

УДК 621.378.5

## ОБ УСТОЙЧИВОСТИ РЕГЕНЕРАТИВНОГО ОКУ БЕГУЩЕЙ ВОЛНЫ

Н. Д. Миловский

Проведено исследование устойчивости стационарного режима одномерной модели оптического квантового усилителя бегущей волны по отношению к широкому классу возмущений, зависящих от координаты и от времени. Получено соотношение, которое можно считать критерием устойчивости стационарного режима и которое может быть использовано для определения полосы захвата ОКГ бегущей волны внешним входным сигналом.

В течение последних лет в литературе широко обсуждались вопросы усиления оптических сигналов с помощью оптических квантовых усилителей (ОКУ) [1-14].

В работах [1-8] в качестве модели ОКУ использовался плоскопараллельный слой вещества с феноменологически введенной отрицательной проводимостью. Такая модель хорошо передает резонансные свойства ОКУ как колебательной системы с распределенными параметрами. Однако она неудовлетворительно описывает активное вещество и поэтому не может быть использована для исследования устойчивости стационарных режимов усиления ОКУ.

В [9-14] рассматривалась одномерная модель ОКУ с активной средой в виде совокупности невзаимодействующих друг с другом двухуровневых систем. Эта модель с достаточной полнотой [15] отражает основные свойства активной среды и, хорошо описывая процессы взаимодействия вещества с полем, позволяет исследовать устойчивость стационарного режима [10, 12]. Однако сосредоточенный характер модели накладывает жесткие ограничения на класс возмущений, по отношению к которым может быть выяснена устойчивость стационарного режима: пространственная структура возмущений должна совпадать с пространственной структурой рабочего типа колебаний. Между тем, для устойчивости стационарного режима ОКУ опасны и возмущения, пространственная структура и собственные частоты которых совпадают с наиболее добротными типами колебаний горячего резонатора, так как именно на этих типах должна начаться паразитная генерация.

В настоящей работе исследуется устойчивость стационарного режима регенеративного ОКУ бегущей волны (рис. 1), модель которого представляет собой односторонний слой активного вещества (распределенная колеба-

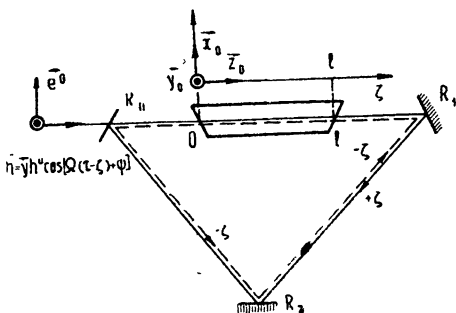


Рис. 1. Блок-схема одномерной модели регенеративного ОКУ бегущей волны.  $R_1, R_2$  — глухие зеркала ( $r_1^2 = r_2^2 = 1$ );  $R_n$  — полупрозрачное зеркало ( $r = \exp(i\varphi_r)$ );  $\Omega r_0$  — оптический путь  $lR_1R_2R_n\theta$ .

тельная система), заполненный невзаимодействующими двухуровневыми системами [13]. При исследовании устойчивости стационарного режима [13] в качестве возможных возмущений электромагнитного поля, поляризации и инверсной разности населенности среды используется весьма широкий класс функций, зависящих от координаты и от времени\*.

1. Исходными уравнениями для описания электромагнитных процессов в активной среде будут уравнения Максвелла и уравнения для матрицы плотности двухуровневой молекулы

$$Z^{-1} [\tilde{\nabla} E] + \frac{\partial}{\partial \tau} (H) = - \frac{\partial}{\partial \tau} (\rho + \rho^*) y_0, \quad Z [\tilde{\nabla} H] = \frac{\partial}{\partial \tau} (E),$$

$$\left( \frac{\partial}{\partial \tau} - i \Omega_0 + 1 \right) \rho = i \gamma H n, \quad (1)$$

$$\left( \frac{\partial}{\partial \tau} + \gamma^2 \right) n - \gamma^2 n^0 = i 2 \gamma H (\rho - \rho^*),$$

