

С О Д Е Р Ж А Н И Е

Дмитренко Д. А., Виноградова Л. В., Теплых А. И., Хрулев В. В. Измерение коэффициента поглощения в атмосфере в диапазоне $\lambda = 5,28-20 \text{ см}$	1761
Вирник Я. З., Ковалев А. С., Ларionцев Е. Г. Естественные флюктуации частоты в лазере с синхронизованными модами	1769
Шварцбург А. Б. Самофокусировка пучка интенсивных электромагнитных волн с эллипсоидальным фазовым фронтом	1775
Петрищев В. А. Аберрационная тепловая самофокусировка света	1779
Юллатов В. К. Возбуждение колебаний в полом резонаторе релятивистским электронным пучком	1784
Лучинин А. Г., Савельев В. А. Асимптотика синусоидально модулированного поля излучения в изотропно рассеивающей среде	1789
Кондратьев И. Г., Пермитин Г. В. О структуре поля направленного излучателя вблизи простой каустики в неоднородной среде	1794
Шустин Е. Г., Харченко И. Ф. Анализ энергетического распределения электронов, движущихся по криволинейным траекториям	1800
Коцаренко Н. Я., Кошевая С. В., Федорченко А. М. Взаимодействие поливинтового потока электронов с электромагнитными волнами, распространяющими под углом к магнитному полю	1805
Алексеев Ю. И., Виткович В. В., Журавлев В. Ф., Кожухов В. Н., Шитов Ю. П. Спектры некоторых пульсаров в диапазоне метровых волн	1810
Брук Ю. М. Оценка интенсивности радиоизлучения пульсаров $CP\ 0808$ и $CP\ 1133$ на частоте $25\ M\Gamma$	1814
Брук Ю. М. Наблюдение радиоизлучения пульсара $NP\ 0532$ на частоте $25\ M\Gamma$	1818
Брезгулов В. Н., Удальцов В. А. О временных вариациях максимумов и формы импульсов пульсара $CP\ 1133$	1827
Виткович В. В., Шитов Ю. П. Обнаружение и результаты исследований колебаний второго класса некоторых пульсаров	1833
Железняков В. В. О поляризации радиоизлучения пульсаров	1842
Киржниц Д. А. Сверхтекучесть и сверхпроводимость нейтронных звезд — пульсаров	1847
Шварцман В. Ф. Два поколения пульсаров	1852
Бисноватый-Коган Г. С. Пульсар как нейтронная звезда и слабые взаимодействия	1868
Левич Е. В., Сюняев Р. А. Нагрев газа вблизи пульсаров вследствие индуцированного комптон-эффекта	1873
Вандакуров Ю. В. О самовозбуждающихся низкочастотных колебаниях магнитной вращающейся нейтронной звезды	1879
Виткович В. В., Шитов Ю. П. Новые результаты исследования межзвездной плазмы посредством «просвечивания» ее пульсарами	1888
Программа Всесоюзного совещания по физике пульсаров	1900
Краткие сообщения и письма в редакцию	
Красовицкий В. Б. К нелинейной теории взаимодействия модулированного релятивистского электронного пучка с плазмой	1902
Новиков М. А. Оптическая активность в постоянном электрическом поле	1903
Воробьев В. В. Самофокусировка световых пучков без осевой симметрии	1905
Эстрин Ю. З. Об отсутствии релаксации осциллятора, связанного с равновесной системой осцилляторов той же частоты	1907

Информация

Содержание т. XIII журнала «Известия высших учебных заведений МВ и ССО СССР» по разделу «Радиофизика» за 1970 г.
Именной указатель — т. XIII журнала «Известия высших учебных заведений МВ и ССО СССР» по разделу «Радиофизика» за 1970 г.

