

УДК 538.574.8

## СИЛЬНЫЕ ФЛУКТУАЦИИ ИНТЕНСИВНОСТИ ПРИ РАСПРОСТРАНЕНИИ ВОЛН В СТАТИСТИЧЕСКИ ОДНОРОДНЫХ И ИЗОТРОПНЫХ СРЕДАХ

*И. М. Дагкесаманская, В. И. Шишов*

Численно решается дифференциальное уравнение для четвертого момента поля волны, распространяющейся в статистически однородной и изотропной среде. Приводятся кривые зависимости величины флуктуаций интенсивности от глубины. Показано, что протяженные среды, как и фазовый экран, обладают фокусом, т. е. флуктуации интенсивности на некотором расстоянии от границы слоя среды имеют максимум. Приводятся кривые зависимости величины флуктуаций интенсивности от размеров источника.

### 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В настоящее время при интерпретации сильных мерцаний радиоисточников малых угловых размеров на неоднородностях межпланетной плазмы обычно используются решения, полученные для фазового экрана [1-3]. Однако межпланетная среда, по-видимому, плохо соответствует модели фазового экрана, а является протяженной средой, в которой фазовая модуляция волн происходит одновременно с амплитудной модуляцией.

В данной работе приводятся численные решения дифференциального уравнения для четвертого момента поля для статистически однородной и изотропной среды. Это уравнение было выведено ранее в [4, 5]. Результаты расчетов сопоставляются с данными, полученными для фазового экрана.

### 2. УРАВНЕНИЕ ДЛЯ ЧЕТВЕРТОГО МОМЕНТА ПОЛЯ

Пусть на границу  $z = 0$  плоского слоя статистически однородной и изотропной случайной преломляющей среды падает излучение от бесконечно удаленного источника малых угловых размеров. Статистические характеристики флуктуаций диэлектрической проницаемости задаются моментами

$$\langle \epsilon \rangle = 0, \quad (1)$$

$$\langle \epsilon(\mathbf{r}_1) \epsilon(\mathbf{r}_2) \rangle = 4\sigma^2 \exp[-(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)^2/a^2],$$

а на параметры среды наложены ограничения

$$2\pi a/\lambda \gg 1, \quad (2)$$

$$2\pi a\sigma/\lambda \ll 1.$$

Флуктуации интенсивности будем характеризовать четвертым моментом поля

$$\Phi(\rho_1, \rho_2, \rho_3, \rho_4, z) = \langle E(\rho_1, z) E(\rho_2, z) E^*(\rho_3, z) E^*(\rho_4, z) \rangle, \quad (3)$$

где распространение излучения идет вдоль оси  $z$  и  $\rho_l = (x_l, y_l)$ .

В работах [4,5] было показано, что при перечисленных выше условиях  $\Phi$  подчиняется следующему уравнению:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \zeta} = \beta \Phi - i \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \xi_1 \partial \xi_2} - i \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \eta_1 \partial \eta_2}; \quad (4)$$

$$\beta = \sqrt{\pi} \left( \frac{2\pi a}{\lambda} \right)^3 \sigma^2, \quad (5)$$

где

$$\begin{aligned} \xi_1 &= (x_1 - x_3)/a = (x_4 - x_2)/a, & \xi_2 &= (x_2 - x_3)/a, \\ \eta_1 &= (y_1 - y_3)/a = (y_4 - y_2)/a, & \eta_2 &= (y_2 - y_3)/a, \\ \zeta &= \lambda z / 2\pi a^2. \end{aligned} \quad (6)$$

Вид функции  $\psi$  определяется видом корреляционной функции флуктуаций диэлектрической проницаемости.

