

УДК 621 396 078.6

О ВЕЛИЧИНЕ ПОЛОСЫ ЗАХВАТА СИСТЕМЫ ФАП С ПРОПОРЦИОНАЛЬНО-ИНТЕГРИРУЮЩИМ ФИЛЬТРОМ

Л. Н. Белюстина, В. В. Быков, К. Г. Кивелева, В. Д. Шалфеев

Для системы ФАП с пропорционально-интегрирующим фильтром в случаях треугольной, синусоидальной и прямоугольной характеристик фазового детектора даны графики зависимости полосы захвата от параметров.

Наиболее употребительным из класса простейших фильтров в системах фазовой автоподстройки частоты (ФАП) является пропорционально-интегрирующий фильтр с коэффициентом передачи в операторной форме

$$K(p) = \frac{1 + T_1 p}{1 + T p}, \quad (1)$$

где T, T_1 — постоянные времени фильтра, $p \equiv d/dt$. В отсутствие помех система дифференциальных уравнений, описывающая динамику ФАП с таким фильтром, может быть записана в виде [1,2]

$$\frac{d\varphi}{d\tau} = y \quad (2)$$

$$\frac{dy}{d\tau} = \gamma - \lambda \left[1 + b \frac{dF(\varphi)}{d\varphi} \right] y - F(\varphi),$$

где φ — текущая разность фаз подстраиваемого и эталонного генераторов, $F(\varphi)$ — нормированная на единицу характеристика фазового детектора, γ, λ, b — параметры системы ($\gamma = \frac{\omega_0 - \omega_s}{\Omega}$ — отношение расстройки собственной частоты подстраиваемого генератора ω_0 относительно эталонного ω_s к полосе синхронизма Ω , $\lambda = 1/\sqrt{\Omega T}$, $b = \Omega T_1$). Дифференцирование проводится по безразмерному времени $\tau = t \sqrt{\Omega T^{-1}}$.

Данная работа посвящена одному из наиболее важных для практики вопросов — величине полосы захвата рассматриваемой системы. Изучение этого вопроса приводит к определению граничных значений параметров, отделяющих в пространстве параметров системы (2) область, для которой имеет место устойчивость в целом на фазовом цилиндре φ, y , устойчивого состояния равновесия ($\varphi_1 = \arcsin \gamma$, $y_1 = 0$) системы дифференциальных уравнений (2).

Рассмотрению вопроса о полосе захвата при различных предположениях посвящены работы многих авторов. Теоретическое исследование динамики системы ФАП с пропорционально-интегрирующим фильтром для случая треугольной [3], синусоидальной [4], прямоугольной характеристик [5,6] и результаты моделирования системы (2) на моделирующей установке МН-7 для треугольной и синусоидальной характеристик [7] позволили установить, что полоса захвата рассматриваемой

