УДК 621.371

ДИСПЕРСИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ОТРАЖЕНИЯ РАДИОВОЛН ОТ ПЛОСКИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

Ю. Г. Матвеев

Рассматривается вопрос о теоретическом анализе дисперсии коэффициента отражения радиоволн от плоских поверхностей. Полученная модель позволяет объяснить эту дисперсию, а по характеру дисперсии — получить информацию о возможном составе пород отражающей среды и характерном размере неоднородного слоя.

В настоящее время возникает необходимость в проведении теоретического анализа получаемых в результате измерений спектров коэффициента отражения радиоволн от поверхностей с целью определения их физических свойств и даже состава пород. Такого рода задачи встречаются при исследовании поверхностей Луны, планет, а также земной поверхности методами радиоастрономии и радиолокации. Например, на рис. 1 приведен спектр коэффициента отражения радио-

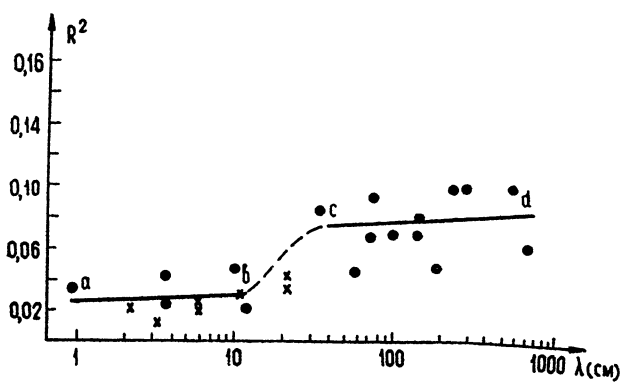

Рис. 1. Точки—радиолокационные данные [1]; крестики—радиоастрономические данные по поляризации собственного радиоизлучения [2].

волн от поверхности Луны [1,2], где сплошная линия—результат обработки экспериментальных данных методом наименьших квадратов.

Целью настоящей работы является проведение теоретического анализа спектров коэффициента отражения радиоволн, аналогичных приведенному на рис. 1.

Вначале рассмотрим более простую задачу о дисперсии коэффициента отражения радиоволн от однородной среды, а затем перейдем к анализу отражения от среды, неоднородной в направлении распространения волны. Будем полагать, что на плоскую отражающую поверхность падает плоская волна, и ограничимся случаем нормального падения радиоволн.

1. ДИСПЕРСИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ОТРАЖЕНИЯ РАДИОВОЛН ОТ ОДНОРОДНОЙ СРЕДЫ

Дисперсию коэффициента отражения радиоволн от однородной среды можно объяснить только зависимостью коэффициента преломления от длины волны $n(\lambda)$. Недавно в работе [3] была исследована эта зависимость для различных пород и минералов. Согласно [3], зависимость $n(\lambda)$ в интервале длин волн λ от 8 *мм* до 200 *м* хорошо аппроксимируется выражением

$$\begin{aligned} n(\lambda) &= 1 + a(\lambda)\,\rho, \\ a(\lambda) &= a_0 + q\lg\lambda. \end{aligned} \tag{1}$$

Здесь $a_0 = a\,|_{\lambda=1\ см}$ и q — коэффициенты, приведенные в табл. 1 для различных пород минералов, ρ — плотность.

Таблица 1

№	Материал	a_0	q	$\rho(г \cdot см^{-3})$
1	Коррунд	0,516	0,012	2,43
2	Кварцевый диорит	0,521	0,016	2,62
3	Обсидан	0,566	0,022	2,33
4	Гранит	0,456	0,012	2,63
5	Игнимбрит	0,510	0,035	1,99
6	Пегматит	0,576	0,022	2,73
7	Полевой шпат	0,356	0,018	2,60
8	Артикский туф	0,507	0,006	1,53
9	Андезито-базальт	0,488	0,055	2,46
10	Гранит	0,476	0,022	2,52
11	Биотитовый диорит	0,472	0,035	2,68
12	Липарит	0,329	0,063	2,40
13	Базальт	0,553	0,063	2,55
14	Дунит	0,510	0,055	2,61
15	Гранит	0,522	0,035	2,60
16	Шлак вулканический	0,634	0,035	2,22
17	Лабрадор	0,588	0,012	2,76
18	Олигоклаз	0,560	0,012	2,45
19	Кварц	0,375	0,055	2,62
20	Сиенит	0,507	0,035	2,51
21	Фельзитовый туф	0,445	0,035	1,82
22	Андезит	0,414	0,085	2,57
23	Туфолава	0,318	0,085	2,50
24	Перидотит	0,604	0,085	2,63
25	Диабаз	0,266	0,125	2,62
26	Магнезит	0,415	0,137	2,92

