

УДК 62—501 7

ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ СИНХРОНИЗАЦИЯ ДВУХТАКТНОГО ГЕНЕРАТОРА НА ТРАНЗИСТОРАХ

Л. В. Постников, А. С. Тарантович

Методом Ван-дер-Поля рассматривается динамика симметричного генератора на транзисторах, в котором внешняя ЭДС подается в базы транзисторов. Показано, что это приводит к синхронизации колебаний возбужденного генератора или к возбуждению их в несамовозбужденном генераторе. Найдены приближенные выражения амплитудно-частотных и фазово-частотных характеристик синхронизации и возбуждения на частотах, кратных частоте внешнего сигнала.

К теории синхронного гармонического воздействия внешней ЭДС на электрические колебательные системы, как на самовозбужденные, так и на несамовозбужденные, обращались в разное время многие авторы [1–13]. Возникающие при таком воздействии явления широко применяются на практике для умножения [10, 11] и деления частоты [5–7, 11], а также используются при создании элементов вычислительной техники [8, 9, 12].

В работах [3, 13] исследовалось воздействие на автоколебательную систему гармонической ЭДС, близкой к собственной частоте системы (так называемое явление «захватывания»), в работе [4] исследовалась синхронизация произвольными обертонами и унтертонами системы, а в работе [2] — частотами, составляющими с собственной частотой системы дробно-рациональное отношение.

Исследованию синхронного воздействия на несамовозбужденные системы посвящены работы [1, 5–7], причем в работах [5–7] исследуется деление частоты в симметричных схемах (двухтактных делителях частоты).

Во всех этих работах исследуются схемы, использующие электронные лампы. В монографиях [10, 11], частично обобщающих накопленный опыт по теории и технике умножения и деления частоты, авторы отмечают, что изучению этих явлений в транзисторных схемах уделялось мало внимания.

В настоящей работе исследуется двухтактная схема генератора на транзисторах. Нам представляется целесообразным рассмотреть известные варианты синхронного гармонического воздействия на эту схему с единой точки зрения.

1. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ СИСТЕМЫ

Рассмотрим симметричный генератор на транзисторах, принципиальная схема которого приведена на рис. 1 (где E — постоянное смещение коллекторов, E_0 — суммарная ЭДС синхронизации и постоянного смещения базы). Остальные обозначения ясны из рисунка. При дальнейшем рассмотрении предполагается, что схема симметрична, параметры схемы (кроме характеристик транзисторов) не зависят от напряжений и токов, коэффициент связи между индуктивностями L_1 и L_2 равен

единице, а токами базы транзисторов можно пренебречь. Последнее допущение выполняется тем точнее, чем ближе к единице коэффициент усиления по току транзистора.

С учетом этих допущений в принятых на рис. 1 обозначениях система уравнений, определяющая поведение генератора, имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} v_1 + E &= L \frac{d(i_1 - i_2)}{dt}, & v_2 + E &= L \frac{d(i_2 - i_1)}{dt}; \\ u_1 + E_0 &= -hL \frac{d(i_1 - i_2)}{dt}, \\ u_2 + E_0 &= -hL \frac{d(i_2 - i_1)}{dt}; \end{aligned} \quad (1)$$

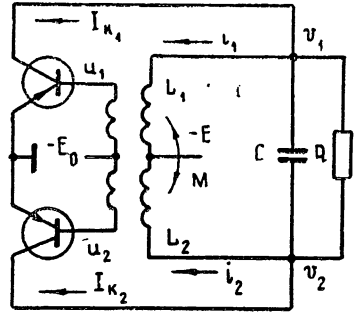


Рис. 1.

$$i_1 + I_{k1} = \frac{v_2 - v_1}{R} + C \frac{d(v_2 - v_1)}{dt}, \quad i_2 + I_{k2} = \frac{v_1 - v_2}{R} + C \frac{d(v_1 - v_2)}{dt},$$

где h — отношение числа витков базовой к числу витков контурной обмотки катушки индуктивности.

