

УДК 538.56 : 621.3.032.266

ВОЗБУЖДЕНИЕ КОЛЕБАНИЙ В ПОЛОМ РЕЗОНАТОРЕ РЕЛЯТИВИСТСКИМ ЭЛЕКТРОННЫМ ПУЧКОМ*

B. K. Юллатов

Рассматривается возможность генерирования микрорадиоволн при взаимодействии релятивистского электронного пучка с бегущей компонентой электромагнитного поля в закороченном на концах отрезке металлического волновода. Оценивается стартовый ток, коэффициент полезного действия, выходная мощность и предельная рабочая частота генератора.

Релятивистский прямолинейный электронный пучок способен, очевидно, синхронно взаимодействовать с электромагнитной волной, распространяющейся вдоль него со скоростью, близкой к скорости света; в частности, с одной из ТМ волн металлического волновода, когда рабочая частота далека от ее критической частоты. Поскольку фазовая скорость этих волн больше скорости света и, следовательно, больше скорости электронов, то неосуществимо устройство типа лампы с бегущей волной. Возможно, однако, самовозбуждение или регенеративное усиление колебаний в полом резонаторе, образованном закороченным на концах отрезком волновода.

По своему принципу действия такой генератор подобен монотрону [1, 2]. Электронный промежуток, включаемый в схему монотрона, имеет отрицательную активную проводимость при углах пролета электронов $\psi = \omega L/v_0$ около $5\pi/2, 9\pi/2, 13\pi/2$ и т. д. Поэтому в монотроне $L/\lambda \approx g(v_0/c)$, $g = 1,25, 2,25, 3,25, \dots$. Здесь ω и λ — рабочие частота и длина волны, L — путь электронов в промежутке, v_0 — скорость электронов на входе в промежуток, c — скорость света.

В описываемом генераторе (условно будем называть его релятивистским монотроном с бегущей волной, сокращенно — РМБВ) роль эффективной частоты бегущего поля, действующего на движущийся электрон, играет $\omega = \omega(1 - v_0/v_\phi)$, v_ϕ — фазовая скорость волны. Необходимый угол пролета $\theta = \omega L/v_0$ принимает те же значения, что и в монотроне, но ввиду малого отличия v_0 и v_ϕ от скорости света длина резонатора L существенно превышает длину рабочей волны: $L/\lambda \approx g(1 - v_0/v_\phi)$. Так как поперечное волновое число x и фазовая скорость волны связаны соотношением $x/k = (1 - c^2/v_\phi^2)^{1/2}$, $k = 2\pi/\lambda$, размеры поперечного сечения резонатора РМБВ также превышают длину волны. Большие размеры резонатора позволяют сделать рабочую частоту и выходную мощность РМБВ выше, чем в обычном монотроне, даже в случае использования в последнем релятивистского пучка.

Оценим стартовый ток РМБВ и его электронный коэффициент полезного действия (КПД), полагая пучок тонким и допуская возможность перемещения электронов лишь в продольном направлении.

* Часть результатов приведена в докладе автора на VI межвузовской конференции по электронике СВЧ, г. Минск, 1969 г.

Продольную компоненту высокочастотного поля установившихся колебаний в высокодобротном резонаторе РМБВ представим в виде

$$E = E_0(r_{\perp}) \cos(\omega z/v_{\phi}) \cos \omega t,$$

где $E_0(r_{\perp})$ — функция распределения поля в поперечном сечении резонатора, z — продольная координата. На электроны эффективно воздействует бегущая в направлении оси z компонента поля*

$$E_z = (1/2) E_0(r_{\perp 0}) \cos \omega (t - z/v_{\phi}),$$

$r_{\perp 0}$ — поперечная координата электронов. Изменение энергии электронов в резонаторе определяется уравнением

$$\frac{d\gamma}{dz} = - \frac{eE_0(r_{\perp 0})}{2m_0c^2} \cos \omega (t - z/v_{\phi}),$$

