

УДК 621.378.33

ОБ ОДНОВРЕМЕННОЙ СИНХРОННОЙ ГЕНЕРАЦИИ ВТОРОЙ И ТРЕТЬЕЙ ГАРМОНИК В КРИСТАЛЛАХ С КВАДРАТИЧНОЙ НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ

А. П. Сухоруков, И. В. Томов

Исследуется возможность использования последовательных трехчастотных взаимодействий для одновременной генерации второй и третьей гармоник в одном кристалле оксалата аммония. Дан расчет нелинейного режима работы генератора двух гармоник. Показано, что в одном из режимов максимальный КПД преобразования по мощности для третьей гармоники составляет 90% от входной мощности, в другом режиме можно преобразовать по ~30% входной мощности одновременно во вторую и третью гармоники.

В оптическом диапазоне частот нелинейные среды являются сильнораспространенными, вследствие чего в эффективном синхронном взаимодействии волн кратной частоты (ω , 2ω и т. д.) участвует лишь небольшое число гармоник. К простейшим случаям такого взаимодействия относится генерация второй или третьей гармоники в одноосных кристаллах с квадратичной или кубической нелинейностью соответственно [1]. Одновременная генерация нескольких гармоник, хотя бы второй и третьей, до сих пор практически не исследовались. Вместе с тем синхронное возбуждение в одном нелинейном кристалле двух гармоник представляет интерес как с точки зрения техники умножения оптических частот (сокращается число кристаллов в каскадных умножителях), так и с точки зрения нелинейной электродинамики (обогащение основной волны гармониками приводит к сильному искажению ее формы колебаний).

В анизотропных кристаллах с нелинейной поляризацией, квадратичной по полю, взаимодействие основной волны со второй и третьей гармониками осуществляется в результате двух последовательных трехчастотных взаимодействий, например, следующего типа*:

$$\gamma_o(\omega) + \gamma_e(\omega) = \gamma_e(2\omega), \quad \gamma_o(\omega) + \gamma_e(2\omega) = \gamma_e(3\omega). \quad (1)$$

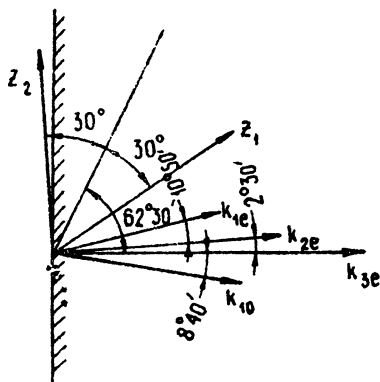
Индекс o обозначает обыкновенную волну; e — необыкновенную.

Условия синхронизма для взаимодействия (1) можно подобрать лишь в ограниченном числе кристаллов. Здесь в первую очередь можно назвать двухосный кристалл — оксалат аммония [3, 5]. Синхронные взаимодействия четырех волн в этом кристалле возможны в области углов $\theta > 58^\circ$ (угол θ отсчитывается от биссектрисы острого угла оптических осей в плоскости последних), причем они всегда носят векторный характер: $k_{1o} + k_{1e} = k_{2e}$ и $k_{1o} + k_{2e} = k_{3e}$. Например, одно из возможных расположений волновых векторов в оксалате аммония показано на рис. 1. При $\theta < 58^\circ$ нет синхронизма для генерации третьей гармони-

* В работе [2] (см. также [1]) путем численного интегрирования на ЭВМ исследовался случай, соответствующий одной обыкновенной волне накачки $\gamma_o(\omega) + \gamma_o(\omega) = \gamma_o(2\omega)$. Однако такое взаимодействие, по-видимому, не может быть синхронным в оптическом диапазоне.

ки. Отметим еще, что квадратичная восприимчивость у кристалла оксалата аммония в несколько раз больше, чем восприимчивость КДР.

Рис. 1. Расположение волновых векторов взаимодействующих волн в плоскости оптических осей (z_1, z_2) оксалата аммония. Для указанных значений углов существуют синхронные взаимодействия $\gamma_o(\omega) + \gamma_e(\omega) = \gamma_e(2\omega)$ и $\gamma_o(\omega) + \gamma_e(2\omega) = \gamma_e(3\omega)$.



Синхронные взаимодействия (1) можно получить также в кристалле кальцита при наложении на него постоянного электрического поля. Последнее нужно для появления у кристалла квадратичной нелинейности. Однако такой путь менее эффективен по сравнению с использованием оксалата аммония в силу значительно меньшей нелинейности кальцита.