записанные в безразмерном виде:  $\gamma^2 = (T_2/T_1)$  — отношение поперечного времени релаксации к продольному;  $\tilde{\nabla} = z_0 \frac{\partial}{\partial \zeta} = z_0 \frac{\partial}{\partial z} \frac{c T_2}{\sqrt{\epsilon \mu}}$ ;  $\tau = (t/T_2)$ ;  $Z = \sqrt{\mu/\epsilon}$  — импеданс среды;  $\Omega_0 = \omega_0 T_2$  — центральная частота линии активного вещества;  $\mu_{12} = \mu_{21}^* = \mu \exp(i \varphi_{\mu})$  — матричный элемент магнитодипольного момента молекулы;

$$(E, H) = \frac{\tilde{\mu} \sqrt{T_2 T_1}}{\hbar} (\tilde{E}, \tilde{H}); \quad (n, n^0, \rho) =$$

$$= (n' = \rho_{22} - \rho_{11}, n^0, \rho_{12} \exp[i \varphi_{\mu}]) (4\pi \tilde{\mu}^2 \sqrt{T_2 T_1} N / \hbar \mu);$$

$N$  — концентрация неподвижных одинаковых двухуровневых систем;  $\tilde{E}, \tilde{H}$  — напряженности электрического и магнитного полей; остальные обозначения общепринятые. При выводе (1) предполагалось, что электромагнитное поле линейно поляризовано, причем поляризация поля  $H = H y_0$  совпадает по направлению с поляризацией магнитодипольных моментов всех молекул  $\mu_{12} = \mu_{12} y_0$ . Распределенные потери в системе пренебрежимо малы\*\*; поперечные размеры поля велики по сравнению с длиной волны (одномерная модель), и в пределах ширины линии люминесценции дисперсия основного вещества пренебрежимо мала ( $\epsilon = \text{const}$ ,  $\mu = \text{const}$ ).

Как известно [13, 17], система уравнений (1) (в числе многих прочих) имеет стационарное (приближенное) решение в виде бегущей волны электромагнитного поля

$$H(\zeta, \tau) = H_0(\zeta) \cos [\Omega(\tau - \zeta) + \varphi(\zeta)] \quad (2)$$

и поляризации

$$\rho(\zeta, \tau) = (\gamma n^0 / 2) \frac{i + x}{1 + x^2 + H_0^2(\zeta)} H_0(\zeta) \exp \{ i [\Omega(\tau - \zeta) + \varphi(\zeta)] \}. \quad (3)$$

\* Строгие ограничения на класс рассматриваемых функций будут сделаны ниже.

\*\* Ниже при решении граничной задачи учитываются сосредоточенные потери на излучение (см. также [13]). Поэтому введение в уравнения Максвелла распределенных потерь [16] не является необходимым. (О влиянии распределенных потерь на стационарный режим усиления см также [14])

В этом решении амплитуда  $H_0(\zeta)$  и фаза  $\varphi(\zeta)$  являются медленными по сравнению с  $\cos(\Omega\zeta)$  функциями координаты, поскольку

$$\frac{d}{d\zeta}(H_0, \varphi) = \Omega(\gamma n^0/2) \frac{1}{1+x^2 + H_0^2(\zeta)} (H_0, -x), \quad (4)$$

и характерный параметр активности системы ( $\gamma n^0/2$ ) мал по сравнению с единицей (в случае рубина  $(\gamma n^0/2) \leq 10^{-4}$ ). Решение типа (2)—(4) может описывать процесс усиления внешнего монохроматического сигнала  $h^0 \cos[\Omega(\tau - \zeta) + \psi]$ . Константы интегрирования находятся из граничных условий на входе ( $\zeta = 0$ ) активного слоя [13]

$$H(0, \tau) = h^0 \sqrt{1-r^2} \cos(\Omega\tau + \psi) + \overset{\wedge}{r} H(l, \tau - \tau_0), \quad (5)$$

где  $\overset{\wedge}{r}$  — оператор обратной связи. Полученное таким образом поле  $H_0(\zeta)$  зависит от пяти параметров:  $\exp(i\Omega\gamma n^0 l)$  — величины, характеризующей усиление в слое  $l$ , расстройки  $x$ , амплитуды внешнего поля  $h^0$  и комплексного коэффициента обратной связи  $r \exp[i(\varphi_r - \Omega\tau_0)]$ . Чтобы быть уверенным в возможности существования такого решения системы (2), необходимо рассмотреть устойчивость его по отношению к малым возмущениям поля, поляризации и инверсной разности населенности, которые произвольным образом зависят от координаты и от времени.