в котором γ — отношение релятивистской энергии электрона к его энергии покоя, e и m_0 — заряд и масса покоя электрона, а также соотношением, связывающим γ со скоростью электрона v : $\gamma = \sqrt{1 - v^2/c^2} + 1/2$. Считая $\gamma^2 \gg 1$ (первоначально релятивистские электроны: $\gamma_0^2 \gg 1$, — не слишком сильно тормозятся) и $(x/k)^2 \ll 1$, так что $v/c \approx 1 - (1/2)\gamma^{-2}$ и $v_{\phi}/c \approx 1 + (1/2)(x/k)^2$, и вводя безразмерные переменные и параметры:

$$\mathcal{E} = \gamma/\gamma_0, \quad \Phi = \omega(t - z/v_{\phi}), \quad \tilde{\theta} = \pi z/\lambda \alpha \gamma_0^2,$$

$$\theta = \pi L/\lambda \alpha \gamma_0^2, \quad \mu = \frac{eE_0(r_{\perp 0}) \alpha \gamma_0}{m_0 c^2 k}, \quad \alpha = [1 + (x \gamma_0/k)^2]^{-1},$$

запишем уравнения движения электронов как**

$$\frac{d\mathcal{E}}{d\tilde{\theta}} = -\mu \cos \Phi, \quad \frac{d\Phi}{d\tilde{\theta}} = 1 + \alpha(\mathcal{E}^{-2} - 1). \quad (1)$$

Границными условиями для них являются

$$\mathcal{E}(0) = 1, \quad \Phi(0) = \Phi_0, \quad 0 \leq \Phi_0 < 2\pi.$$

С помощью (1) электронный КПД η подсчитывается по формулам

$$\eta = \hat{\eta} [\gamma_0/(\gamma_0 - 1)], \quad \hat{\eta} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} [1 - \mathcal{E}(\theta)] d\Phi_0. \quad (2)$$

По найденной из (1) и (2) зависимости КПД от μ амплитуда колебаний определяется уравнением баланса энергии в резонаторе

$$P_{\text{эл}} = \omega W/Q.$$

Мощность, отдаваемая электронным пучком полю, $P_{\text{эл}}$ связана с электронным КПД:

$$P_{\text{эл}} = I_0(m_0 c^2/e) \gamma_0 \hat{\eta}$$

* Поле высокочастотной составляющей пространственного заряда пучка здесь не учитывается. Ее роль, несмотря на большие токи, необходимые для работы РМБВ, еще не столь велика, чтобы заметно изменить сделанные ниже оценки.

** Подобная система уравнений используется в [3] при рассмотрении принципа подобия электронных приборов с ультрарелятивистскими пучками.

(I_0 — постоянная составляющая тока пучка), а электромагнитная энергия, запасенная в резонаторе, W — с $E_0(\mathbf{r}_{\perp 0})$:

$$W = E_0^2(\mathbf{r}_{\perp 0}) \frac{L}{4k^2} \left(\frac{k}{\kappa} \right)^4 \left[\frac{\int_{S_\perp} |\nabla E_0(\mathbf{r}_\perp)|^2 dS_\perp}{4\pi E_0^2(\mathbf{r}_{\perp 0})} \right],$$

S_\perp — поперечное сечение резонатора. Используя введенные обозначения, нетрудно вместо уравнения баланса энергии получить удобное для совместного исследования с (1) и (2) равенство:

$$\frac{I_0 Q}{\gamma_0^3} = \frac{m_0 c^3}{e} \left[\frac{\int_{S_\perp} |\nabla E_0|^2 dS_\perp}{4\pi E_0^2(\mathbf{r}_{\perp 0})} \right] \left[\frac{\alpha \mu^2}{2(1-\alpha)^2 \eta} \right]. \quad (3)$$

Частоту установившихся колебаний будем считать приближенно равной частоте рабочего типа колебаний резонатора, что допустимо при достаточно высокой его добротности Q , когда время установления колебаний значительно превосходит время пролета электронов через резонатор.

Для отыскания стартового тока РМБВ из (3) достаточно знать η с точностью до μ^2 ($\mu \ll 1$): при этом \mathcal{E} можно получить из (1) последовательными приближениями по степеням μ . Вычисления дают

$$\eta = \alpha \mu^2 [\theta \sin \theta - 2(1 - \cos \theta)]. \quad (4)$$

Электронный КПД положителен внутри интервалов угла пролета, одна из границ которых равна 2π , 4π и т. д., а вторая, приближенно, -3π — $-4/3\pi$, $5\pi - 4/\omega$ и т. д. В этих интервалах (зонах) угла пролета РМБВ может самовозбуждаться. Стартовый ток определяется соотношением

$$\frac{I_{0 st} Q}{\gamma_0^3} = \frac{m_0 c^3}{2e} \frac{\left[\int_{S_\perp} |\nabla E_0|^2 dS_\perp / 4\pi E_0^2(\mathbf{r}_{\perp 0}) \right]}{(1-\alpha)^2 [\sin \theta - (2/\theta)(1 - \cos \theta)]}.$$

Минимальный внутри зоны самовозбуждения стартовый ток слегка уменьшается с ростом номера зоны. Оценим его в первой зоне.

