

УДК 621.391.82 : 621.317.346

**ОБ ОЦЕНКЕ ИНТЕНСИВНОСТИ ШУМОВОГО СИГНАЛА,
ПРИНИМАЕМОГО НА ФОНЕ АМПЛИТУДНО-
МОДУЛИРОВАННОГО КОЛЕБАНИЯ**

А. А. Горбачев, В. И. Данилов

С помощью метода максимального правдоподобия получен алгоритм устройства для измерения интенсивности шумового сигнала, принимаемого на фоне амплитудно-модулированного колебания. Получено выражение для смещения оценки. Приведены результаты эксперимента.

В ряде случаев специального радиоприема, в частности, при радио-астрономических наблюдениях, возникает необходимость измерения интенсивности шума, создаваемого тем или иным источником. В настоящей работе определяется погрешность таких измерений при квази-оптимальной обработке принимаемых колебаний, когда на выходе высокочастотной части приемного устройства с полосой пропускания ΔF вместе с шумовым сигналом действует помеха в виде амплитудно-модулированного колебания

$$u(t) = [U_m + A(t)] \sin \psi(t) \tag{1}$$

с шириной спектра, также равной ΔF . В выражении (1) $\psi(t) = 2\pi f_0 t + \varphi$, причем $f_0 \gg \Delta F$, а начальная фаза распределена по закону $w(\varphi)$. Считается при этом, что распределение мгновенных значений шума на выходе высокочастотной части приемника и распределение функции $A(t)$ являются нормальными; амплитуда U_m и дисперсия σ_A^2 огибающей помехи являются известными или неизвестными постоянными величинами, а частота несущей помехи f_0 известна. Будем искать оценку σ^2 шума. Воспользуемся для этой цели методом максимального правдоподобия. Рассмотрим также смещение оценки σ^2 , обусловленное влиянием помех.

Обозначим через $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_i, \dots, \xi_n; A_1, A_2, \dots, A_i, \dots, A_n; \psi_1, \psi_2, \dots, \psi_i, \dots, \psi_n$ соответственно выборочные значения принятого колебания, смеси шум + помеха в равноотстоящие моменты времени $t_1, t_2, \dots, t_i, \dots, t_n$ ($t_i - t_{i-1} \geq 1/2\Delta F$), мгновенные значения $A(t)$ и фазы $\psi(t)$.

Функция правдоподобия параметра σ при указанных выше условиях и неограниченном времени анализа (т. е. при $n \rightarrow \infty$) может быть представлена в следующем виде:

$$\begin{aligned} W(\xi | \sigma) &= \lim_{n \rightarrow \infty} W(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_i, \dots, \xi_n | \sigma) \simeq \\ &\simeq \lim_{n \rightarrow \infty} \prod_{i=1}^n \frac{1}{2\pi\sigma\sigma_A} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left\{ -\frac{[\xi_i - (U_m + A_i) \sin \psi_i]^2}{2\sigma^2} - \right. \\ &\left. - \frac{A_i^2}{2\sigma_A^2} \right\} w(\psi_i) dA_i d\psi_i = \lim_{n \rightarrow \infty} (2\pi)^{-n/2} \prod_{i=1}^n \int_{-\pi}^{\pi} \frac{1}{(\sigma^2 + \sigma_A^2 \sin^2 \psi_i)^{1/2}} \times \end{aligned} \tag{2}$$

$$\times \exp \left[-\frac{(\xi_i - U_m \sin \psi_i)^2}{2(\sigma^2 + \sigma_A^2 \sin^2 \psi_i)} \right] w(\psi_i) d\psi_i.$$

В случае точно известной фазы несущего колебания помехи получаем

$$W(\xi | \sigma) \simeq \lim_{n \rightarrow \infty} (2\pi)^{-n/2} \prod_{i=1}^n \frac{1}{(\sigma^2 + \sigma_A^2 \sin^2 \psi_i)^{1/2}} \exp \left[-\frac{(\xi_i - U_m \sin \psi_i)^2}{2(\sigma^2 + \sigma_A^2 \sin^2 \psi_i)} \right]. \quad (3)$$

Определяя максимум функции правдоподобия из выражения

$$\frac{d \ln W(\xi | \sigma)}{d\sigma} \Big|_{\sigma = \hat{\sigma}} = 0, \quad (4)$$

где $\hat{\sigma}$ — оценка σ , и решая

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \frac{(\xi_i - U_m \sin \psi_i)^2 - \sigma_A^2 \sin^2 \psi_i - \hat{\sigma}^2}{(\hat{\sigma}^2 + \sigma_A^2 \sin^2 \psi_i)^2} = 0,$$

находим

$$\hat{\sigma}^2 = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [(\xi_i - U_m \sin \psi_i)^2 - \sigma_A^2 \sin^2 \psi_i]. \quad (5)$$

Выражение (5) показывает операции, которые оптимально в соответствии с принятым критерием позволяют определить σ^2 измеряемого шума из наблюдаемых данных ξ_i и известных априори параметров помехи.