Для описания нелинейной зависимости коллекторного тока от напряжений смещения транзистора воспользуемся хорошо известными в полупроводниковой электронике уравнениями Эберса—Молла [14], справедливыми для низких частот. В наших обозначениях они принимают вид

$$I_{k_i} = I_{k_0} \left\{ \exp \left[\frac{q}{kT} (v_i - u_i) \right] - 1 - \alpha \left[\exp \left(-\frac{q}{kT} u_i \right) - 1 \right] \right\}, \quad (2)$$

где α — произведение коэффициента усиления по току на I_{e0}/I_{k0} . Вводя обозначения $\frac{v_1 - v_2}{2} = v$, $\frac{I_{k1} - I_{k2}}{2} = I_k$, $\frac{v_1 + v_2}{2} = v_0$, $\frac{u_1 + u_2}{2} = u_0$, $\frac{u_1 - u_2}{2} = u$ и исключая из системы (1) переменные i_1, i_2, u_1 и u_2 , при-

ведем ее к виду

$$2LC \frac{d^2 v}{dt^2} + \frac{2L}{R} \frac{dv}{dt} + 2L \frac{dI_k}{dt} + v = 0, \quad (3)$$

где

$$I_k = I_{k_0} \exp \left(\frac{q}{kT} E_0 \right) \left\{ \exp \left(-\frac{q}{kT} E \right) \operatorname{sh} \left[\frac{q}{kT} (1 + h)v \right] - \alpha \operatorname{sh} \left[\frac{q}{kT} hv \right] \right\}.$$

Вводя безразмерное время $\tau = t/\sqrt{2LC}$ и новую переменную $x = (1 + h)vq/kT$, вместо (3) получим

$$\ddot{x} + \delta_0 \dot{x} + \delta \frac{df}{d\tau} + x = 0, \quad (4)$$

где

$$\delta_0 = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{2L}{C}}, \quad \delta = I_{k_0} \frac{(1 + h)q}{kT} \sqrt{\frac{2L}{C}} e^{\varepsilon}, \quad \beta = \frac{h}{1 + h},$$

$$f = e^{\bar{\varepsilon}_0} \{ e^{-\varepsilon} sh(x) - \alpha sh(\beta x) \}, \quad \varepsilon = \frac{q}{kT} E,$$

а $\bar{\varepsilon}_0 + \tilde{\varepsilon} = \frac{q}{kT} E_0$ — переменная и постоянная составляющие ЭДС базового смещения. В уравнении (4) точками обозначено дифференцирование по τ .

Пусть $\bar{\varepsilon}_0 = 2\varepsilon_0 \cos(\bar{\omega}t)$ или в новом масштабе времени

$$\bar{\varepsilon}_0 = 2\varepsilon_0 \cos(\omega\tau), \quad \text{где } \omega = \bar{\omega} \sqrt{2LC}.$$

Из уравнения (4) видно, что переменное смещение не создает ЭДС в контуре, но меняет условие возбуждения. Это обстоятельство может привести к синхронизации генератора или возбуждению на частоте, близкой к собственной и кратной частоте вынуждающей силы. Найдем условия существования этих режимов.

2. УКОРОЧЕННЫЕ УРАВНЕНИЯ

Будем искать решение уравнения (4) в виде

$$x = z_1 e^{-j\omega \frac{k}{\nu} \tau} + z_2 e^{j\omega \frac{k}{\nu} \tau}, \quad (5)$$

$$\dot{x} = -j\omega \frac{k}{\nu} \left(z_1 e^{-j\omega \frac{k}{\nu} \tau} - z_2 e^{j\omega \frac{k}{\nu} \tau} \right),$$

где k и ν — целые положительные числа, не имеющие общего множителя. Подставляя искомое решение в уравнение (4) и вводя еще раз новое время $\vartheta = \omega\tau/\nu$, получим

$$2j \left(\frac{\omega}{\nu} \right)^2 k \dot{z}_1 = \left[1 - \left(\frac{\omega k}{\nu} \right)^2 \right] (z_1 + z_2 e^{2jk\vartheta}) - \delta_0 j \frac{\omega k}{\nu} (z_1 - z_2 e^{2jk\vartheta}) + \frac{\delta\omega}{\nu} e^{jk\vartheta} \frac{df}{d\vartheta}. \quad (6)$$

Здесь точкой обозначено дифференцирование по ϑ . Аналогичным путем получается второе уравнение, комплексно-сопряженное с (6); наличие такого уравнения в дальнейшем подразумевается.

Из системы (6) видно, что если ω близко к отношению $\frac{\nu}{k}$, а величины δ_0 и δ много меньше единицы, z_1 и z_2 можно считать медленно меняющимися комплексно-сопряженными функциями времени.