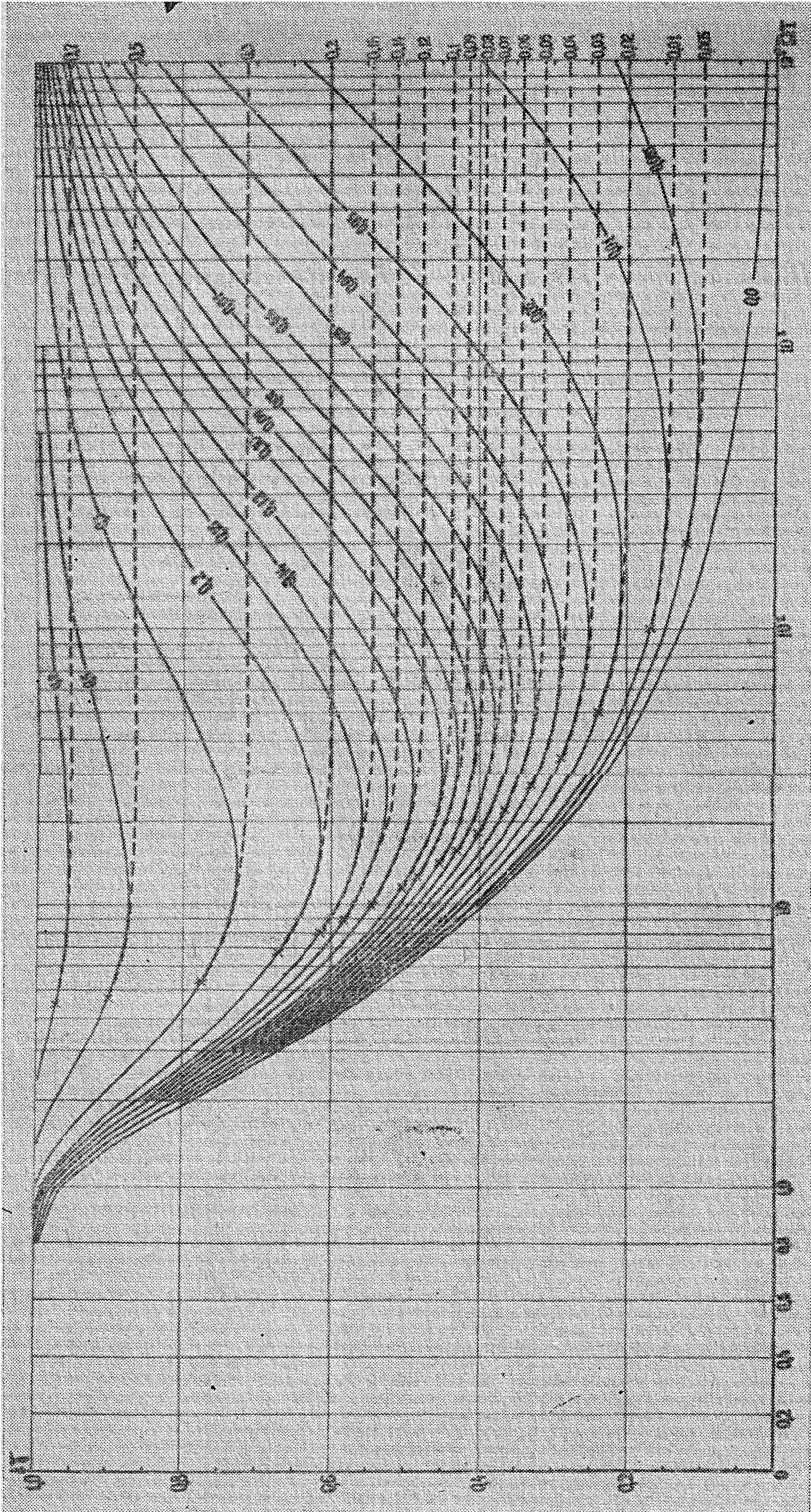


Рис. 1.

