

УДК 533.951

## РАСЧЕТ ПОЛЕЙ ИЗЛУЧЕНИЯ ЗАДАННЫХ ИСТОЧНИКОВ В ПЛОСКО-СЛОИСТОЙ ПЛАЗМЕННОЙ СРЕДЕ

*С. Д. Жерносек, И. Г. Кондратьев*

Исследуется коэффициент преобразования амплитуды электрического поля  $T^{(E)}$  в освещенной области плоско-слоистой плазменной среды с медленно меняющимися в пространстве свойствами. Этот коэффициент определяется как отношение амплитуд электрического поля, создаваемого излучателем в данной точке пространства при наличии неоднородной среды и в ее отсутствие (диаграмма направленности излучателя считается фиксированной относительно направления выхода луча, попадающего в выбранную точку). Проведены подробные расчеты  $T^{(E)}$  для случаев линейного и квадратичного распределений диэлектрической проницаемости. Показано, в частности, что при приближении к каустике уже в пределах применимости геометрооптического описания может достигаться заметный (почти на порядок) выигрыш в поле. С помощью известного метода эгallonных функций удается распространить лучевые представления и на область, непосредственно примыкающую к каустике. Это позволило, не выходя, по существу, за рамки «геометрооптической» программы счета, с одной стороны, установить четкие пределы применимости обычного приближения геометрической оптики, а с другой — вычислить коэффициент преобразования поля непосредственно на каустике.

1. В последнее время существенно повысился интерес к задачам о передаче сигнала к объектам (или от объектов), расположенным в неоднородной плазменной среде [1, 2], и о рассеянии на соответствующих объектах или на возмущениях, вносимых ими в среду [3–5]. Решение таких задач требует дальнейших более тщательных и последовательных исследований характера поля излучения в различных неоднородных средах. При этом стремятся выделить именно влияние неоднородности среды и потому вычисляют поля, отнормированные на величины, отвечающие соответствующей однородной среде,—так называемые коэффициенты преобразования амплитуд полей [4] или связанные с этими коэффициентами факторы фокусировки [6]. Настоящая работа посвящена исследованию коэффициента преобразования амплитуды поля в освещенной области плоско-слоистой среды с медленно меняющимися в пространстве свойствами при линейном и квадратичном законах изменения концентрации.

В предположении медленности пространственных изменений свойств среды при заданном положении источника представляется естественным выделить следующие области, отличающиеся структурой поля и методами его расчета: 1 — область применимости приближения геометрической оптики и 2 — прикаустическая область — в освещенной зоне; 3 — прикаустическая область, 4 — область применимости приближения так называемой «комплексной» геометрической оптики и 5 — резонансная область [7] — в зоне тени.

Обсуждение метода геометрической оптики и полученных с его помощью результатов для определенных частных случаев содержится в значительном числе монографий [6, 8–10]. Однако эти результаты, как правило, носят иллюстративный характер и служат лишь для пояснения основных особенностей структуры поля. Довольно подробное

исследование картины каустик при различных законах изменения диэлектрической проницаемости (в частности, при интересующих нас линейном и квадратичном) проведено в работах [11, 12].

Обобщение обычного метода геометрической оптики на соответствующую область теневой зоны (то, что мы назвали комплексной геометрической оптикой) основывается на введении комплексных лучей [13]; детальное рассмотрение этого вопроса составляет содержание обзора [14].

Весьма важным при выполнении различных численных расчетов является тот факт, что с помощью метода эталонных функций удается распространить лучевые представления и на те области, где приближение геометрической оптики заведомо не годится. Применительно к интересующей нас прикаустической области для простых каустик или участков каустик соответствующая методика изложена в работах [15, 16] (см также [17]), результаты которых используются нами далее.

2. Итак, пусть область  $z > 0$  заполнена неоднородной плазменной средой с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon = \epsilon(z)$ , а в области  $z < 0$   $\epsilon = 1$  (вакуум), причем  $\epsilon(0) = 1$ , т. е. концентрация меняется непрерывно. Излучатель расположен в нижнем полупространстве—его координаты  $(0, 0, -h)$  — на таком расстоянии от неоднородной среды, что диаграмма излучения успевает сформироваться в пределах однородной области. Будем полагать далее, что, несмотря на наличие скачка производных в плоскости  $z = 0$ , электромагнитное поле не испытывает здесь отражения. Такое предположение оправдывается тем, что в большинстве случаев, встречающихся на практике, соответствующий переход бывает плавным, скачок же является следствием принятой идеализации.

Если мощность, излучаемая источником в единичный телесный угол в направлении  $\vartheta_0$  (угол  $\vartheta_0$  отсчитывается от оси  $z$ ), равна  $P(\vartheta_0)$ , то выражение для интенсивности в произвольном сечении данной лучевой трубки с начальным телесным углом  $d\Omega_0$  имеет вид

$$I = \frac{P(\vartheta_0) d\Omega_0}{dS}, \quad (1)$$

где  $dS$  — площадь поперечного сечения трубки. Нетрудно показать, что формула (1) может быть переписана следующим образом:

$$I = \frac{P(\vartheta_0) V \epsilon \sin \vartheta_0}{V \epsilon - \sin^2 \vartheta_0 x \left| \frac{\partial x}{\partial \vartheta_0} \right|}, \quad (2)$$

так что вычисление интенсивности сводится по существу к определению горизонтального смещения луча  $x(\vartheta_0)$ .

