

УДК 533.951

РАСПРОСТРАНЕНИЕ СИЛЬНЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН ПРОИЗВОЛЬНОЙ ПОЛЯРИЗАЦИИ В НЕЛИНЕЙНЫХ СРЕДАХ

Ф. Г. Басс, Ю. Г. Гуревич

Решена задача о распространении электромагнитных волн в нелинейной среде при падении на резкую границу вакуум—плазма плоской волны произвольной поляризации

Как известно (см., например [1]), в гиротропной среде в линейном приближении могут распространяться две электромагнитные волны с соответствующими показателями преломления $n_{1,2}$ и коэффициентами поляризации $K_{1,2}$. Если на полупространство, заполненное гиротропной средой, из вакуума падает плоская электромагнитная волна произвольной поляризации нормально к поверхности раздела вакуум—среда, то граничным условиям можно удовлетворить, записав решение в виде суперпозиции нормальных волн. Если же среда нелинейна, то принцип суперпозиции не выполняется, и нормальные волны отсутствуют. Поэтому в работах [2—5] было показано, что граничным условиям можно удовлетворить, если поляризация падающей из вакуума волны соответствует поляризации одной из нормальных волн (K_1 или K_2) в линейной теории.

В настоящей работе строится теория распространения электромагнитных волн в нелинейных средах при произвольной поляризации падающей из вакуума волны.

Ниже будем считать, что в среде отсутствуют эффекты, связанные с умножением частоты, т. е. волна в среде имеет вид

$$\mathbf{E} = E(z) e^{-i\omega t}, \quad (1)$$

где ω — частота падающей волны.

Если нелинейная среда изотропна, т. е. диэлектрическая проницаемость зависит только от амплитуды поля \mathbf{E} ($\epsilon = \epsilon(\mathbf{E})$), то, как легко видеть, в среде будет распространяться волна той же поляризации, что и падающая. Действительно, для изотропной среды уравнения Максвелла записываются так (волна распространяется вдоль оси z):

$$\frac{d^2 E_x}{dz^2} + \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon(E) E_x = 0, \quad \frac{d^2 E_y}{dz^2} + \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon(E) E_y = 0. \quad (2)$$

Из (2) следует, что связь между E_x и E_y линейная:

$$E_y = \gamma E_x. \quad (3)$$

Это соотношение легко проверить непосредственной подстановкой.

Волна в вакууме имеет следующий вид:

$$E_{x,y} = E_{0,x,y} (e^{i\omega z/c} + R_{x,y} e^{-i\omega z/c}). \quad (4)$$

Предположим, что ее поляризация равна K_0 , т. е.

$$E_{0,y}/E_{0,x} = K_0. \quad (5)$$

Из обычных граничных условий электродинамики (граница раздела— плоскость $z = 0$)

$$E_{x,y}(-0) = E_{x,y}(+0), \quad \frac{\partial E_{x,y}(-0)}{\partial z} = \frac{\partial E_{x,y}(+0)}{\partial z}. \quad (6)$$

С учетом (3) и (5) получаем

$$(1 + R_x) E_{0,x} = E_x(+0), \quad i \frac{\omega}{c} E_{0,x} (1 - R_x) = \frac{\partial E_x(+0)}{\partial z},$$

$$(1 + R_y) K_0 E_{0,x} = \gamma E_x(+0), \quad i \frac{\omega}{c} K_0 E_{0,x} (1 - R_y) = \gamma \frac{\partial E_x(+0)}{\partial z},$$

откуда

$$\frac{1 + R_y}{1 + R_x} = \frac{\gamma}{K_0}, \quad \frac{1 - R_y}{1 - R_x} = \frac{\gamma}{K_0}. \quad (7)$$

Из этих двух равенств следует, что $R_x = R_y$ и $\gamma = K_0$. Таким образом, в изотропной нелинейной среде распространяется волна той же поляризации, что и падающая.

Задачу о распространении сильной электромагнитной волны при наличии постоянного магнитного поля мы рассмотрим для плазмы, в которой нелинейность среды связана с разогревом электронного газа.