В уравнении (4) можно уменьшить число переменных до четырех, если ввести новые переменные

$$u_i = \sqrt{\xi_i^2 + \eta_i^2}, \quad \theta = \arctg \frac{\eta_1}{\xi_1} - \arctg \frac{\eta_2}{\xi_2}. \quad (7)$$

В новых переменных имеем

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi}{\partial \zeta} &= \beta \Phi - i \cos \theta \frac{\partial^2 \Phi}{\partial u_1 \partial u_2} + i \frac{\sin \theta}{u_2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial u_1 \partial \theta} + \\ &+ i \frac{\sin \theta}{u_1} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial u_2 \partial \theta} + i \frac{\cos \theta}{u_1 u_2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \theta^2}; \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \psi &= 2 \exp(-u_1^2) + 2 \exp(-u_2^2) - 2 - \\ &- \exp(-u_1^2 - u_2^2 + 2u_1 u_2 \cos \theta) - \exp(-u_1^2 - u_2^2 - 2u_1 u_2 \cos \theta). \end{aligned} \quad (9)$$

Уравнение (8) решалось численным методом. В качестве численной схемы была взята сетка с параметрами  $\Delta \theta = 30^\circ$ ,  $\theta_1 = 0^\circ$ ,  $\Delta u_i^2 = 0,02$ ,  $\Delta \zeta = \alpha \Delta u_i^2$ ,  $\alpha = 0,05$  (значение  $\alpha$  определялось из условия устойчивости численной схемы). Такая схема обеспечивает точность счета около 20%. Для ограничения числа точек были введены граничные условия

$$\begin{aligned} \Phi|_{u_i=R} &= \exp\{-2\beta\zeta[1 - \exp(-u_i^2)]\}, \\ \Phi|_{u_i=0} &= \exp\{-2\beta\zeta[1 - \exp(-u_i^2)]\}, \end{aligned} \quad (10)$$

где  $R = 1,69$  ( $i = 1, 2$ ). Физически (10) означает, что в точках, удаленных друг от друга на расстояние  $R$ , флуктуации интенсивности считаются некоррелированными. Расчеты показали, что ошибка, обусловленная введением (10), значительно меньше 20%.

### 3. ФЛУКТУАЦИИ ИНТЕНСИВНОСТИ БЕСКОНЕЧНО УДАЛЕННОГО ИСТОЧНИКА

На рис. 1 приведены кривые зависимости  $\Phi|_{u_i=0} - 1 = \Phi_0 - 1$  от глубины  $\zeta$  при различных значениях параметра  $\beta$  ( $\beta = 2, 5, 10, 20, 30$ ) для бесконечно удаленного точечного источника ( $\Phi|_{\zeta=0} = 1$ ). Как видно из рисунка, при больших значениях  $\beta$  имеется четко выраженный фокус. Значение  $\Phi_0$  в фокусе тем больше, чем больше  $\beta$ . Таким обра-

зом, параметр  $\beta$  характеризует фокусирующую способность среды. Асимптотически при больших  $\zeta$   $\Phi_0 - 1$  стремится к 2, что согласуется с асимптотическим решением, полученным в [5].

Сравнение значений  $\Phi_0 - 1$ , вычисленных с помощью метода плавных возмущений [6], с решением уравнения (8) показало, что если

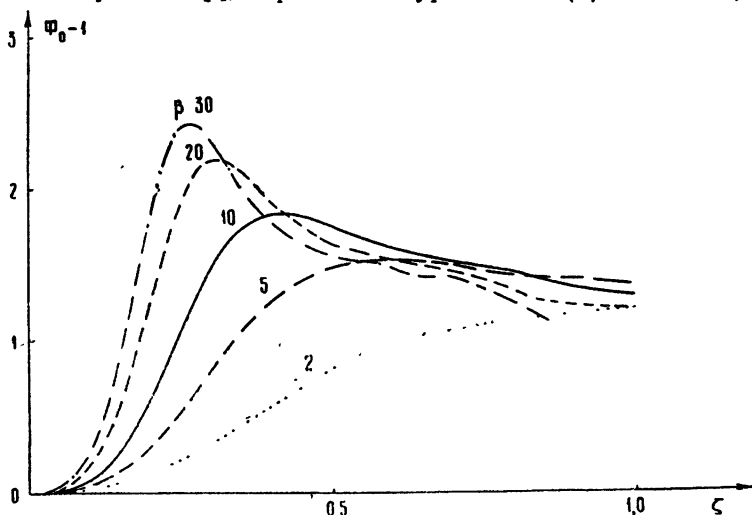


Рис. 1. Зависимость  $\Phi_0 - 1$  от  $\zeta$  для точечного источника.