Условие

$$\frac{\partial}{\partial \vartheta_0} x(z, \vartheta_0) = 0, \quad (3)$$

если, конечно, оно выполняется в соответствующем интервале значений параметров, определяет точку встречи луча с каустикой; отсюда, уравнение каустики в параметрической форме дается соотношениями

$$\frac{\partial}{\partial \vartheta_0} x(z, \vartheta_0) = 0, \quad x = x(z, \vartheta_0). \quad (4)$$

В отсутствие неоднородной среды интенсивность в данной точке

$(x, z)$  при фиксированной ориентации диаграммы излучателя относительно луча, попадающего в эту точку, определялась бы выражением

$$I^{(0)} = \frac{P(\vartheta_0)}{(h+z)^2 + x^2}. \quad (5)$$

В соответствии с (2), (5) коэффициент преобразования амплитуды электрического поля  $T^{(E)}$  представляется в виде

$$T^{(E)} = \left( \frac{I}{V\varepsilon I^{(0)}} \right)^{1/2} = \left\{ \frac{\sin \vartheta_0 [(h+z)^2 + x^2]}{V\varepsilon - \sin^2 \vartheta_0 \cdot x \left| \frac{\partial x}{\partial \vartheta_0} \right|} \right\}^{1/2}. \quad (6)$$

Коэффициент  $T^{(E)}$  (для краткости мы далее будем называть его просто коэффициентом преобразования поля) очевидным образом связан с введенным в [6] фактором фокусировки  $f$ :

$$T^{(E)} = (f/V\varepsilon)^{1/2}. \quad (7)$$

Однако использование фактора  $f$  ограничивается по существу лишь областью применимости приближения геометрической оптики, тогда как понятие коэффициента преобразования поля оказывается полезным и в других областях, например, в прикаустической и резонансной (см. [4])\*. Зависимость  $x(z, \vartheta_0)$ , как известно, имеет вид

$$x = h \operatorname{tg} \vartheta_0 + \int_0^z \frac{\sin \vartheta_0 dz}{[\varepsilon(z) - \sin^2 \vartheta_0]^{1/2}} \quad (8)$$

для прямого луча (до точки поворота) и

$$x = h \operatorname{tg} \vartheta_0 + \int_0^{z_n} \frac{\sin \vartheta_0 dz}{[\varepsilon(z) - \sin^2 \vartheta_0]^{1/2}} - \int_{z_n}^z \frac{\sin \vartheta_0 dz}{[\varepsilon(z) - \sin^2 \vartheta_0]^{1/2}} \quad (9)$$

для обратного луча (после точки поворота). Здесь  $z_n$  определяет высоту точки поворота:

$$\varepsilon(z_n) = \sin^2 \vartheta_0. \quad (10)$$

3. Чтобы не загромождать текст дополнительными формулами при описании прикаустической области, будем считать электрическое поле ориентированным перпендикулярно плоскости падения луча. Это ограничение, как следует из [16], не является принципиальным, но позволяет воспользоваться скалярным описанием [15].

В соответствии с [15], для поля  $E$  вблизи простой каустики или простого участка каустики имеем

$$E = 2i \left[ \frac{F+\Phi}{2} v(k_0^{2/3} \psi_1) - \frac{ik_0^{-1/3}}{\sqrt{-\psi_1}} \frac{F-\Phi}{2} v'(k_0^{2/3} \psi_1) \right] \exp(-ik_0 \psi_2), \quad (11)$$

где  $v(t)$  — функция Эйри [18], обеспечивающая спадание поля в области тени, штрих означает дифференцирование по аргументу,  $k_0$  — вол-

\* Правда, при этом может потребоваться независимое вычисление коэффициента преобразования амплитуды магнитного поля, который не всегда удается восстановить по известному значению для электрического поля.

новое число в свободном пространстве ( $k_0 = \omega/c = 2\pi/\lambda_0$ ). Функции  $\psi_1$  и  $\psi_2$  в области света ( $\psi_1 < 0$ ) определяются следующим образом:

$$\psi_2 = \frac{1}{2} (\Psi_1 + \Psi_{II}), \quad \frac{2}{3} (-\psi_1)^{3/2} = \frac{1}{2} (\Psi_{II} - \Psi_1), \quad (12)$$

где  $\Psi_1$ ,  $\Psi_{II}$  — два решения уравнения эйконала

$$(\nabla\Psi)^2 = \varepsilon. \quad (13)$$

Амплитудные функции  $\Phi$  и  $F$  удовлетворяют уравнениям

$$\operatorname{div} \left( \frac{\Phi^2}{\sqrt{-\psi_1}} \nabla \Psi_1 \right) = 0, \quad \operatorname{div} \left( \frac{F^2}{\sqrt{-\psi_1}} \nabla \Psi_{II} \right) = 0. \quad (14)$$

Для получения конкретных выражений, определяющих  $\Phi$  и  $F$ , оказывается удобным условное (по асимптотике) разбиение полного поля на «падающую» и «отраженную» волны (отвечающие соответственно лучам до и после прохождения каустики):

$$E = E_1 - E_2,$$

$$E_{1,2} = \left[ \frac{F + \Phi}{2} w_{1,2}(k_0^{2/3} \psi_1) - \frac{i k_0^{-1/3}}{\sqrt{-\psi_1}} \frac{F - \Phi}{2} w'_{1,2}(k_0^{2/3} \psi_1) \right] \exp(-i k_0 \psi_2), \quad (15)$$

где  $w_{1,2}(t) = u(t) \pm i v(t)$ ,  $u(t)$  — вторая функция Эйри, рассмотренная Фоком [18].

