ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

*Том XIII, № 2* *РАДИОФИЗИКА* *1970*

УДК 538.57

# О «ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ» ДЕПОЛЯРИЗАЦИИ СВЕТА В ТУРБУЛЕНТНОЙ АТМОСФЕРЕ

*Ю. А. Кравцов*

Рассмотрена «геометрическая» деполяризация света в случайно-неоднородной среде, обусловленная случайным кручением лучей. Показано, что при распространении в турбулентной атмосфере, так же, как и при распространении радиоволн в ионосфере, этот эффект пренебрежимо мал.

Вопрос о деполяризации света в изотропной среде, содержащей случайные неоднородности, рассматривался Татарским в [1] методом плавных возмущений Рытова, а также в [2] в борновском приближении. В [1, 2] было показано, что дисперсия деполяризованной компоненты поля линейно растет с дистанцией и зависит от волнового числа (точнее — пропорциональна $1/k^2$). Последнее означает, что рассмотренная в [1] деполяризация имеет дифракционное происхождение (мы назовем ее «дифракционной» деполяризацией).

Оказывается, что кроме «дифракционной» имеется еще и «геометрическая» деполяризация, которая не зависит от $k$ и связана исключительно с геометрическими факторами, а именно со случайным кручением лучей.

В данной работе мы оценим величину «геометрической» деполяризации и покажем, что подобно «дифракционной» деполяризации в условиях земной атмосферы она пренебрежимо мала, хотя и растет пропорционально квадрату пройденного волной пути.

В нулевом (относительно $1/k$) приближении метода геометрической оптики вектор поляризации $\boldsymbol{e} = \boldsymbol{E}_0/|\boldsymbol{E}_0|$ поперечной электромагнитной волны удовлетворяет уравнению [3, 4]

$$\frac{d\boldsymbol{e}}{d\sigma} = -\boldsymbol{t}\left(\boldsymbol{e}\frac{d\boldsymbol{t}}{d\sigma}\right), \qquad (1)$$

где $d\sigma$ — элемент длины луча, а $\boldsymbol{t}$ — единичный вектор, касательный к лучу*. Учитывая, что

$$\frac{d\boldsymbol{t}}{d\sigma} = \frac{1}{2\varepsilon}[\boldsymbol{t}[\nabla\varepsilon, \boldsymbol{t}]]$$

(см., например, [6, 7]), запишем уравнение (1) в виде

$$\frac{d\boldsymbol{e}}{d\sigma} = -\frac{1}{2\varepsilon}\boldsymbol{t}(\boldsymbol{e}, [\boldsymbol{t}[\nabla\varepsilon, \boldsymbol{t}]]). \qquad (2)$$

Его решение будем искать методом возмущений, полагая $\varepsilon = 1 + \nu$, где $\nu$ — малая флуктуационная часть диэлектрической проницаемости ($\bar{\nu} = 0$). Случайное поле $\nu$ будем считать статистически однородным и изотропным и распределенным по нормальному закону.

---

* Уравнение (1) является следствием вращения плоскости поляризации поперечной волны в неоднородной среде, установленного Рытовым [5].

Пусть на полупространство $z>0$, содержащее случайные неоднородности, падает плоская волна $\boldsymbol{e}e^{ikz}$, поляризованная по оси $x$: $\boldsymbol{e}(0)=\boldsymbol{i}_x$. В нулевом приближении метода возмущений ($\nu=0$) из (2) получаем, что $\boldsymbol{e}_0(z)=\mathrm{const}=\boldsymbol{e}(0)=\boldsymbol{i}_x$. В первом приближении по малому возмущению $\nu$ приходим к уравнению $\frac{d\boldsymbol{e}_1}{dz}=-\frac{\boldsymbol{i}_z}{2}\frac{\partial\nu}{\partial x}$, из которого находим поправку $\boldsymbol{e}_1(z)$:

$$\boldsymbol{e}_1(z)=e_{1z}\boldsymbol{i}_z,\qquad e_{1z}=-\frac{1}{2}\int\limits_0^z\frac{\partial\nu(0,\ 0,\ \zeta)}{\partial x}\,d\zeta \tag{3}$$

(интегрирование здесь ведется вдоль невозмущенного луча $x=0, y=0, z=\zeta$).