ограничиться точностью 30%, то методом плавных возмущений можно пользоваться вплоть до значений  $\Phi_0 - 1 = 0,5$  (при рассмотренных значениях параметра  $\beta$ ).

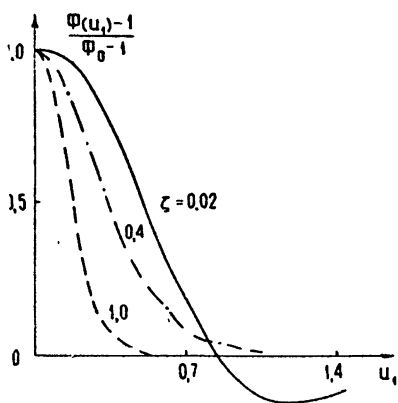


Рис. 2. Нормированная корреляционная функция флуктуаций интенсивности точечного источника при  $\beta = 20$ ,  $\zeta = 0,02; 0,4; 1,0$ .

На рис. 2 приведены значения нормированной корреляционной функции флуктуаций интенсивности при  $\beta = 20$  и при  $\zeta = 0,02; 0,4; 1,0$ . Из рисунка видно, что при углублении в слой характерный масштаб дифракционной картины уменьшается. На больших глубинах характерный масштаб равен  $1/\sqrt{2\beta\zeta}$ , что согласуется с асимптотическим решением, полученным в [5].

Сопоставление численных решений для фазового экрана [7] и для статистически однородной среды показывает, что в случае точечного источника решения в обеих моделях подобны. При  $\zeta \geq 1$  в обеих моделях решение определяется средним квадратом флуктуаций набега фазы в среде. Та-

ким образом, не имеет существенного значения то, как распределены флуктуации диэлектрической проницаемости вдоль луча зрения.

Рассмотрим теперь флуктуации интенсивности протяженного источника. В качестве начального условия в этом случае надо брать возмущенную волну, средние характеристики которой определяются угловым распределением интенсивности. Расчеты были проведены для источника гауссовской формы:

$$I(\varphi)_{\frac{1}{2}} = \exp(-\varphi^2/\varphi_0^2). \quad (11)$$

Это дает следующее начальное значение для  $\Phi$  (применительно к наблюдениям на двух независимых интерферометрах, одинаково ориентированных и с одинаковой базой):

$$\begin{aligned} \Phi|_{\zeta=0} &= \exp(-\gamma u_2^2), \\ \gamma &= 2 \left( \frac{\pi}{\lambda} \right)^2 \cdot a^2 \varphi_0^2, \end{aligned} \quad (12)$$

где  $u_2$  — база интерферометра.

На рис. 3 приведены кривые зависимости  $\Phi_0 - 1$  от  $\zeta$  при различных значениях параметра  $\gamma$  и при  $\beta = 5; 20$ . Из рисунка видно, что в случае протяженного источника глубина фокуса  $\zeta_{\text{фок}}$  уменьшается

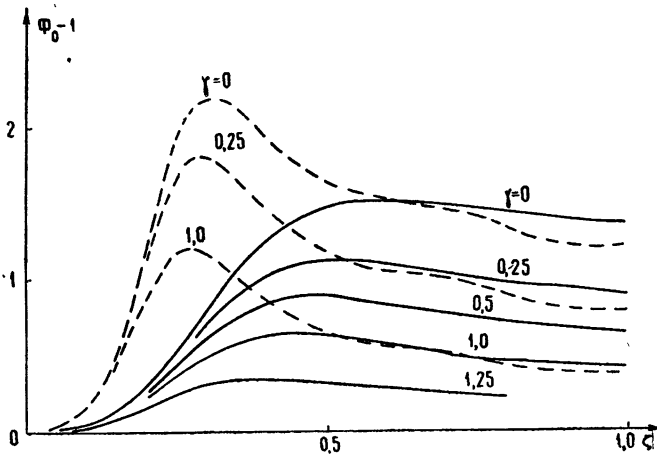


Рис. 3. Зависимость  $\Phi_0 - 1$  от  $\zeta$  при  $\beta = 5, 20$  и при различных значениях  $\gamma$  (---  $\beta = 20$ , —  $\beta = 5$ ).