Оставаясь в рамках одномерной модели, нужно считать, что возмущения магнитного поля и поляризации имеют лишь одну  $y$ -компоненту.

Подставляя стационарное решение вместе с возмущениями (общий вид возмущений см. ниже) в исходные уравнения (1) и линеаризуя их, можно получить линейную систему уравнений, в которой не учитывается взаимодействие друг с другом отдельных спектральных

компонент поля  $h(\zeta, \tilde{\Omega})$ . (Ранее такое взаимодействие в исходной нелинейной системе имело место.) Изменение каждой спектральной компоненты поля вдоль координаты резонатора обуславливается теперь неоднородностью активной среды. Амплитуды компонент зависят от начального распределения всех возможных возмущений.

Если использовать аппарат преобразования Лапласа ( $\exp(-\tilde{p}\tau)$ ), то изменение изображения электромагнитного поля  $h(\zeta, \tilde{p})$  в этом случае должно описываться уравнением

$$\frac{d^2 h}{d\zeta^2} - \tilde{p}^2 \left[ 1 + \left( \frac{\gamma n^0}{2} \right) \Delta(\zeta, \tilde{p}) \right] h = f(\zeta, \tilde{p}), \quad (6)$$

в котором квадрат волнового комплексного числа наряду с главной постоянной частью  $-\tilde{p}^2$  должен иметь добавок, зависящий от координаты  $\zeta$  и по порядку величины в  $(2/\gamma n^0)$  раз меньший. Правая часть уравнения  $f(\zeta, \tilde{p})$  должна содержать вклад от всех начальных условий и должна определять амплитуды соответствующих спектральных компонент поля.

Можно считать, что малый неоднородный комплексный добавок к диэлектрической проницаемости  $(\gamma n^0/2) \Delta(\zeta, \tilde{p})$  локально в произвольной точке  $\zeta$  незначительно изменит дисперсионное уравнение среды. Поэтому под воздействием быстрых по координате  $\zeta$  начальных возмущений и, следовательно, быстроменяющейся части функции  $f(\zeta, \tilde{p})$  возникнут быстро меняющиеся во времени электромагнитные процес-

сы. В нулевом приближении это означает, что под воздействием начальных возмущений, имеющих характерный пространственный период  $2\pi/\Omega^* \ll 2\pi/\Omega$ , возникает электромагнитное поле с характерной собственной частотой  $\Omega^* \gg \Omega$ . Возможная поправка к этой частоте, по-видимому, должна быть в  $(2/\gamma n^0)$  раз меньше основной части. Совершенно очевидно, что возмущения, собственные частоты которых не попадают в полосу активного вещества, высвечиваясь через полупрозрачные зеркала резонатора, окажутся затухающими. Поэтому практически без уменьшения общности спектр возмущений можно ограничить полосой линии люминесценции:  $|\tilde{\Omega} - \Omega| \simeq |\tilde{p} - \Omega| \leq (2T_2^{-1}) T_2 = 2$ . Тем самым будет ограничен и пространственный спектр возмущений. Причем это ограничение в равной мере должно относиться как к возмущениям поля, так и к возмущениям поляризации и населенности.

Каждую монохроматическую компоненту электромагнитного поля возмущений  $h(\zeta, \tilde{\Omega})$  вслед за Мировицким и Будагяном [18–22] будем разбивать на прямую  $h_+(\zeta, \tilde{\Omega})$  и обратную  $h_-(\zeta, \tilde{\Omega})$  волны так, чтобы вне неоднородного слоя они переходили в обычные бегущие волны.

