при наличии поглощения ($\varepsilon_3'' \neq 0$) становится «фокусирующим» для достаточно высоких частот $\omega > \omega_0^{\text{кр}} = cs_0^{\text{кр}}/L$, причем при $\varepsilon_3'' \rightarrow 0$ $\omega_0^{\text{кр}} \rightarrow \infty$. Это означает, что неоднородное по слою поглощение улучшает его волноводные свойства независимо от знака величины ε_3'' этого поглощения.

В частности, даже слой с постоянным показателем преломления ($\Delta \varepsilon' = 0$, $\Delta \varepsilon_{1,2}' = 0$), но с переменным поглощением, также обладает

волноводными свойствами. Причем из системы неравенств (18) в этом случае следует, что такой слой может обладать волноводными свойствами только при не очень большой асимметрии поглощающих свойств слоя

$$\delta = \frac{|\Delta\epsilon''|}{|\epsilon_3''|} \ll 1, \quad (22a)$$

а критическая частота $s_0 = s_0^{\text{кр}}$ для основного типа колебаний ($m = 0$) имеет вид

$$s_0 \approx \sqrt{\frac{2}{|\epsilon_3''|}} \frac{1}{1-\delta}, \quad \text{при } (1-\delta) \ll 1 \quad \text{и} \quad s_0 \approx \sqrt[3]{\frac{2}{\delta}} \sqrt{\frac{2\delta}{1-\delta}} \frac{1}{2\sqrt{|\epsilon_3''|}} \quad (23a)$$

при $\delta \ll 1$.

Для обычного слоя в отсутствие (или при постоянном) поглощения ($\Delta\epsilon'' = 0$, $\epsilon_3'' = 0$) аналогичные соотношения имеют вид

$$\delta = \frac{|\Delta\epsilon'|}{|\epsilon_3'|} \ll 1, \quad \epsilon_3' > 0; \quad (22b)$$

$$s_0 = \frac{1}{\sqrt{|\epsilon_3'|}} \frac{\sqrt{\delta}}{1-\delta}. \quad (23b)$$

Они получены из общих условий (18) и совпадают с аналогичными выражениями работы [3].

Соотношения (а) и (б) очень похожи и фактически они указывают на то, что одинаковые по величине полные изменения в вещественной или мнимой частях ϵ приводят к одинаковым волноводным свойствам. Если при этом в случае (б) канализация волн в слое обеспечивается явлением полного внутреннего отражения, как это имеет место в обычных диэлектрических волноводах, то в случае (а) канализация волн обеспечивается за счет потерь энергии волны при проникновении в поглощающие области («скин»-слой), как это имеет место в обычных металлических волноводах. Иными словами, случай (а) соответствует распространению волн в структуре, похожей на металлический волновод, а случай (б) — в структуре, похожей на диэлектрический волновод.

Конечно, распределение поля будет определяться глубинами проникновения поля (17) в пассивные области. Они могут, вообще говоря, сильно отличаться, ибо в случае (а) глубина проникновения равна глубине скин-слоя, определяемой потерями, а в случае (б) — глубине проникновения поля при полном внутреннем отражении.

Одинаковый характер влияния вещественной и мнимой частей ϵ на волноводные свойства слоя можно понять из простых физических соображений. Известно, что удержание поля в диэлектрическом волноводе обусловлено тем, что волны на границах канала испытывают полное внутреннее отражение. Именно поэтому в отсутствие поглощения центральная часть волновода должна быть оптически более плотной. В то же время из формул Френеля можно показать, что на границе раздела двух сред с одинаковыми показателями преломления, но разными коэффициентами поглощения волна может также испытывать полное внутреннее отражение, если она падает почти касательно к границе раздела.

Для рассматриваемого слоя мы тоже можем ввести некоторую эффективную границу. Тогда степень наклона волны к этой границе

будет определяться величиной компоненты волнового вектора k_x в разложении амплитуды поля $\Pi(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \Pi(k_x) \exp(ik_x x) dk_x$ на плоские волны. Если $\Pi(x) = E_0 = \text{const}$ и не зависит от x , то фурье-компонента,

$$\Pi(k_x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \Pi(x) \exp(-ik_x x) dx = E_0 \delta(k_x),$$

где $\delta(k_x)$ — дельта-функция.

Последнее означает, что волны в слое будут распространяться параллельно границе раздела. Отсюда следует, что чем больше неоднородность волны в пределах слоя, тем большие k_x нужно учитывать при отражении от границы раздела. При этом волны с очень малыми значениями k_x будут испытывать полное внутреннее отражение даже при незначительных перепадах в ϵ , а волны с большими значениями k_x будут частично проходить через границу и поглощаться в пассивных областях.

Высказанное выше утверждение о равносильности ϵ' и ϵ'' для волноводного удержания волны в слое возможно носит более общий характер и справедливо для слоев с произвольной зависимостью $\epsilon(x)$. Разница будет заключаться, по-видимому, в незначительном изменении характера зависимости от величины δ выражений (22) и (23) для критических частот. Это скажется, в основном, только на величине численных коэффициентов, как это имеет место, например, и в случае непоглощающих слоев [1].