Пользуясь асимптотическими выражениями для функций  $w_1$ ,  $w_2$  и их производных  $w'_1$ ,  $w'_2$ , получим

$$E_1 \simeq \frac{\Phi}{(-k_0^{2/3} \psi_1)^{1/4}} \exp \left( -i k_0 \Psi_1 + i \frac{\pi}{4} \right),$$

$$E_2 \simeq \frac{F}{(-k_0^{2/3} \psi_1)^{1/4}} \exp \left( -i k_0 \Psi_{II} - i \frac{\pi}{4} \right). \quad (16)$$

Таким образом, функции  $\Psi_1$  и  $\Psi_{II}$  определяют значение эйконала в падающей и отраженной волнах, а уравнения (14), следовательно, дают закон изменения амплитуды вдоль лучевой трубки, формальное введение которой имеет смысл и в прикаустической области. Значение  $\Phi$  на каустике  $\Phi = \Phi_k$  служит исходным для нахождения  $F$ :  $F_k = \Phi_k$ .

Применимально к прикаустической области естественно ввести (аналогично  $T^{(E)}$ ) коэффициент преобразования  $T^{(\Phi)}$  для амплитудных множителей  $\Phi$  и  $F$ , который, как легко видеть, равен

$$T^{(\Phi)} = (-k_0^{2/3} \psi_1)^{1/4} T^{(E)}, \quad (17)$$

где  $T^{(F)}$  — коэффициент преобразования поля в приближении геометрической оптики, описываемый по-прежнему выражением (6).

При приближении к каустике  $T^{(\Phi)} \rightarrow \infty$ , однако одновременно  $\psi_1 \rightarrow 0$ , так что значение  $T^{(\Phi)}$  на каустике  $T^{(\Phi)}(z_k)$  остается конечным. Исходя непосредственно из соотношения (1) и оставляя затем при разложении  $\psi_1$  и  $dx$  вблизи каустики члены с производными более высокого (чем в (6)) порядка, можно получить

$$T^{(\Phi)}(z_k) = \left\{ \frac{[(k_0/2) \cos \vartheta_0]^{1/3} \sin \vartheta_0 [(h+z_k)^2 + x_k^2]}{\sqrt{\varepsilon - \sin^2 \vartheta_0} x_k \left| \frac{\partial^2 x}{\partial \vartheta_0^2} \right|_k^{2/3}} \right\}^{1/2}. \quad (18)$$

Коэффициент преобразования поля на каустике  $T^{(E)}(z_k)$  получается отсюда путем умножения на  $2v(0)$  (см. (11)):

$$T^{(E)}(z_k) = 2v(0) T^{(\Phi)}(z_k). \quad (19)$$

4. Если учесть, что асимптотические значения функции Эйри  $v(t)$  остаются достаточно близкими к ее точным значениям вплоть до первого максимума, и воспользоваться приведенной методикой нахождения поля вблизи каустики, то легко убедиться, что обычное приближение геометрической оптики (дополненное условием, взятым из строгого решения, что при прохождении каустики фаза луча меняется на  $-\pi/2$ ) оказывается справедливым фактически вплоть до этого максимума. Отсюда граница соответствующей области определяется соотношением

$$-k_0^{2/3} \psi_1 = 1. \quad (20)$$

Таким образом, прикаустическая область включает по существу весьма малый участок пространства непосредственно вблизи каустики (соответствующие конкретные оценки будут приведены несколько позже). Поэтому мы ограничились вычислением коэффициента преобразования поля вдоль луча в приближении геометрической оптики вплоть до значений параметров, определяемых условием (20), а также коэффициента преобразования электрического поля непосредственно на каустике  $T^{(E)}(z_k)$  согласно (18), (19). Расчеты проводились на ЭВМ для следующих двух случаев изменения  $\epsilon(z)$ .

1) Линейная зависимость,  $\epsilon(z) = 1 - \alpha z$ :

$$\begin{aligned} T^{(E)} = & \left\langle \cos \vartheta_0 \left\{ (\alpha h + \alpha z)^2 + \operatorname{tg}^2 \vartheta_0 [\alpha h + 2 \cos \vartheta_0 [\cos \vartheta_0 \mp (\cos^2 \vartheta_0 - \alpha z)^{1/2}]^2] \right\} \times \right. \\ & \times \left. \left\{ (\cos^2 \vartheta_0 - \alpha z)^{1/2} \left[ \frac{\alpha h}{\cos \vartheta_0} + 2 [\cos \vartheta_0 \mp (\cos^2 \vartheta_0 - \alpha z)^{1/2}] \right] \right\} \times \right. \\ & \times \left. \left[ \left[ \frac{\alpha h}{\cos \vartheta_0} + 2 \cos \vartheta_0 \left( \cos \vartheta_0 \pm \frac{\sin^2 \vartheta_0}{(\cos^2 \vartheta_0 - \alpha z)^{1/2}} \right) [\cos \vartheta_0 \mp (\cos^2 \vartheta_0 - \alpha z)^{1/2}] \right] \right\}^{-1} \right\rangle^{1/2}. \end{aligned} \quad (21)$$

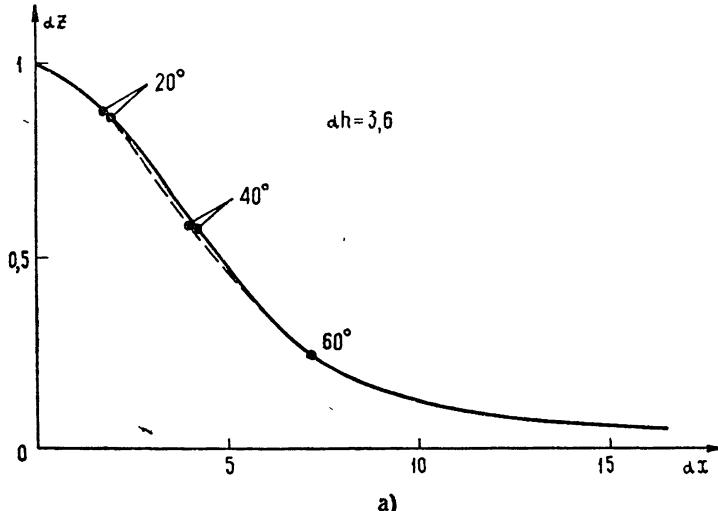
2) Квадратичная зависимость,  $\epsilon(z) = \epsilon_m + \alpha^2(z - z_m)^2$ :