Если на полупространство, заполненное плазмой (полупроводниковой или газовой) падает электромагнитная волна большой амплитуды, электроны разогреваются и диэлектрическая проницаемость среды становится функцией амплитуды волны [1]. Математически задача о распространении электромагнитной волны в такой среде сводится к решению системы нелинейных уравнений теплового баланса и Максвелла, которые можно представить в следующем виде [4]:

$$T \frac{d}{dz} \chi(v) \frac{dv}{dz} + \bar{B}_{ik}(v) E_i E_k^* = N T \tilde{\nu}(v) (v - 1), \quad (8)$$

$$\frac{d^2 E_x}{dz^2} + \frac{\omega^2}{c^2} [A(v) E_x - i B(v) E_y] = 0, \quad \frac{d^2 E_y}{dz^2} + \frac{\omega^2}{c^2} [i B(v) E_x + C(v) E_y] = 0.$$

Здесь $v = \Theta/T$, Θ — температура электронного газа, T — температура решетки (или молекул для газовой плазмы), $\chi(v)$ — электронная теплопроводность, N — концентрация электронов, $\tilde{\nu}$ — частота соударений электронов с рассеивающими центрами с передачей энергии, $\bar{B}_{ik}(v)$ — высокочастотная проводимость. Выражения для $\chi(v)$, $\bar{B}_{ik}(v)$, $\tilde{\nu}(v)$, $A(v)$, $B(v)$ и $C(v)$ приведены в [4].

При выполнении условия аномального скин-эффекта $L \ll l_s$, где L — глубина затухания поля, а l_s — длина свободного пробега электронов, связанная с передачей энергии, как показано в [4], система уравнений Максвелла становится линейной*. При этом с помощью суперпозиции нормальных волн легко удовлетворить граничным условиям (6) при произвольной поляризации падающей из вакуума волны. По этой причине мы здесь ограничимся лишь нормальным скин-эффектом. Для нормального скин-эффекта ($L \gg l_s$) в уравнении баланса энергии (8) можно пренебречь членом с пространственной производной [3], после чего оно запишется так:

$$Q(v) = \bar{B}_{ik}(v) E_i E_k^*, \quad Q(v) = N T \tilde{\nu}(v) (v - 1). \quad (9)$$

* При малых тепловых потоках через границу раздела.

Для простоты рассмотрим распространение слабозатухающей электромагнитной волны [4]:

$$\nu/\omega \ll 1, \quad \frac{\nu}{|\omega - \omega_H|} \ll 1, \quad \frac{\nu}{|\omega - \Omega_{1,2}|} \ll 1,$$

где ν — частота соударений электронов с рассеивающими центрами с передачей импульса, ω_H — циклотронная частота, $\Omega_{1,2}$ — частота магнитоплазменного резонанса.

Разложив $A(v)$, $B(v)$ и $C(v)$ в ряд по $\nu/|\omega - \omega_H|$, представим их в виде

$$A(v) = A_0 + i\alpha A_1 f(v), \quad B(v) = B_0 + i\alpha B_1 f(v), \quad C = C_0 + i\alpha C_1 f(v). \quad (10)$$

Здесь $\alpha \sim \nu/|\omega - \omega_H| \ll 1$ — малый параметр, связанный с малостью затухания; зависимость от электронной температуры содержится в мнимой части, вследствие чего нелинейность мала.

Будем искать поле в среде в виде суммы двух волн

$$E_{x,y} = F_{x,y} \exp(ikn_1 z) + \Phi_{x,y} \exp(ikn_2 z), \quad (11)$$

где константы $n_{1,2}$ будут определены ниже ($k = \omega/c$). Подставляя (11) в (8) и (9) и приравнивая нулю члены при $\exp(ikn_1 z)$ и $\exp(ikn_2 z)$, получим*

$$\begin{aligned} \frac{d^2 F_x}{dz^2} + 2ikn_1 \frac{dF_x}{dz} - k^2(n_1^2 - A) F_x - ik^2 B F_y &= 0, \\ \frac{d^2 F_y}{dz^2} + 2ikn_1 \frac{dF_y}{dz} - k^2(n_1^2 - C) F_y + ik^2 B F_x &= 0, \end{aligned} \quad ; \quad (12)$$

$$Q(v) = \tilde{B}_{lk} \{ F_l F_k^* + \Phi_l \Phi_k^* + F_l \Phi_k^* \exp[ik(n_1 - n_2)z] + \text{к. с.} \}.$$

Уравнения для $\Phi_{x,y}$ получаются из двух первых уравнений (12) заменой n_1 на n_2 .