Коэффициент отражения радиоволн с учетом дисперсии коэффициента преломления (1) можно легко вычислить по известной формуле Френеля

$$R = \frac{n(\lambda) - 1}{n(\lambda) + 1}\,. \tag{2}$$

На рис. 2 представлены зависимости коэффициента отражения по мощности от длины волны для некоторых исследованных образцов. Номер зависимости соответствует порядковому номеру породы или минерала в табл. 1.

Из сравнения рис. 1 и 2 видно, что участки кривой ab и cd (см. рис. 1) аналогичны зависимостям, изображенным на рис. 2. Следовательно, для таких участков при анализе можно применять формулу Френеля. Подставляя (1) в (2), для $a(\lambda)$ получим выражение

$$a(\lambda)\,\rho = \frac{2R}{1-R} \tag{3}$$

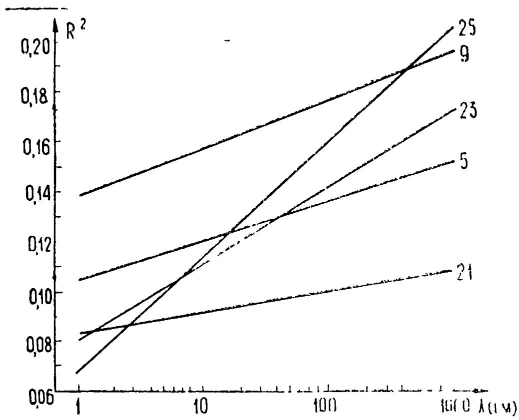

Рис. 2.

или

$$a_0\rho + q\rho \lg \lambda = \frac{2R}{1-R}, \tag{4}$$

позволяющее по спектру коэффициента отражения найти $a_0\rho$ и $q\rho$, а следовательно, породу или группу пород, из которых состоит отражающая среда. В следующей работе будет проведен анализ спектра коэффициента отражения радиоволн от лунной поверхности, где будут определены a_0, q и ρ.

2. ДИСПЕРСИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ОТРАЖЕНИЯ РАДИОВОЛН ОТ СРЕДЫ, НЕОДНОРОДНОЙ В ГЛУБИНУ

В этом случае дисперсия коэффициента отражения радиоволн будет объясняться зависимостью коэффициента преломления от длины волны и неоднородностью среды. Дисперсия коэффициента отражения радиоволн, обусловленная зависимостью $n=n(\lambda)$, рассмотрена в разд. 2. Сейчас же исследуем характер дисперсии коэффициента отражения, обусловленный неоднородностью среды.

Допустим, что на границу раздела вакуум—неоднородная среда падает плоская волна единичной амплитуды $\exp(ik_0x)$. Математически задача сводится к решению волнового уравнения

$$\frac{d^2\Psi}{dx^2} + k^2(x)\,\Psi = 0 \tag{5}$$

с условием на бесконечности

$$\Psi(x) \underset{x\to\infty}{\to} \mathrm{const}\, e^{ikx}. \tag{6}$$

Здесь $k^2(x)=k_0^2n^2(x)$, где $n(x)$ — коэффициент преломления в неоднородной среде, а $k_0=2\pi/\lambda$ — волновое число свободного пространства, Ψ — амплитуда поля.

Поскольку для произвольной функции $n(x)$ уравнение (5) не имеет решения, которое можно было бы записать через известные функции, представляют интерес частные случаи, когда есть такая возможность. Некоторые из них рассмотрены в [4]. В работе [5] приведены результаты расчетов на ЭВМ спектра коэффициента отражения с экспоненциальным законом изменения показателя преломления в глубину. Представляет интерес получить аналитическое решение для подобного закона изменения свойств среды.