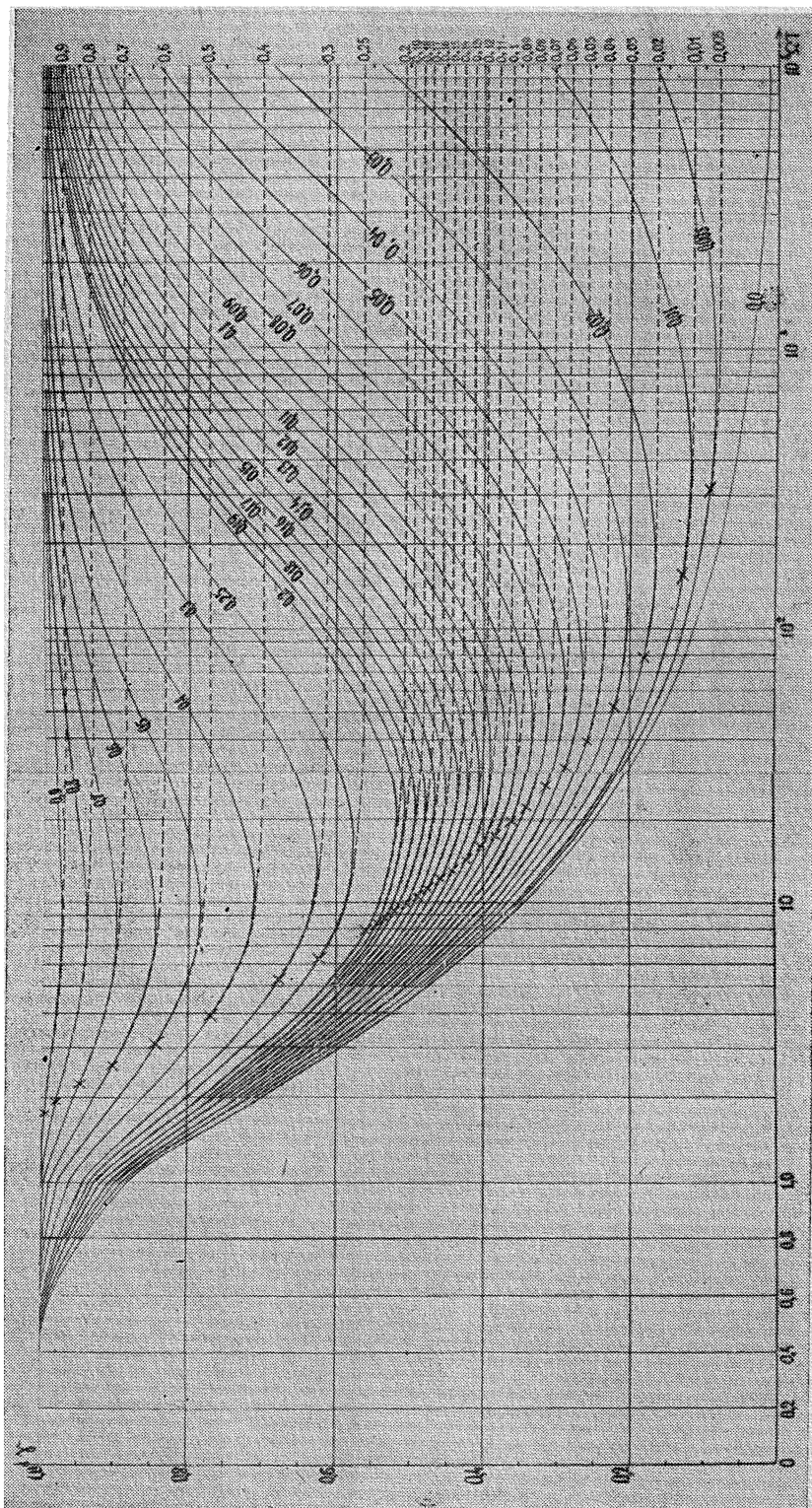


Рис. 2.