Проводя усреднение по вновь введенному времени ϑ , получим систему укороченных уравнений

$$2j \left(\frac{\omega}{\nu} \right)^2 k \dot{z}_1 = \left[1 - \left(\frac{\omega k}{\nu} \right)^2 \right] z_1 - j\delta_0 \frac{k\omega}{\nu} z_1 - j \frac{\delta}{2} \frac{k\omega}{\nu} x, \quad (7)$$

где

$$x = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f e^{jk\vartheta} d\vartheta,$$

$$f = 2e^{2\varepsilon_0 \cos(\nu\theta)} \{ e^{-\varepsilon} \operatorname{sh}(z_1 e^{-ik\theta} + z_2 e^{ik\theta}) - \\ - \alpha \operatorname{sh}[\beta(z_1 e^{-ik\theta} + z_2 e^{ik\theta})] \},$$

справедливую при условиях

$$2 \left[1 - \left(\frac{\omega k}{\nu} \right)^2 \right] \ll 1,$$

$$\delta, \delta_0 \ll 1.$$

Подставляя значение f под знак интеграла и производя интегрирование, найдем

$$x = \sum_{n_1, n_2, m_1, m_2=0}^{\infty} \frac{[1 - (-1)^{(n_1+n_2)}] [e^{-\varepsilon} - \alpha\beta^{(n_1+n_2)}] \varepsilon_0^{(m_1+m_2)}}{n_1! n_2! m_1! m_2!} z_1^{n_1} z_2^{n_2}, \quad (8)$$

причем должно выполняться условие

$$\nu(m_1 - m_2) = k(n_2 - n_1 - 1).$$

Здесь $\nu, k, n_1, n_2, m_1, m_2$ — целые положительные числа. Введем новую переменную l , связанную с переменными n_1, n_2, m_1, m_2 соотношениями $m_1 - m_2 = kl$, $n_2 - n_1 - 1 = \nu l$ и пробегаящую целочисленные значения от $-\infty$ до $+\infty$.

Производя в (8) замену переменных, получим выражение для x в виде

$$x = 2 \sum_{l=-\infty}^{\infty} \sum_{n_1, m_2=0}^{\infty} \frac{[e^{-\varepsilon} - \alpha\beta^{2n_1+\nu l+1}] \varepsilon_0^{2m_2+kl}}{n_1! (n_1 + \nu l + 1)! m_2! (m_2 + kl)!} (z_1 z_2)^{n_1} z_1^{\nu l+1}, \quad (9)$$

где l принимает все целочисленные значения, если ν — четное, или все четные значения, если ν — нечетное. Подставляя значение x в уравнение (7) и переходя от комплексных амплитуд к действительной амплитуде ρ и фазе φ с помощью подстановки $z_1 = \rho e^{i\varphi}$, $z_2 = \rho e^{-i\varphi}$, получим систему укороченных уравнений

$$2 \frac{\omega}{\nu} \dot{\rho} = -\delta_0 \rho - \delta \left\{ \sum_{l=-\infty}^{\infty} J_{kl}(\varepsilon_0) [e^{-\varepsilon} J_{\nu l+1}(\rho) - \alpha J_{\nu l+1}(\beta\rho)] \cos(\nu l \varphi) \right\}, \\ 2\rho \frac{\omega}{\nu} \dot{\varphi} = \frac{\nu}{k\omega} \left[1 - \left(\frac{\omega}{\nu} k \right)^2 \right] \rho - \\ - \delta \left\{ \sum_{l=-\infty}^{\infty} J_{kl}(\varepsilon_0) [e^{-\varepsilon} J_{\nu l+1}(\rho) - \alpha J_{\nu l+1}(\beta\rho)] \sin(\nu l \varphi) \right\}, \quad (10)$$

где $J_{kl}(\varepsilon_0)$, $J_{\nu l+1}(\rho)$, $J_{\nu l+1}(\beta\rho)$ представляют собой видоизмененные функции Бесселя первого рода [15].

В уравнении (10) суммы по l являются разложениями некоторой периодической по φ функции (с периодом $2\pi/\nu$) в ряд Фурье. При достаточно малых ρ и ε_0 этот ряд сходится. Ограничимся в разложении первыми членами, оставляя члены с номерами $l=0$, $l=+1$, $l=-1$ для случая четных ν и $l=0$, $l=+2$, $l=-2$ для случая нечетных ν (принимая во внимание, что $J_l(x) = J_{-l}(x)$). Кроме того, учтем, что при достаточно малых x выполняется условие $J_{l-1}(x) \gg J_{\nu l+1}(x)$, и отбросим соответствующие члены. Допускаем при

этом погрешность для каждого интересующего значения x легко оценить по таблицам функций Бесселя [15].