Рассмотрим отражение от среды без поглощения. Будем считать, что $n^2(x)$ изменяется плавно с глубиной по закону

$$n^2(x)=\begin{cases}1 & (x<0)\\ n_2^2-(n_2^2-n_1^2)\exp(-x/x_0) & (0\leqslant x\leqslant\infty)\end{cases}, \tag{7}$$

где n_1 и n_2 — коэффициенты преломления на поверхности и на большой глубине неоднородного слоя соответственно. Обозначая $n_2^2k_0^2=k^2$, а $(n_2^2-n_1^2)k_0^2=\Delta k^2$ и подставляя (7) в (5), получим

$$\frac{d^2\Psi}{dx^2}+[k^2-\Delta k^2\exp(-x/x_0)]\,\Psi=0. \tag{8}$$

Делая замену переменной в уравнении (8)

$$\xi=2x_0\sqrt{\gamma}\,\exp(-x/2x_0), \tag{9}$$

где $\gamma=-\Delta k^2$, и вводя новое обозначение

$$t=2ix_0k, \tag{10}$$

получим уравнение Бесселя

$$\left[\xi^2\frac{d^2}{d\xi^2}+\xi\frac{d}{d\xi}+(\xi^2-t^2)\right]\Psi=0, \tag{11}$$

решение которого

$$\Psi=AJ_{-t}(\xi)+BJ_t(\xi), \tag{12}$$

$J_{\pm t}(\xi)$ — функция Бесселя. Из (6) по переменной ξ получим условие

$$\Psi(\xi)\underset{\xi\to 0}{\to}\text{const}\left(\frac{\xi}{2x_0\sqrt{\gamma}}\right)^{-t}. \tag{13}$$

Следовательно, в (12) $B=0$ и решением будет функция

$$\Psi=AJ_{-t}(\xi). \tag{14}$$

На границе раздела ($x=0$) налагаем условие непрерывности поля и его производной

$$\begin{aligned}1+V&=\Psi(x)\big|_{x=0},\\ ik_0(1-V)&=\frac{d}{dx}\Psi(x)\big|_{x=0},\end{aligned} \tag{15}$$

где V — комплексный коэффициент отражения. Находя из (14) производную $\frac{d\Psi}{dx}=\frac{d\Psi}{d\xi}\frac{d\xi}{dx}$, подставляя ее и (14) в (15), учитывая, что $\left.\frac{d\xi}{dx}\right|_{x=0}=\sqrt{\gamma}=i\sqrt{\Delta k^2}$, а $\xi_0=2x_0\sqrt{\gamma}$, получим

$$V=\frac{\left(1-\frac{k}{k_0}\right)J_{-t}(\xi_0)-\frac{\sqrt{\Delta k^2}}{k_0}J_{-t+1}(\xi_0)}{\left(1+\frac{k}{k_0}\right)J_{-t}(\xi_0)+\frac{\sqrt{\Delta k^2}}{k_0}J_{-t+1}(\xi_0)} \tag{16}$$

или

$$V=\frac{\left(1-\frac{k}{k_0}\right)J_{-2ix_0k}\left(2ix_0\sqrt{\Delta k^2}\right)-\frac{\sqrt{\Delta k^2}}{k_0}J_{-2ix_0k+1}\left(2ix_0\sqrt{\Delta k^2}\right)}{\left(1+\frac{k}{k_0}\right)J_{-2ix_0k}\left(2ix_0\sqrt{\Delta k^2}\right)+\frac{\sqrt{\Delta k^2}}{k_0}J_{-2ix_0k+1}\left(2ix_0\sqrt{\Delta k^2}\right)}. \tag{17}$$

