

УДК 533.9.01

О ЗАВИСИМОСТИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ СВОЙСТВ ПОЛУОГРАНИЧЕННОЙ ПЛАЗМЫ ОТ МЕХАНИЗМА ОТРАЖЕНИЯ ЭЛЕКТРОНОВ ПОВЕРХНОСТЬЮ

А. В. Резвов

Рассматривается влияние механизма рассеяния электронов на границе плазмы на спектр и затухание поверхностных волн. Показано, что на частотах $\omega \lesssim \omega_0/\sqrt{2}$ поверхностный импеданс, дисперсионное уравнение поверхностных волн, его решение, а также выражение для коэффициента затухания могут быть записаны в форме, не зависящей от граничных условий для функции распределения электронов на поверхности плазмы. Приводятся простые формулы, аппроксимирующие дисперсионные кривые на частотах $\omega > \omega_0/\sqrt{2}$ в системах с максвелловским и вырожденным распределением электронов. Рассмотрена возможность использования данных по отражению наклонно падающей электромагнитной волны для выяснения механизма рассеяния электронов поверхностью.

В кинетической теории проникновения электромагнитных волн в плазму или плазмоподобную среду механизм взаимодействия электронов с поверхностью обычно моделируется граничным условием [1]

$$f_0(\mathbf{v}) + f_1(z=0, v_z > 0) = f_0(\mathbf{v}) + pf_1(z=0, v_z < 0). \quad (1)$$

С другой стороны, в работе [2] предложена так называемая модель диффузного отражения I-типа, в которой функция распределения частиц на границе удовлетворяет соотношению

$$f(z=0, \mathbf{v}) = f_0(\mathbf{v}) - \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \nabla \mu(t), \quad (2)$$

а для определения зависящего от времени химического потенциала $\Delta\mu(t)$ вводится дополнительное условие

$$j_n(z=0) = 0.$$

Фактический механизм отражения электронов от поверхности может оказаться гораздо более сложным: например, в экспериментах по изучению резонансов на магнитных поверхностных уровнях в твердых телах [3] и работе [4] показано, что скользящее падение электронов на границу сопровождается зеркальным отражением, а частицы, падающие под углами, близкими к нормали, рассеиваются диффузно. В этом плане граничные условия (1), (2) являются математическими идеализациями, допускающими количественное описание. Сравнение полученных теоретических результатов с экспериментальными должно показать, какой механизм рассеяния играет большую роль в изучаемом явлении. Ниже рассматривается влияние механизма рассеяния электронов поверхностью на спектр и затухание электромагнитных поверхностных волн и на коэффициент отражения от плазмы в неисследованной ранее области частот и углов.

1. ПОВЕРХНОСТНЫЕ ВОЛНЫ

1. Дисперсионным уравнением поверхностных волн на границе двух сред, в нашем случае — вакуума и плазмы, является условие равенства их импедансов

$$(-ic/\tilde{\omega})(k_1^2 - \tilde{\omega}^2/c^2)^{1/2} = Z(\tilde{\omega}, k_1). \quad (3)$$

Поверхностный импеданс плазмы $Z(\tilde{\omega}, k_1)$, вычисленный в работах [2, 5] для E -волны и граничных условий (1), (2), является сложной функцией частоты $\tilde{\omega}$ и волнового вектора вдоль поверхности k_1 . Поэтому аналитическое решение дисперсионного уравнения (3) во всем диапазоне частот не представляется возможным. Однако фактически вся область существования поверхностных колебаний резко разделяется на две части. На частотах $\omega \leq \omega_0/\sqrt{2}$ фазовая скорость поверхностной волны $v_\phi = \omega/k_1$ существенно больше характерной скорости частиц плазмы v_0 («быстрая волна»), так что правую часть уравнения (3) можно разлагать по степеням малого параметра $s_1 = k_1 v_0 / \omega$. В области $\omega > \omega_0/\sqrt{2}$ фазовая скорость становится величиной порядка $v_0 \ll c$ («медленная волна»), что позволяет перейти к квазистатическому описанию, положив в (3) $c = \infty$. Решения упрощенных указанным образом уравнений перекрываются в окрестности точки $\omega \sim \omega_0/\sqrt{2}$.

Частота $\tilde{\omega} = \omega + i\nu$ в уравнении (3) является, вообще говоря, комплексной с отрицательной мнимой частью, соответствующей затуханию поверхностной волны. В области быстрых волн затухание $\gamma = \nu/\omega$ всегда мало, поэтому импеданс $Z(\tilde{\omega}, k_1)$ можно разложить в ряд Тейлора по переменной $\tilde{\omega}$ в окрестности действительной частоты ω , учитывая лишь первую степень γ :

$$- \sqrt{k_1^2 - \omega^2/c^2} + i\gamma \frac{\omega^2/c^2}{\sqrt{k_1^2 - \omega^2/c^2}} = \zeta(\omega, k_1) + i\gamma\omega \frac{\partial \zeta(\omega, k_1)}{\partial \omega}, \quad (4)$$

где $\zeta(\omega, k_1) = (\omega/ic) Z(\omega, k_1)$. Пользуясь малостью параметра $s_1 = kv_0/\omega$ для быстрых волн, функцию $\zeta(\omega, k_1)$ можно в свою очередь разложить по степеням s_1 , представив ее в виде

$$\zeta(\omega, k_1) = \zeta' + i\zeta'' = \frac{\lambda_0}{\varepsilon} + \frac{k_1^2 v_0}{\omega} T(\omega, k_1).$$

Дисперсионное уравнение быстрых поверхностных волн оказывается при этом одинаковым для всех рассматриваемых граничных условий. Последние определяют только конкретный вид зависимости $T(\omega, k_1)$.