Выражение (3) показывает, что в первом порядке теории возмущений вектор $\boldsymbol{e}\simeq\boldsymbol{e}_0+\boldsymbol{e}_1$ лежит в плоскости $(x, z)$ (следовательно, не испытывает вращения вокруг луча) и что $e_{1z}$ равно взятой с обратным знаком поправке первого порядка $t_{1x}$ к невозмущенному касательному вектору $\boldsymbol{t}_0=\boldsymbol{i}_z$:

$$e_{1z}=-t_{1x}=-\frac{1}{2}\int\limits_0^z\frac{\partial\nu(0,\ 0,\ \zeta)}{\partial x}\,d\zeta. \tag{4}$$

Соотношение (4) является следствием ортогональности между электрическим вектором $\boldsymbol{E}$ и касательной к лучу $\boldsymbol{t}$.

«Геометрическая» деполяризация выражается в том, что у вектора поляризации $\boldsymbol{e}$ появляется $y$-компонента, обусловленная вращением электрического вектора вокруг луча. Она может быть обнаружена только во втором порядке метода возмущений:

$$e_{2y}=-\frac{1}{2}\int\limits_0^z t_{1x}\frac{\partial\nu(0,\ 0,\ \zeta)}{\partial y}\,d\zeta \tag{5}$$

(в этом приближении отличны от нуля и поправки $e_{2x}$ и $e_{2z}$, которые здесь мы не выписываем).

Среднее значение $e_{2y}$ равно нулю, хотя $e_{2y}$ и выражается через билинейные (относительно $\nu$) величины. Это—следствие статистической однородности и изотропности флуктуаций диэлектрической проницаемости.

При помощи (4) и (5) можно найти дисперсию деполяризованной компоненты поля $e'\simeq e_{2y}$:

$$\overline{(e')^2}=\frac{1}{16}\int\limits_0^z d\zeta_1\int\limits_0^z d\zeta_2\int\limits_0^{\zeta_1} d\zeta_3\int\limits_0^{\zeta_2} d\zeta_4\left(\overline{\frac{\partial\nu_1}{\partial y}\frac{\partial\nu_2}{\partial y}}\,\overline{\frac{\partial\nu_3}{\partial x}\frac{\partial\nu_4}{\partial x}}\right)=$$

$$=\frac{z^2}{32}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{\partial^2B_\varepsilon(0,\ 0,\ \zeta_1)}{\partial x^2}\,d\zeta_1\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{\partial^2B_\varepsilon(0,\ 0,\ \zeta_2)}{\partial y^2}\,d\zeta_2=\frac{z^2}{32}\left[\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{\partial^2B_\varepsilon(0,\ 0,\ \zeta)}{\partial x^2}\,d\zeta\right]^2, \tag{6}$$

где $\nu_n\equiv\nu(0,\ 0,\ \zeta_n)$, а $B_\varepsilon(\xi,\ \eta,\ \zeta)=\overline{\nu(x,\ y,\ z)\,\nu(x+\xi,\ y+\eta,\ z+\zeta)}$.

Выразив $B_\varepsilon(\rho)$ через трехмерную спектральную плотность $\Phi_\varepsilon(\varkappa)$ можно представить (6) в иной форме

$$\overline{(e')^2} = \frac{z^2\pi^4}{8}\left[\int\limits_0^\infty \varkappa^3\Phi_\varepsilon(\varkappa)\,d\varkappa\right]^2, \tag{7}$$

которая пригодна и в случае локально-однородной и изотропной турбулентности.

