ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XIII, № 5 *РАДИОФИЗИКА* *1970*

УДК 621.371.25

О ГЕНЕРАЦИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН СТРУЙНЫМИ ТЕЧЕНИЯМИ В ПЛАЗМЕ

В. Г. Гавриленко, Г. А. Лупанов, Н. С. Степанов

Рассматриваются электромагнитные волны поверхностного типа, распространяющиеся вдоль плазменной струи. Поверхность раздела струи и неподвижной плазмы считается достаточно резкой В пренебрежении тепловым движением и столкновениями получено дисперсионное уравнение и показано, что при определенных условиях оно допускает неустойчивые решения.

Как известно, в плазме с неоднородной скоростью дрейфа могут иметь место дополнительные механизмы неустойчивости, которые отсутствуют в однородной среде (так называемая слиппинг-неустойчивость, см., например, [1, 2]). Вследствие математических трудностей расчет, как правило, проводится при различных упрощающих предположениях, например, в квазистатическом приближении, допущении продольного магнитного поля бесконечно большой напряженности [1], при нерелятивистских скоростях дрейфа и т. д. При этом области неустойчивости и инкременты нарастания существенно зависят от физических условий на поверхностях, ограничивающих плазму [2]; обычно считается, что эти поверхности идеально проводящие.

В настоящей работе рассматривается случай струйного течения в неподвижной плазме; переходная область вблизи поверхности струи считается достаточно резкой, так что на границе потока имеет место разрыв скорости течения. Показывается, что в такой системе могут распространяться волны поверхностного типа, которые при определенных условиях являются неустойчивыми; при этом граничные условия на достаточно удаленных от струи поверхностях не играют принципиальной роли*. Обозримые результаты здесь удается получить без предположения о квазистатическом характере поля и с учетом релятивистских эффектов.

Заметим, что вопрос о неустойчивости колебаний плазмы при наличии границы с разрывом скорости дрейфа обсуждался в работе [4], однако в ней использовалось предположение о потенциальности электрического поля, которое в случае изотропной плазмы приводит к неправильному выводу об отсутствии взаимодействия колебаний соприкасающихся потоков. Поверхностные волны на границе раздела двух плазм рассматривались также в работах [5—7], но в них исследовались лишь неустойчивости при наличии пучков, пронизывающих плазму. Рассматриваемая же в данной работе неустойчивость имеет место в отсутствие взаимного проникновения граничащих сред.

---

* Следует отметить, что поверхностные волны могут существовать и при равных концентрациях движущейся и неподвижной плазм, хотя, как известно [3], дисперсионное уравнение для высокочастотных электромагнитных волн в изотропной плазме не зависит от скорости дрейфа последней, и в этом смысле волны «не чувствуют» наличия струи.

Для простоты рассмотрим случай плоской струи. Пусть при $|x|>a$ (см. рис. 1) плазма покоится и имеет невозмущенную концентрацию N_2^0, а при $|x|<a$ движется вдоль оси z с постоянной скоростью V_0 и концентрация электронов в ней с точки зрения лабораторной системы отсчета равна N_1^0. Предположим, что плазма холодная и без столкновений, а внешнее магнитное поле отсутствует. Считая электромагнитные поля

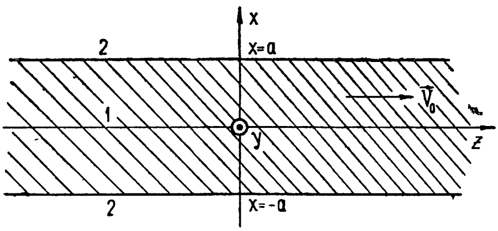

Рис. 1.