Учитывая все замечания, решения уравнений (1) будем искать в виде

$$\begin{aligned} H(\zeta, \tau) &= \text{Re} \{ [H_0(\zeta) + h_+(\zeta, \tau)] e^{i[+]} + h_-(\zeta, \tau) e^{i[-]} \} y_0 = \\ &= \{ (H_0 + u_+) \cos [ + ] + v_+ \sin [ + ] + u_- \cos [ - ] + v_- \sin [ - ] \} y_0, \\ E(\zeta, \tau) &= \text{Re} \{ [E_0(\zeta) + e_+(\zeta, \tau)] e^{i[+]} + e_-(\zeta, \tau) e^{i[-]} \}, \quad (7) \\ \rho(\zeta, \tau) &= [\rho(\zeta) + \sigma_+(\zeta, \tau)] e^{i[+]} + \sigma_-(\zeta, \tau) e^{i[-]}, \\ n(\zeta, \tau) &= n(\zeta) + \eta(\zeta, \tau) = \frac{n^0(1 + x^2)}{1 + x^2 + H_0^2(\zeta)} + \bar{\eta}(\zeta, \tau) + \\ &+ \eta_c(\zeta, \tau) \cos ([ - ] - [ + ]) + \eta_s(\zeta, \tau) \sin ([ - ] - [ + ]), \end{aligned}$$

где  $[+]$  =  $\Omega(\tau - \zeta) + \varphi(\zeta)$ ,  $[-]$  =  $\Omega(\tau + \zeta)$  являются быстрыми фазами бегущих волн и где амплитуды поля  $h_{\pm}(\zeta, \tau) = u_{\pm}(\zeta, \tau) - iv_{\pm}(\zeta, \tau)$ , поляризации  $\sigma_{\pm}(\zeta, \tau)$  и населенности являются медленными по сравнению с  $\cos[\pm]$  функциями времени и координаты.

Поскольку в линеаризованных уравнениях, получающихся из уравнений (1), вместо двух неизвестных функций ( $h$  — амплитуды магнитного поля и  $e$  — амплитуды электрического поля) вводится четыре функции  $h_{\pm}$  и  $e_{\pm}$ , то можно задать два произвольных соотношения, связывающие их. Естественно определить соотношения таким образом

$$|\text{Re}(e_{\pm} x_0)| = |Z \text{Re}(h_{\pm} y_0)|, \quad (8)$$

чтобы пары функций  $(e_+, h_+)$  и  $(e_-, h_-)$  вне неоднородного слоя переходили в плоские волны, причем поляризации  $(e_+, h_+)$  и  $(e_-, h_-)$  образовывали правую тройку с направлениями распространения  $\pm z_0$  соответственно. В этом случае из первых двух уравнений (1) можно получить систему двух уравнений первого порядка для  $h_{\pm}(\zeta, \tau) e^{i[\pm]}$

$$\text{Re} \left\{ \left( \pm \frac{\partial}{\partial \zeta} + \frac{\partial}{\partial \tau} \right) [h_{\pm}(\zeta, \tau) e^{i[\pm]}] \right\} = -\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \tau} (\sigma + \sigma^*), \quad (9)$$

эквивалентных волновому уравнению.

Если предположить, что возмущения поляризации и населенности имеют одинаковый относительный порядок малости с возмущениями электромагнитного поля,

$$\left| \frac{\sigma_{\pm}}{\rho} \right| \simeq \left| \frac{\eta}{n} \right| \simeq \left| \frac{h_{\pm}}{H_0} \right|,$$