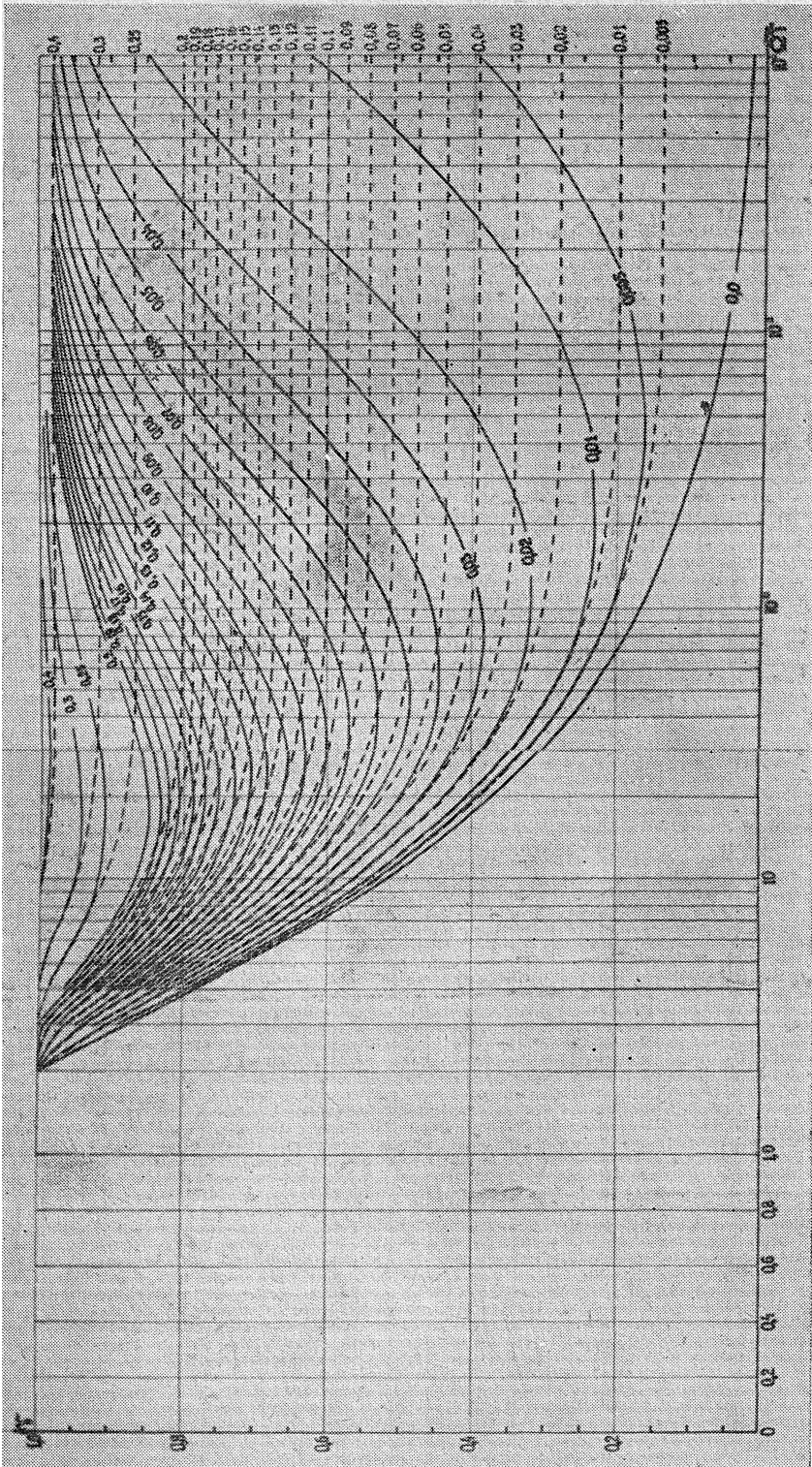


Рис. 3.

системы определяется не только бифуркацией, связанной с образованием петли сепаратрис седла II рода ($\varphi_2 = \pi - \arcsin \gamma$, $y_2 = 0$), но и бифуркацией, связанной с появлением на фазовом цилиндре двойного (полуустойчивого) предельного цикла II рода.

В настоящей работе, не касаясь вопроса доказательства существования бифуркаций в системе (2), для трех видов характеристики $F(\varphi)$ приводится серия графиков для бифуркационных значений параметров, полученных численно с помощью ЭВМ*. Несмотря на значительное число публикаций, в настоящее время в литературе нет достаточно полных и подробных формул или графиков, которые позволяли бы быстро делать инженерный расчет полосы захвата системы ФАП с пропорционально-интегрирующим фильтром. Представленные ниже графики позволяют до некоторой степени восполнить этот пробел и сделать количественные оценки влияния формы характеристики фазового детектора на величину полосы захвата.

В случае синусоидальной характеристики фазового детектора $F(\varphi)$ для построения бифуркационных зависимостей использованы методы (приближенного качественного интегрирования близких грубых систем) [10, 11] второго порядка. Способы установления бифуркационных значений параметров с помощью ЭВМ в задачах такого типа изложены в докладе [12]. Значения параметров, при которых сепаратриса идет из седла в седло, образуя петлю II рода, установлены с помощью приближенного построения сепаратрис близких грубых систем. Величина полосы захвата в случае, когда она определяется бифуркацией, связанной с двойным циклом, находится с помощью численного изучения на ЭВМ неподвижных точек точечного преобразования прямой $\varphi = \text{const}$ в себя. На рис. 1 в координатах γ , $\Omega T = \lambda^{-2}$ при фиксированных значениях параметра $n = T_1 T^{-1}$ представлены соответствующие бифуркационные кривые. Здесь (а также и на других рисунках) кривые, соответствующие петле сепаратрисы седла II рода, представлены сплошными линиями, а бифуркационные кривые, соответствующие двойному циклу, — пунктирными линиями. Для каждого $n = n_0$ пересечение бифуркационных кривых (точки пересечения отмечены крестиками) происходит при значениях $\Omega T = (\Omega T)_0$, определяемых уравнением

$$(\Omega T)^{-1} - n_0 \sqrt{1 - \gamma^2} = 0. \quad (3)$$

В случаях треугольной и прямоугольной характеристик фазового детектора система уравнений (2) является кусочно-линейной и точечные преобразования, определяющие рассматриваемые бифуркации, задаются в аналитическом виде. В этих случаях бифуркационные зависимости получены с помощью решения численными методами на ЭВМ БЭСМ-3М уравнений соответствующих бифуркационных кривых. Для случая треугольной характеристики $F(\varphi)$ бифуркационные кривые просчитаны по выражениям, данным** в работе [3]. Кривые представлены на рис. 2.

* Все приведенные здесь графики полосы захвата были представлены в отчете НИИ ПМК при ГГУ «Исследование динамики систем фазовой автоподстройки частоты», Горький, 1966. В проведении вычислений на ЭВМ принимал участие Л. А. Беляков. Ряд графиков для треугольной характеристики получен позднее в [8, 9] при исследовании пилообразной характеристики более общего вида.