$$\begin{aligned} T^{(E)} = & \left\langle \cos \vartheta_0 \left[ \alpha^2(h+z)^2 + \sin^2 \vartheta_0 \left( \frac{\alpha h}{\cos \vartheta_0} + \right. \right. \right. \\ & + \ln \left| \frac{\alpha(z-z_m) \pm [\epsilon_m + \alpha^2(z-z_m)^2 - \sin^2 \vartheta_0]^{1/2}}{-\alpha z_m + (\epsilon_m + \alpha^2 z_m^2 - \sin^2 \vartheta_0)^{1/2}} \right|^2 \left. \right] \left. \right\rangle \times \\ & \times \left\{ \left[ \frac{\alpha h}{\cos \vartheta_0} + \ln \left| \frac{\alpha(z-z_m) \pm [\epsilon_m + \alpha^2(z-z_m)^2 - \sin^2 \vartheta_0]^{1/2}}{-\alpha z_m + (\epsilon_m + \alpha^2 z_m^2 - \sin^2 \vartheta_0)^{1/2}} \right| \right] \right. \\ & \times \left. \left\{ \frac{\alpha h}{\cos \vartheta_0} + \cos^2 \vartheta_0 \left[ \frac{\sin^2 \vartheta_0}{\epsilon_m - \sin^2 \vartheta_0} \left( \frac{\pm \alpha(z-z_m)}{[\epsilon_m + \alpha^2(z-z_m)^2 - \sin^2 \vartheta_0]^{1/2}} + \right. \right. \right. \right. \\ & + \frac{\alpha z_m}{(\epsilon_m + \alpha^2 z_m^2 - \sin^2 \vartheta_0)^{1/2}} \left. \right) + \ln \left| \frac{\alpha(z-z_m) \pm [\epsilon_m + \alpha^2(z-z_m)^2 - \sin^2 \vartheta_0]^{1/2}}{-\alpha z_m + (\epsilon_m + \alpha^2 z_m^2 - \sin^2 \vartheta_0)^{1/2}} \right| \left. \right] \left. \right\rangle \times \\ & \times \left[ \epsilon_m + \alpha^2(z-z_m)^2 - \sin^2 \vartheta_0 \right]^{1/2} \left\}^{-1} \right\rangle^{1/2}. \end{aligned} \quad (22)$$

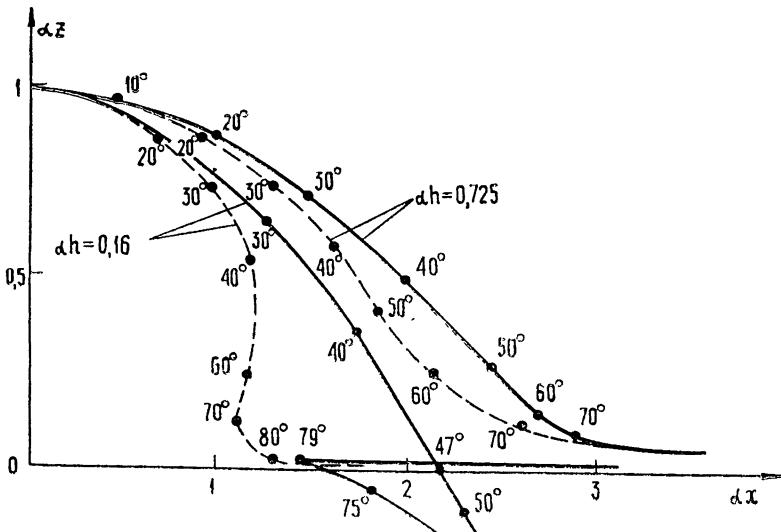
Здесь верхний знак всюду отвечает прямому лучу, а нижний — обратному (формулы (8), (9) соответственно).

Общая картина хода лучей и, в частности, положение и форма каустики (см. [11, 12]), а также значение коэффициента преобразования поля на фиксированном луче (при заданном  $\vartheta_0$ ) как функция безразмерной высоты  $\alpha z$  согласно (21), (22) определяются единственным параметром  $\alpha h$  в случае 1) и параметрами  $\alpha h$ ,  $\varepsilon_m$  — в случае 2) (параметр  $\alpha z_m$  при известном  $\varepsilon_m$  находится из условия  $\varepsilon(0)=1$ :  $\alpha z_m = V \sqrt{1-\varepsilon_m}$ ).

Выражения для  $T^{(E)}(\alpha z_k)$ , отвечающие рассматриваемым зависимостям  $\varepsilon(z)$ , ввиду их громоздкости мы приводить не будем. Следует только подчеркнуть, что и положение границы прикаустической области (первого максимума функции Эйри), и значение коэффициента преобразования поля на каустике, как легко видеть из (18) — (20), зависят еще дополнительно от параметра  $\alpha \lambda_0$  ( $\lambda_0 = 2\pi/k_0$  — длина волны в вакууме).



a)

б)  
Рис. 1.

5. На рис. 1—3 приведены результаты счета для случая линейного распределения концентрации. На рис. 1 (а, б) представлены каустические кривые (сечение каустической поверхности плоскостью  $zx$ ) и кривые точек поворота лучей для трех значений параметра  $\alpha h$ ; для наглядности вдоль этих кривых в отдельных дискретных точках отмечены отвечающие им значения начального угла выхода луча  $\theta_0$ .