то правые части уравнений (9) так же, как и правые части эквивалентного им уравнения (6), должны быть в  $(2/\gamma n^0)$  раз меньше основных левых частей. Переходя в (9) к изображениям  $h_{+}(\zeta, \tilde{p}) \exp[-i\Omega\zeta + i\varphi(\zeta)]$ ,  $h_{-}(\zeta, \tilde{p}) \exp(i\Omega\zeta)$ , можно заметить появление в левых частях новых уравнений членов типа  $(\tilde{p} - i\Omega)h_{\pm}(\zeta, \tilde{p}) \exp(\mp i\Omega\zeta)$ , порядок малости которых определяется шириной линии люминесценции. Если  $(\gamma n^0/2)$  по порядку величины совпадает с относительной шириной линии люминесценции\*, то для решения вновь полученных уравнений удобно применить метод Ван-дер-Поля. Если же эти параметры имеют разный порядок малости  $^{[23]}$  и  $(\gamma n^0/2) \ll [(\tilde{\Omega} - \Omega)/\Omega]$ , то интегрирование уравнений можно провести поэтапно способом, эквивалентным вариации произвольной постоянной. Вначале удобно найти решение  $h_{\pm}(\zeta, \tilde{p}) \exp(\mp i\Omega\zeta) = \bar{h}_{\pm}(\tilde{p}) \exp(\tilde{p} - i\Omega + i\Omega)\zeta$  вспомогательного уравнения, в котором  $(\gamma n^0/2) = 0$ , а затем воспользоваться методом Ван-дер-Поля, считая  $\bar{h}_{\pm}(\tilde{p})$  медленной функцией  $\zeta$ .

2. Подставляя возмущения (7) с учетом сделанных замечаний в линеаризованные уравнения (1), (9) и проводя усреднение по встречным бегущим волнам  $^{[24]}$ , можно получить две независимые системы линейных дифференциальных уравнений в частных производных с переменными коэффициентами. Одна из них описывает возмущения, бегущие вместе с волной, вторая—встречные. Первая система имеет пятый порядок по времени, второй по координате и переменные по координате коэффициенты:

$$\begin{aligned} \left( \frac{\partial}{\partial \zeta} + \frac{\partial}{\partial \tau} \right) v_{+} + \Omega(\gamma n^0/2) \frac{x}{1+x^2+H_0^2} u_{+} &= \Omega \sigma_{+R}, \\ \left( \frac{\partial}{\partial \zeta} + \frac{\partial}{\partial \tau} \right) u_{+} - \Omega(\gamma n^0/2) \frac{x}{1+x^2+H_0^2} v_{+} &= \Omega \sigma_{+m}, \\ \left( \frac{\partial}{\partial \tau} + 1 \right) \sigma_{+m} + x \sigma_{+R} - (\gamma/2) H_0 \bar{\eta} &= \frac{(\gamma n^0/2)(1+x^2)}{1+x^2+H_0^2} u_{+}, \\ \left( \frac{\partial}{\partial \tau} + 1 \right) \sigma_{+R} - x \sigma_{+m} &= \frac{(\gamma n^0/2)(1+x^2)}{1+x^2+H_0^2} v_{+}, \\ \left( \frac{\partial}{\partial \tau} + \gamma^2 \right) \bar{\eta} + 2\gamma H_0 \sigma_{+m} &= -(\gamma n^0/2) \frac{2\gamma H_0}{1+x^2+H_0^2} (u_{+} + x v_{+}), \end{aligned} \quad (10)$$

где  $\sigma_{+R} = \text{Re } \sigma_{+}(\zeta, \tau)$ ,  $\sigma_{+m} = \text{Im } \sigma_{+}(\zeta, \tau)$ .

\* В таком однородно уширенном веществе, как рубин, при разумной накачке  $n^0$  и нормальной температуре это условие выполнено, т. е.  $(\gamma n^0/2) \simeq ((\tilde{\Omega} - \Omega)/\Omega)$ .

Система уравнений для встречных возмущений имеет шестой порядок по времени, второй порядок по координате и переменные по координате коэффициенты\*. Асимметрия систем для прямых и встречных возмущений вполне объясняется асимметричностью условий для их распространения.

Используя преобразования Лапласа ( $\exp(-p\tau)$ )\*, от (10) можно перейти к системе двух дифференциальных уравнений первого порядка с переменными коэффициентами относительно изображений  $u(\zeta, p)$  и  $v(\zeta, p)$ . Эти новые уравнения удастся проинтегрировать приближенно, используя малость параметра  $\gamma^2$ . В области

$$|\operatorname{Re} p| \gg \sup [\gamma^2, \gamma^2 H_0^2(\zeta)] \quad (11)$$

эти уравнения

$$\frac{du}{d\zeta} + pu - \frac{\Omega(\gamma n^0/2)}{1+x^2+H_0^2} \left\{ \frac{(p+1)(1+x^2)}{(p+1)^2+x^2} u + x \left[ 1 - \frac{1+x^2}{(p+1)^2+x^2} \right] v \right\} = F_u, \quad (12)$$

$$\frac{dv}{d\zeta} + pv - \frac{\Omega(\gamma n^0/2)}{1+x^2+H_0^2} \left\{ \frac{(p+1)(1+x^2)}{(p+1)^2+x^2} v - x \left[ 1 - \frac{1+x^2}{(p+1)^2+x^2} \right] u \right\} = F_v$$