УДК 621.371

ИЗМЕРЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ПОГЛОЩЕНИЯ В АТМОСФЕРЕ В ДИАПАЗОНЕ $\lambda = 5,28 - 20 \text{ см}^*$

Д. А. Дмитренко, Л. В. Виноградова, А. И. Теплых, В. В. Хрулев

Приводятся результаты измерения поглощения в диапазоне $\lambda = 5,28 - 20 \text{ см}$. Значения коэффициентов поглощения достаточно хорошо согласуются с теорией, подтверждая наличие частотной зависимости Γ_0 в этом диапазоне.

Накопленный к настоящему времени фактический материал по экспериментальному исследованию поглощения радиоволн в атмосфере можно условно разделить на две группы. К первой группе относятся противоречащие теории [1, 2] результаты измерения Γ_0 в диапазоне $\lambda = 3 - 60 \text{ см}$, приводимые в [3]; ко второй группе—результаты, подтверждающие наличие зависимости от частоты коэффициента поглощения (например, [4, 5, 6, 18, 19]). Следует отметить, что результаты первой группы получены, в основном, путем измерения поглощения по собственному радиоизлучению атмосферы; результаты второй группы получены как по собственному радиоизлучению атмосферы [4], так и методом сравнения интенсивности дискретного источника, принимаемой под разными углами к горизонту [5]. В работах [4, 6, 18, 19] было показано, что результаты первой группы в диапазоне волн 20—70 см ошибочны. Для выяснения вопроса о величине коэффициента поглощения в коротковолновой части дециметрового диапазона ($\lambda < 20 \text{ см}$) были проведены измерения Γ_0 на волнах $\lambda = 5,28 - 20 \text{ см}$ и поставлен контрольный эксперимент.

1. ИЗМЕРЕНИЕ ПОГЛОЩЕНИЯ В ДИАПАЗОНЕ $\lambda = 5,28 - 17 \text{ см}$

Измерения проводились в 1968—1969 гг. на радиоастрономическом полигоне НИРФИ «Старая пустынь» с помощью 7-метрового радиотелескопа с двухзеркальной кассегреновской антенной ($F/D = 0,4$).

Измерения на всех частотах проводились при горизонтальной поляризации облучателя. Реакция приемника на изменения характеристик антенного тракта отсутствовала, поскольку приемник закреплялся в непосредственной близости к облучателю и антенный тракт оставался неподвижным при изменении положения антенны в пространстве. При измерениях Γ_0 выбирался участок небесной сферы с однородной яркостной температурой космического излучения по траектории движения диаграммы антенны, а также учитывалось влияние излучения Земли, принимаемого антенной через области рассеяния по методике [6].

Известно, что величина коэффициента поглощения для углов места $h \geq 5^\circ$ может быть представлена в виде [8]

$$\Gamma_0 = \frac{4,34 \Delta T_a (h - h_0)}{\eta (1 - \beta_{\omega_0}) T_{\text{ср атм}} (\text{csch} - \text{csch}_0)} (\partial\delta), \quad (1)$$

* Работа на волнах $\lambda = 5,28 - 17 \text{ см}$ проведена Д. А. Дмитренко и Л. В. Дмитренко, контрольный эксперимент на $\lambda = 20 \text{ см}$ — Д. А. Дмитренко, А. И. Теплых, В. В. Хрулевым.

где $\Delta T_a (h - h_0)$ — приращение температуры антенны при изменении угла места h (в нашем случае $h_0 = 60^\circ$), η — КПД антенной системы, β_{Ω_0} — коэффициент рассеяния вне телесного угла Ω_0 (Ω_0 — телесный угол, охватывающий полный лепесток диаграммы направленности антенны, так называемый full-beam), $T_{\text{ср атм}} = T_0 - 6,5 H_1$ — средняя температура атмосферы, T_0 — внешняя температура, H_1 — эффективная высота поглощения в кислороде.