Тогда приближенные укороченные уравнения можно записать в следующем виде: для случая четных ν

$$2 \frac{\omega}{\nu} \dot{\rho} = -\rho \{ \delta_0 + \delta [F_0(\rho) + F_{\nu,k}(\rho) \cos(\nu\varphi)] \}, \quad (11)$$

$$2 \frac{\omega}{\nu} \dot{\varphi} = -\xi + \delta F_{\nu,k}(\rho) \sin(\nu\varphi),$$

для случая нечетных ν

$$2 \frac{\omega}{\nu} \dot{\rho} = -\rho \{ \delta_0 + \delta [F_0(\rho) + F_{\nu,k}(\rho) \cos(2\nu\varphi)] \}, \quad (12)$$

$$2 \frac{\omega}{\nu} \dot{\varphi} = -\xi + \delta F_{\nu,k}(\rho) \sin(2\nu\varphi),$$

где

$$F_0(\rho) = \rho^{-1} \{ J_0(\varepsilon_0) [e^{-\varepsilon} J_1(\rho) - \alpha J_1(\beta\rho)] \},$$

$$\xi = \frac{\nu}{k\omega} \left[\left(\frac{\omega k}{\nu} \right)^2 - 1 \right],$$

$$F_{\nu,k}(\rho) = \rho^{-1} J_k(\varepsilon_0) [e^{-\varepsilon} J_{\nu-1}(\rho) - \alpha J_{\nu-1}(\beta\rho)] \quad (\text{для четных } \nu),$$

$$F_{\nu,k}(\rho) = \rho^{-1} J_{2k}(\varepsilon_0) [e^{-\varepsilon} J_{2\nu-1}(\rho) - \alpha J_{2\nu-1}(\beta\rho)] \quad (\text{для нечетных } \nu).$$

В дальнейшем рассмотрение ведется для случая четных ν . Переход к случаю нечетных ν легко осуществить, сравнивая между собой (11) и (12).

3. АМПЛИТУДНО-ЧАСТОТНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА СИСТЕМЫ

Приравняв правые части системы (11) к нулю, получим уравнения, определяющие состояния равновесия на плоскости Ван-дер-Поля (кроме тривиального, при $\rho=0$),

$$\begin{aligned} \delta F_{\nu,k}(\rho) \cos(\nu\varphi) &= -\delta_0 - \delta F_0(\rho), \\ \delta F_{\nu,k}(\rho) \sin(\nu\varphi) &= \xi. \end{aligned} \quad (13)$$

Исключая из этих уравнений φ , найдем выражение амплитудно-частотной характеристики в виде, разрешенном относительно «расстройки» ξ ,

$$\xi = \pm \delta \{ F_{\nu,k}^2(\rho) - [\Delta + F_0(\rho)]^2 \}^{1/2}, \quad (14)$$

где $\Delta = \delta_0/\delta$. Из этого выражения следует, что полоса синхронизации существует, если выполняется условие

$$F_{\nu,k}^2(\rho) \geq [\Delta + F_0(\rho)]^2.$$

На рис. 2 представлено разбиение плоскости параметров ε , α , β на области различного поведения функций $F_0(\rho)$ и $F_{\nu,k}(\rho)$; Γ_0 обозначает область, удовлетворяющую условию $e^{-\varepsilon} > \alpha\beta$, Γ_γ — условие

$$\alpha\beta^{2\gamma-1} > e^{-\varepsilon} > \alpha\beta^{2\gamma+1} \quad (\gamma = 1, 2, \dots).$$

В соответствии с этим разбиением на рис. 3 а представлены различные возможные варианты поведения функции $F_0(\rho)$. Такое поведе-

ние характерно и для функции $F_{\nu,k}(\rho)$ в случае $\nu = 2$. Для случая $\nu > 2$ возможные варианты поведения функции $F_{\nu,k}(\rho)$ представлены на рис. 3б.