достаточно слабыми и пренебрегая движением ионов под действием высокочастотного поля, можно записать следующую систему линеаризованных уравнений:

$$\begin{gathered}\operatorname{rot} \boldsymbol{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t},\\ \operatorname{rot} \boldsymbol{B} = \frac{1}{c}\frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} e (N_s \boldsymbol{V}_0 + N^0 \boldsymbol{v}_s),\\ \left(\frac{\partial}{\partial t} + \boldsymbol{V}_0 \nabla\right)\left[\boldsymbol{v}_s + \frac{\boldsymbol{V}_0}{c^2}\frac{(\boldsymbol{V}_0 \boldsymbol{v}_s)}{1-\beta^2}\right] = \frac{e}{m}\left(\boldsymbol{E} + \frac{1}{c}[\boldsymbol{V}_0 \times \boldsymbol{B}]\right),\\ \left(\frac{\partial}{\partial t} + \boldsymbol{V}_0 \nabla\right) N_s = N^0 \nabla \boldsymbol{v}_s.\end{gathered} \tag{1}$$

Здесь $\boldsymbol{E}$ и $\boldsymbol{B}$ — электрическое и магнитное поля, N_s и $\boldsymbol{v}_s$ — возмущения концентрации и скорости электронов, $m = m_0/\sqrt{1-\beta^2}$ — релятивистская масса, $\beta = V_0/c$.

При $|x|<a$ в уравнениях (1) $N^0 = N_1^0$, а при $|x|>a$ нужно положить $V_0 = 0$ и $N^0 = N_2^0$.

Уравнения (1) должны быть дополнены граничными условиями на поверхностях струи ($x = \pm a$). В нашем случае эти условия можно записать в виде*

$$\begin{gathered}E_{z2} = E_{z1}, \quad E_{y2} = E_{y1}, \quad B_{z2} = B_{z1}, \quad B_{x2} = B_{x1},\\ B_{y2} - B_{y1} = \beta\,[\varepsilon_2(\omega) E_{x2} - E_{x1}],\end{gathered} \tag{2}$$

где индексы 1 и 2 относятся соответственно к областям внутри и вне струи; $\varepsilon_2(\omega) = 1 - \omega_{p2}^2/\omega^2$.

В дальнейшем нас будут интересовать волны поверхностного типа, не зависящие от координаты y, так что решение системы (1) можно искать в виде $F(x)\exp[i(\omega t - hz)]$. Тогда после некоторых выкладок ис-

---

* Наиболее просто равенства (2) можно получить [8], считая струю и неподвижную плазму разделенными тонким вакуумным промежутком, записав граничные условия на поверхности плазмы с вакуумом и исключив затем поля в промежутке. Другим способом (в нерелятивистском приближении) эквивалентные граничные условия были найдены также в работах [5, 6, 9].

ходные уравнения можно разбить на две независимых системы, соответствующие двум различным типам волн.

Для ТМ волны (вектор E лежит в плоскости xz) получаем

$$\frac{d^2E_z}{dx^2} - \tau^2 E_z = 0,$$

$$E_x = \frac{i}{\tau^2}\left(h - \frac{\omega_p^2}{c^2}\frac{V_0}{\omega - hV_0}\right)\frac{dE_z}{dx}, \tag{3}$$

$$B_y = i\frac{\omega}{c\tau^2}\left[1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega - hV_0)}\right]\frac{dE_z}{dx}.$$

Здесь $\tau^2 = h^2 - (\omega^2/c^2)(1 - \omega_p^2/\omega^2)$; $\omega_p^2 = 4\pi e^2 N^0/m$, причем внутри струи ($|x| < a$) нужно брать $\omega_p^2 = \omega_{p1}^2 = 4\pi e^2 N_1^0/m$, а вне ($|x| > a$) — $\omega_p^2 = \omega_{p2}^2 = 4\pi e^2 N_2^0/m$.

Как и в случае диэлектрического волновода [10], можно выделить два класса решений. В одном из них компонента поля E_z симметрична относительно координаты x:

$$E_z = E_0 \operatorname{ch}(\tau_1 x),$$

$$E_x = i\frac{E_0}{\tau_1}\left(h - \frac{\omega_{p1}^2}{c^2}\frac{V_0}{\omega - hV_0}\right)\operatorname{sh}(\tau_1 x), \tag{4а}$$

$$B_y = iE_0\frac{\omega}{c\tau_1}\left[1 - \frac{\omega_{p1}^2}{\omega(\omega - hV_0)}\right]\operatorname{sh}(\tau_1 x)$$

при $|x| < a$ и

$$E_z = E_0 \operatorname{ch}(\tau_1 a)\exp[\mp \tau_2(x \mp a)],$$

$$E_x = \mp iE_0 \operatorname{ch}(\tau_1 a)(h/\tau_2)\exp[\mp \tau_2(x \mp a)], \tag{4б}$$

$$B_y = \mp iE_0 \operatorname{ch}(\tau_1 a)(\omega/c\tau_2)(1 - \omega_{p2}^2/\omega^2)\exp[\mp \tau_2(x \mp a)]$$

при $|x| > a$. Верхний знак здесь соответствует области $x > a$, а нижний — значениям $x < -a$.