Исключая тепловую калибровку и учитывая известное выражение для η , соотношение (1) можно записать в виде

$$\Gamma_0 = \frac{(0,85 \div 0,9) T_0}{T_{\text{ср атм}} [1 - (T_n - T_0)/\Delta T_a^{\text{зен}}]} \cdot \frac{\Delta n (h - h_0)/\Delta n_{\text{зен}}}{\cosh - \cosh_0} \frac{1}{(1 - \beta_{\Omega_0})} (\text{дБ}), \quad (2)$$

где $\Delta n (h - h_0)$ — приращение показания выходного прибора при изменении угла места, $\Delta n_{\text{зен}}$ — приращение показания выходного прибора при подключении ко входу приемника поочередно согласованной нагрузки и антенны, направленной в зенит ($h = 90^\circ$), $[1 - (T_n - T_0)/\Delta T_a^{\text{зен}}]$ — коэффициент, связанный с разностью температур T_n и T_0 (T_n — температура опорной нагрузки радиометра).

В ряде работ (см., например, [6–11]) предполагалось, что распределение мощности, рассеиваемой антенной вне главного лепестка диаграммы, можно считать близким к равномерному. Такая идеализация позволяла не учитывать влияния излучения Земли на приращение температуры антенны при изменении h , а также давала право считать полный лепесток диаграммы (full-beam) состоящим только из главного лепестка, т. е. $\Omega_0 = \Omega_{\text{gl}}$. Поэтому при измерении Γ_0 принимался во внимание только коэффициент рассеяния вне главного лепестка диаграммы β_{gl} ^{*}, что, вообще говоря, приводит к заниженной величине учитываемого в (1) коэффициента $(1 - \beta_{\Omega_0})$, так как реально $\Omega_0 > \Omega_{\text{gl}}$ и, следовательно, $\beta_{\Omega_0} < \beta_{\text{gl}}$. Количественное соотношение между β_{Ω_0} и β_{gl} можно проиллюстрировать на примере работы [12], в которой приводятся результаты измерения полной диаграммы направленности антенны. Оценивая по данным [12] величину β_{Ω_0} , можно видеть, что в телесном угле полного лепестка Ω_0 ($\Omega_0, 5$ — телесный угол, охватывающий главный лепесток на уровне половинной мощности, линейный угол $\theta_0 \approx 10\theta_{0,5}$) сосредоточено около половины всей рассеиваемой вне главного лепестка диаграммы мощности, т. е. $(1 - \beta_{\Omega_0}) \approx (1 - \beta_{\text{gl}}/2)$. Следовательно, учитывая в (1) величину $(1 - \beta_{\text{gl}})$ при измерении Γ_0 с антенной, аналогичной [12], можно завысить результаты измерения на величину $(1 - \beta_{\text{gl}}/2)/(1 - \beta_{\text{gl}})$, которая может составить 20–50% в случае применения антенн, имеющих величину коэффициента рассеяния вне главного лепестка $\beta_{\text{gl}} = 0,3 - 0,5$. Таким образом, одна из основных ошибок измерений связана с неточностью учета в (1) коэффициента $(1 - \beta_{\Omega_0})$.

Величину коэффициента рассеяния $(1 - \beta_{\Omega_0})$ можно определить путем графического интегрирования, если известна полная диаграмма направленности антенны и величина β_{gl} , измеренная одним из известных методов [13]. В этом случае $(1 - \beta_{\Omega_0}) = \alpha (1 - \beta_{\text{gl}})$, где α представляет собой отношение мощностей, рассеиваемых антенной в телесные углы полного и главного лепестков диаграммы. Обычно, используя излучение Солнца, удается довольно уверенно измерять диаграмму направленности до уровня—(30–35) дБ, т. е. включая главный и первые 2–3 боковых лепестка. Принимая во внимание, что уровень боковых лепестков довольно быстро убывает с увеличением кромки лепестка, можно

* Величина θ_{gl} измерялась по радиоизлучению Луны [8], «черного» диска и горы [7, 9, 11], дискретного источника Кассиопея-А [6, 10].