В модели зеркального отражения (1), которой соответствует значение $p = 1$, имеет место соотношение*

$$T_3(\omega) = T'_3 + iT''_3 = - \frac{\omega}{\pi \varepsilon v_0} \int_{-\infty}^{\infty} \left[1 - \frac{\varepsilon}{\varepsilon'(k, \omega)} \right] \frac{dk}{k^2}. \quad (5)$$

* Индексы з, д1, д2 означают зеркальное отражение, диффузное отражение первого и второго типов — в соответствии с обозначениями работы [2].

При диффузном отражении второго типа [2], соответствующем граничному условию (1), $p = 0$,

$$T'_{\alpha 2} + iT''_{\alpha 2} = -\varepsilon^{-1} H' + i(-\varepsilon^{-1} H'' + \lambda_0^2 \omega L'' / \varepsilon^2 k_1^2 v_0). \quad (6)$$

Диффузному отражению первого типа с граничным условием (2) соответствует функция

$$T'_{\alpha 1} = -\frac{1}{\varepsilon} H' + \operatorname{Re} \left[\frac{(1 - V_{\varepsilon}^-)^2}{S_0} \right], \quad T''_{\alpha 1} = -\frac{1}{\varepsilon} H'' + \\ + \frac{\lambda_0^2 \omega L''}{\varepsilon^2 k_1^2 v_0} + \operatorname{Im} \left[\frac{(1 - V_{\varepsilon}^-)^2}{S_0} \right]. \quad (7)$$

Входящие в формулы (5)–(7) функции полностью определяются продольной $\varepsilon^l(\omega, k)$ и поперечной $\varepsilon^t(\omega, k)$ диэлектрическими проницаемостями плазмы:

$$H' + iH'' = \frac{\omega}{v_0} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \ln \frac{\varepsilon^l(\omega, k)}{\varepsilon} \frac{dk}{k^2}, \\ L'' = \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{c^2}{2\pi\omega^2} \operatorname{Im} \int_{-\infty}^{\infty} \ln \left(\frac{k^2 - \varepsilon^t \omega^2 / c^2}{k^2 + \delta^2} \right) dk, \quad (8) \\ S_0 = S'_0 + iS''_0 = \frac{v_0}{\omega} \int_{-\infty}^{\infty} \ln \varepsilon^l(\omega, k) dk,$$

$$\varepsilon = \lim_{k \rightarrow 0} \varepsilon^l(\omega, k) = \lim_{k \rightarrow 0} \varepsilon^t(\omega, k) = 1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}, \quad \lambda_0 = (k_1^2 - \varepsilon \omega^2 / c^2)^{1/2}.$$

Разделение в уравнении (4) действительной и мнимой частей дает соотношение для определения зависимости волнового вектора поверхностной волны от частоты,

$$-\sqrt{k_1^2 - \omega^2 / c^2} = \frac{\lambda_0}{\varepsilon} + \frac{k_1^2 v_0}{\omega} T'(\omega, k_1), \quad (9)$$

и формулу для коэффициента затухания

$$\gamma = -\frac{k_1^2 v_0}{\omega} T''(\omega, k_1) \left[\frac{\omega^2}{c^2} \frac{\varepsilon^2 - 1}{\lambda_0 \varepsilon} - \frac{2\lambda_0(1 - \varepsilon)}{\varepsilon^2} \right]^{-1}. \quad (10)$$

На частотах $\omega/\omega_0 \leq 0,68$ (при значении параметра $\alpha = c/v_0 = 3 \cdot 10^3$) решение уравнения (9) с достаточной точностью дается формулой

$$s_1 = \frac{1}{\alpha} \sqrt{\frac{\alpha}{1 + \varepsilon}} \left[\frac{\varepsilon^2 T'}{(\varepsilon - 1)(-1 - \varepsilon)^{3/2}} \right]. \quad (11)$$

В непосредственной окрестности частоты $\omega_0/\sqrt{2}$, где $s_1(\omega) \sim \alpha^{-1}$, функция $s_1(\omega/\omega_0)$ не может быть аппроксимирована какой-либо простой формулой и ее проще всего находить графически или численно прямо из уравнения (9), представив его в более удобной форме

$$-\sqrt{s_1^2 - \alpha^{-2}} = \frac{1}{\varepsilon} \left(s_1^2 - \frac{\varepsilon}{\alpha^2} \right)^{1/2} + s_1^2 T' \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right). \quad (12)$$

Наконец, на частотах, где выполняется неравенство $\alpha^{-2} \ll s_1^2 \ll 1$, дисперсионные кривые хорошо аппроксимируются формулами

$$s_1 = \beta (1 + \varepsilon), \quad \gamma = \delta s_1, \quad (13)$$

в которых постоянные множители β и δ определяются значением функции $T(\omega, k_1)$ в точках $\omega = \omega_0/\sqrt{2}$, $k_1 = 0$:

$$\beta = [T'(\omega = \omega_0/\sqrt{2}, k_1 = 0)]^{-1}, \quad \delta = \frac{1}{4} [T''(\omega = \omega_0/\sqrt{2}, k_1 = 0)].$$

Таким образом, подставляя в формулы (10)–(13) функции (5)–(7), мы получаем дисперсионные кривые быстрых волн для всех рассматриваемых моделей поведения электронов на границе плазмы. Соответствующие графики приведены для сравнения все вместе на одном рисунке 1 а.