Из третьего уравнения (12) следует, что электронная температура v зависит от F и Φ , а также является быстро осциллирующей функцией z с периодом $2\pi/k(n_1 - n_2)$. Поэтому, следуя [6], $f(v)$ удобно представить в виде

$$f(v) = f^{(0)}(F_{x,y}, \Phi_{x,y}) + \sum_{m=-\infty}^{\infty} f^{(m)}(F_{x,y}, \Phi_{x,y}) \exp[ikm(n_1 - n_2)z]. \quad (13)$$

Так как затухание слабое, выражения для F и Φ можно искать в виде суммы двух членов — большого, медленно меняющегося с изменением z , и малого, быстро осциллирующего [6], т. е.

$$F_{x,y} = F_{x,y}^{(0)}(\alpha z) + \alpha F_{x,y}^{(1)}(\alpha z) + \alpha \sum_{m=-\infty}^{\infty} T_{x,y}^{(m)}(\alpha z) \exp[ikm(n_1 - n_2)z], \quad (14)$$

$$\Phi_{x,y} = \Phi_{x,y}^{(0)}(\alpha z) + \alpha \Phi_{x,y}^{(1)}(\alpha z) + \alpha \sum_{m=-\infty}^{\infty} R_{x,y}^{(m)}(\alpha z) \exp[ikm(n_1 - n_2)z].$$

Знак ' в сумме в формулах (13) — (14) означает, что член с $m = 0$ выделен.

* Вместо двух неизвестных функций E_x и E_y мы ищем четыре — F_x , F_y , Φ_x и Φ_y . Поэтому на них можно наложить два дополнительных условия. Выше использованы условия обращения в нуль членов при $\exp(ikn_{1,2}z)$.

Подставляя $F_{x,y}$ и $\Phi_{x,y}$ из (14) в (12), в нулевом приближении по α получаем

$$\begin{aligned} (n_1^2 - A_0) F_x^{(0)} + iB_0 F_y^{(0)} &= 0, & (n_2^2 - A_0) \Phi_x^{(0)} + iB_0 \Phi_y^{(0)} &= 0, \\ iB_0 F_x^{(0)} - (n_1^2 - C_0) F_y^{(0)} &= 0, & iB_0 \Phi_x^{(0)} - (n_2^2 - C_0) \Phi_y^{(0)} &= 0. \end{aligned} \quad (15)$$

Из этих уравнений определяются $n_{1,2}$ и коэффициенты поляризации для F и Φ в нулевом приближении:

$$(n_{1,2}^2 - A_0)(n_{1,2}^2 - C_0) = B_0^2, \quad (16)$$

$$K_F = \frac{F_x^{(0)}}{F_y^{(0)}} = -\frac{iB_0}{n_1^2 - A_0} = \frac{n_1^2 - C_0}{iB_0}, \quad K_\Phi = \frac{\Phi_x^{(0)}}{\Phi_y^{(0)}} = -\frac{iB_0}{n_2^2 - A_0} = \frac{n_2^2 - C_0}{iB_0}.$$

Из формулы (16) следует, что $n_{1,2}$ есть показатель преломления нормальных волн, а $K_{F,\Phi}$ — их коэффициенты поляризации в линейной теории [1]. Таким образом, $F_{x,y}$ и $\Phi_{x,y}$ формально совпадают с нормальными волнами.

В первом приближении по α , приравнивая порознь нулю коэффициенты при $\exp[ikm(n_1 - n_2)z]$, получаем

$$\alpha k^2 [(n_1^2 - A_0) F_x^{(1)} + iB_0 F_y^{(1)}] = 2ikn_1 \frac{dF_x^{(0)}}{dz} + i\alpha k^2 A_1 f^{(0)} F_x^{(0)} + \alpha k^2 B_1 f^{(0)} F_y^{(0)}, \quad (17)$$

$$\alpha k^2 [-iB_0 F_x^{(1)} + (n_1^2 - C_0) F_y^{(1)}] = 2ikn_1 \frac{dF_y^{(0)}}{dz} - \alpha k^2 B_1 f^{(0)} F_x^{(0)} + i\alpha k^2 C_1 f^{(0)} F_y^{(0)};$$

$$\begin{aligned} [m^2(n_1 - n_2)^2 + 2mn_1(n_1 - n_2) + n_1^2 - A_0] T_x^{(m)} + iB_0 T_y^{(m)} &= \\ = (iA_1 F_x^{(0)} + B_1 F_y^{(0)}) f^{(m)}, & \\ [m^2(n_1 - n_2)^2 + 2mn_1(n_1 - n_2) + n_1^2 - C_0] T_y^{(m)} - iB_0 T_x^{(m)} &= \\ = (iC_1 F_y^{(0)} - B_1 F_x^{(0)}) f^{(m)}. & \end{aligned} \quad (18)$$

Так как определитель системы (17) равен нулю (см. (16)), из условия существования нетривиального решения системы (17) имеем уравнение для F_x^0

$$\frac{dF_x^{(0)}}{dz} + \sigma \xi_F f^{(0)} (F_x^{(0)}, \Phi_x^{(0)}) F_x^{(0)} = 0,$$

$$\xi_F = \frac{k}{2n_1} \frac{2iB_1 K_F + C_1 - A_1 K_F^2}{1 - K_F^2}. \quad (19)$$

При получении (19) были использованы соотношения (16).