Подставив (4) в условия (2), нетрудно получить дисперсионное уравнение:

$$\frac{\tau_1}{\tau_2}\operatorname{cth}(\tau_1 a) = -\left[1 - \frac{\omega_{p1}^2(1-\beta^2)}{(\omega - hV_0)^2}\right]\left(1 - \frac{\omega_{p2}^2}{\omega^2}\right)^{-1}. \tag{5}$$

Возможно также антисимметричное решение, для которого в формулах (4) нужно везде заменить $\operatorname{ch}(\tau_1 x)$ на $\operatorname{sh}(\tau_1 x)$ и $\operatorname{sh}(\tau_1 x)$ на $-\operatorname{ch}(\tau_1 x)$. Дисперсионное уравнение в этом случае имеет вид

$$\frac{\tau_1}{\tau_2}\operatorname{th}(\tau_1 a) = -\left[1 - \frac{\omega_{p1}^2(1-\beta^2)}{(\omega - hV_0)^2}\right]\left(1 - \frac{\omega_{p2}^2}{\omega^2}\right)^{-1}. \tag{6}$$

Анализ уравнений (5), (6) показывает, что в данной системе возможны неустойчивые решения. Рассмотрим сначала для простоты случай толстой струи ($a \to \infty$). При этом оба типа волн имеют одно и то же дисперсионное уравнение

$$\frac{\tau_1}{\tau_2} = -\left[1 - \frac{\omega_{p1}^2(1-\beta^2)}{(\omega - hV_0)^2}\right]\left(1 - \frac{\omega_{p2}^2}{\omega^2}\right)^{-1}, \tag{7}$$

которое совпадает с уравнением поверхностных волн, распространяющихся вдоль одной границы раздела. Это означает, что при больших a взаимное влияние границ становится пренебрежимо малым. В частном случае одинаковых плазменных частот ($\omega_{p1} = \omega_{p2} = \omega_p$) уравнение (7) можно представить в виде

$$\frac{(1/2)\,\omega_p^2(1-\beta^2)}{(\omega - hV_0)^2} + \frac{(1/2)\,\omega_p^2}{\omega^2} = 1. \tag{8}$$

Соотношение (8) совпадает с дисперсионным уравнением для волн в плазме с концентрацией $N^0/2$, пронизываемой пучком плотностью $(1/2)N^0(1-\beta^2)$, и, как известно [11], имеет нарастающие решения. В частности, при вещественных значениях ω для величины h имеем

$$h = \frac{\omega}{V_0}\left[1 \pm i\frac{\omega_p}{\omega}\frac{\sqrt{1-\beta^2}}{\sqrt{\omega_p^2/\omega^2 - 2}}\right]. \tag{9}$$

В области частот $\omega < \omega_p/\sqrt{2}$ постоянная h становится комплексной, т. е. возможны нарастающие и затухающие в пространстве решения.

При неодинаковых концентрациях ($\omega_{p1} \neq \omega_{p2}$) аналитическое решение (7) можно получить в двух предельных случаях. Пусть сначала $h \gg (\omega/c)\sqrt{1-\omega_{p\,1,2}^2/\omega^2}$, что выполнимо в области частот $\omega \gg \beta\omega_{p1,2}$. Тогда $\tau_1 \simeq \tau_2 \simeq h$, и результаты снова оказываются такими же, как и для взаимопроникающих сред с концентрациями $(1/2)\,N_1^0(1-\beta^2)$ и $(1/2)\,N_2^0$:

$$h = \frac{\omega}{V_0}\left[1 \pm i\frac{\omega_{p1}}{\omega}\frac{\sqrt{1-\beta^2}}{\sqrt{\omega_{p2}^2/\omega^2 - 2}}\right]. \tag{10}$$

В другом предельном случае ($\omega \ll \beta\omega_{p1,2}$), как нетрудно видеть, $h \ll \tau_{1,2} \simeq \simeq \omega_{p1,2}/c$ и решение получается в виде

$$\frac{hV_0}{\omega} = 1 \pm i\sqrt{\frac{\omega_{p1}(1-\beta^2)}{\omega_{p2}}}, \tag{11}$$

откуда, в частности, можно найти инкремент нарастания во времени при вещественных h.