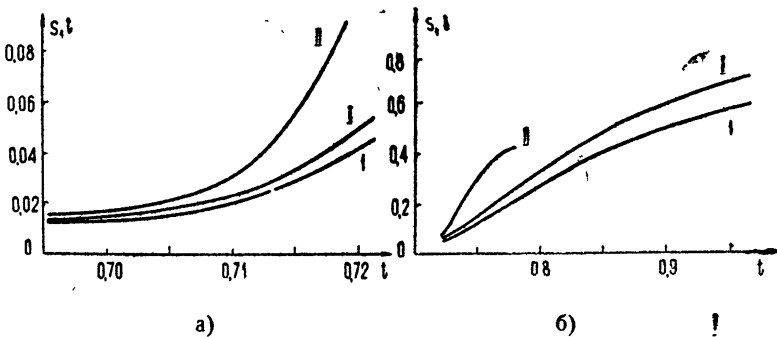


Рис. 1. а) Дисперсионные кривые „быстрых“ поверхностных волн: I—зеркальное отражение, I'—диффузное первого типа, II—диффузное второго типа.
б) Дисперсионные кривые „медленных“ поверхностных волн. Обозначения рис. 1а.

2. На частотах $\omega > \omega_0/\sqrt{2}$ фазовая скорость поверхностной волны и характерная скорость частиц v_0 становятся величинами одного порядка, обычно существенно меньшими скорости света c . Последний факт позволяет перейти к квазистатическому описанию, при котором дисперсионные уравнения весьма упрощаются. При этом, в отличие от случая быстрых волн, каждому граничному условию соответствует свое дисперсионное уравнение, требующее отдельного решения.

Зеркальному отражению соответствует уравнение

$$-1 = \frac{k_1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dk_3}{k^2 \varepsilon^l(\omega, k)} + i\gamma \frac{k_1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d}{d\omega} \left(\frac{1}{\varepsilon^l} \right) \frac{dk_3}{k^2}, \quad k^2 = k_1^2 + k_3^2, \quad (14)$$

диффузному отражению второго типа—уравнение

$$\eta^2 + J + 2 = 0, \quad (15)$$

а граничному условию (2)—

$$\eta^2 + J + 2 = -\frac{2k_1}{S} (1 + J - 2\eta). \quad (16)$$

В двух последних уравнениях

$$J = \frac{k_1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\varepsilon^l(\omega, k) dk_3}{k^2},$$

$$S(\omega, k_1) = \int_{-\infty}^{\infty} \ln \varepsilon^l(k, \omega) dk_3,$$

а η является значением обычно повторяющейся при решении уравнения Винера—Хопфа или задачи Гильберта [2] функции $\eta^-(k'_3)$ в точке $k'_3 = -ik_1$:

$$\eta = \eta^-(-ik_1) = \exp - \left[\frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\ln \varepsilon^l(k, \omega) dk_3}{k_3 - k'_3} \right] \Big|_{k'_3 = -ik_1}.$$

Аналитическое решение квазистатических дисперсионных уравнений поверхностных волн (14)—(16) представляется весьма затруднительным в практически важных случаях фермиевского и максвелловского распределений электронов по скоростям. Поэтому для качественного анализа поверхностных волн на частотах $\omega > \omega_0/\sqrt{2}$ рассмотрим модельную систему со статистикой вырожденного электронного газа. Эта удобная для аналитических вычислений модель представляет в то же время физический интерес для таких случаев, как плазма твердых тел при низких температурах, электроны в металлах, ультрарелятивистская плазма. Соответствующие данной системе диэлектрические проницаемости имеют в классическом пределе ($\hbar \omega \ll m v_0^2$, v_0 — скорость Ферми) вид

$$\varepsilon^l = 1 + \frac{3 \omega_0^2}{k^2 v_0^2} - \frac{3}{2} \frac{\omega \omega_0^2}{k^3 v_0^3} \left[\ln \left| \frac{\omega + k v_0}{\omega - k v_0} \right| - i \pi \theta \left(\frac{k v_0}{\omega} - 1 \right) \right], \quad (17)$$

$$\varepsilon^t = 1 - \frac{3}{4} \frac{\omega_0^2}{k^3 v_0^3} \left\{ 2 \omega k_0 - (\omega^2 - k^2 v_0^2) \left[\ln \left| \frac{\omega + k v_0}{\omega - k v_0} \right| - i \pi \theta \left(\frac{k v_0}{\omega} - 1 \right) \right] \right\}.$$

Выражения (17) обладают в плоскости комплексного k простыми аналитическими свойствами, что позволяет вычислить до конца все интегралы, входящие в дисперсионные уравнения (4), (14)—(16), через функции η , J , S , H , L'' , T . Решения уравнений (14) и (15) для системы со статистикой вырожденного газа найдены и подробно проанализированы в работе [6], поэтому для этих случаев мы приводим здесь только конечные результаты.