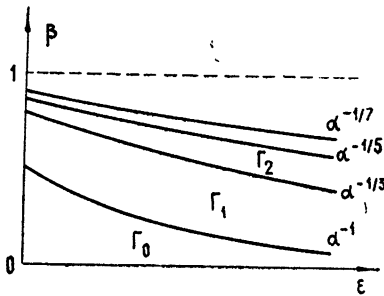


Рис. 2.

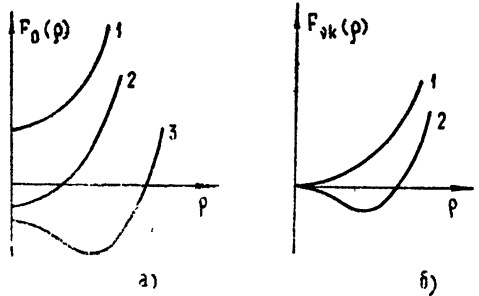


Рис. 3.

Зная ход кривых $F_0(\rho)$ и $F_{\nu,k}(\rho)$, легко построить амплитудно-частотные характеристики системы, соответствующие областям Γ_γ и различным значениям ν , а также проследить, как меняется их вид при изменении Δ — относительных потерь в контуре.

Оказывается, что для значений параметров из области Γ_0 равновесной амплитуды колебаний, отличной от нуля, не существует. Для остальных значений параметров возможны следующие варианты: 1) $\nu = 2$, параметры из области Γ_1 ; 2) $\nu = 2$, параметры из области Γ_γ ; где $\gamma \geq 2$; 3) $\nu > 2$, параметры из области Γ_1 ; 4) $\nu > 2$, параметры из области Γ_γ , где $2 \leq \gamma \leq \nu/2 - 1$; 5) $\nu > 2$, параметры из области Γ_γ , где $\gamma \geq \nu/2$.

На рис. 4 (I—V) построены амплитудно-частотные характеристики для каждого из этих вариантов в порядке возрастания Δ .

4. УСТОЙЧИВОСТЬ СОСТОЯНИЙ РАВНОВЕСИЯ

Характер состояний равновесия системы укороченных уравнений (11) определялся по коэффициентам характеристического уравнения линеаризованной системы, соответствующей системе (11). На рис. 4 отмечено распределение типов состояний равновесия по ветвям амплитудно-частотной характеристики, причем кружками обозначены устойчивые фокусы, зачерненными кружками — устойчивые узлы, крестиками — седла, кружками с крестиками — неустойчивые фокусы, зачерненными кружками с крестиками — неустойчивые узлы, треугольниками — устойчивые узлы или фокусы, зачерненными треугольниками — неустойчивые узлы или фокусы.

С помощью рис. 4 можно представить себе основные черты поведения системы.

При определенном выборе параметров $\epsilon, \alpha, \beta, \Delta$ система находится в возбужденном состоянии, но в ограниченной полосе расстроек имеет место синхронизация колебаний внешней ЭДС, т. е. колебания происходят на частоте $\omega k/\nu$, причем на границах полосы синхронизации сразу устанавливаются синхронизованные колебания с конечной амплитудой. Такое поведение системы соответствует случаям I а, б, в, II а, б, III, IV а, V а.

Выбор параметров $\epsilon, \alpha, \beta, \Delta$ может быть осуществлен и таким образом, что в отсутствие внешней ЭДС система является устойчивой. При этом возможны три характерных режима поведения системы под воздействием внешней ЭДС.

Первый режим отличается тем, что в определенной полосе расстроек возникают колебания на частоте $\omega k/\nu$, причем при изменении рас-

стройки от отрицательной границы до положительной амплитуда колебаний плавно нарастает от нуля до конечного значения и затем плавно убывает до нуля—«мягкий» режим возникновения колебаний. Такой режим системы соответствует случаю Iг.