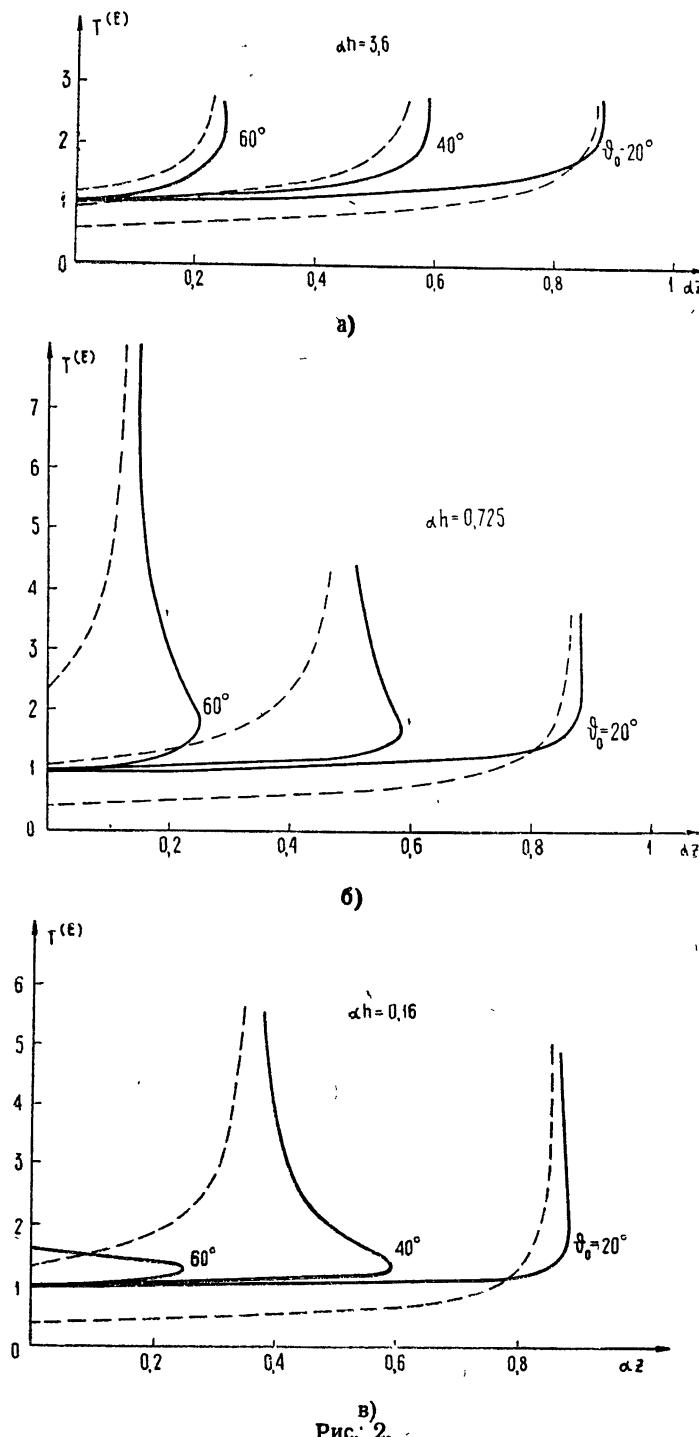


Рис. 2.

Как известно [11], при  $\alpha h > 2/3$  каустика в целом является простой; причем при больших значениях  $\alpha h$  (например, рассмотренном нами значении  $\alpha h = 3,6$ ) каустика близка к точкам поворота лучей во всем интервале изменения  $\vartheta_0$ . С уменьшением  $\alpha h$  соответствующий интервал значений  $\vartheta_0$ , где каустика приближается к точкам поворота, уменьшается и включает лишь  $\vartheta_0$ , все более близкие к  $\vartheta_0 = 0$  и  $\vartheta_0 = \pi/2$ . При  $\alpha h < 2/3$  на каустических кривых образуются петлеобразные участки, что приводит к появлению особых точек: точек заострения и самопересечения; более того, при  $\alpha h < 1/2$  определенный участок петли выходит из неоднородной среды и располагается в однородном полупространстве  $z < 0$ . Области пространства, непосредственно примыкающие к особым точкам, требуют, естественно, специального рассмотрения (см., например, [6, 19]).

На рис. 2 (а, б, в) дана зависимость коэффициента преобразования поля от  $\alpha z$  вдоль лучей с различными начальными углами  $\vartheta_0$ ; пунктирные линии относятся к участку луча после прохождения им каустики. Максимальные значения  $T^{(E)}$  (при приближении к каустике) соответствуют примерно первому максимуму функции Эйри и, как видно из приведенных рисунков, могут достигать достаточно больших величин (так, например, при  $\alpha h = 0,725$  и  $\vartheta_0 = 60^\circ$   $T_{\max}^{(E)} \sim 8$ ). Наличие такого возрастания  $T^{(E)}$  вблизи каустики приводит, в частности, к существенному выигрышу в поле, рассеянном соответственно расположенным регулярными [4] или статистическими [3] объектами.

Для получения более полного и наглядного представления об «угловой зависимости» коэффициента преобразования поля вблизи каустики на рис. 3 (а, б) приведены значения этого коэффициента непосредственно на каустике  $T^{(E)}(\alpha z_k)$  как функции угла  $\vartheta_0$ . Легко убедиться, что при  $\alpha h \rightarrow \infty$  максимальное значение  $T^{(E)}(\alpha z_k)$  достигается для нормально падающего луча ( $\vartheta_0)_m = 0$ . По мере уменьшения  $\alpha h$  ( $\vartheta_0)_m$  смещается в сторону больших углов и при  $\alpha h = 2/3$ , очевидно, соответствует фокальной точке на каустике —  $\operatorname{tg}(\vartheta_0)_m = 2$  (см. [11]). При дальнейшем уменьшении  $\alpha h$  значения ( $\vartheta_0)_m$  отвечают точкам заострения каустики [11]:

$$\operatorname{tg}(\vartheta_0)_m^{(1), (2)} = \frac{1}{\sqrt{3\alpha h}} (10 - 3\alpha h \mp 4\sqrt{4 - 6\alpha h})^{1/2}. \quad (23)$$

Для тех лучей, которые образуют каустику по выходе из неоднородной среды и на достаточном расстоянии от нее (например,  $\vartheta_0 = 60^\circ$  на рис. 2 в), коэффициент  $T^{(E)}$  всюду в области  $z > 0$  остается достаточно близким к единице.