При зеркальном отражении зависимость величины $s_1 = k_1 v_0 / \omega$ от безразмерной частоты $\omega/\omega_0 = t$ дается формулой [6]

$$s_1^2 = \frac{-s_0^2(1 + \varepsilon)^2}{T_1^2 - (1 + \varepsilon)^2}, \quad (18)$$

где $T_1 = 2\varepsilon(1 - s_0^2)/3$, а $s_0^2(t)$ — корень уравнения $\varepsilon^l(s, t) = 0$, зависящий от частоты в соответствии с формулами (3А) Приложения.

Затухание $\gamma(t)$ всегда мало и вычисляется в соответствии с выражением [6]:

$$\gamma(t) = -A_1(t, s_1) s_1 \left[\frac{1 - \varepsilon}{\varepsilon^2} - \frac{s_1 \varphi_1}{\sqrt{s_1^2 - s_0^2 \psi_1^2}} + \frac{\varphi s_1 s_0^2 \psi_2}{\psi_1^3 (s_1^2 - s_0^2)^{3/2}} \right]^{-1}, \quad (19)$$

$$\psi_1 = 3(\varepsilon - s_0^2), \quad \psi_2 = \frac{3s_1^2}{s_0^2}(\varepsilon - s_0^2)(1 + s_0^2) + \frac{12(s_1^2 - s_0^2)}{s_0^2}[\varepsilon + (m - 2)s_0^2 + s_0^4],$$

$$\varphi_1 = (6m - 5 + 5s_0^2)(1 - s_0^2) - 4ms_0^2, \quad \varphi = 2m - 1 + s_0^2,$$

в котором

$$A_1(t, s_1) = \frac{3}{2}(1 - \varepsilon) \int_1^{\infty} \frac{ds}{s^4 \sqrt{s^2 - s_1^2} |\varepsilon^t|^2}.$$

При диффузном отражении второго типа решение уравнения (15) имеет вид

$$s_1(t) = \frac{1 - [1 + bs_0^2(a - 1)]^{1/2}}{\sqrt{b} \{2[1 - [1 + bs_0^2(a - 1)]^{1/2} - bs_0^2]\}^{1/2}}, \quad (20)$$

причем функции частоты $a(t)$ и $b(t)$ приведены в Приложении.

Величина затухания γ намного больше, чем в модели зеркального отражения электронов от границы плазмы, и может быть вычислена с помощью формулы

$$\gamma = - \left[\frac{3}{2} s_1 (1 - \varepsilon) \theta - 2\mu s_1 f^2 \varepsilon \right] \left\{ 1 - \varepsilon + \varepsilon f^2 (1 - bs_1^2) \left[2\varepsilon(1 - \varepsilon) + \frac{4fs_1(2 - 3\varepsilon + s_0^2)}{3(\varepsilon - s_0^2)(1 + f^2)} \right] + 2\varepsilon f^2 \mu s_1^2 \Gamma_A \right\}^{-1}, \quad (21)$$

в которой зависимость функций θ, μ, f, Γ_A от частоты дана в Приложении (формулы 2А-2).

В модели рассеяния электронов поверхностью, описываемой граничным условием (2), функция $s_1(t)$ является решением уравнения

$$I'(p^2 + g^2) + 2s_1(pI_2' + gI_2'') = 0, \quad (22)$$

а для затухания $\gamma(t)$ справедливо выражение

$$\gamma = \frac{-I_1''(p^2 + g^2) - 2s_1(pI_2'' - gI_2')}{2I_1''(g\rho_1 - p\rho_2) + \Gamma_1'(p^2 + g^2) + 2s_1(p\Gamma_2' - g\Gamma_2'' - \rho_2 I_2'' - \rho_1 I_2')} \quad (23)$$

Соотношения (22), (23) получаются из дисперсионного уравнения (16) после разделения действительной и мнимой частей, а входящие в них функции $I_{1,2}, \Gamma_{1,2}, \rho_{1,2}, p, g$ переменных ω и k_1 определены тождествами

$$\begin{aligned} \eta^2 + J + 2 &\equiv I_1' + I_1'' + i\gamma(\Gamma_1' + i\Gamma_1''), \\ 1 - 2\eta + J &\equiv I_2' + iI_2'' + i\gamma(\Gamma_2' + i\Gamma_2''), \end{aligned} \quad (24)$$

$$S = \frac{\omega}{v_0} [p + ig + i\gamma(\rho_1 + i\rho_2)].$$

Результаты вычисления этих функций в рамках модели вырожденного электронного газа приведены в Приложении. Используя формулы (2А), (3А) можно найти решение уравнения (22), например, графически. При этом приходится делать последовательные приближения по величине s_1 в функции $g(t, s_1)$. График вычисленной таким способом функции $s_1(t)$ для модели диффузного отражения первого типа приведен на рис. 1б, где для сравнения приведены также кривые, построенные по формулам (18) и (20).