имеют решения в виде

$$u(\zeta, p) = -i\omega_1 + i\omega_2 = -i \exp(-p\zeta) [H_0(\zeta)]^{\lambda_1} [A_1(p) + \tilde{A}_1(\zeta, p)] + \\ + i \exp(-p\zeta) [H_0(\zeta)]^{\lambda_2} [A_2(p) + \tilde{A}_2(\zeta, p)], \quad v(\zeta, p) = \omega_1 + \omega_2. \quad (13)$$

Приближение (11) означает, что рассматриваются спектральные компоненты, собственные комплексные частоты которых отличаются от частоты сигнала по модулю по крайней мере на  $[10/T_1]$  гц. Кроме того, не учитывается влияние эффекта, который можно назвать «вторичным эффектом насыщения»:  $|p| \gg \gamma^2 H_0^2$ \*\*\*. Вторичный эффект насыщения имеет место только в линеаризованной системе уравнений для возмущений, тогда как обычное насыщение играет свою роль и в уравнениях нулевого порядка (для стационарного поля). К тому же он существенен в значительно более узком диапазоне частот и при более мощных по сравнению с обычным эффектом насыщения полях

$$H_0^2 \gtrsim (1+x^2)\gamma^{-2}|p+\gamma^2|. \quad (14)$$

В формуле (13) коэффициенты  $\tilde{A}_{1,2}$  определяют частное решение системы

$$\tilde{A}_{1,2}(\zeta, p) = \int_0^\zeta \frac{\pm iF_u(\zeta', p) + F_v(\zeta', p)}{2} \exp(p\zeta') [H_0(\zeta')]^{-\lambda_{1,2}} d\zeta' \quad (15)$$

и выражаются через правые части  $F_u$ ,  $F_v$ , зависящие от начальных распределений поля  $h(\zeta, 0)$ , поляризации  $\sigma(\zeta, 0)$  и населенности  $\bar{\eta}(\zeta, 0)$ , а также через

\* Ниже исследуется только первая система уравнений, поэтому всюду опускается индекс (+).

\*\* Различие между преобразованиями Лапласа  $\exp(-p\tau)$  и  $\exp(p\tau)$  состоит в том, что последнее применяется к медленным амплитудам. Это эквивалентно смещению начала отсчета в комплексной плоскости  $p$ , так что  $\tilde{p} = p + i\Omega$ .

\*\*\* При выбранной нормировке для рубина  $H_0^2 = 1$  соответствует напряженности электрического поля примерно  $300 \text{ в} \cdot \text{см}^{-1}$ .

$$\lambda_{1,2} = \pm iz + \frac{1 + z^2}{p + 1 \pm iz} \quad (16)$$

— корни характеристического уравнения некоторой вспомогательной системы линейных дифференциальных уравнений первого порядка с постоянными коэффициентами, которую можно получить из (12) заменой переменного

$$h(\zeta, p) = u(\zeta, p) - iv(\zeta, p) = \exp(-p\zeta) \bar{h}(\ln H_0, p). \quad (17)$$

Постоянные коэффициенты  $A_{1,2}(p)$  определяют общее решение однородной системы (12) и могут быть найдены из граничных условий на входе активного слоя ( $\zeta = 0$ ).