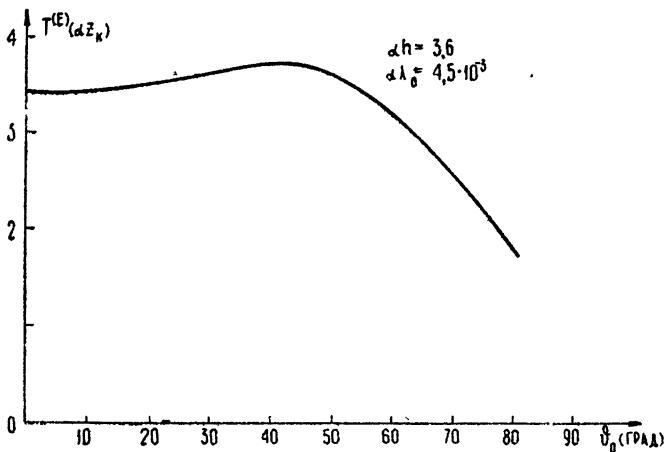
Размеры прикаустической области  $\alpha \xi_m$  ( $\xi_m$  — расстояние от каустики до первого максимума, отсчитываемое по нормали к каустике), отвечающие различным  $\vartheta_0$ , для случая линейной зависимости  $\varepsilon(z)$  при  $\alpha h = 0,725$  и  $\alpha \lambda_0 = 0,218 \cdot 10^{-3}$  приведены в табл. 1.

Таблица 1

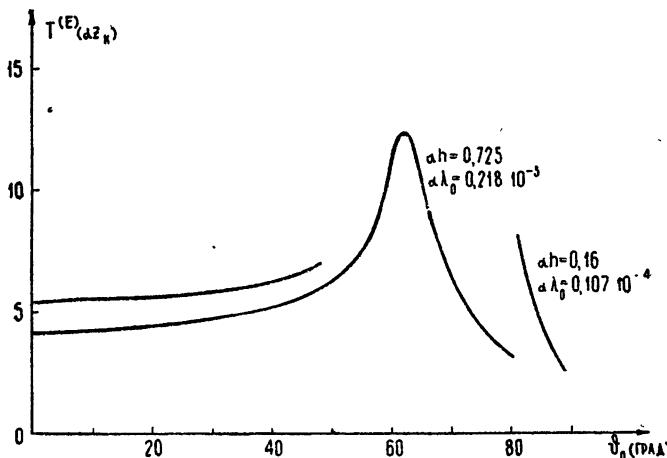
$\vartheta_0$ (град)	0	10	20	30	40	50	60	70	80
$\alpha \xi_m \cdot 10^3$ ( $\mu$ )	1,09	1,1	1,13	1,15	1,16	1,09	0,702	0,79	1,09

Соответствующие оценки были выполнены, исходя из асимптотических формул для поля вблизи каустики, записанных в несколько иной (чем (11)) и более удобной здесь форме.

В случае квадратичного распределения электронной концентрации следует прежде всего различать области отрицательных и положительных значений параметра  $\epsilon_m$ . Нетрудно понять, что случай  $\epsilon_m < 0$  по существу не отличается от рассмотренного ранее случая линейной зависимости  $\epsilon(z)$ . Представляет интерес, главным образом, сравнение максимально достижимых значений коэффициента  $T^{(E)*}$ . В качестве иллюстрации на рис. 4 (а, б, в) приведены результаты расчета для одного набора параметров  $\epsilon_m = -0,01$ ;  $a\hbar = 0,502$  ( $a\zeta_m = 1,04$ ).



а)

б)  
Рис. 3.

При положительном значении проницаемости в максимуме слоя  $\epsilon_m > 0$ , часть лучей может, очевидно, проходить через слой без отражения (без поворота), что приводит к существенному изменению всей лучевой картины и картины каустик (см. [12]). Исключая малую

\* Следует только заметить, что с точки зрения выполнения расчетов данный случай представляется более затруднительным, чем случай линейного слоя. Так, к настоящему времени не получены в явном аналитическом виде даже характерные значения  $a\hbar$  (подобные  $a\hbar = 2/3$  и  $1/2$  в линейном слое) или  $\delta_0$ , отвечающие точкам эфстренции на каустике (см. [12]).

