

УДК 621.372.826

ОБ ОТРАЖЕНИИ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН, РАСПРОСТРАНЯЮЩИХСЯ ВДОЛЬ НЕВЗАИМНЫХ СТРУКТУР

A. A. Королев, A. A. Фролов-Багреев

Рассматривается отражение от идеального зеркала поверхности волны, распространяющейся вдоль поперечно намагниченной ферритовой пластины, лежащей на металлической подкладке. Задача решается методом теории возмущений для случая $|\mu_{\perp}| \gg 1$. В этом приближении найдено поле цилиндрической волны, возникающей при отражении.

Как известно, при дифракции поверхностной волны на скачке импеданса возникает поле излучения, имеющее в дальней зоне структуру цилиндрической волны. Строгая постановка этой задачи приводит к системе интегральных уравнений, для решения которой используется метод Винера—Хопфа (см., например, [1]).

При отражении от идеального зеркала поверхности волны, распространяющейся вдоль гиротропной поверхности, из-за различия в поперечной структуре падающей и отраженной волн также возникает поле излучения. Применение метода Винера—Хопфа в этом случае весьма затруднительно, поэтому в настоящей работе дано приближенное решение задачи*.

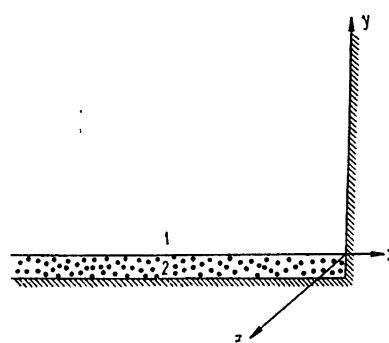


Рис. 1.

Пусть ферритовая пластина $-d < y < 0$ лежит на идеально проводящей металлической подкладке $y = -d$. Внешнее магнитное поле направлено по оси z , а в плоскости $x = 0$ находится идеальное зеркало (рис. 1).

Известно, что при определенных условиях над ферритом $y > 0$ может распространяться поверхностная волна [2]

$$E_{1z} = e^{-ihx-\alpha y},$$

где $h^2 = k^2 + \alpha^2$, $k = \omega/c$. Зависимость от времени полагается в виде $e^{i\omega t}$. Тензор магнитной проницаемости феррита имеет вид

$$\hat{\mu} = \begin{pmatrix} \mu & -i\eta & 0 \\ i\eta & \mu & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{||} \end{pmatrix}.$$

Сначала рассмотрим случай отрицательной эффективной магнитной проницаемости $\mu_{||} = (\mu^2 - \eta^2)/\mu < 0$ и $|\mu_{\perp}| \gg 1$. Тогда для волны в феррите

* Сходная задача для плоского волновода с ферритовой пластиной решена в работе [4], опубликованной уже после того, как настоящая статья была отослана в печать.

$$E_{2z} = \frac{1}{\operatorname{sh}(xd)} e^{-ihx} \operatorname{sh}[x(y+d)],$$

$$H_{2x} = \frac{1}{ik\mu_{\perp}} \left(i \frac{\eta}{\mu} \frac{\partial E_{2z}}{\partial x} - \frac{\partial E_{2z}}{\partial y} \right),$$

где $x^2 = -k^2\mu_{\perp} + h^2$. Отсюда при $y=0$ получим

$$H_{2x} \Big|_{y=0} = \frac{1}{ik\mu_{\perp}} \left(i \frac{\eta}{\mu} \frac{\partial E_{2z}}{\partial x} - x \operatorname{cth}(xd) E_{2z} \right) \Big|_{y=0}. \quad (1)$$

В силу непрерывности H_x , $\frac{\partial E_z}{\partial x}$ и E_z такое же условие будет справедливо и в свободном пространстве.

Так как $|\mu_{\perp}| \gg 1$, можно пренебречь h^2 по сравнению с x^2 (но не h по сравнению с x). Тогда $x = k \sqrt{-\mu_{\perp}}$ не зависит от h , и, следовательно, выражение (1) может рассматриваться как обобщенное импедансное условие.

Дисперсионное уравнение для постоянной распространения h имеет вид

$$\alpha\mu_{\perp} = \frac{\eta}{\mu} h - x \operatorname{cth}(xd), \quad (2)$$

где $\alpha = \sqrt{h^2 - k^2}$.