В настоящей работе рассматриваются сильные взаимодействия (1), при которых происходит существенная перекачка энергии основной волны в волны гармоник и обратно. Анализ поведения амплитуд волн позволяет определить предельные коэффициенты преобразования и характерную длину нелинейной среды, необходимую для получения больших КПД.

На границе нелинейной среды $z=0$ (см. рис. 1) гармоники возбуждаются с оптимальными фазами $\varphi_2 = \varphi_{1o} + \varphi_{1e} - \pi/2$ и $\varphi_3 = \varphi_{1o} + \varphi_{2e} - \pi/2$, соответствующими увеличению их амплитуд. Если в дальнейшем по мере распространения волн в среде эти фазовые соотношения сохраняются, то поведение амплитуд волн описывается системой укороченных уравнений (ср. с [1])

$$\begin{aligned} \frac{dA_{1o}}{dz} &= -\sigma_1 A_{1e} A_2 - \sigma_2 A_2 A_3, \\ \frac{dA_{1e}}{dz} &= -\sigma_3 A_{1o} A_2, \\ \frac{dA_2}{dz} &= \sigma_4 A_{1o} A_{1e} - \sigma_5 A_{1o} A_3, \\ \frac{dA_3}{dz} &= \sigma_6 A_{1o} A_2. \end{aligned} \tag{2}$$

Здесь мы не рассматриваем апертурные эффекты, связанные с различием направлений лучевых векторов s_1, s_2 и s_3 . Используя частотно-перестановочные соотношения для компонент тензора $\hat{\chi}$ квадратичной восприимчивости [1], можно найти связи между коэффициентами нелинейности:

$$\sigma_1 \approx \sigma_3 \approx \frac{1}{2} \sigma_4 = \frac{2\pi\omega}{cn_{1o}} (e_{1o} \hat{\chi}^{2\omega-\omega} e_2 e_{1e}), \tag{3}$$

$$\sigma_2 \simeq \frac{1}{2} \sigma_5 \simeq \frac{1}{3} \sigma_6 = \frac{2\pi\omega}{cn_{1e}} (e_{1o})^{\wedge} \chi^{3\omega-\omega} e_3 e_2,$$

где e_i — единичный вектор поляризации волны.

Система уравнений (2) имеет три первых интеграла:

$$\begin{aligned} 3A_{1e} + \frac{\sigma_1}{\sigma_3} A_3 &= C_1, & 2A_{1e}^2 + A_2^2 + \frac{2}{3} A_3^2 &= C_2, \\ A_{1e}^2 + A_{1o}^2 + A_2^2 + A_3^2 &= C_3, \end{aligned} \quad (4)$$

которые позволяют свести ее к одному уравнению первого порядка, например, для A_3 . Полученное уравнение имеет общее аналитическое решение, которое выражается через эллиптические функции, при произвольных граничных условиях $A_i(0) = E_i$. Мы приведем результаты, относящиеся к наиболее важному случаю, когда на границе нелинейной среды ($z = 0$)

$$A_{1o}(0) = E_{1o}, \quad A_{1e}(0) = E_{1e}, \quad A_2(0) = A_3(0) = 0 \quad (5)$$

и, следовательно,

$$C_1 = 3E_{1e}, \quad C_2 = 2E_{1e}^2, \quad C_3 = E_{1e}^2 + E_{1o}^2 = E^2. \quad (6)$$

На сравнительно малых расстояниях справедливо приближение заданного поля $A_{1o}(z) \simeq E_{1o}$, $A_{1e}(z) \simeq E_{1e}$ и амплитуды гармоник растут по закону

$$A_2(z) \simeq \sigma_1 E^2 \sqrt{\alpha(1-\alpha)} z, \quad A_3(z) \simeq \sigma_1 \sigma_2 E^3 (1-\alpha) \sqrt{\alpha} z^2, \quad (7)$$

где $\alpha = E_{1e}^2/E^2 = P_{1e}/P$ — параметр, показывающий, какая доля полной мощности накачки приходится на необыкновенную волну ($0 \leq \alpha \leq 1$). Из (7) следует, что в режиме заданного поля при $\alpha = 1/2$ достигается максимум второй гармоники, а при $\alpha = 1/3$ — третьей.

Когда же начинает сказываться обратная реакция гармоник на накачку, энергообмен между волнами приобретает характер пространственных биений (см. рис. 2). Видно, что на одном периоде (L_s) всегда имеется лишь один максимум A_3 , а число максимумов амплитуды A_2 меняется в зависимости от соотношения между параметром α и величиной $\alpha_0 = [1 + 24 \sigma_1^2 \sigma_2^2 / (3\sigma_2^2 - \sigma_1^2)^2]^{-1}$, при этом можно выделить три случая (для $\sigma_1 \simeq \sigma_2$ имеем $\alpha_0 = 0,4$).