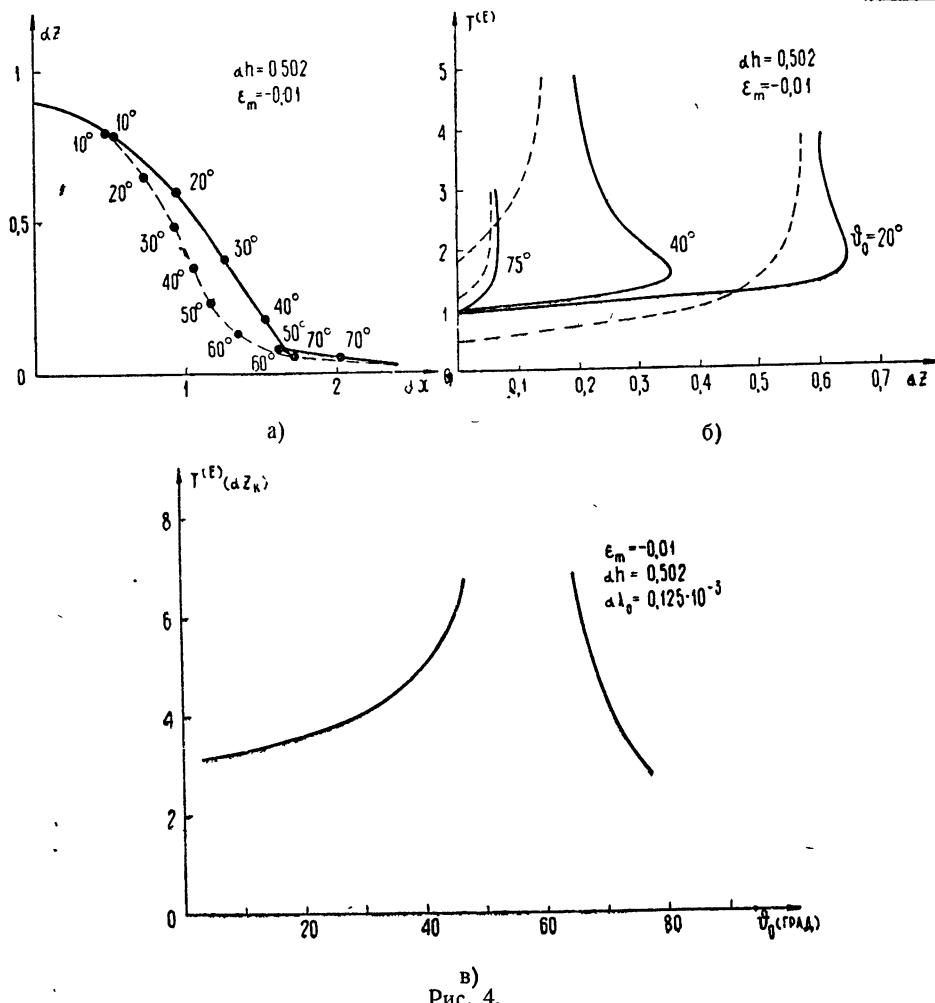


Рис. 4.

область значений  $\epsilon_m$  вблизи нуля ( $1 < (1 - \epsilon_m)^{-1/2} < 1,076$ ), где каустическая кривая имеет довольно сложный вид [12], изменение в картине каустики сводится к следующему: во-первых, появляется новая простая ветвь (I) (рис. 5), уходящая в бесконечность ( $z \rightarrow -\infty, x \rightarrow \infty$ ) и отвечающая начальным углам  $\vartheta_0$ , примыкающим к граничному (критический луч Педерсена)  $\vartheta_0 = \vartheta_0^*$ , где  $\vartheta_0^*$  определяется соотношением  $\sin^2 \vartheta_0^* = \epsilon_m$ , во-вторых, «старая» ветвь (II) остается простой, независимо от значения параметра  $\alpha h$ .

На рис. 6 приведено значение коэффициента преобразования поля непосредственно на каустике  $T^{(E)}(\alpha z_k)$  для случая, изображенного на рис. 5. Характер поведения этой кривой вполне очевиден: с увеличением  $\vartheta_0$  коэффициент  $T^{(E)}(\alpha z_k)$  рас-

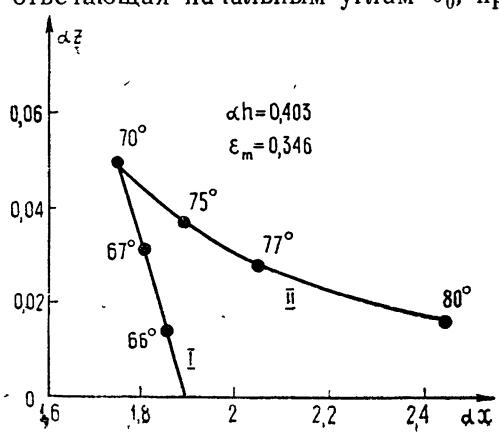


Рис. 5.

тет, достигая максимального значения вблизи точки заострения, а затем довольно быстро спадает.

Зависимость коэффициента преобразования поля от  $\alpha z$  вдоль лучей с различными начальными углами  $\vartheta_0$  представлена на рис. 7 (а, б); так же, как и раньше, кривые обрываются примерно в области первого максимума функции Эйри. Отличительная особенность параболического слоя состоит в том, что для верхних или педерсеновских лучей, которые формируют каустику ниже уровня источника (например, луч с  $\vartheta_0 = 40^\circ$  на рис. 7 а), всегда имеет место проигрыш в амплитуде.

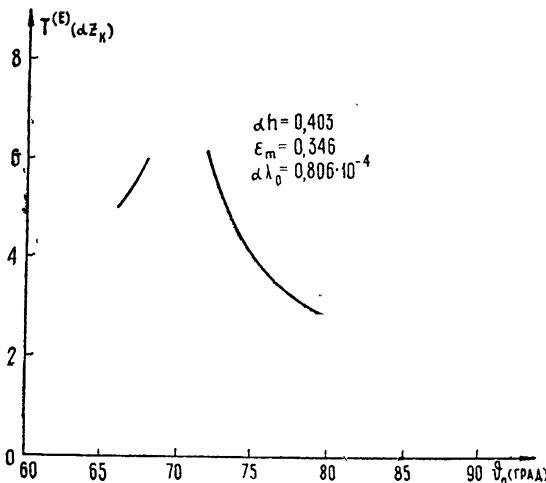


Рис. 6.