В рассматриваемом случае ($-\mu_{\perp} \gg 1$) поверхностная волна может распространяться лишь вдоль очень тонкой ферритовой пластины. Введем малый положительный параметр ϵ , такой, что

$$\mu_{\perp} = -\epsilon^{-2}, \quad d = \frac{1}{\alpha_0} \epsilon^2. \quad (3)$$

Тогда для двух возможных направлений распространения поверхностной волны получим

$$\begin{aligned} \pm h_{I, II} &= h_0 + \epsilon^2 \frac{k^2}{3h_0} \mp \epsilon^2 \frac{\eta}{\mu} \alpha_0, \\ \alpha_{I, II} &= \alpha_0 + \epsilon^2 \frac{k^2}{3\alpha_0} \mp \epsilon^2 \frac{\eta}{\mu} h_0, \end{aligned} \quad (4)$$

где $h_0^2 = k^2 + \alpha_0^2$, а гиротропные свойства поверхности в нашем приближении сказываются в последних членах, имеющих порядок малости $\eta/\mu\mu_{\perp}$.

Запишем отраженную поверхностную волну в виде

$$E_{1z}^{\text{отр}} = -(1 - \epsilon^2\sigma) \exp(-ih_I x - \alpha_{II} y). \quad (5)$$

На зеркале сумма падающей и отраженной волн есть малая величина порядка ϵ^2 :

$$E_{1z}^{\text{пад}} + E_{1z}^{\text{отр}} = \epsilon^2 \left(2 \frac{\eta}{\mu} h_0 y + \sigma \right) \exp(-\alpha_0 y).$$

Эквивалентные этому полю магнитные поверхностные токи являются источником дифракционного (цилиндрического) поля. При этом, очевидно, эквивалентные токи уже не должны возбуждать дополнитель-

ной отраженной поверхностной волны, т. е. должны быть ортогональны магнитному полю падающей поверхностной волны в обращенном внешнем магнитном поле. Условие ортогональности сразу дает

$$\sigma = - \frac{\eta}{\mu} \frac{h_0}{\alpha_0}. \quad (6)$$

Так как в первом приближении по ϵ^2 граничное условие (1) сводится к алгебраическому импедансному соотношению, то для нахождения дифракционного поля в дальней зоне (цилиндрической волны) можно воспользоваться обычной электродинамической теоремой взаимности для объема $x < 0, y > 0$. В этом приближении

$$E_z^{\text{изл}} = \epsilon^2 \frac{\eta}{\mu} A \frac{e^{-ikR}}{\sqrt{R}} \Phi(\varphi), \quad (7)$$

где

$$A = - h_0 (2\alpha_0^3)^{-1/2} \left(1 + \frac{\alpha_0^2}{k^2} \right)^{-3/4} e^{i\pi/4}, \quad (8)$$

а

$$\Phi(\varphi) = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{\alpha_0}{k} \right)^{3/2} \left(1 + \frac{\alpha_0^2}{k^2} \right)^{3/4} \frac{\sin \varphi - i\alpha_0/k}{(\sin^2 \varphi + \alpha_0^2/k^2)^2} \sin \varphi \cos \varphi \quad (9)$$

— нормированная на единицу $\left(\int_{\pi/2}^{\pi} |\Phi(\varphi)|^2 d\varphi = 1 \right)$ угловая характеристика излучения.

На рис. 2 приведены диаграммы направленности излучения $(|\Phi(\varphi)|)$ для различных значений α_0/k . Максимум излучения приходится на угол φ , определяемый из условия

$$\sin^2 \varphi = 1 + \left(\frac{\alpha_0}{k} \right)^2 - \left[1 + \left(\frac{\alpha_0}{k} \right)^2 + \left(\frac{\alpha_0}{k} \right)^4 \right]^{1/2}. \quad (10)$$

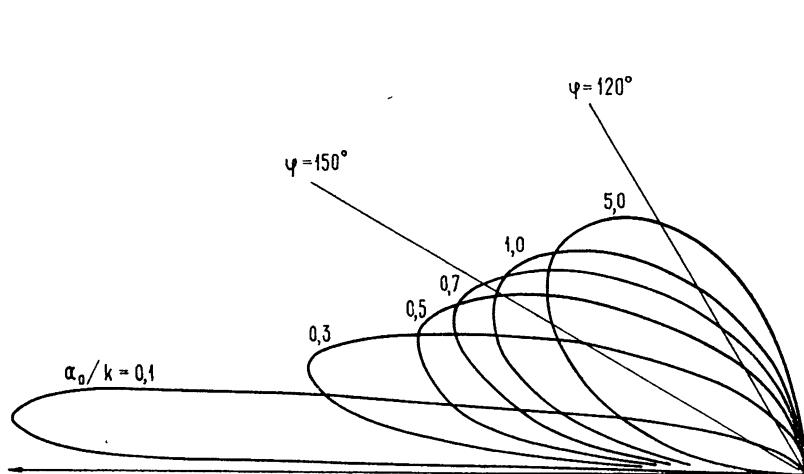


Рис. 2.

Этот угол всегда лежит в интервале $(3/4)\pi < \bar{\varphi} < \pi$.