Решение дисперсионного уравнения (22) существует на частотах $1/\sqrt{2} \leq \omega/\omega_0 < 0,99$. Обрыв дисперсионной кривой связан с некоррект-

ностью пренебрежения затуханием при нахождении функции $s_1(t)$ (аналогичная ситуация имеет место и для решения уравнения (15)). Уже на частоте $\omega/\omega_0 \simeq 0,95$ величина затухания $\gamma(t = 0,95)$, вычисленная по формуле (23), становится равной единице, что является границей применимости уравнения (22), выведенного при условии $\gamma \ll 1$. График функции $\gamma(t)$, даваемой формулой (23), приведен на рис. 2 вместе с кривыми (19) и (21).

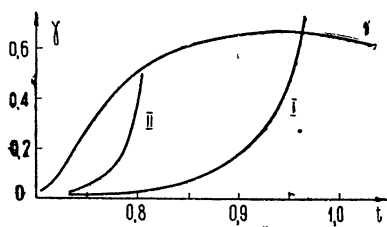


Рис. 2. Кривые затухания медленных поверхностных волн как функции частоты. Обозначения рис. 1а, за исключением того, что кривая 1 имеет по оси γ масштаб в 10^2 раз больший.

Отметим теперь, что решения квазистатических дисперсионных уравнений (18), (20), (22) перекрываются с соответствующими дисперсионными кривыми быстрых волн на частотах $\omega \gtrsim \omega_0/\sqrt{2}$, таких, что

$$\alpha^{-2} \ll s_1^2(t) \ll 1. \quad (25)$$

В пределах выполнения этого неравенства формулы (18), (20), (22) дают решения, идентичные (13). Коэффициенты β и δ формул (13) определяются функцией $T(\omega, k_1)$, которая для случая диэлектрических проницаемостей (17) вычислена в математическом дополнении (формулы (1А)). В соответствии с последним имеем

$$\begin{aligned} \beta_3 &= 0,635, & \beta_{д1} &= 0,690, & \beta_{д2} &= 1,374, \\ \delta_3 &= -0,022, & \delta_{д1} &= -0,131, & \delta_{д2} &= -0,290. \end{aligned}$$

Для системы с максвелловским распределением электронов по скоростям эти коэффициенты могут быть рассчитаны по результатам работы [2] и равны

$$\begin{aligned} \beta_3^m &= 0,40, & \beta_{д1}^m &= 0,38, & \beta_{д2}^m &= 1,04, \\ \delta_3^m &= -0,083, & \delta_{д1}^m &= -0,26, & \delta_{д2}^m &= -0,45. \end{aligned}$$

Простая формула $s_1 = (1 + \epsilon)\beta$ аппроксимирует точные функции (18), (20) и решение уравнения (22) фактически на всех частотах с ошибкой, не превышающей 15%. Эта формула, следовательно, может быть использована во всех прикидочных и качественных оценках.

Обратимся теперь к сравнению дисперсионных кривых и соответствующих функций затухания, построенных для удобства вместе, на рис. 1а, 1б, 2. Из этих рисунков видно, что в модели зеркального отражения поверхностные волны являются слабо затухающими ($\gamma \simeq 0,07$) на всех частотах. В моделях диффузного отражения слабо затухающие колебания существуют только на частотах, меньших резонансной. Причины резкого нарастания затухания с увеличением частоты, так же как и взаимного расположения кривых, подробно проанализированы в работах [2-3] и связаны, конечно, с особенностями каждой модели отражения.

Таким образом, показано, что в области частот ω , значительно превышающих эффективную частоту столкновений, все разобранные модели дают существенно разные дисперсионные кривые и величину затухания в квазистатической области, т. е. при условии $\omega > \omega_0/\sqrt{2}$. В принципе это различие может быть использовано для выяснения

действительного механизма поведения электронов на поверхности плазмы.

2. ПРОНИКНОВЕНИЕ ПОПЕРЕЧНОГО ПОЛЯ В ПОЛУОГРАНИЧЕННУЮ ПЛАЗМУ

В 1953 г. Дингл в работах [7] показал, что экспериментальные данные по отражательным свойствам таких металлов как Ag, Au, Cu в инфракрасной области согласуются только с теорией, учитывающей тепловое движение электронов, причем в области длин волн 5—20 мк наилучшие результаты дает модель диффузного отражения. Совсем недавно этот факт был подтвержден авторами исследования [8], что лишний раз указывает на возможность изучения поведения электронов на поверхности по данным спектра отражения.

Рассмотрим в этой связи коэффициенты отражения и поглощения E -волны, падающей на плазму под произвольным углом и имеющей $\omega \gg \nu_{ст}^*$. (В работе Дингла в этой области частот рассмотрены только волны, распространяющиеся нормально поверхности.) E -волна характерна возможностью возбуждения в плазме продольных волн, интенсивность которых на частотах порядка резонансной становится сравнимой с интенсивностью поперечных колебаний. В рамках модели зеркального отражения этот эффект подробно рассмотрен авторами работы [9], поэтому ниже мы ограничимся только моделями диффузного отражения.