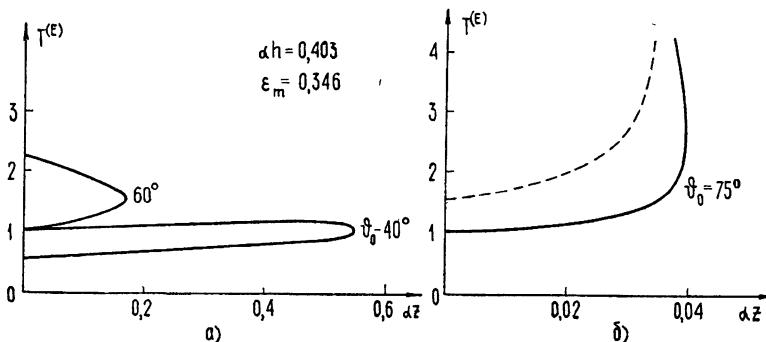


Рис. 7.

6. Итак, наличие неоднородной плазменной среды с медленно меняющимися свойствами приводит к заметному «преобразованию» амплитуды поля — отличию соответствующего коэффициента преобразования  $T^{(E)}$  от единицы. В частности, при приближении к каустической поверхности уже в пределах применимости геометрооптического описания может достигаться существенный (почти на порядок) выигрыш в поле.

Проведенное выше рассмотрение применительно к линейному и квадратичному распределениям проницаемости носит в известном смысле законченный характер и позволяет составить достаточно подробные «карты» коэффициента преобразования  $T^{(E)}(x, z)$ . Следует заметить, что параметры  $\alpha h$ ,  $\epsilon_m$ ,  $\alpha \lambda_0$  в большинстве случаев были выбраны таким образом, чтобы значения  $h$ ,  $\alpha$ ,  $\lambda_0$  могли в какой-то мере

соответствовать условиям земной ионосферы (без учета влияния магнитного поля) в коротковолновом диапазоне облучения.

В работе приведены лишь выборочные результаты численного счета. В нашем распоряжении имеются также не включенные за недостатком места результаты машинного счета для следующих значений параметров: линейный слой —  $\alpha h = 0,502$ ; квадратичный слой —  $\epsilon_m = 0,15$ ,  $\alpha h = 0,46$ ;  $\epsilon_m = 0,346$ ,  $\alpha h = 0,16$ ;  $\epsilon_m = 0,346$ ,  $\alpha h = 0,807$ ;  $\epsilon_m = 0,517$ ,  $\alpha h = 1,85$ .

Авторы признательны М. А. Миллеру и Г. В. Пермитину за полезные советы и замечания.

### ЛИТЕРАТУРА

1. А. Н. Казанцев, Т. С. Романова, А. Я. Клементенко, Радиотехника и электроника, 3, № 9, 1107 (1958).
2. А. Н. Казанцев, Д. С. Луккин, Космические исследования, 4, № 2, 238 (1966).
3. Н. Г. Денисов, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 3, № 2, 208 (1960).
4. В. Б. Гильденбург, Ю. М. Жидко, И. Г. Кондратьев, М. А. Миллер, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 10, № 9—10, 1358 (1967).
5. А. В. Гуревич, Л. П. Питаевский, Геомагнетизм и аэрономия, 6, 842 (1966).
6. Л. М. Бреховских, Волны в слоистых средах, изд. АН СССР, М., 1957.
7. Н. Г. Денисов, ЖЭТФ, 31, 609 (1956).
8. K. G. Budden, Radio waves in the ionosphere, Cambridge, Univ. Press, 1961.
9. J. M. Kelso, Radio ray propagation in the ionosphere, Mc. Graw-Hill, 1964.
10. В. Л. Гинзбург, Распространение электромагнитных волн в плазме, изд. Наука, М., 1967.
11. Ю. И. Орлов, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 9, № 3, 497 (1966).
12. Ю. И. Орлов, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 9, № 4, 657 (1966).
13. J. B. Keller, Proc. Symposia Appl. Math., 8, 27 (1958).
14. Ю. А. Кравцов, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 10, № 9—10, 1283 (1967).
15. Ю. А. Кравцов, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 7, № 4, 664 (1964).
16. Ю. А. Кравцов, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 7, № 6, 1049 (1964).
17. D. Ludwig, Commun. Pure Appl. Math., 19, 215 (1966).
18. В. А. Фок, Дифракция радиоволн вокруг земной поверхности, изд. АН СССР, М., 1940.
19. T. Pearcey, Phil. Mag., 37, 311 (1946).

Научно-исследовательский радиофизический институт  
при Горьковском университете

Поступила в редакцию  
29 апреля 1969 г.

### CALCULATION OF RADIATION FIELDS OF THE GIVEN SOURCES IN A PLANE-STRATIFIED PLASMA MEDIUM

S. D. Zhernosek, I. G. Kondrat'ev

The transformation coefficient of the amplitude of the electric field  $T(E)$  in an illuminated region of the plane-stratified plasma medium with properties slowly varying in space is investigated. This coefficient is determined as the ratio of amplitudes of the electric field created by the radiator at the given point in the presence and in the absence of the inhomogeneous medium (the radiation pattern of the radiator is considered to be fixed relative to the direction of the original ray arriving at the given point). Detailed calculations of  $T(E)$  are made for the case of linear and quadratic distribution of the dielectric permittivity. It is shown in particular, that in approaching the caustic conditions there may be achieved a marked (almost by an order) gain of the field in the applicability limits of the geometrical optics description. Using the known method of standard functions the ray representations were managed to extend to the region immediately adjacent to the caustic. Due to this, the exact limits of applicability of the general geometrical optics approximation without going out beyond the scope of the "geometrical optics" program of calculation were established. On the other hand, the transformation coefficient of the field directly on the caustic can be calculated.