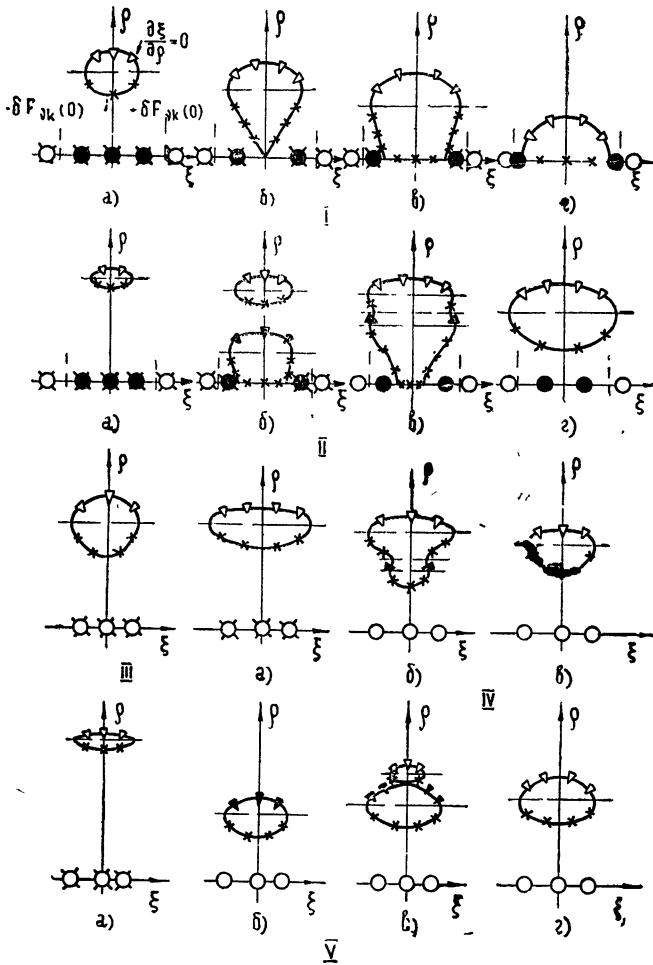


Рис. 4.

Второй режим отличается «жестким» возникновением колебаний внутри конечной зоны расстроек и наличием петель «затягивания» по краям зоны (возникновение колебаний происходит при меньших расстройках, чем срыв колебаний). Этот режим соответствует случаю IIв.

Наконец, третий режим характеризуется тем, что в некоторой полосе расстроек возможно «жесткое» возникновение колебаний, но только при задании определенных начальных условий по ρ и φ . Подобный режим соответствует случаям IIг, IVб, в, Vв, г.

Следует заметить, что при переходе к координатам ρ , ω симметрия амплитудно-частотных характеристик относительно оси ρ нарушается—полоса синхронизации и возбуждения оказывается более широкой со стороны положительных расстроек*.

* В данной работе использован метод Ван-дер-Поля в его классическом изложении, без выделения в явном виде малого параметра и без разложения по нему решения. Асимметрия амплитудно-частотных характеристик говорит о том, что в решении учитываются члены более высокого порядка малости.

Из выражения (5) для предполагаемого решения видно, что случай $k = 1$, $\nu \geq 1$ соответствует синхронизации или возбуждению на субгармониках, т. е. делению частоты. Случай $\nu = 1$, $k > 1$ соответствует синхронизации или возбуждению на высших гармониках—умножению частоты. Случаи произвольного несократимого отношения k/ν соответствуют делению или умножению с отношением частот дробной кратности.

Проследим, как влияет на вид амплитудно-частотных характеристик изменение k и ν .

Ширина зоны синхронизации или возбуждения при выбранных параметрах ε , ε_0 , α , β , Δ зависит от номеров индексов функции $F_{\nu, k}(\rho)$, т. е. от ν и k (14). Видно, что с ростом ν ширина зоны сужается. При этом может меняться и вид амплитудно-частотной характеристики. При фиксированном ν с ростом k ширина зоны также сужается, однако вид амплитудно-частотной характеристики сохраняется, т. е. подобен виду характеристики, соответствующему субгармонике номера ν .

Сравнение между собой выражений $F_{\nu, k}(\rho)$ для четных и нечетных значений ν при $k = 1$ показывает, что ширина зоны в случае нечетных ν уже соседних зон, соответствующих четным значениям ν .

5. РАЗБИЕНИЕ ФАЗОВОЙ ПЛОСКОСТИ НА ТРАЕКТОРИИ

Пользуясь уравнениями (13), получим выражение для фазово-частотной характеристики системы в виде

$$\operatorname{tg}(\nu\varphi) = -\frac{\xi}{\delta[\Delta + F_0(\rho)]} = -A, \quad (15)$$

откуда

$$\varphi = \frac{1}{\nu} [\operatorname{arc} \operatorname{tg}(-A) \pm \mu\pi], \quad (16)$$

где $\mu = 0, 1, 2, 3, \dots$; $\nu = 2, 4, \dots$. Аналогичным путем из уравнений (12) получается выражение для фазы установившихся колебаний в случае нечетных ν

$$\varphi = \frac{1}{2\nu} [\operatorname{arc} \operatorname{tg}(-A) \pm \mu\pi], \quad (17)$$

где $\mu = 0, 1, 2, 3, \dots$; $\nu = 1, 3, 5, \dots$.