с увеличением размера источника. На рис. 4 приведены значения нормированной корреляционной функции флуктуаций интенсивности в зависимости от  $u_1$  (что соответствует наблюдениям на двух независимых ненаправленных антеннах) при  $\beta = 20, \zeta = 1$  и при  $\gamma = 0; 0,25; 1,0$ . Видим, что увеличение размера источника приводит к появлению второго масштаба дифракционной картины, существенно большего  $1/\sqrt{2\beta\zeta}$ . Чем больше размер источника, тем больше второй масштаб и тем больший вес он имеет.

Сравнение кривых рис. 3 с аналогичными данными по фазовому экрану [7] показывает, что вблизи фокальной точки зависимость  $\Phi_0 - 1$  от размера источника примерно одинакова в обеих моделях. Однако за фокусом флуктуации интенсивности протяженного источника уменьшаются с увеличением  $\zeta$  в модели фазового экрана су-

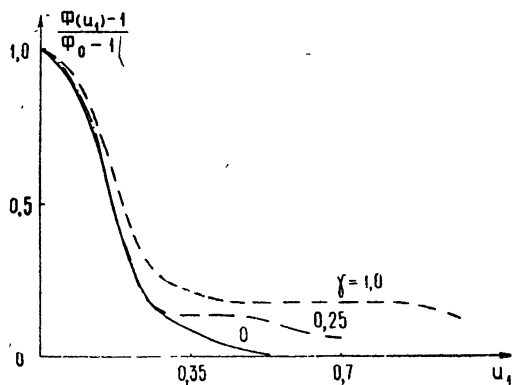


Рис. 4. Нормированная корреляционная функция флуктуаций интенсивности при  $\beta = 20, \zeta = 1,0$  и  $\gamma = 0,125; 0,5$ .

щественно сильнее, чем в модели однородной среды, и при больших  $\zeta$  зависимость  $\Phi_0 - 1$  от  $\gamma$  сильнее в модели фазового экрана. Таким образом, в случае протяженного источника имеет существенное значение то, как распределены флуктуации показателя преломления вдоль луча зрения. Применение решений для фазового экрана к интерпретации данных для протяженных сред в случае неточечного источника может привести к большим ошибкам.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. В. В. Писарева, Астрон. ж., 36, № 1, 112 (1958).
2. R. P. Mercier, Proc. Cambridge Philos. Soc., 58, 382 (1962).
3. E. N. Salpeter, Astrophys. J., 147, № 2, 433 (1967).
4. В. И. Шишов, Тр. ФИАН, 38, 171 (1967).
5. В. И. Шишов, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 11, № 8, 866 (1968).
6. Л. А. Чернов, Распространение волн в среде со случайными неоднородностями, изд. АН СССР, 1958.
7. Я. И. Альбер, Л. М. Ерухимов, В. А. Рыжов, В. П. Урядов, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 11, № 9, 1371 (1968).

Физический институт им. П. Н. Лебедева  
АН СССР

Поступила в редакцию  
26 мая 1969 г.

#### STRONG INTENSITY FLUCTUATIONS FOR WAVES PROPAGATING IN RANDOMLY HOMOGENEOUS AND ISOTROPIC MEDIA

— M. Dagkesamanskaya, V. I. Shishov

The differential equation is numerically solved for the field forth momentum of a wave propagating in statistically homogeneous and isotropic medium. The curves of the dependence of the intensity fluctuations on the depth are presented. It is shown that the extended media, as well as the phase screen, have a focus, i. e. the intensity fluctuations have a maximum at a certain distance from the layer boundary of the medium. The curves of the dependence of intensity fluctuations on the source dimensions are presented.