Однако, как правило, ни один из параметров помехи не бывает известен; в лучшем случае, заданы их статистические характеристики.

При этих условиях оптимальная оценка $\hat{\sigma}^2$ может быть сделана на основе решения системы уравнений вида

$$\frac{\partial \ln W(\xi | \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k, \dots, \sigma)}{\partial \lambda_k} = 0,$$

где через λ_k обозначен k -й параметр помехи, и уравнения (4). Алгоритм приемного устройства при этом получается весьма сложным.

Вместе с тем из выражения (5) видно, что совокупность операций над принятыми ξ_i может быть существенно уменьшена и упрощена, если известна фаза ψ_i и если процесс отбора отсчетов ξ_i связать с ψ_i так, чтобы $\sin \psi_i = 0^*$. В этом случае несмещенная оценка

$$\hat{\sigma}^2 = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \xi_i^2 \quad (6)$$

может быть получена и при неизвестных энергетических параметрах помехи U_m и σ_A .

* Эта связь отсчетов с ψ_i не противоречит условию $t_i - t_{i-1} \geq 1/2\Delta F$, поскольку имеется в виду, что $t_i - t_{i-1}$ выбирается равной целому числу полупериодов несущей амплитудно-модулированной помехи.

Выражение (6) показывает, что для получения несмещенной оценки $\hat{\sigma}^2$ необходимо иметь схему, производящую отсчеты $\xi(t)$ в моменты времени, когда $\sin \psi_i = 0$, а также квадратор и усреднитель.

Операция (6), очевидно, может быть осуществлена также при помощи синхронного детектора, выделяющего ортогональную к амплитудно-модулированной помехе составляющую напряжения смеси, квадратора и фильтра нижних частот.

При отсутствии отдельного канала для определения фазы ψ_i информация о ней часто может быть получена посредством анализа смеси шум + помеха узкополосным фильтром. Упрощенная блок-схема приемника* для этого случая приведена на рис. 1.

На рис. 1 обозначены: УВЧ—усилитель высокой частоты, СД—синхронный детектор, УПФ—узкополосный фильтр для выделения несущей помехи, ФВ—фазовращатель 90° , Кв—квадратор, ФНЧ—фильтр нижних частот.

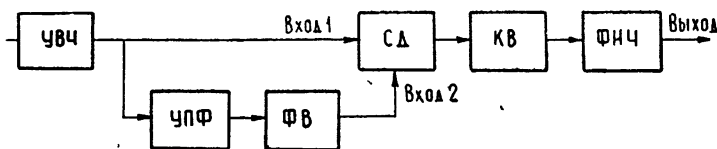


Рис. 1.

В реальных условиях приема фаза ψ_i может быть определена лишь приближенно вследствие, например, флуктуаций фазы из-за многолучевости распространения, нестабильности параметров передающего и приемного устройств и т. д. Вследствие указанных флуктуаций ψ_i значения ξ_i в выражении (6) будут представлять собой сумму измеряемого шума и некоторого остатка напряжения помехи, тем большего при прочих равных условиях, чем больше $\sin \psi_i$, а приемник, работающий согласно выражению (6), строго говоря, даже при малых флуктуациях ψ_i , уже не будет оптимальным.

Флуктуации ψ_i можно представить как флуктуации фазы смеси синусоидального колебания с известной фазой и амплитудой V_m и нормального шума с дисперсией σ_ψ^{2**} .

Распределение $\cos \varphi$ в этом случае известно [1]:

$$W(z) = \frac{1}{\pi \sqrt{1-z^2}} \exp\left(-\frac{a^2}{2}\right) \left[1 + \sqrt{2\pi} az \Phi(az) \exp\left(\frac{a^2 z^2}{2}\right) \right],$$

где

$$z \doteq \cos \varphi, \quad a = \frac{V_m}{\sigma_\psi}, \quad \Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt.$$

Легко видеть, что средняя величина остатка $\Delta\sigma^2$ может быть найдена из выражения

$$\Delta\sigma^2 = \int_{-1}^1 (U_m^2 + \sigma_A^2) \sin^2 \varphi W(\cos \varphi) d \cos \varphi.$$

* Уместно отметить, что, как показано в [1], подобная блок-схема¹ (без фазовращателя и квадратора) является схемой оптимального приемника амплитудно-модулированного сигнала на фоне шума.

** Такое представление оправдано, если учесть, что при практической реализации приемника канал, по которому будет поступать информация о ψ_i , будет подвергаться воздействию шумов, как это, например, имеет место при фильтрации несущей амплитудно-модулированной помехи из принимаемой смеси.