считать, что коэффициент $(1 - \beta_{\Omega_0})$, определенный по измеренной диаграмме, равен $(1 - \beta_{\Omega_0})$ с ошибкой, заведомо меньшей $(\beta_{\text{гл}} - \beta_{\Omega_0})/2$. Причем необходимо подчеркнуть, что учет в (1) коэффициента $(1 - \beta_{\Omega_0})$ приведет только к завышению результатов измерения Γ_0 .

Однако измеряемую относительную величину доли мощности, излучаемой антенной в первые боковые лепестки, можно уточнить, используя перефокусировку антенной системы. Вынося облучатель из фокуса и тем самым фокусируя излучение антенны на расстоянии $R_n = 2D^2/\lambda^2 n$ (где n — число сокращения дальней зоны), можно ожидать, что заметное перераспределение рассеиваемой мощности произойдет в сравнительно небольшом телесном угле вблизи главного направления диаграммы, поскольку, как показано в [16], чем выше номер бокового лепестка, тем ближе он формируется.

Отсюда следует, что при перефокусировке антенны дальние боковые лепестки, формирование которых происходит на расстоянии $R \ll R_n$, останутся практически неизменными; что касается задних лепестков, то они определяются в основном излучением облучателя, и поэтому можно считать, что по мере удаления от зеркала общая энергия, излучаемая в заднюю полусферу, остается неизменной. Таким образом, следует ожидать, что при выносе облучателя из фокуса на величину, соответствующую перефокусировке антенны на расстояние границы формирования, например, 10-го лепестка, диаграмма направленности изменится, практически, только в телесном угле главного и первых девяти боковых лепестков, т. е. в этом случае главный лепесток станет шире и займет телесный угол порядка Ω_0 , причем величина рассеиваемой в этот телесный угол мощности практически не изменится по сравнению с настроенной антенной. Таким образом, измеряя величину $(1 - \beta_{\text{гл}})_n$ перефокусированной антенны, можно считать $(1 - \beta_{\Omega_0}) \approx (1 - \beta_{\text{гл}})_n$ *

Чтобы проиллюстрировать высказанное, было проведено измерение величины $(1 - \beta_{\Omega_0})$ методом перефокусированной антенной системы на волне $\lambda = 10 \text{ см}$. На рис. 1 приведены диаграммы направленности, измеренные по радиоизлучению Солнца для случаев настроенной антенны ($\Delta l = 0 \text{ мм}$) и вынесенного из фокуса на величину $\Delta l = 100 \text{ мм}$ облучателя, что соответствует сокращению дальней зоны примерно в $n = 10$ раз. На рис. 2 приведены зависимости $\Delta T_a (h - h_0)$ от $\csc h$ для случаев $\Delta l = 0 \text{ мм}$ и $\Delta l = 100 \text{ мм}$. Известно, что отличие от линейного

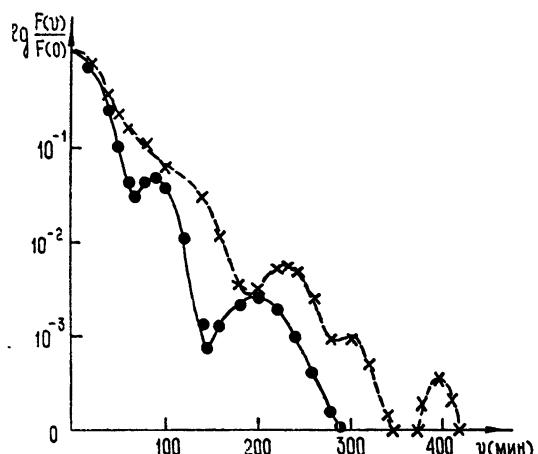


Рис. 1. $\lambda = 10 \text{ см}$, ●●● — $\Delta l = 0 \text{ мм}$, ××× — $\Delta l = 100 \text{ мм}$.