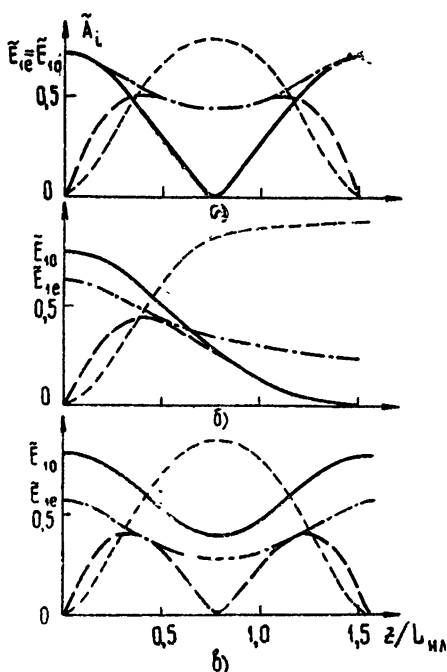


Рис. 2. Зависимость приведенных амплитуд взаимодействующих волн $\tilde{A}_i = A_i/E$ от приведенного расстояния $z/L_{\text{нел}}$ ($L_{\text{нел}} = (\sigma E)^{-1}$, $\sigma = \sigma_1 = \sigma_2$): — \tilde{A}_{1o} , - - - \tilde{A}_{1e} , ···· \tilde{A}_2 , - · - · \tilde{A}_3 . а) $1 > \alpha > \alpha_0$, б) $\alpha = \alpha_0 = 0,4$, в) $\alpha_0 > \alpha > 0$.

1. $1 > \alpha > \alpha_0$. Решения для амплитуд гармоник имеют следующий вид:

$$A_3(z) = E \frac{\alpha \alpha \operatorname{cn}^2 [K(q)(1 - 2z/L_\delta)]}{a/b_1 - \operatorname{sn}^2 [K(q)(1 - 2z/L_\delta)]}; \quad (8)$$

$$A_2(z) = E \frac{\alpha \alpha [(6\sigma_2^2 + 2\sigma_1^2)(b_1/a - 1)]^{1/2} \operatorname{cn} [K(q)(1 - 2z/L_\delta)]}{3\sigma_2 \{ a/b_1 - \operatorname{sn}^2 [K(q)(1 - 2z/L_\delta)] \}}, \quad (9)$$

$K(q)$ — полный эллиптический интеграл первого рода, $q = [b_1(a - b_2)/a(b_1 - b_2)]^{1/2}$, $L_\delta = 4K(q)L_{\text{нел}}/3 \sqrt{\alpha\alpha(b_1 - b_2)}$ — период пространственных биений; при $z = L_\delta$ $A_2 = A_3 = 0$ и процесс повторяется. $L_{\text{нел}} = (\sigma_2 E)^{-1}$, $a = 6\sigma_1\sigma_2/3\sigma_2^2 + \sigma_1^2$,

$$b_{1,2} = \frac{3\sigma_2}{3\sigma_2^2 - \sigma_1^2} \left\{ -\sigma_1 \pm \left[\sigma_1^2 + (3\sigma_2^2 - \sigma_1^2) \frac{1 - \alpha}{\alpha} \right]^{1/2} \right\}.$$

Графики изменения амплитуд в пространстве (в зависимости от z) приведены на рис. 2 а. Видно, что амплитуда третьей гармоники достигает максимума на расстоянии $z_n = L_\delta/2$, при этом амплитуда накачки $A_{10} = 0$. Вторая гармоника достигает максимума на том же расстоянии $z_n = L_\delta/2$, если $\alpha > \alpha_{\text{кр}}$; при $\alpha < \alpha_{\text{кр}}$ ее максимум достигается раньше — кривая становится двугорбой. Изменение длины, на которой достигаются максимальные значения амплитуд гармоник (M_i), в зависимости от α показано на рис. 3 а. Там же (рис. 3 б) приведены максимальные коэффициенты преобразования по мощности $\eta_i = P_i/P$ для различных α . Отметим, что при $\alpha < \alpha_{\text{кр}}$ максимумы КПД η_2 и η_3 достигаются на разных длинах, что следует из сопоставления рис. 3 а и 3 б. В области $\alpha \approx \alpha_{\text{кр}}$ максимальные мощности P_2 и P_3 имеют одинаковый порядок ($\eta_{2,3} \approx 30\%$) и, как уже было отмечено, находятся на одном и том же расстоянии $z = 0,65 L_n$ д.