Для возмущений поля граничные условия (15) могут быть переписаны в виде

$$\begin{aligned} u_+(0, \tau) &= \hat{r}u_+(l, \tau - \tau_0) \cos \bar{\varphi}_+ + \hat{r}v_+(l, \tau - \tau_0) \sin \bar{\varphi}_+ + \tilde{u}_+(\tau), \\ v_+(0, \tau) &= -\hat{r}u_+(l, \tau - \tau_0) \sin \bar{\varphi}_+ + \hat{r}v_+(l, \tau - \tau_0) \cos \bar{\varphi}_+ + \tilde{v}_+(\tau), \end{aligned} \quad (18)$$

где  $\varphi_+ = \varphi_r - \Omega(\tau_0 + l) - \kappa \ln \sqrt{G}$  — полный набег фазы на замкнутом пути  $0lR_1R_2R_0$  (рис. 1), если коэффициент усиления активного слоя по мощности равен  $G$ . Величины  $\tilde{u}_+(\tau)$ ,  $\tilde{v}_+(\tau)$  определяют полную амплитуду и фазу внешнего по отношению к слою возмущения поля, бегущего вместе с волной. Восстановленный индекс (+) подчеркивает, что при  $\zeta = 0$  в граничных условиях не принимают участия встречные возмущения поля  $u_-(\zeta)$ ,  $v_-(\zeta)$ , свободно проходящие через границу в силу своего определения\*. Переходя в (18) к изображениям и используя выражения (13), (15), можно найти полностью изображения  $u(\zeta, p)$ ,  $v(\zeta, p)$  в любой точке  $\zeta$ , в том числе в наиболее интересной точке ( $\zeta = l$ ) на выходе слоя. Полюса изображений  $u(l, p)$ ,  $v(l, p)$  удастся исследовать и найти условие

$$2 \ln r + (1 + z^2) \ln G < 0, \quad (19)$$

при котором их реальные части отрицательны. Аналогичное исследование уравнений для встречных возмущений в области (11) также приводит к условию (19).

Имеется еще одна область значений комплексной частоты

$$|p| \leq 10\gamma^2 \ll 1, \quad (20)$$

которая может даже частично перекрываться с областью (11) и в которой уравнения для изображений тоже интегрируются. Причем из общего вида уравнений в этой области следует, что, пренебрегая эффектом вторичного насыщения, можно только увеличить скорость нарастания возмущений поля по координате  $\zeta$ , и тем самым полюса изображений можно сдвинуть только вправо. Используя это удобное приближение, удастся найти условие

$$2 \ln r - \ln G < 0, \quad (21)$$

аналогичное (19), но менее жесткое в общем случае. Сравнивая (19) и (21), можно видеть, что критерием устойчивости стационарного

\* Точные уравнения (9) совпадают с уравнениями Мировицкого и Будагяна для амплитуд встречных волн. Приближенное решение уравнений (9) в виде (15) отличается от точных лишь на члены порядка  $(\gamma p)^2$ .

режима усиления ОКУ бегущей волны для описанного класса возмущений является условие (19).

Поскольку рассматриваемая в настоящей работе модель ОКУ является более общей и более сложной по сравнению с описанными ранее [10, 12], полученный критерий устойчивости (19) является также более общим. Он показывает, что в полосе частот линии люминесценции, внутри которой находится, вообще говоря, много собственных нормальных частот резонатора  $0iR_1R_2R_n0$  (рис. 1)\*, захват частоты перевозбужденного усилителя внешним входным сигналом возможен вблизи отдельных резонансных частот. Причем размеры отдельной «полоски» захвата определяются не только величиной внешнего сигнала и величиной накачки, но также и частотным расстоянием от центра резонансной кривой до центра линии люминесценции. Качественно внутри отдельной резонансной кривой выводы на основе соотношения (19) и соотношения (21) из [10] совпадают.

Необходимо отметить, что результаты настоящей работы помимо определения полосы захвата генератора бегущей волны (первозбужденного усилителя) внешним сигналом могут быть использованы:

- 1) для исследования устойчивости ОКГ бегущей волны;
- 2) для анализа процесса усиления амплитудно-модулированного сигнала с малой глубиной модуляции;
- 3) при изучении «квазибегущего» режима генерации ОКГ, когда амплитуда встречной волны много меньше амплитуды основной.