Совершенно аналогично для $\Phi_x^{(0)}$ получаем

$$\frac{d\Phi_x^{(0)}}{dz} + \alpha \xi_\Phi f^{(0)} (F_x^{(0)}, \Phi_x^{(0)}) \Phi_x^{(0)} = 0,$$

$$\xi_\Phi = \frac{k}{2n_2} \frac{2iB_1 K_\Phi + C_1 - A_1 K_\Phi^2}{1 - K_\Phi^2}. \quad (20)$$

Из (19) и (20) вытекает, что $\alpha_{\xi_F}^{\xi}$ и $\alpha_{\xi_\Phi}^{\xi}$ — коэффициенты затухания нормальных волн в линейной теории. Из (19) и (20) находим связь между $F_x^{(0)}$ и $\Phi_x^{(0)}$

$$F_x^{(0)} = D \Phi_x^{(0) \xi_F / \xi_\Phi}. \quad (21)$$

Постоянная D должна определяться из граничных условий.

Подставляя $F_x^{(0)}$ из (21) в (20) и решая получившееся уравнение, находим $\Phi_x^{(0)}$ как функцию z :

$$-\alpha_{\xi_\Phi}^{\xi} z = \int_{\Phi_x^{(0)}(0)}^{\Phi_x^{(0)}} \frac{d\Phi}{\Phi \Psi(\Phi)}, \quad \Psi(\Phi) = f^{(0)}(D \Phi_x^{(0) \xi_F / \xi_\Phi}, \Phi_x^{(0)}). \quad (22)$$

После того, как зависимость $\Phi_x^{(0)}$ от z известна, находим $\Phi_y^{(0)}$, $F_x^{(0)}$ и $F_y^{(0)}$ по формулам (16) и (21).

Выражения для $T_{x,y}^{(m)}$ и $R_{x,y}^{(m)}$ определяются из (18) и аналогичной системы для $R_{x,y}^{(m)}$. Мы их не приводим из-за громоздкости, отметим только, что $T_{x,y}^{(m)}$ пропорциональны $f^{(m)}(\Phi_x^{(0)}) F_x^{(0)}$, а $R_{x,y}^{(m)} = f^{(m)}(\Phi_x^{(0)}) \Phi_x^{(0)}$.

Подставляя поле в вакууме (4) и в среде (11) в граничные условия (6), определим константу связи D и коэффициенты отражения R и прохождения P :

$$D = - \left(\frac{2E_{0x}}{K_0} \right)^{1-\xi_F/\xi_\Phi} \frac{(1+n_2)^{\xi_F/\xi_\Phi}}{1+n_1} \frac{K_0 - K_\Phi}{(K_0 - K_F)^{\xi_F/\xi_\Phi}} \times \\ \times \frac{K_F}{K_\Phi^{\xi_F/\xi_\Phi} (K_F - K_\Phi)^{1-\xi_F/\xi_\Phi}}, \quad (23)$$

$$P_{Fx} = \frac{K_F}{K_0} \frac{K_0 - K_\Phi}{K_F - K_\Phi} \frac{2}{1+n_1}, \quad P_{\Phi_x} = - \frac{K_\Phi}{K_0} \frac{K_0 - K_F}{K_F - K_\Phi} \frac{2}{1+n_2}, \\ R_x = \frac{1-n_1}{1+n_1} - \frac{K_\Phi}{K_0} \frac{K_0 - K_F}{K_F - K_\Phi} \frac{2(n_1 - n_2)}{(1+n_1)(1+n_2)}, \\ R_y = \frac{1-n_1}{1+n_1} - \frac{K_0 - K_F}{K_F - K_\Phi} \frac{2(n_1 - n_2)}{(1+n_1)(1+n_2)}.$$

Выражения для P и R выписаны в нулевом приближении по α .