Поскольку в общем случае такое решение в явном виде найти не удается, был проведен численный расчет уравнений (6)—(8) на ЭВМ. Некоторые результаты численного счета приведены на рис. 2, 3. При этом на графиках указаны лишь области положительных значений $x = hV_0/\omega_{p1}$, поскольку при одновременном изменении знаков у ω и hV_0 дисперсионные уравнения не меняются.

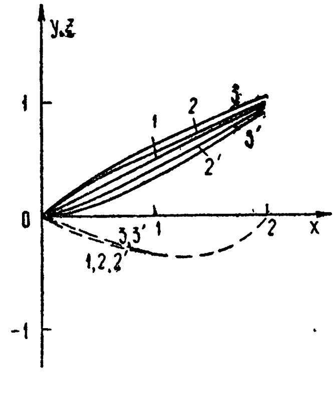

Рис. 2. Дисперсионные кривые для случая $p = \omega_{p2}^2/\omega_{p1}^2 = 1$, $\beta = 0{,}1$ при различной толщине струи: 1) $q = \omega_{p1}a/c = \infty$; 2) $q = 0{,}1$, 3) $q = 0{,}05$. Здесь $x = hV_0/\omega_{p1}$, $y = \mathrm{Re}\,\omega/\omega_{p1}$ (сплошные кривые), $z = \mathrm{Im}\,\omega/\omega_{p1}$ (пунктирные кривые). Цифрами со штрихом обозначены кривые для антисимметричного решения.

Из рис. 2 видно, что с уменьшением толщины струи вещественные части ω для симметричного и антисимметричного решений все больше отличаются друг от друга. В то же время величина мнимой части ω и область неустойчивости изменяются незначительно. На рис. 3 показаны дисперсионные кривые для разных значений $p = \omega_{p2}^2/\omega_{p1}^2$ в случае одной границы раздела.

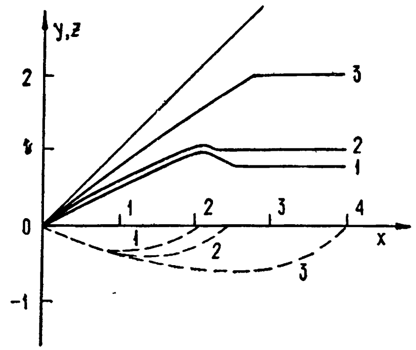

Рис. 3. Дисперсионные кривые для одной границы ($q = \infty$) и $\beta = 0{,}1$ при различных концентрациях электронов в струе и неподвижной плазме: 1) $p = 1{,}1$, 2) $p = 2$, 3) $p = 10$. Обозначения те же, что и на рис. 2.

Заметим, что, как видно из рис. 2, 3, во всех случаях неустойчивые волны являются медленными (кривые для $\mathrm{Re}\,\omega$ идут ниже прямой $y = x$, т. е. $V_{\text{ф}} = \mathrm{Re}\,\omega/h < V_0$). В этом смысле физический механизм рассматриваемой неустойчивости аналогичен тому, который имеет место во взаимопроникающих средах [11], а также в приборах типа ЛБВ. Различие заключается в механизме замедления волн — в нашем случае он связан с поверхностным характером волн.

Что касается ТЕ волн (вектор $\boldsymbol{E}$ перпендикулярен плоскости xz), то, как нетрудно показать, ни структура поля, ни дисперсионное уравнение не зависят от скорости струи V_0, и неустойчивость здесь не имеет места.