Выше мы ограничились нулевым (по $1/k$) приближением геометрической оптики, обнаружив эффект деполяризации во втором порядке по $\nu$. Аналогичным путем можно провести расчеты и в первом (относительно $1/k$) приближении метода. Не приводя здесь выкладок, дадим окончательный результат. В первом приближении как по $1/k$, так и по $\nu$, среди нескольких слагаемых, дающих в сумме $e_y$, имеется $e''$, дисперсия которого равна

$$\overline{(e'')^2} = \frac{z}{2k^2}\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial^4 B_\varepsilon(0,\,0,\,\zeta)}{\partial x^2\partial y^2}\,d\zeta = \frac{z\pi^2}{8k^2}\int\limits_0^\infty \varkappa^5\Phi_\varepsilon(\varkappa)\,d\varkappa \tag{8}$$

(дисперсии и перекрестные моменты других слагаемых в этом приближении малы по сравнению с $\overline{(e'')^2}$).

Выражение (8) эквивалентно формуле (12) работы [1]*. Присутствие в (8) множителя $1/k$ указывает на дифракционное происхождение этого слагаемого, которое, в отличие от $\overline{(e')^2}$, не связано с геометрией лучей, а обусловлено поперечной диффузией поля в случайно-неоднородной среде (в нашем рассмотрении поперечная диффузия учитывается именно по $1/k$ приближением метода геометрической оптики).

Существенно, что «геометрическая» деполяризация (7) пропорциональна квадрату дистанции, тогда как «дифракционное» слагаемое (8) зависит от $z$ линейно. Поэтому при достаточно больших $z$ преобладает «геометрическая» деполяризация, не учтенная в [1, 2], поскольку билинейные по $\nu$ величины в [1, 2] были отброшены.

Ввиду квадратичного роста $\overline{(e')^2}$ с дистанцией представляется важным выяснить, не может ли «геометрическая» деполяризация дать экспериментально обнаружимый эффект. С этой целью оценим величины $\overline{(e')^2}$ и $\overline{(e'')^2}$ для спектральной плотности

$$\Phi_\varepsilon(\varkappa) = AC_\varepsilon^2\varkappa^{-11/3}\exp\left(-\varkappa^2/\varkappa_m^2\right), \qquad A = 0{,}033, \tag{9}$$

соответствующей атмосферной турбулентности [6]. В этом случае**

$$\begin{aligned} \overline{(e')^2} &= N_1 z^2 C_\varepsilon^4 \varkappa_m^{2/3}, & N_1 &= \frac{\pi^4}{32}A^2\Gamma^2\left(\frac{1}{6}\right) = 0{,}11,\\ \overline{(e'')^2} &= N_2 z\frac{\varkappa_m^2}{k^2}C_\varepsilon^2\varkappa_m^{1/3}, & N_2 &= \frac{\pi^2}{16}A\Gamma\left(\frac{7}{6}\right) = 0{,}019. \end{aligned} \tag{10}$$

В оптическом диапазоне волн ($\lambda = 5\cdot10^{-5}$ *см*) при $C_\varepsilon^2 = 10^{-15}$ *см*$^{-2/3}$, $\varkappa_m = 60$ *см*$^{-1}$, $z = 1$ *км* имеем

$$\sqrt{\overline{(e')^2}} \simeq 1{,}4\cdot10^{-10} \ll \sqrt{\overline{(e'')^2}} \simeq 1{,}4\cdot10^{-9}.$$

---

* В [1] оценивалась не величина $\overline{e_y^2}$, а пропорциональное ей среднее значение поправки к вектору Пойнтинга. Отношение этой поправки к модулю невозмущенного вектора Пойнтинга было принято в [1] за меру деполяризации поля.