Таким образом, при падении на полупространство, заполненное нелинейной средой, электромагнитной волны произвольной поляризации при наличии магнитного поля в нулевом приближении по α в среде распространяются две волны с показателями преломления и коэффициентами затухания, соответствующими нормальным волнам в линейной среде. Однако эти волны уже нельзя считать независимыми, так как F и Φ связаны соотношением (21).

В следующем приближении по α появляются слагаемые с быстро осциллирующей амплитудой.

Провести конкретный расчет по приведенной выше схеме при произвольном направлении магнитного поля довольно громоздко. Картина существенно упрощается, когда магнитное поле параллельно или перпендикулярно направлению распространения волны. В этих случаях в уравнении баланса члены, пропорциональные $\exp[ik(n_1 - n_2)z]$,

обращаются в нуль тождественно. Поэтому в диэлектрической проницаемости исчезает осциллирующий член, а следовательно, и осциллирующие слагаемые в выражениях для амплитуд.

Рассмотрим, например, продольное распространение электромагнитной волны (поперечное распространение исследуется совершенно аналогично). В этом случае

$$\begin{aligned} A_0 = C_0 &= 1 + \frac{\omega_0^2}{\omega_H^2 - \omega^2}, & B_0 &= \frac{\omega_0^2 \omega_H}{\omega (\omega_H^2 - \omega^2)}, \\ A_1 = C_1 &= \frac{\omega_0^2 (\omega_H^2 + \omega^2)}{\omega (\omega_H^2 - \omega^2) (\omega_H + \omega)}, & B_1 &= \frac{2\omega_0^2 \omega_H}{(\omega_H^2 - \omega^2) (\omega_H + \omega)}, \\ \alpha &= \frac{\nu_0}{\omega_H - \omega}, & f(v) \equiv f^{(0)}(v) &= \frac{4\Gamma(5/2 - q)}{3\pi^{1/2}} v^{-q}. \end{aligned} \quad (24)$$

Здесь $\omega_0^2 = 4\pi e^2 N/m$, $\omega_H = |e| H/mc$, e — заряд электрона, m — его масса, $\nu(\epsilon) = \nu_0(\epsilon/T)^{-q}$.

Считая, что зависимость $\tilde{\nu}(v)$ дается формулой $\tilde{\nu}(v) = \tilde{\nu}_0 v^{r-1*}$, и учитя, что $F_x = iF_y$, а $\Phi_x = -i\Phi_y$, уравнение баланса энергии (9) запишем в виде

$$v^{r+q-1}(v-1) = \frac{\Gamma(5/2 - q)}{3\pi^{3/2} NT} \frac{\nu_0 \omega_0^2}{\nu_0 (\omega_H^2 - \omega^2)^2} [(\omega_H - \omega)^2 |\bar{F}|^2 + (\omega_H + \omega) |\bar{\Phi}|^2]. \quad (25)$$

Здесь $|\bar{F}|^2 = \bar{F}\bar{F}^*$, $|\bar{\Phi}|^2 = \bar{\Phi}\bar{\Phi}^*$, $\bar{F} = F_x^{(0)} + iF_y^{(0)}$, $\bar{\Phi} = \Phi_x^{(0)} - i\Phi_y^{(0)}$.

Подставляя выражения из (24) в (19) — (23), найдем, что в области сильного разогрева ($v \gg 1$)

$$-\alpha \xi_\Phi a z = \int_1^{\bar{\Phi}/\bar{\Phi}^{(0)}} \frac{dx}{x(x^2 + Mx^{2\xi_F/\xi_\Phi})^{-q/(r+q)}}, \quad (26)$$

причем

$$\begin{aligned} \xi_\Phi &= \frac{\omega_0^2}{2c(\omega_H - \omega)} \left[\frac{\omega(\omega_H - \omega)}{\omega_0^2 + \omega\omega_H - \omega^2} \right]^{1/2}, \\ \xi_F &= \frac{\omega_0^2}{2c} \frac{\omega_H - \omega}{(\omega_H + \omega)^2} \left[\frac{\omega(\omega_H + \omega)}{\omega\omega_H + \omega^2 - \omega_0^2} \right]^{1/2}, \\ M &= \left(\left| \frac{K_0 + i}{K_0 - i} \right| \frac{\omega_H - \omega}{\omega_H + \omega} \frac{1 + n_2}{1 + n_1} \right)^2, \\ a &= \left(\frac{4\Gamma(5/2 - q)}{3\pi^{1/2}} \right)^{r/(r+q)} \left[\frac{1}{\pi} \left| \frac{K_0 - i}{K_0} \right|^2 \times \right. \\ &\times \left. \frac{\nu_0 \omega_0^2}{\tilde{\nu}_0 (\omega_H - \omega)^2} \frac{|E_{0x}|^2}{(1 + n_2)^2 NT} \right]^{-q/(r+q)}. \end{aligned} \quad (27)$$

* Значения r и q для различных механизмов рассеяния приведены в [7].