Аналогичным образом могут быть рассмотрены поверхностные волны для цилиндрической струи. Например, в случае симметричной относительно оси цилиндра ТМ волны имеет место следующее дисперсионное уравнение:

$$\frac{\tau_1}{\tau_2}\,\frac{I_0(\tau_1 a)\,K_1(\tau_2 a)}{K_0(\tau_2 a)\,I_1(\tau_1 a)} = -\left[1 - \frac{\omega_{p1}^2(1-\beta^2)}{(\omega - hV_0)^2}\right]\left(1 - \frac{\omega_{p2}^2}{\omega^2}\right)^{-1}. \qquad (12)$$

Здесь a — радиус струи. Для широкой струи ($a \to \infty$) уравнение (12) переходит в (7) и, следовательно, результаты будут такие же, как и для плоского случая. Качественно аналогичные результаты получаются и при конечном радиусе струи. Заметим, что если вне потока плазма отсутствует ($N_2^0 = 0$), формула (12) совпадает с полученной в работе [12] (естественно, неустойчивости в этом случае нет).

В заключение отметим, что рассмотренная выше задача может быть решена также и с помощью феноменологического подхода. Для этого нужно записать уравнения Максвелла с использованием четырех векторов $\boldsymbol{E}, \boldsymbol{D}, \boldsymbol{B}, \boldsymbol{H}$ и материальные соотношения Минковского для движущейся плазмы Граничные условия при этом, как обычно, сводятся к непрерывности E_τ и H_τ. Соответствующие выкладки были проделаны, и результаты, естественно, совпадают с приведенными в настоящей работе.

Представляется, что рассмотренный механизм усиления и генерации электромагнитных волн в плазме может играть определенную роль в космических условиях.

Авторы благодарны А. А. Рухадзе за полезные замечания и Ю. К. Гольцовой за проведение численных расчетов на ЭВМ.

ЛИТЕРАТУРА

1. E. R. Harrison, Proc. Phys. Soc., 82, 689 (1963).
2 Е. Е. Ловецкий, А. А Рухадзе, Ядерный синтез, 6, 9 (1966).
3. Б. М. Болотовский, А А Рухадзе, ЖЭТФ, 37, 1347 (1959)
4. E. R. Harrison, T. E. Stringer, Proc. Phys Soc., 82, 700 (1963),
5. А. Б Михайловский, Э. А Пашицкий, ЖЭТФ, 48, 1787 (1965).
6. A. B. Kitsenko, M M Shoucri, Plasma Phys., 10, № 1, 23 (1968).
7. M. M. Shoucri, A. B. Kitsenko, Plasma Phys., 11, № 4, 345 (1969).
8 В Г. Гавриленко, Г А. Лупанов, Н С Степанов, ЖТФ (в печати)
9 М Ф. Горбатенко, ЖТФ, 33, № 9, 1070 (1963).
10. Л А Вайнштейн, Электромагнитные волны, изд Сов радио, М, 1957.
11. Я. Б. Файнберг, Атомная энергия, 11, 313 (1961).
12. C. Yeh, J. Appl. Phys, 39, № 13, 6112 (1968).
13 Ю А Романов, В. Ф Дряхлушин, ЖЭТФ, 58, № 1, 348 (1970).

Горьковский государственный университет

Поступила в редакцию
4 июля 1969 г.

ON GENERATION OF ELECTROMAGNETIC WAVES BY JET FLOWS IN PLASMA

V. G. Gavrilenko, G. A. Lupanov, N. S. Stepanov

The propagation of surface electromagnetic waves along a plasma jet is considered. The jet and unstable plasma interface is supposed to be sufficiently sharp. In the absence of the thermal motion and collisions, the dispersion equation is derived and it is shown that under definite conditions, the equation admits unstable solutions.

Примечание при корректуре. После направления в печать данной статьи появилась работа [13], в которой также рассмотрена неустойчивость поверхностных волн в случае соприкасающихся плазменных потоков Однако граничное условие, использованное в ней для вывода дисперсионного уравнения, представляется неточным В [13] подразумевалось, что на границе потоков должны быть равными поверхностные импедансы (что с учетом непрерывности E_τ означает непрерывность и B_τ); на самом деле, как следует из формул релятивистского преобразования полей, на поверхности движущейся среды непрерывность B_τ, вообще говоря, не имеет места (см. (2)).