** При счете учтены следующие опечатки в формулах [3], указанные нам автором: а) в формуле (2.3) последняя строчка записывается следующим образом:

$$\pm \frac{\omega_2}{h_2} \quad (\text{при } h_1 h_2 \leq 0, \quad h_1 = \pm 1)$$

б) в формуле (2.7) в знаменателе выражения $\varphi_1(\tau)$ вместо $\tau_1 - \tau$ должно быть $\sin(\tau_1 - \tau)$, а в знаменателе выражения $\varphi_2(\tau)$ должно быть $\cos(\tau + \tau_2) - 1$.

Пересечение бифуркационных кривых происходит при значениях $\Omega T = (\Omega T)_0$, определяемых уравнением*

$$(\Omega T)^{-1} - 2\pi^{-1} n_0 = 0. \quad (4)$$

Для случая прямоугольной характеристики фазового детектора бифуркационные кривые представлены на рис. 3. При каждом фиксированном n кривая, соответствующая петле сепаратрисы седла II рода, расположена выше кривой, соответствующей двойному циклу. Пересечение этих бифуркационных кривых в данном случае не имеет места.

Таким образом, полоса захвата рассматриваемой системы ФАП в случаях треугольной и синусоидальной характеристик фазового детектора для значений $\Omega T < (\Omega T)_0$ определяется частью бифуркационной кривой, соответствующей петле сепаратрисы седла II рода, а для значений $\Omega T > (\Omega T)_0$ — бифуркационной кривой, соответствующей двойному циклу. В случае прямоугольной характеристики полоса захвата полностью определяется бифуркационной кривой, соответствующей двойному циклу. Эффект расширения полосы захвата, получаемый при введении пропорционально-интегрирующего фильтра в цепь управления системы ФАП, существенно зависит от формы характеристики фазового детектора. При изменении характеристики $F(\varphi)$ от треугольной до прямоугольной полоса захвата увеличивается в 1,5—2 раза.

Следует обратить внимание на важное и малоизвестное обстоятельство, связанное с тем фактом, что в случае прямоугольной характеристики полоса захвата равна полосе синхронизма во всей области значений параметра $0,5 < n \leq 1$, то есть инерционность фильтра оказывает влияние на уменьшение полосы захвата только для значений $0 < n < 0,5$. Ранее этот факт был установлен в литературе [13] лишь в асимптотическом случае $\Omega T \rightarrow \infty$.

ЛИТЕРАТУРА

1. W. J. Guien, Proc. IRE, 41, № 8, 1043 (1953).
2. М. В. Капранов, Радиотехника, 11, № 12, 37 (1956).
3. Н. А. Губарь, ПММ, 25, № 6, 1011 (1961).
4. Л. Н. Белюстина, Всесоюзный симпозиум по качественной теории дифференциальных уравнений и ее применениям, тезисы докладов, Самарканд, 1964.
5. Л. А. Беляков, I Всесоюзная конференция по приборам и методам измерения времени и частоты, тезисы и аннотации докладов, М., 1966.
6. Б. Н. Скрябин, ПММ, 33, № 2, 340 (1969).
7. С. В. Первачев, Радиотехника и электроника, 8, № 2, 334 (1963).
8. В. М. Сафонов, Радиотехника, 24, № 6, 76 (1969).
9. Б. И. Шахтарин, Радиотехника и электроника, 14, № 8, 1415 (1969).
10. Л. Н. Белюстина, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 2, № 4, 638 (1959).
11. Е. А. Андропова-Леонтович, Л. Н. Белюстина, Тр. международного симпозиума по нелинейным колеб., изд. АН УССР, Киев, 1963.
12. Л. Н. Белюстина, К. Г. Кивелева, В. Д. Шалфеев, II Всесоюзный научно-технический семинар «Исследование нелинейных радиотехнических систем с помощью ЭВМ», М., 1969.
13. М. В. Капранов, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 11, № 7, 1028 (1968).

Научно-исследовательский институт
прикладной математики и кибернетики
при Горьковском университете

Поступила в редакцию
25 августа 1969 г.

* Равенства (3) и (4) есть условия обращения в нуль седловой величины седла $(\varphi_0, 0)$, что соответствует в данном случае слиянию двойного цикла II рода с петлей сепаратрисы седла II рода.

ON ENTRAINMENT BAND MAGNITUDE OF A AUTOMATIC
PHASE—FREQUENCY CONTROL—SYSTEM WITH PROPORTIONATELY
INTEGRATING FILTER

L. N. Byelyoostina, V. V. Bykov, C. G. Kiveleva, V. D. Shalfeyev

Entrainment band as parameters graphs are presented for a system of phase automatic phase frequency control system with proportionately integrating filter in cases of triangular, sinusoidal and rectangular characteristics of phase detector.