Кроме того, результаты этой работы могут быть использованы, как исходные при исследовании устойчивости стационарного режима усиления по отношению к более широкому классу возмущений.

В заключение автор выражает искреннюю благодарность В. И. Таланову за ценные замечания и постоянный интерес к работе, а также В. И. Беспалову, Е. И. Якубовичу и М. И. Рабиновичу за полезную дискуссию.

Работа была доложена на научно-технической конференции по квантовой электронике в г. Ереване.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Ю. М. Коган, В. И. Перель, М. П. Чайка, Оптика и спектроскопия, **12**, 427 (1962).
2. V. N. Smiley, Proc. IEEE, **51**, 120 (1963).
3. В. В. Лебедев, И. В. Лебедев, Оптика и спектроскопия, **15**, 413 (1963).
4. H. Jacobs, L. Hatkin, R. A. Bowden, Proc. IEEE, **51**, 933 (1963).
5. H. Jacobs, F. A. Brand, L. Hatkin, D. A. Holmes, J. Appl. Phys., **34**, 2617 (1963).
6. H. Jacobs, F. A. Brand, L. Hatkin, D. A. Holmes, Trans. IEEE, MTT-12, 163 (1964).
7. K. Tomiyasu, Proc. IEEE, **52**, 856 (1964).
8. Н. В. Карлов, А. М. Прохоров, Радиотехника и электроника, **11**, 267 (1966).
9. А. Н. Ораевский, Радиотехника и электроника, **4**, 718 (1959).
10. А. С. Агабекян, А. З. Грасюк, И. Г. Зубарев, В. И. Свергун, А. Н. Ораевский, Радиотехника и электроника, **9**, 2156 (1964).
11. Н. Г. Басов, А. З. Грасюк, И. Г. Зубарев, Л. В. Тевелев, Тр. ФИАН, Квантовая радиофизика, **31**, 75 (1965).
12. R. H. Pantell, Proc. IEEE, **53**, 474 (1965).
13. Н. Д. Миловский, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, **7**, № 6, 1095 (1964).
14. Н. Д. Миловский, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, **10**, № 4, 583 (1967).
15. В. М. Файн, Я. И. Ханнин, Квантовая радиофизика, изд. Сов радио, М., 1965.
16. W. E. Lamb, Phys. Rev., **134**, 1429 (1964).
17. Л. А. Островский, Е. И. Якубович, ЖЭТФ, **46**, 963 (1964).

\*Например, в случае рубина при комнатной температуре ( $T_2 = 10^{-11}$  сек) для резонатора с базой в  $150\text{ см}$  внутри линии люминесценции оказывается примерно  $10^3$  собственных нормальных (продольных) типов колебаний.



18. Д. И. Мировицкий, Акуст ж., 10, 88 (1964).
19. Д. И. Мировицкий, Оптика и спектроскопия, 18, 668 (1964)
20. Д. И. Мировицкий, И. Ф. Будагян, Оптика и спектроскопия, 21, 237 (1966).
21. Д. И. Мировицкий, И. Ф. Будагян, Оптика и спектроскопия, 20, 528 (1968).
22. Д. И. Мировицкий, И. Ф. Будагян, сб. Антенны, изд. Связь, вып. 2, 1967.
23. М. И. Рабинович, ДАН СССР (в печати).
24. М. И. Рабинович, Е. И. Якубович, Изв. высш. уч. зав., — Радиофизика, 9, № 5, 987 (1966).
25. Н. Д. Миловский, сб. Тезисы докладов Научно-технической конференции по квантовой электронике, М., 1967, стр. 109.

Научно-исследовательский радиофизический институт  
при Горьковском университете

Поступила в редакцию  
27 февраля 1969 г.

## ON THE STABILITY OF REGENERATIVE OPTICAL QUANTUM TRAVELING-WAVE AMPLIFIER

*N. D. Milovskii*

The stability of the stationary regime of a one-dimensional model of the optical quantum traveling-wave amplifier has been investigated relative to a wide class of perturbations depending on the coordinate and time. A relation is derived which may be considered to be a criterium of the stability of the stationary regime and can be used to determine the trapping band of the traveling wave laser by the external input signal.

---