Пусть $\theta = 5\pi/2$, $\alpha = 1/2$, а пучок расположен вблизи максимума функции $E_0(\mathbf{r}_\perp)$. Тогда для низших относительно поперечных индексов типов колебаний прямоугольного или цилиндрического резонаторов $\left[\int_{S_\perp} |\nabla E_0|^2 dS_\perp / 4\pi E_0^2(\mathbf{r}_{\perp 0}) \right] \approx 0,3$ и

$$I_{0 st} \approx 1,5 \cdot 10^4 (\gamma_0^3/Q).$$

Если, например, $\gamma_0 \approx 3$, $Q \approx 500$, стартовый ток РМБВ порядка 10^3 а.

Этот расчет показывает, что РМБВ может служить источником мощных высокочастотных колебаний (стартовая мощность пучка при выбранных параметрах — 10^9 вт). Поэтому интересна оценка возможного КПД генератора.

Найти максимальный КПД с помощью равенства (4) не удается, поскольку η , даваемое им, неограниченно растет с увеличением μ в то время как само (4) справедливо лишь при $\mu \ll 1$, а точнее $\mu^6 \ll 1$. Дело в том, что при нахождении \mathcal{E} из (1) последовательными приближениями по степеням μ в добавок первого приближения в Φ входит слагаемое порядка μ^6 , оказывающееся порядка единицы уже для сравнительно небольших μ , так как даже в первой зоне самовозбуждения $\theta \approx 8$. А тогда, вычисляя добавок второго приближения в \mathcal{E} , в первом

уравнении (1) некорректно разлагать $\cos\Phi$ в ряд по добавку первого приближения в Φ и ограничиваться первым членом этого разложения. Процедуру отыскания \mathcal{E} последовательными приближениями можно улучшить, если воспользоваться периодичностью $\mathcal{E} = \mathcal{E}(\theta)$, следующей из консервативности системы (1). По аналогии с [1] \mathcal{E} необходимо искать как периодическую функцию аргумента $(1 + \Delta)\theta$, определяя константу Δ последовательными приближениями по степеням μ из условия периодичности \mathcal{E} .

С помощью этой методики в первом приближении по μ ($\mu\theta \sim 1$) нетрудно получить

$$\hat{\eta} = \mu J_1(2\alpha\theta) \sin\theta,$$

$J_1(x)$ — функция Бесселя первого порядка. Максимальное значение $\hat{\eta}$ приближенно равно

$$\hat{\eta}_{\max} \approx 0,6/\alpha\theta_{\max} \quad (5)$$

при $\mu_{\max} \approx 1/\alpha\theta_{\max}$, где $\theta_{\max} = 5\pi/2, 9\pi/2$ и т. д. В первой зоне самовозбуждения $\hat{\eta}_{\max} \approx 0,075/\alpha$, $\mu_{\max} \approx 0,125/\alpha$. Не представляет также трудностей нахождение $\hat{\eta}$ с точностью до μ^2 . Не приводя полного выражения $\hat{\eta}$, которое довольно громоздко, дадим поправку порядка μ^2 в (5) при $\theta = 5\pi/2$ и $\mu = 0,125/\alpha$. С ее учетом $\hat{\eta}_{\max} \approx 0,05/\alpha^*$. Подставляя $\hat{\eta} \approx 0,05/\alpha$, $\mu \approx 0,125/\alpha$ и $\theta = 5\pi/2$ в (3), легко подсчитать, что в максимуме КПД ток пучка примерно вдвое превышает стартовый ток. Таким образом, параметрам РМБВ, выбранным для оценки стартового тока, в режиме максимального КПД ($\hat{\eta}_{\max} \approx 0,1$, $\mu_{\max} \approx 0,13$) соответствует мощность пучка $2 \cdot 10^9$ вт и излучаемая мощность порядка $2,5 \cdot 10^8$ вт. Приведенные оценки КПД не дают оснований считать РМБВ высокоэффективным генератором. Решающим доводом в его пользу может служить лишь простота конструкции пространства взаимодействия.