Допустимые значения фазы или расположение устойчивых и неустойчивых точек на фазовой плоскости определяются по соотношению знаков $\sin(\nu\varphi)$ и $\cos(\nu\varphi)$, зависящему от выбранных параметров системы и значений расстройки. Количество допустимых значений фаз оказывается равным ν в случае четных ν и 2ν в случае нечетных ν .

Из (14) видно, что вблизи границы зоны синхронизации $\Delta + F_0(\rho) = 0$. Отсюда следует, что при изменении расстройки от отрицательных значений к положительным в пределах полосы синхронизации фаза колебаний меняется приблизительно от $+\pi/2\nu$ до $-\pi/2\nu$ (для нечетных значений ν в пределах от $+\pi/4\nu$ до $-\pi/4\nu$) относительно допустимых значений фаз, соответствующих нулевой расстройке ($\xi = 0$).

На рис. 5 а—ж приведены характерные случаи разбиения фазовой плоскости на траектории для случаев $\nu = 2$ (а—г) и $\nu > 2$ (д. е.) на примере $\nu = 4$.

Вид фазовой плоскости 5 а характерен для выбора параметров системы, соответствующего виду амплитудно-частотных характеристик, изображенных на рис. 4 (случаи I а и II а). Вид 5 б соответствует слу-

чаю Iг и определенным значениям расстройки в случаях Iв и IIв. Остальные варианты соответствия можно проследить, сопоставляя рис. 4 и 5.

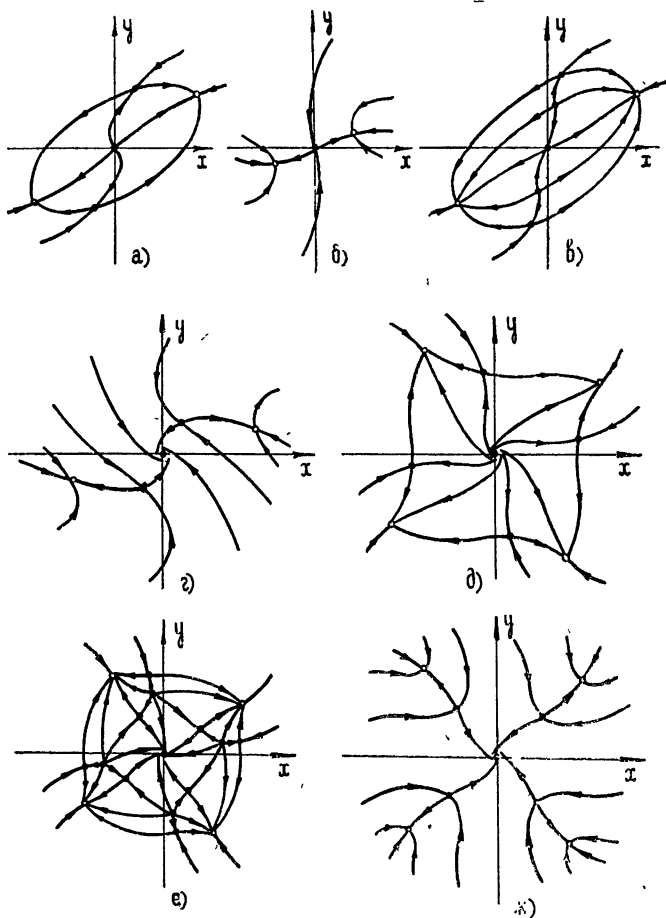


Рис. 5.

Проведенный анализ позволяет сделать следующие выводы.

При выбранном способе подачи внешней ЭДС в схему она непосредственно на контур не действует, но периодически меняет смещение транзисторов и, следовательно, условие возбуждения генератора. С этой точки зрения синхронизацию или возбуждение колебаний в рассматриваемой схеме можно назвать параметрическими.

Использование для описания транзистора уравнений Эберса—Молла, а не их аппроксимации полиномами позволило получить выражения для амплитудно-частотных характеристик, справедливые при выполнении условий (7а) для любого кратного отношения частот.