Для потоков энергии через плоскость $x = \text{const}$,

$$\Pi_1 = \int_0^\infty S_{1x} dy \quad \text{и} \quad \Pi_2 = \int_{-d}^0 S_{2x} dy,$$

получим

$$\begin{aligned} \Pi_1^{\text{пад}} &= \frac{c}{16\pi k} \frac{h_1}{\alpha_1} = \frac{ch_0}{16\pi k \alpha_0} \left[1 + \varepsilon^2 \frac{k^2}{\alpha_0 h_0} \left(\frac{\eta}{\mu} - \frac{k^2}{3\alpha_0 h_0} \right) \right], \\ \Pi_1^{\text{отр}} &= \frac{c}{16\pi k} \frac{h_{11}}{\alpha_{11}} \left(1 + \varepsilon^2 \frac{\eta}{\mu} \frac{h_0}{\alpha_0} \right)^2 = - \frac{ch_0}{16\pi k \alpha_0} \left[1 + \varepsilon^2 \frac{k^2}{\alpha_0 h_0} \left(\frac{\eta}{\mu} \frac{k^2 + 2\alpha_0^2}{k^3} - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{k^2}{3\alpha_0 h_0} \right) \right], \\ \Pi_2^{\text{пад}} &= - \frac{c}{16\pi k \mu_\perp} \frac{1}{\sinh^2(xd)} \left[\frac{\eta}{\mu} \sinh^2(xd) + h_{11} d \left(1 - \frac{\sinh(2xd)}{2xd} \right) \right] = \quad (11) \\ &= \varepsilon^2 \frac{c}{16\pi k} \frac{\eta}{\mu}, \\ \Pi_2^{\text{отр}} &= - \frac{c}{16\pi k \mu_\perp} \left(1 + \varepsilon^2 \frac{\eta}{\mu} \frac{h_0}{\alpha_0} \right)^2 \frac{1}{\sinh^2(xd)} \left[\frac{\eta}{\mu} \sinh^2(xd) + \right. \\ &\quad \left. + h_{11} d \left(1 - \frac{\sinh(2xd)}{2xd} \right) \right] = \varepsilon^2 \frac{c}{16\pi k} \frac{\eta}{\mu}. \end{aligned}$$

Таким образом, в нашем приближении, т. е. с точностью до членов порядка ε^2

$$\begin{aligned} \Pi_1 &= \Pi_1^{\text{пад}} + \Pi_1^{\text{отр}} = -\varepsilon^2 \frac{c}{8\pi k} \frac{\eta}{\mu}, \\ \Pi_2 &= \Pi_2^{\text{пад}} + \Pi_2^{\text{отр}} = \varepsilon^2 \frac{c}{8\pi k} \frac{\eta}{\mu}. \end{aligned} \quad (12)$$

Энергия, унесенная цилиндрической волной (7),

$$\Pi_{\text{изл}} = \int_{\pi/2}^\pi S_R R d\varphi = \varepsilon^4 \frac{c}{16\pi} \left(\frac{\eta}{\mu} \right)^2 \frac{k^3}{\alpha_0^3 h_0}. \quad (13)$$

Она имеет порядок ε^4 и поэтому не нарушает ранее найденного баланса, $\Pi_1 + \Pi_2 = 0$.

В случае $\mu_\perp \gg 1$ для существования поверхностной волны толщина пластины должна удовлетворять несколько иным условиям, а именно

$$\mu_\perp = \varepsilon^{-2}, \quad d = \frac{\varepsilon}{k} (\pi - \varepsilon\nu), \quad \nu > 0. \quad (14)$$

В этом случае основные соотношения имеют вид:

$$\pm h_{1,11} = k \frac{\sqrt{1+\nu^2}}{\nu} - \varepsilon \frac{\pi k}{2} \frac{\sqrt{1+\nu^2}}{\nu^4} + \varepsilon^2 \frac{k\pi^2}{8} \frac{3\nu^4 + \nu - 2}{\nu^7 \sqrt{1+\nu^2}} -$$

$$\alpha_{I, II} = \frac{k}{\nu} - \epsilon \frac{\pi k}{2} \frac{1 + \nu^2}{\nu^4} + \epsilon^2 \frac{k\pi^2}{4} \frac{\nu^4 - 1}{\nu^7} - \epsilon^2 \frac{k}{6} \frac{2\nu^4 + 3\nu^2 + 3}{\nu^3} \pm$$

$$\pm \epsilon^2 \frac{\eta}{\mu} k \frac{\sqrt{1 + \nu^2}}{\nu},$$

$$E_{1z}^{\text{отр}} = - \left(1 - \epsilon^2 \frac{\eta}{\mu} \sqrt{1 + \nu^2} \right) \exp(-ih_{II}x - \alpha_{II}y),$$