В задаче проникновения поперечной волны в плазму параметр $k_1 v_0 / \omega = \sin \theta / \alpha$ всегда является малым (так как $\alpha > 3 \cdot 10^2$), поэтому на всех частотах, где $|\varepsilon| > \sin \theta / \alpha$, импедансы, определяющие коэффициенты отражения и поглощения, можно считать равными

$$Z(\omega, k_1) = \frac{ic}{\omega} \left[\frac{\lambda_0}{\varepsilon} + \frac{k_1^2 v_0}{\omega} T(\omega, k_1) \right]. \quad (26)$$

Функция $T(\omega, k_1)$ дается формулами (6), (7) для моделей диффузного отражения и равна

$$T_3 = -\frac{1}{\pi} \frac{\omega}{v_0} \frac{1}{\varepsilon} \int_{-\infty}^{\infty} \left(1 - \frac{\varepsilon}{\varepsilon^t} \right) \frac{dk}{k^2} + \frac{i\omega}{k_1^2 v_0} \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\text{Im} \varepsilon^t dk}{(\text{Re} \varepsilon^t - c^2 k^2 / \omega^2)^2 + \text{Im}^2 \varepsilon^t} \quad (27)$$

при зеркальном отражении электронов от поверхности. Соответствующие импедансу (26) коэффициент отражения $R(\theta, \omega)$ и поглощательная способность $A(\theta, \omega)$ имеют вид

$$R(\theta, \omega) = \frac{\cos \theta - (i/\varepsilon) \sqrt{\sin^2 \theta - \varepsilon} - iT \sin^2 \theta / \alpha}{\cos \theta + (i/\varepsilon) \sqrt{\sin^2 \theta - \varepsilon} + iT \sin^2 \theta / \alpha}; \quad (28)$$

$$A(\theta, \omega) = \frac{-4 \cos \theta T''(\theta, \omega) \sin^2 \theta}{\alpha [(\cos \theta - T'' \sin^2 \theta / \alpha)^2 + (T' \sin^2 \theta / \alpha + \sqrt{\sin^2 \theta - \varepsilon / \varepsilon})^2]}. \quad (29)$$

На частотах, удовлетворяющих неравенству $|\varepsilon| > \sin \theta / \alpha$, вклад членов, обусловленных пространственной дисперсией, мал, поскольку $|T| \sin^2 \theta / \alpha \ll 1$. Например, величина поглощательной способности при $\alpha = 3 \cdot 10^2$ (наиболее благоприятный случай) не превышает 10^{-3} , так что практически коэффициент отражения, видимо, трудно отличить от величины, соответствующей холодной плазме, где $T(\theta, \omega) \equiv 0$.

* $\nu_{ст}$ — частота столкновений, равная $1/\tau$, где τ — время релаксации.

В области частот, где $|\varepsilon| \leq \sin \theta/\alpha$, выражение (26) для поверхностного импеданса становится некорректным, несмотря на малость величины $\sin \theta/\alpha$. Для вычисления импеданса в этом случае обычно пользуются тем фактом, что при $|\varepsilon| \ll 1$ можно считать [2, 9]

$$\begin{aligned} \varepsilon' &= \varepsilon - \alpha^2 \frac{k^2 v_0}{\omega^2} - i \frac{4\pi e^2 \omega}{k^2} \int \delta(kv - \omega) f'_{0\varepsilon} dp, \\ \alpha' &= - \frac{4\pi e^2}{5\omega^2 v_0^2} \int f'_{0\varepsilon} dp. \end{aligned} \quad (30)$$

При этих условиях [2]

$$\begin{aligned} \zeta_{\text{д}} &= i \left\{ \sqrt{\sin^2 \theta - \varepsilon} + \frac{\sin^2 \theta}{\alpha} \left[\frac{1}{\varepsilon} \left(1 - \frac{\sqrt{\sin^2 \theta - \varepsilon}}{\sin \theta} \right) \left(\frac{\alpha' \sin \theta}{\alpha} + \sqrt{\alpha'} \times \right. \right. \right. \\ &\times \left. \left. \sqrt{\frac{\alpha' \sin^2 \theta}{\alpha^2} - \varepsilon} \right) + B(\omega) \right] \left\} \left[\varepsilon - \frac{\alpha' \sin \theta}{\alpha} \left(\frac{\sin \theta}{\alpha} - \sqrt{\frac{\sin^2 \theta}{\alpha^2} - \frac{\varepsilon}{\alpha'}} \right) + \right. \\ &\left. + i A_1 \frac{\sqrt{\sin^2 \theta - \varepsilon}}{\alpha} \right]^{-1}, \end{aligned} \quad (31)$$

где функция $B(\omega)$ равна $(1 - \sqrt{\varepsilon})^2/S_0(\omega)$ в модели диффузного отражения первого типа и нулю — в модели диффузного отражения второго типа; A_1 — константа, равная $3/16$ для вырожденного электронного газа и $1/2\sqrt{\pi}$ — в системе с максвелловской статистикой.

На частотах, для которых $\varepsilon > \alpha' \sin^2 \theta/\alpha^2$ или $\varepsilon > \sin^2 \theta$, нужно произвести замены $(\alpha' \sin^2 \theta/\alpha^2 - \varepsilon)^{1/2} \rightarrow -i(\varepsilon - \alpha' \sin^2 \theta/\alpha^2)^{1/2}$ и $\sqrt{\sin^2 \theta - \varepsilon} \rightarrow -i\sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta}$ соответственно. Константа α' равна $3/5$ и $3/2$ для вырожденного электронного газа и максвелловской плазмы. На резонансной частоте ω_0 импеданс (31) имеет величину $\zeta_{\text{д}1} = \zeta_{\text{д}2} = \alpha/A_1$, которой соответствует поглощательная способность

$$A(\theta, \omega) = \frac{4 \cos \theta \operatorname{Re} \zeta_{\text{д}}}{(\operatorname{Re} \zeta_{\text{д}} + \cos \theta)^2 + \operatorname{Im}^2 \zeta_{\text{д}}} \simeq \frac{4 \cos \theta A_1}{\alpha} \sim 10^{-3}.$$

Таким образом, и в окрестности резонансной частоты коэффициент отражения очень слабо зависит от тепловых эффектов. Отметим, что сделанные заключения справедливы для углов падения, не очень близких к $\pi/2$ ($\cos \theta \gg 1/\alpha$).