При $x_0\to 0$ $J_{-2ix_0k}\left(2ix_0\sqrt{\Delta k^2}\right)\to 1$, $J_{-2ix_0k+1}\left(2ix_0\sqrt{\Delta k^2}\right)\to 0$ и формула (17) переходит в известную формулу Френеля

$$V=\frac{k-k_0}{k+k_0}. \tag{18}$$

При $x_0\to\infty$ для V мы также должны получить формулу Френеля

$$V=\frac{k_1-k_0}{k_1+k_0}, \tag{19}$$

где $k_1=k_0n_1$. При таком переходе $(x_0\to\infty)$ в (6) следует учесть, что

$$\Psi(x)\underset{x\to\infty}{\to}\text{const}\exp(ik_1x). \tag{20}$$

Функцию Бесселя можно представить в виде ряда. При $k_0x_0\leqslant 1$ можно ограничиться двумя членами разложения (ошибка не превышает 10%). Тогда формула (17) для коэффициента отражения по мощности принимает вид

$$R^2=vv^*=\frac{1-n_2}{1+n_2}=\frac{1+\frac{k_0^2x_0^2}{(1+k_0^2x_0^2\Delta n^2)^2}\left(2n_2+\frac{\Delta n^2}{1-n^2}\right)^2}{1+\frac{k_0^2x_0^2}{(1+k_0^2x_0^2\Delta n^2)^2}\left(2n_2+\frac{\Delta n^2}{1+n_2}\right)^2}. \tag{21}$$

В (21) величины n_2 и $\Delta n^2=n_2^2-n_1^2$ являются функциями длины волны.

В ранее опубликованных работах [4, 5] при обработке экспериментального спектра коэффициента отражения радиоволн от лунной поверхности не учитывалась дисперсия коэффициента преломления. Нами такой учет обработки сделан с помощью метода наименьших квадратов на участках ab и cd (см. рис. 1). В результате эти участки получились с плавным подъемом, а между ними—довольно резкий переход bc. В рамках нашей модели достаточно просто объяснить полученный характер спектра коэффициента отражения. Положение резкого перехода (bc) в спектре позволяет оценить толщину неоднородного слоя. Действительно, как следует из (21), максимальное и минимальное значения коэффициента отражения определяются формулами (18) и (19). Приравняв R^2 из (21) среднему значению коэффициента отражения, равному $(1/2)(R^2_{\max}+R^2_{\min})$, получим связь характерного размера неоднородного слоя x_0 с длиной волны λ, которая для любых значений параметров n_1 и n_2 равна

$$x_0 < 0{,}1\,\lambda. \tag{22}$$

Вдали от участка bc применима формула Френеля. Поэтому плавные подъемы участков ab и cd определяются дисперсией коэффициента преломления и характеризуют материал отражающей среды. Применяя анализ, рассмотренный в разд. 2, можно определить, из каких пород состоит отражающая среда.

В заключение приношу глубокую благодарность И. И. Орлову и Ю. В. Парфенову за внимание к работе и ценные консультации, а также В. И. Возмиловой за помощь в обработке экспериментального материала.

ЛИТЕРАТУРА

1. J. V. Evans, J. Res. Nat. Bur. Standarts, **69D**, № 12, 1637 (1965).
2. R. D. Davies, F. F. Gardner, Austral. J. Phys., **19**, № 6, 823 (1966).
3. Л. Н. Бондарь, К. М. Стрежнева, В. С. Троицкий, Физика Земли (в печати).
4. Л. М. Бреховских, Волны в слоистых средах, изд. АН СССР, М., 1957.
5. Ю. Г. Матвеев, Г. Л. Сучкин, В. С. Троицкий, Астрон. ж., **42**, №№ 4, 5, 10 (1965).
6. Н. Н. Крупенио, Космические исследования, **5**, № 5, 758 (1967).
7. В. С. Троицкий, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, **10**, № 9—10, 1266 (1967).

Иркутский государственный университет

Поступила в редакцию 20 января 1969 г.

DISPERSION OF THE REFLECTION COEFFICIENT OF RADIOWAVES FROM PLANE SURFACES

Yu. G. Matveev

A theoretical analysis of the dispersion of the reflection coefficient of radiowaves from plane surfaces is considered. The obtained model permits the dispersion to be explained and by its character the information on a possible constitution of the reflecting material and on a characteristic sige of the homogeneous layer to be obtained.