В общем случае, когда все параметры отличны от нуля, система неравенств (18) может быть решена только численно. Если, однако, для простоты рассматривать слои с $q_2 \leq 0$, что соответствует $\epsilon_3'' \leq 0$, т. е. слою, который в центре поглощает меньше, чем по краям, то в этом случае при выполнении необходимого условия (19) можно найти области существования устойчивых и неустойчивых в волноводном смысле решений исходного уравнения (4). Эти области показаны на рис. 1а и 1б.

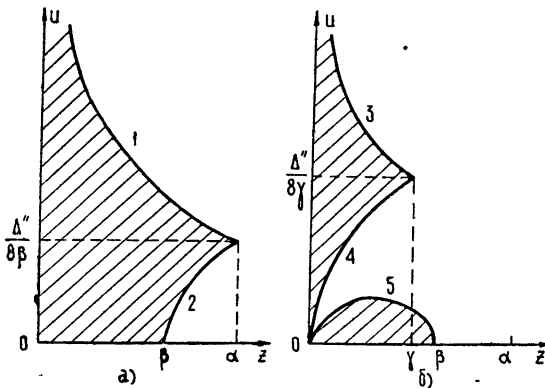


Рис. 1. Границы раздела областей неустойчивых (заштриховано) и устойчивых волноводных решений в переменных $u = |q_2|$ и $z = |q_1|$: а) $\Delta\epsilon' = (\epsilon_2' - \epsilon_1')$ и $\Delta\epsilon'' = (\epsilon_2'' - \epsilon_1'')$ имеют разные знаки; б) $\Delta\epsilon'$ и $\Delta\epsilon''$ имеют одинаковые знаки;

$$D_1(z) = \Delta''^2 - 16z^2(4z^2 - \Delta'),$$

$$D_2(z) = \Delta''^2 - 16z^2(4z^2 + \Delta'),$$

$$\alpha = \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta' + \sqrt{\Delta'^2 + \Delta''^2}}{2} \right)^{1/2}, \quad \gamma = \left(\frac{\sqrt{\Delta'^2 + \Delta''^2} - \Delta'}{2} \right)^{1/2},$$

$$\beta = \frac{1}{2} \sqrt{\Delta'}, \quad \Delta' = |\epsilon_2' - \epsilon_1'|, \quad \Delta'' = |\epsilon_2'' - \epsilon_1''|.$$

Здесь кривая 1 соответствует $u(z) = (\Delta'' + \sqrt{D_1})/8z$, кривая 2 — $u(z) = (\Delta'' - \sqrt{D_1})/8z$, кривая 3 — $u(z) = (\Delta'' + \sqrt{D_2})/8z$, кривая 4 — $u(z) = (\Delta'' - \sqrt{D_2})/8z$, кривая 5 — $u(z) = (\sqrt{D_1} - \Delta'')/8z$.

Из этих рисунков видно, что область неустойчивости оказывается больше в случае разных знаков величин $\Delta\epsilon' = \epsilon_2' - \epsilon_1'$ и $\Delta\epsilon'' = \epsilon_2'' - \epsilon_1''$ и увеличивается с ростом асимметрии слоя. Последнее понятно из высказанных нами ранее физических соображений. Действительно, для волноводного удержания волны в слое она должна испытывать полное внутреннее отражение на обеих границах слоя. Однако для асимметричного слоя углы полного внутреннего отражения оказываются различными для различных границ раздела, и поэтому не все волны, которые испытали полное внутреннее отражение на одной границе, будут испытывать полное внутреннее отражение на другой границе. Эта часть волн будет уходить из слоя и, следовательно, будет потеряна для него.

На рис. 1а и 1б функции $D_1(z)$ и $D_2(z)$ положительны, причем, если $\Delta' = |\epsilon_2' - \epsilon_1'| = 0$, то $\alpha = \gamma = \sqrt{\Delta''}/8$, а $\beta = 0$, и кривые на этих рисунках оказываются совпадающими; если же $\Delta'' = |\epsilon_2'' - \epsilon_1''| = 0$, то $\alpha = \beta = \sqrt{\Delta'}/4$, а $\gamma = 0$, и верхняя область на рис. 1б исчезает, а нижняя ветвь неустойчивых решений оказывается совпадающей с областью неустойчивости на рис. 1а.

В заключение нам хотелось бы отметить, что рассмотренная модель может быть использована для анализа волноводных свойств инжекционных диодов, в которых кроме пассивных поглощающих областей имеются активные области, усиливающие излучение.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Л. Гинзбург, Распространение электромагнитных волн в плазме, ГИФМЛ, М., 1959; Л. М. Бреховских, Волны в слоистых средах, изд. АН СССР, М., 1956.
2. P. S. Epstein, Proc. Acad. Sci., 16, 627 (1930).
3. Ю. Л. Газарян, Акуст. ж., 2, 33 (1956).
4. Э. Т. Уиттекер, Дж. Ватсон, Курс современного анализа, 2, ГИФМЛ, М., 1963.

Поступила в редакцию
17 марта 1969 г.

THE EFFECT OF ABSORPTION ON WAVEGUIDE PROPERTIES OF LAYERS WITH VARIABLE PARAMETERS

S. N. Stolyarov

The dispersion equation is derived and the field distribution is found for the waveguide solutions in Epstein's layer in the presence of absorption which can improve the waveguide properties of such layers.