ПРИЛОЖЕНИЕ

В системе со статистикой вырожденного электронного газа, которой соответствуют диэлектрические проницаемости (17), функции $T(\omega, k_1)$, определяющие свойства «быстрых» поверхностных волн, равны

$$\begin{aligned} T_3 &= \frac{2}{3} \frac{1 - s_0^2}{(\varepsilon - s_0^2) \sqrt{s_1^2 - s_0^2}} - \frac{2i}{\pi} \int_1^{\infty} \frac{\operatorname{Im} \varepsilon' ds}{s \sqrt{s^2 - s_1^2} (\operatorname{Re}^2 \varepsilon' + \operatorname{Im}^2 \varepsilon')}, \\ T_{\text{д}1} &= -\frac{1}{\varepsilon} \left[\frac{1}{y_1} - i\mu + \frac{im}{8\varepsilon} \left(1 - \frac{\varepsilon}{\alpha^2 s_1^2} \right) - \frac{(1 - i\sqrt{\varepsilon})^2}{S'_0 + iS''_0} \right], \end{aligned} \quad (1-A)$$

$$T_{\lambda 2} = -\frac{1}{\varepsilon} \left[\frac{1}{y_1} - i\mu + \frac{im}{8\varepsilon} \left(1 - \frac{\varepsilon}{\alpha^2 s_1^2} \right) \right],$$

$$\mu = \frac{1}{s_3(t)} - \Gamma_\eta(s_1 = 0), \quad m \equiv \frac{3}{2} \frac{\omega_0^2}{\omega^2}.$$

Функции, входящие в (15), (16), (20), (21), вычисляются, как и в (1-A), методом вычетов и равны

$$I'_1 = \operatorname{Re} \eta^2 + \varepsilon + 2, \quad I''_1 = \operatorname{Im} \eta^2 + m \theta_1 s_1,$$

$$I'_2 = 1 + \varepsilon - 2 \operatorname{Re} \eta, \quad I''_2 = m \theta_1 s_1 - 2 \operatorname{Im} \eta,$$

$$\Gamma'_1 = \frac{4}{3} m + B_1(t, s_1), \quad \Gamma''_1 = B_2(t_1, s_1) - m \theta_2 s_1,$$

$$\Gamma'_2 = \frac{4}{3} - 2b_1(t, s_1), \quad \Gamma''_2 = m \theta_2 s_1 + 2b_2(t, s_1),$$

$$\operatorname{Re} \eta^2 = \frac{\varepsilon}{y_1^2} (s_1 + \sqrt{s_1^2 + y_1^2})^2 \left(1 - \frac{2s_1^2}{s_3^2} + \frac{4s_1^2}{s_3} \Gamma_\eta \sqrt{1 - \frac{s_1^2}{s_3^2}} \right) \quad (t \leq 1),$$

$$\operatorname{Im} \eta^2 = \frac{2s_1 \varepsilon}{y_1^2} (s_1 + \sqrt{s_1^2 + y_1^2})^2 \left[\Gamma_\eta \left(1 - \frac{2s_1^2}{s_3^2} \right) - \frac{1}{s_3} \sqrt{1 - \frac{s_1^2}{s_3^2}} \right] \quad (t \leq 1),$$

$$\Gamma_\eta = \frac{1}{\pi} \int_1^\infty \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{Im} \varepsilon^t}{\operatorname{Re} \varepsilon^t} \frac{ds}{s \sqrt{s^2 - s_1^2}} \quad (s = kv_0 / \omega),$$

$$\operatorname{Re} \eta = \sqrt{|\varepsilon|} \frac{s_1 + \sqrt{s_1^2 + y_1^2}}{y_1} \left(\frac{1}{s_3} - \Gamma_\eta \sqrt{1 - \frac{s_1^2}{s_3^2}} \right),$$

$$\operatorname{Im} \eta = \sqrt{|\varepsilon|} \frac{s_1 + \sqrt{s_1^2 + y_1^2}}{y_1} \left(\frac{s_1^2}{s_3} \Gamma_\eta + \sqrt{1 - \frac{s_1^2}{s_3^2}} \right), \quad (2A-1)$$

$$\theta_1 = \frac{3s_1^2 - 2 + 2(1 - s_1^2)^{3/2}}{3s_1^4}, \quad \theta_2 = \frac{(2 + 3s_1^2) \sqrt{1 - s_1^2} + 4s_1^4 - 2s_1^2 - 2}{3s_1^4},$$

$$B_1 + iB_2 = 2(A' + iA'')(\operatorname{Re} \eta^2 + i \operatorname{Im} \eta^2), \quad b_1 + ib_2 = (A' + iA'')(\operatorname{Re} \eta + i \operatorname{Im} \eta),$$