После необходимых вычислений получаем смещение оценки $\hat{\sigma}^2$:

$$\delta = \frac{\Delta\sigma^2}{\sigma^2} = \frac{\hat{\sigma}^2 - \sigma^2}{\sigma^2} = \frac{U_m^2 + \sigma_A^2}{a^2\sigma^2} \left[1 + \left(\frac{a^2}{2} - 1 \right) \exp\left(-\frac{a^2}{2}\right) \right]. \quad (7)$$

Выражение (7) справедливо для любых $K = (U_m/\sigma)/(V_m/\sigma_\psi)$ при статистически независимых шумах на входах 1 и 2 (рис. 1).

При наличии статистической зависимости шумов им можно пользоваться лишь при $K \ll 1$. Однако именно этот случай и представляет практический интерес, так как флуктуации фазы несущей помехи, как правило, имеют сравнительно узкий спектр $\Delta f \ll \Delta F$. Очевидно, применительно к приемнику, показанному на рис. 1,

величина K^2 есть не что иное, как отношение $\Delta f/\Delta F$. На рис. 2 приведен график зависимости δ от a , построенный согласно (7) для $K^2 = \text{const}$. При этом для простоты принято $\sigma_A^2 = 0$. Как видно из рис. 2, зависимость $\delta(a)$ при $K = \text{const}$ имеет два характерных участка. При $0 < a < 2$ δ почти линейно зависит от a . Это объясняется тем, что фаза ψ_i в основном определяется шумом и, следовательно, имеет почти равномерное распределение; поэтому помеха с относительно небольшим уровнем практически не подавляется и ее мощность на выходе СД линейно суммируется с мощностью измеряемого шума. При $V_m > 3\sigma_\psi$ распределение фазы ψ_i в основном определяется фазой помехи, так как с увеличением a ψ_i становится все более детерминированной. Поскольку же увеличение a означает также и увеличение амплитуды помехи на входе 1 СД (ибо $K = \text{const}$), то δ слабо зависит от a . При этом $\lim_{a \rightarrow \infty} \delta = K^2$, т. е. смещение оценки δ в этом случае определяется лишь отношением полос $\Delta f/\Delta F$.

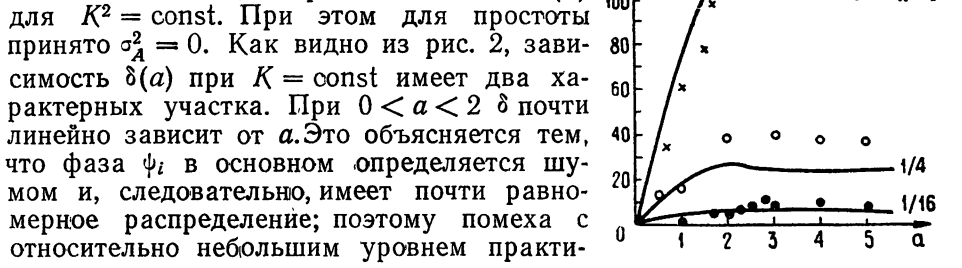


Рис. 2.

На рис. 2 точками обозначены результаты экспериментальной проверки выражения (7). При постановке эксперимента вследствие малости δ возникли трудности в измерении погрешности при малых K . Для получения возможности более точной оценки погрешности, с одной стороны, и обеспечения статистической независимости флуктуаций фазы ψ_i от измеряемого шума — с другой, на вход 2 вводился от постороннего шумового генератора нормальный шум такой величины, чтобы поддерживать $K = \text{const}$ при изменении U_m/σ .

Лабораторный макет, построенный согласно блок-схеме (рис. 1), имел следующие параметры:

$$f_0 = 215 \text{ кгц}, \quad \Delta F = 20 \text{ кгц}, \quad \Delta f = 400 \text{ гц}.$$

При отсутствии шума на входе макет обеспечивал степень подавления синусоидально-модулированной помехи, равную 46 дБ.

Расхождение теоретических и экспериментальных кривых можно объяснить погрешностями измерения. В частности, измерение величин σ и σ_ψ производилось с погрешностью 5%.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. И. Тихонов, Статистическая радиотехника, изд. Сов. радио, 1966.

AN ESTIMATION OF THE INTENSITY OF A NOISE SIGNAL RECEIVED
AGAINST THE BACKGROUND OF AMPLITUDE-MODULATED OSCILLATION*A. A. Gorbachev, V. I. Danilov*

An algorithm of the device for measuring the intensity of a noise signal received against the background of the amplitude-modulated oscillation is obtained using the method of maximum verisimilitude. The expression is derived for the estimation shift. The experimental results are given.