** Выражение для $\overline{(e'')^2}$ и оценки этой величины даны в [1].

Таким образом, в условиях земной атмосферы при $z \simeq 1$ *км* «геометрическая» деполяризация оказывается на порядок меньше «дифракционной», причем полный эффект деполяризации вряд ли доступен измерению существующими приборами. Величины $\sqrt{\overline{(e')^2}}$ и $\sqrt{\overline{(e'')^2}}$ становятся сравнимыми друг с другом при $z \simeq 130$ *км*. В этом случае $\sqrt{\overline{(e')^2}} = \sqrt{\overline{(e'')^2}} \simeq 1{,}6 \cdot 10^{-8}$, т. е. деполяризация пренебрежимо мала и на таких больших дистанциях. Поэтому вывод работы [1], что результаты описанных в [8] экспериментов по наблюдению деполяризации лазерного излучения не могут быть обусловлены турбулентностью атмосферы, сохранят силу и с учетом чисто геометрических эффектов.

«Геометрическая» деполяризация оказывается весьма малой и при распространении радиоволн в ионосфере, хотя в этом случае она превышает «дифракционную» деполяризацию. Для гауссовой корреляционной функции $B_\varepsilon(\rho) = \overline{\nu^2} \exp(-\rho^2/a^2)$ из (6) и (8) находим

$$\overline{(e')^2} = \frac{\pi}{16} (\overline{\nu^2})^2 \frac{z^2}{a^2}, \quad \overline{(e'')^2} = \sqrt{\pi}\, \overline{\nu^2} \frac{z}{k^2 a^3}, \tag{11}$$

где $\overline{\nu^2} = \left(\frac{4\pi e^2}{m\omega^2}\right)^2 \overline{(\Delta N)^2}$, а $\Delta N$ — флуктуации электронной концентрации ионосферной плазмы. При $z = 300$ *км*, $a = 1$ *км*, $\overline{(\Delta N/\overline{N})^2} = 0{,}001$, $\lambda = 3$ *м*, $\overline{N} = 10^6$ *см*$^{-3}$ получаем

$$\sqrt{\overline{(e')^2}} \simeq 8 \cdot 10^{-6} > \sqrt{\overline{(e'')^2}} \simeq 2{,}5 \cdot 10^{-6}.$$

Такие величины вряд ли можно измерить в настоящее время, тем более, что в земной ионосфере имеются более сильные магнитооптические эффекты (особенно при квазипоперечном распространении). Сказанное относится и к деполяризации радиоволн, прошедших через случайно-неоднородную межпланетную плазму.

В заключение автор выражает признательность С. М. Рытову и В. И. Татарскому за обсуждение проблемы.

## ЛИТЕРАТУРА

1. В И Татарский, Изв высш уч зав — Радиофизика, 10, № 12, 1762 (1967)
2. J W Strohbehn, S F. Clifford, IEEE Trans, AP-15, № 3, 416 (1967).
3. R. M. Lewis, IEEE Trans, AP-14, 100 (1966).
4. В Н. Красильников, сб Проблемы дифракции и распространение волн, изд ЛГУ, Л., 1966, вып 5, стр 76
5. С. М. Рытов, ДАН, 18, 263 (1938), Модулированные колебания и волны, Тр ФИАН, 2, № 1, 3 (1940)
6. В. И. Татарский, Распространение волн в турбулентной атмосфере, изд Наука, М, 1967
7. Л. А Чернов, Распространение волн в среде со случайными неоднородностями, изд. АН СССР, М, 1958.
8. D. L. Fried, G. E Mevers, J. Opt. Soc Amer., 55, № 6, 740 (1965).

Радиотехнический институт
АН СССР

Поступила в редакцию
16 июня 1969 г.

## „GEOMETRICAL“ DEPOLARIZATION OF LIGHT IN A TURBULENT ATMOSPHERE

*Yu. A. Kravtsov*

The „geometrical“ depolarization of light in a randomly-inhomogeneous medium due to random torsion of rays is considered. This effect is shown to be negligibly small for light propagation in the turbulent atmosphere as well as for radiowave propagation in the ionosphere.