Одним из факторов, ограничивающих сверху диапазон рабочих частот РМБВ, является высокочастотный пробой в резонаторе, возникновение которого возможно при слишком большой напряженности высокочастотного поля вблизи стенки резонатора. Как видно из выражений для μ , по мере увеличения рабочей частоты амплитуда поля в резонаторе при неизменном КПД увеличивается. В РМБВ с цилиндрическим резонатором и пучком, расположенным вблизи его оси, максимальная напряженность поля около боковой стенки резонатора E_{\max} и $E(r_{\perp 0})$ связана равенством $E_{\max} \approx 0,51k/\alpha E_0(r_{\perp 0})$. Поскольку вблизи максимума КПД $\mu \approx 1/\alpha\theta_{\max}$, из соотношения между $E(r_{\perp 0})$ и μ для наименьшей длины рабочей волны РМБВ получаем выражение

$$\lambda = (\pi/\theta_{\max}) (m_0 c^2 / e E_{\max}) \alpha^{-3/2} (1 - \alpha)^{-1/2}.$$

Множитель $\alpha^{-3/2}(1 - \alpha)^{-1/2}$ имеет минимальное значение, равное приблизительно 3 при $\alpha = 0,75$. Таким образом,

$$\lambda_{\min} = (3\pi/\theta_{\max}) (m_0 c^2 / e E_{\max}).$$

В первой зоне самовозбуждения в случае $E_{\max} \approx 250 \text{ кв} \cdot \text{см}^{-1}$ $\lambda_{\min} \sim 2.5 \text{ см}$.

* Оценка, очевидно, верна при не слишком малых α , когда $\mu_{\max} \ll 1$. В [1] численным интегрированием (1) показано, что $\hat{\eta}_{\max}$ превышает 0,2, если $\alpha \ll 1$.

Формируемые в настоящее время импульсы тока релятивистских электронов имеют длительность порядка нескольких десятков наносекунд [6, 7]. При их использовании в РМБВ существенную роль должны играть процессы установления автоколебаний. В режиме максимального КПД, когда величина тока пучка вдвое превышает стартовый ток, инкремент колебаний равен декременту колебаний резонатора без пучка, и колебания успевают установиться, если параметр $\pi N/Q$ порядка единицы, N — число колебаний в течение импульса. Если длительность импульса 20 нсек, то за его время в РМБВ трехсантиметрового диапазона длин волн происходит 200 колебаний; при $Q = 500$ колебания устанавливаются лишь в конце импульса.

Наконец, обратим внимание на то, что размеры резонатора РМБВ и длина его рабочей волны приближенно удовлетворяют соотношению $a^2/l\lambda \sim 0,5$ (если $a \sim 0,5$), a — поперечный размер резонатора. Это условие позволяет использовать в РМБВ резонатор Фабри—Перо или открытый резонатор другого типа (см., например, [8]). Такие резонаторы выгодны с точки зрения селекции их собственных колебаний, чтобы избежать возможного, вообще говоря, в РМБВ одновременного возбуждения нескольких колебаний с различными частотами. С другой стороны, открытые резонаторы, вероятно, дают возможность повысить рабочую частоту, поскольку в них, из-за отсутствия боковых стенок, повышается пробойная напряженность высокочастотного поля. Однако для оценки стартового тока и КПД РМБВ с открытыми резонаторами необходим специальный расчет, учитывающий особенности структуры поля в этих резонаторах.

Автор благодарен А. В. Гапонову и М. И. Петелину за поддержку работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. J. J. Müller, E. Postas, *Helv. Phys. Acta*, 3, 435 (1910).
2. F. Biquard, P. Grivet, A. Sentier, *IEEE Trans., IM-17*, № 4, 351 (1968);
Зарубежная радиоэлектроника, № 10, 123 (1969).
3. М. И. Петелин, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 13, № 10, 1586 (1970).
4. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Механика, Физматгиз, М., 1958, стр. 109.
5. А. В. Сморгонский, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика (в печати).
6. S. E. Graybill, S. V. Nablo, *Bull. Am. Phys. Soc.*, 12, № 6, 931 (1967).
7. W. I. Link, *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, 14, № 3, 777 (1967).
8. В. М. Файн, Я. И. Ханин, Квантовая радиофизика, изд. Сов. радио, М., 1965, стр. 508.

Научно-исследовательский радиофизический институт
при Горьковском университете

Поступила в редакцию
27 февраля 1970 г.

EXCITATION OF OSCILLATIONS IN THE HOLE RESONATOR BY A RELATIVISTIC ELECTRON BEAM

V. K. Yulpatov

The possibility of generating microradio waves when the relativistic electron beam interacts with the traveling component of the electromagnetic field in the terminated piece of the metal waveguide is considered. The starting current, gain, output power, and limiting operating frequency of the oscillator are estimated.