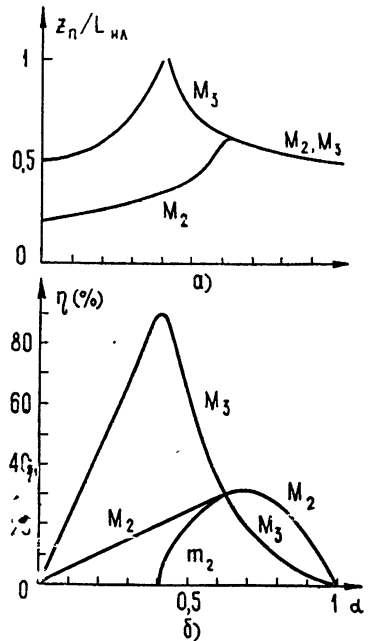


Рис. 3. Зависимость максимальных коэффициентов преобразования во вторую и третью гармоники (по мощности) и нормированной длины $z_n/L_{\text{нел}}$, на которой достигаются максимальные значения амплитуд, от параметра α ($\alpha_0 = 0,4$; $\alpha_{\text{кр}} = 0,615$). Индексы M_i указывают на то, что кривые относятся к максимальным значениям амплитуды A_i , m_2 соответствует минимуму A_2 (см. рис. 2а).

2. $\alpha = \alpha_0$; $q = 1$; $L_\delta = \infty$. Периодические биения пропадают, эллиптические функции переходят в гиперболические (см. рис. 2 б). Вторая гармоника достигает максимума на расстоянии $z_n = 0,4 L_{\text{нел}}$, а затем уменьшается до нуля. Третья гармоника непрерывно увеличивается с ростом z , и КПД η_3 приближается к 90%!

3. $0 < \alpha < \alpha_0$ (см. рис. 2 в). Снова появляются пространственные биения амплитуд; однако в отличие от первого случая амплитуды на-

качки нигде не обращаются в нуль. В точке максимума третьей гармоники амплитуда второй равна нулю. По мере уменьшения α КПД гармоники уменьшается, период биения сокращается.

Таким образом, наиболее оптимальным для генерации третьей гармоники является вариант $\alpha \simeq \alpha_0$, при этом уже на длинах $z \simeq L_{\text{нел}}$ происходит перекачка приблизительно 90% энергии накачки. Правда, при работе в этой области КПД гармоники η_3 и период биения L_b сильно зависят от α .

Длина нелинейного взаимодействия $L_{\text{нел}}$ в оксалате аммония имеет тот же порядок, что и в КДП, и при плотности мощности $P \simeq 100 \text{ Мвт} \cdot \text{см}^{-2}$ составляет 1 см по порядку величины, так что достижение максимальных КПД вполне реально. Однако, как и в случае работы обычных умножителей [4], в рассматриваемом генераторе двух гармоник эффективность преобразования может при достаточно узких пучках ограничиваться апертурными эффектами. Этот вопрос заслуживает отдельного рассмотрения. Отметим, наконец, что изучение последовательных трехчастотных взаимодействий в одном кристалле представляет интерес и с точки зрения создания параметрического генератора света с низкочастотной накачкой.

ЛИТЕРАТУРА

1. С. А. Ахманов, Р. В. Хохлов, Проблемы нелинейной оптики, изд. АН СССР, М., 1964.
2. С. А. Ахманов, В. Г. Дмитриев, В. М. Моденов, Радиотехника и электроника, 9, № 5, 815 (1964).
3. А. Н. Израиленко, Р. Ю. Орлов, В. А. Копчик, Кристаллография, 13, № 1, 171 (1968)
4. G. Boyd, A. Ashkin, J. Dziedzic, D. Kleiman, Phys. Rev., 137, A1305 (1965), С. А. Ахманов, А. П. Сухоруков, А. С. Черкин, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 10, № 12, 1639 (1967).
5. Р. Ю. Орлов, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 12, № 9, 1351 (1969)

Московский государственный
университет

Поступила в редакцию
12 мая 1969 г.

ON SIMULTANEOUS SYNCHRONOUS GENERATION OF THE SECOND AND THE THIRD HARMONICS IN CRYSTALS WITH QUADRATIC NONLINEARITY

A. P. Sukhorukov, I. V. Tomov

A possibility of using successive three-frequency interactions for simultaneous generation of the second and the third harmonics in a ammonium oxalate crystal is investigated. A nonlinear regime of operation of two-harmonic generator is calculated. It is shown that in one of the regimes, a maximum power gain of transformation for the third harmonic amounts to 90% of the input power. In the other regime about 30% of the input power may be transformed into the second and the third harmonics.