Найденные выражения для амплитудно-частотных характеристик позволяют установить, что только в случае $\nu = 1$ и $\nu = 2$ в несамовозбужденной системе возможен мягкий режим возникновения колебаний. При $\nu > 2$ режим возникновения колебаний жесткий.

В самовозбужденной системе для любых ν в определенной полосе расстроек ξ возможен режим синхронизации, когда система колеблется на частоте кратной внешней ЭДС, причем кратность может быть дробной. Полуширина зоны синхронизации дается выражением (14). С ростом ν полоса синхронизации сужается.

Изменение номера k , определяющего кратность умножения частоты, от единицы в сторону увеличения, приводит к сужению полосы синхронизации или возбуждения. При этом характер разбегания фазовой плоскости системы на траектории не изменяется. В связи с этим вопрос реализуемости найденных режимов для больших значений k остается открытым.

Из выражений (16) и (17) видно, что фаза синхронизованных или возбужденных колебаний не зависит от номера k . Анализ показывает, что число возможных устойчивых фаз в рассматриваемой схеме всегда четное, равно ν в случае четных и 2ν в случае нечетных значений ν . В первом случае в пределах полосы синхронизации или возбуждения фаза меняется от $+\pi/2\nu$ (для отрицательных расстроек) и до $-\pi/2\nu$ (при положительных расстройках), во втором случае — от $+\pi/4\nu$ до $-\pi/4\nu$ относительно допустимых значений фаз, соответствующих $\xi = 0$. Вопрос о действительной реализации возможных фаз колебаний при больших ν требует отдельного рассмотрения.

Некоторые выводы теории проверялись экспериментально на схеме, собранной на $p-n-p$ транзисторах, имевшей собственную частоту колебаний около 500 кГц. Обнаружены все перечисленные возможные режимы параметрической синхронизации и возбуждения при коэффициентах деления до 70. Наблюдений фазовых соотношений не проводилось.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. И. Мандельштам, Полное собрание трудов, 2, изд. АН СССР, М., 1947, стр. 13.
2. В. И. Сифоров, Радиотехника, 1, № 5, 3 (1946).
3. Р. В. Хохлов, ДАН СССР, 97, 3, 411 (1954).
4. Р. В. Хохлов, Вестник МГУ, вып. 5, № 8, 51; вып. 8, № 12, 33 (1954).
5. С. И. Евтянов, Научн. докл. высш. шк. — Радиотехника и электроника, № 2, 134 (1958).
6. С. И. Евтянов, Научн. докл. высш. шк. — Радиотехника и электроника, № 2, 138, № 3, 84 (1958).
7. С. И. Евтянов, Б. А. Снедков, Электросвязь, № 1, 11 (1960).
8. Ф. П. Жарков, Магнитные элементы, изд. Наукова думка, Киев, 1964 (Тр. 8 Всесоюзного совещания по магнитным элементам).
9. В. А. Редько, Автоматика и вычислительная техника, № 7, 181 (1964).
10. М. Е. Жаботинский, Ю. Л. Свердлов, Основы теории и техники умножения частоты, изд. Сов. радио, М., 1964.
11. И. Х. Ризкин, Умножители и делители частоты, изд. Связь, М., 1966.
12. А. С. Тарантович, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 11, № 7, 1046 (1968).
13. В. И. Королев, Л. В. Постников, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 12, № 3, 406 (1969).
14. Дж. Эберс и Дж. Молл, Вопросы радиолокационной техники, 4, 113 (1955).
15. Э. Грей и Г. Б. Мэтьюз, Функции Бесселя и их приложения к физике и механике, ИЛ, М., 1949.

Научно-исследовательский физико-технический институт при Горьковском университете

Поступила в редакцию
14 июля 1969 г.

PARAMETRIC SYNCHRONIZATION OF A TRANSISTOR PUSH-PULL OSCILLATOR

L. V. Postnikov, A. S. Tarantovich

Dynamics of a symmetric transistor oscillator in which external E. M. F. is supplied to transistor bases is studied by the Van der Pol method. This supply as it shown leads to synchronization of an excited oscillator or to excitation of oscillations in a non-self-excited oscillator. Approximate expressions are found for amplitude-frequency and phase-frequency characteristics of synchronization and excitation at frequencies multiple to the external signal frequency.