$$A' = \frac{1 - \varepsilon}{\varepsilon} + \frac{s_1}{3} \frac{2m - 1 - y_1^2}{(\varepsilon + y_1^2) \sqrt{s_1^2 + y_1^2}},$$

$$A'' = \frac{2}{3} t^2 s_1^2 \int_1^\infty \frac{s^2(2m - 1 + s^2) ds}{(1 - s^2) \sqrt{s^2 - s_1^2} \left[\left(\frac{s^3}{m} + 2s - \ln \frac{s+1}{s-1} \right)^2 + \pi^2 \right]},$$

$$p = \sqrt{s_1^2 + y_1^2}, \quad g = s_3(t) + g_1(t) + g_2(t, s_1),$$

$$g_1(t) = \int_1^\infty \operatorname{arctg} [\operatorname{Im} \varepsilon^t(s, t) / \operatorname{Re} \varepsilon^t(s, t)] ds,$$

$$g_2(t, s_1) = 2t^2 \int_0^1 \frac{u(1 - \varepsilon u^2) (\sqrt{1 - u^2 s_1^2} - 1) du}{(1 - u^2) \left[\left(\frac{2}{3} t^2 + 2u^2 - u^3 \ln \frac{1+u}{1-u} \right)^2 + \pi^2 u^6 \right]};$$

$$\rho_1 = \frac{1 - 2m - y_1^2}{3(\varepsilon + y_1^2) \sqrt{s_1^2 + y_1^2}},$$

$$\rho_2 = \frac{2}{3} t^2 \int_1^\infty \frac{s^4(2m - 1 + s^2) ds}{(s^2 - 1) \sqrt{s^2 - s_1^2} \left[\left(\frac{2}{3} t^2 s^3 + 2s - \ln \frac{s+1}{s-1} \right)^2 + \pi^2 \right]},$$

$$b(t) = \frac{2}{s_3^2} + 2\Gamma_{\gamma_0}^2 - \frac{4\Gamma_{\gamma_0}}{s_3}, \quad a(t) = -\frac{2 + \varepsilon}{\varepsilon}, \quad (2A-2)$$

$$\Gamma_{\gamma_0} = \Gamma_{\gamma}(s_1 = 0), \quad f = \frac{s_1 + \sqrt{s_1^2 + y_1^2}}{y_1}, \quad \Gamma_A = A''/s_1.$$

Функции $iy_1(t)$ и $x_1(t)$, $s_3(t)$ являются корнями уравнений $\varepsilon^l(t, s) = 0$ и $\text{Re } \varepsilon^l(t, s) = 0$ на мнимой и действительной осях и легко находятся с помощью обратных функций:

$$t^2 = 3y_1^{-3} (y_1 - \text{arctg } y_1) \quad (t \leq 1),$$

$$t^2 = \frac{3}{2} x_1^{-3} \left(\ln \frac{1 + x_1}{1 - x_1} - 2x_1 \right) \quad (t \geq 1, x_1 \leq 1),$$

$$t^2 = \frac{3}{2} s_3^{-3} \left(\ln \frac{s_3 + 1}{s_3 - 1} - 2s_3 \right) \quad (s_3 > 1), \quad (3A)$$

$$s_0^2(t) = \begin{cases} -y_1^2(t), & t \leq 1 \\ x_1^2(t), & t \geq 1 \end{cases}.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. H. Reuter, E. Zondgeimer, Proc. Roy. Soc., 195-A, 336 (1948); В. Силин, А. Рухадзе, Электромагнитные свойства плазмы и плазменных сред, М., Госатомиздат, 1961.
2. Ю. А. Романов, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 11, № 10, 1533 (1968); Ю. А. Романов, Диссертация, ГГУ, 1966.
3. М. С. Хайкин, УФН, 96, 409 (1968).
4. Э. А. Канер, Н. М. Макаров, И. М. Фукс, ЖЭТФ, 55, 931 (1968).
5. В. И. Мирошниченко, ЖТФ, 36, 1008 (1966).
6. А. В. Резвов, ЖТФ, 40, № 5 (1970).
7. R. Dingle, Physica, 19, 311, 348 (1953).
8. A. Lehman, D. Treherne, 57, 476 (1967).
9. В. П. Силин, Е. П. Фетисов, ЖЭТФ, 41, 616 (1961).

THE DEPENDENCE OF ELECTROMAGNETIC PROPERTIES OF A SEMIBOUNDED
PLASMA ON THE MECHANISM OF REFLECTION OF
ELECTRONS FROM A SURFACE

A. V. Rezuov

The effect of the mechanism of electron scattering at the plasma boundary on the spectrum and damping of surface waves is considered. It is shown that at the frequencies $\omega \lesssim \omega_0/\sqrt{2}$ the surface impedance, the dispersion equation of surface waves, its solution, the expression for damping can be written in the form independent of the boundary conditions for the distribution function of electrons on the plasma surface. Simple formulas approximating the dispersion curves at the frequencies $\omega > \omega_0/\sqrt{2}$ in the systems with Maxwell and degenerated distribution of electrons are given. A possibility is considered of using the data on reflection on obliquely incident electromagnetic wave to explain the mechanism of scattering electrons by the surface.