Если $\xi_F \sim \xi_\Phi$, из (26) получается выражение для $\bar{\Phi}(z)$, совпадающее с приведенным в [4] при замене v_0 на $a(1+M)^{-q/(r+q)}$. Считая, что $\xi_F \gg \xi_\Phi$ ($\omega \sim \omega_H$, $|v|/\omega - \omega_H| \ll 1$) и $M \leq 1$, из (26) находим

$$\bar{\Phi} = \bar{\Phi}(0) \left(1 - \alpha \xi_\Phi a \frac{2q}{r+q} z \right)^{(r+q)/2q}. \quad (28)$$

Выражение для \bar{F} при этом имеет вид (см. 21))

$$\bar{F} = 2^{-\xi_F/\xi_\Phi} D\bar{\Phi}(0)^{\xi_F/\xi_\Phi} \left(1 - \alpha \xi_\Phi a \frac{2q}{r+q} z \right)^{[(r+q)/2q](\xi_F/\xi_\Phi)}, \quad (29)$$

где

$$D = \left(\frac{2E_{0x}}{K_0} \right)^{-\xi_F/\xi_\Phi} \frac{K_0 + i}{(K_0 - i)^{\xi_F/\xi_\Phi}} \frac{(1 + n_2)^{\xi_F/\xi_\Phi}}{1 + n_1}.$$

Коэффициенты отражения и преломления, согласно (6), равны

$$\begin{aligned} P_F &= \frac{2(K_0 + i)}{K_0(1 + n_1)} - \frac{2i(K_0 - i)\alpha\xi_F}{kK_0(1 + n_1)^2} \Psi(0), \quad P_\Phi = -\frac{2(K_0 - i)}{K_0(1 + n_2)} - \\ &\quad - \frac{2i(K_0 - i)\alpha\xi_\Phi}{kK_0(1 + n_2)^2} \Psi(0), \\ R_x &= \frac{K_0(1 - n_1n_2) + i(n_2 - n_1)}{K_0(1 + n_1)(1 + n_2)} - \frac{i}{kK_0} \left(\frac{K_0 + i}{(1 + n_1)^2} \frac{\xi_F}{\xi_\Phi} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{K_0 - i}{(1 + n_2)^2} \right) \alpha\xi_\Phi \Psi(0), \\ R_y &= \frac{(1 - n_1n_2) - iK_0(n_2 - n_1)}{(1 + n_1)(1 + n_2)} - \frac{1}{k} \left(\frac{K_0 + i}{(1 + n_1)^2} \frac{\xi_F}{\xi_\Phi} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{K_0 - i}{(1 + n_2)^2} \right) \alpha\xi_\Phi \Psi(0). \end{aligned} \quad (30)$$

Здесь $\Psi(0) = \Psi(\Phi_x^{(0)}(0))$.

Если одна из волн (F или Φ) резонансна, можно также построить решения, удовлетворяющие граничным условиям электродинамики, которые мы не приводим из-за громоздкости.

В заключение авторы благодарят П. В. Блиоха, который обратил их внимание на этот вопрос.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Л. Гинзбург, Распространение электромагнитных волн в плазме, изд. Физматгиз, М., 1967.
2. А. В. Гуревич, Геомагнетизм и аэрономия, 5, 70 (1965).
3. Ф. Г. Басс, ЖЭТФ, 47, 1322 (1964).
4. Ф. Г. Басс, Ю. Г. Гуревич, ЖЭТФ, 51, 536 (1966).
5. Ф. Г. Басс, Ю. Г. Гуревич, ЖЭТФ, 53, 1058 (1967).
6. Н. Н. Боголюбов, Ю. А. Митропольский, Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний, изд. Физматгиз, М., 1963.
7. Ф. Г. Басс, ЖЭТФ, 48, 275 (1965).

**PROPAGATION OF STRONG ELECTROMAGNETIC WAVES WITH
ARBITRARY POLARIZATION IN NONLINEAR MEDIA***F. G. Bass, Yu. G. Gurevich*

The problem of the propagation of electromagnetic waves in a nonlinear medium when a wave of arbitrary polarization is incident on a sharp vacuum-plasma interface is solved.