$$E_z^{\text{изл}} = \epsilon^2 \frac{\eta}{\mu} \frac{\sqrt{1 + \nu^2}}{\nu} \sqrt{\frac{8}{\pi k}} e^{i\pi/4} \frac{e^{-ikR}}{\sqrt{R}} \frac{\sin \varphi - i/\nu}{(\sin^2 \varphi + 1/\nu^2)^2} \sin \varphi \cos \varphi,$$

$$\Pi_1^{\text{пад}} = + \frac{c}{16\pi k} \sqrt{1 + \nu^2} \left[1 + \epsilon \frac{\pi}{2\nu} - \epsilon^2 \frac{\eta}{\mu} \frac{\nu^2}{\sqrt{1 + \nu^2}} + \epsilon^2 \frac{5\pi^2}{8\nu^4} + \right.$$

$$\left. + \epsilon^2 \frac{2\nu^4 + 3\nu^2 + 3}{6(1 + \nu^2)} \right],$$

$$\Pi_2^{\text{пад, отр}} = - \epsilon^2 \frac{c}{16\pi k} \left[\frac{\eta}{\mu} \mp \frac{\pi \sqrt{1 + \nu^2}}{\epsilon \nu^3} \left(1 - \epsilon \frac{\pi}{2} \frac{2\nu^2 + 3}{\nu^3} \right) \right],$$

$$\Pi_1^{\text{отр}} = - \frac{c}{16\pi k} \sqrt{1 + \nu^2} \left[1 + \epsilon \frac{\pi}{2\nu} - \epsilon^2 \frac{\eta}{\mu} \frac{\nu^2 + 2}{\sqrt{1 + \nu^2}} + \epsilon^2 \frac{5\pi^2}{8\nu^4} + \right.$$

$$\left. + \epsilon^2 \frac{2\nu^4 + 3\nu^2 + 3}{6(1 + \nu^2)} \right],$$

$$\Pi_1 = - \Pi_2 = \epsilon^2 \frac{c}{8\pi k} \frac{\eta}{\mu},$$

$$\Pi^{\text{изл}} = \epsilon^4 \left(\frac{\eta}{\mu} \right)^2 \frac{c}{16\pi k} \frac{\nu^4}{\sqrt{1 + \nu^2}}.$$

Аналогичным образом может быть рассмотрено отражение поверхностной волны от движущегося идеального зеркала над изотропной импедансной поверхностью. В этом случае отличие в поперечной структуре падающей и отраженной волн и связанное с ним появление дифракционного поля обусловлено эффектом Допплера.

Пусть в лабораторной системе отсчета импедансное условие записывается в виде

$$\left. \frac{E_z}{H_x} \right|_{y=0} = \frac{ik}{f(k)}.$$

Полное поле монохроматично только в системе отсчета, движущейся вместе с зеркалом, где оно имеет частоту ω' . Разлагая функцию $f(k)$ в окрестности этой частоты, получим

$$f(k_{I, II}) = \alpha + \beta h_{I, II} \delta,$$

где $\omega_{I, II}$ — частота падающей (отраженной) поверхностной волны,

причем

$$\omega' = -h_I \beta c + \omega_I = h_{II} \beta c + \omega_{II},$$

$$\beta = \frac{v_{\text{зеркала}}}{c} \ll 1, \quad \alpha = f(k'), \quad \delta = \frac{df(k')}{dk}.$$

Все дальнейшие вычисления удобно производить в движущейся системе координат. При этом следует помнить, что запись импедансного условия мы имеем лишь в неподвижной системе координат. В результате для дифракционного поля в дальней зоне получим

$$E_z^{\text{изл}} = \beta \delta A(k') \frac{\exp(-ik'R)}{\sqrt{R}} \Phi(\varphi),$$

где A и $\Phi(\varphi)$ даются выражениями (8) и (9).

Авторы глубоко признательны М. Л. Левину за помощь в работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. М. А. Миллер, В. И. Таланов, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 4, № 5, 795 (1961)
2. А. Г. Гуревич, Ферриты на сверхвысоких частотах, Физматгиз, М., 1960.
3. Б. З. Каценеленбаум, Высокочастотная электродинамика, изд. Наука, М., 1966.
4. В. А. Буз, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 12, № 4, 628 (1969).

Радиотехнический институт
АН СССР

Поступила в редакцию
12 мая 1969 г.

THE REFLECTION OF SURFACE WAVES PROPAGATING ALONG NONMUTUAL STRUCTURES

A. A. Korolev, A. A. Frolov-Bagreev

The reflection of a surface wave propagating along a transversely magnetized ferrite plate which lies on a metal backing, from a perfect mirror is considered. For the case $|\mu_{\perp}| \gg 1$ the problem is solved using the perturbation theory. The field of a cylindrical wave which occurs at reflection is found in this approximation.