* В [14, 15] фокусировка используется для измерений в ближней зоне, мы же измеряем при фокусировке диаграмму в дальней зоне, т. е. специально «портим» диаграмму, чтобы найти $(1 - \beta_{\Omega_0})$.

закона зависимости $\Delta T_a (\csc h)$ объясняется тем, что вклад излучения Земли в температуру антенны не остается постоянным при изменении угла места. Изменение ΔT_a как функции (\csc) (особенно при больших h) существенно зависит от величины и закона распределения мощности рассеиваемой антенной в переднюю и заднюю (относительно раскрыва антенны) полусферах. Как видно из рис. 2, кривые, соответствующие $\Delta l = 0$ мм и $\Delta l = 100$ мм, совпадают, что свидетельствует о практически неизменных величинах и законе распределения мощности рассеиваемой антенной вне Ω_0 в случае перефокусированной антенной системы.

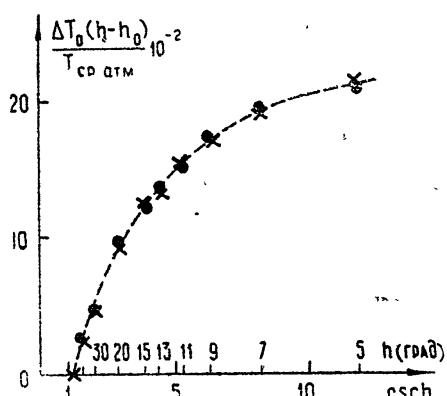


Рис. 2. $\lambda = 10$ см, $\eta = 0,74$; ●●● — $\Delta l = 0$ мм, ××× — $\Delta l = 100$ мм.

Результаты измерений сведены в табл. 1.

Таблица 1

n	$\vartheta_{\text{гл}}$ (мин)	ϑ_1 (мин)	$(1 - \beta_{\text{гл}})$	$\int F d\Omega$ $\Omega_{\text{гл}}$	$\int F d\Omega$ Ω_L	$(1 - \beta_{\text{гл}})_n$	$(1 - \beta_{\Omega})_n$
0	75	300	0,099	$4,95 \cdot 10^{-5}$	$0,89 \cdot 10^{-5}$	0,56	0,78
10	350	410	0,06	$12,0 \cdot 10^{-5}$	$0,9 \cdot 10^{-5}$	0,8	0,81

Здесь величина $(1 - \beta_{\text{гл}})_n$ измерялась по радиоизлучению Луны [13], величины $\int F d\Omega$ и $\int F d\Omega$ определялись путем графического интегрирования по измеренной диаграмме.

Из табл. 1 видно, что величины $(1 - \beta_{\Omega})_n$ и $(1 - \beta_{\text{гл}})_n$ при $n = 10$ практически совпадают, что свидетельствует о правомерности наших оценок.

Результаты измерения коэффициента поглощения в диапазоне $\lambda = 5,28 - 17$ см приведены в табл. 2.

Для сравнения в табл. 2 указаны величины коэффициентов поглощения Γ_0^* , измеренные только с учетом $(1 - \beta_{\text{гл}})$. Как и следовало ожидать, результаты измерения Γ_0^* оказались завышенными, что дает основание предполагать, что одной из возможных причин завышения результатов работ [7-11] может явиться учет лишь $(1 - \beta_{\text{гл}})$ вместо $(1 - \beta_{\Omega})$.

Рассмотрим соотношение (2) с точки зрения точности определения каждого из трех сомножителей. Известно [13], что ошибка при измерении первого сомножителя лежит в пределах $\pm (4 - 10)\%$. Второй сомножитель является непосредственно измеряемой величиной и представляет собой тангенс угла наклона зависимости $\Delta T_a (\csc h)$. Ошибка при измерении второго сомножителя определяется дисперсией, при определении тангенса угла наклона составляет около $\pm 5\%$ для каждой используемой нами частоты. Оцениваемая нами ошибка при измерении треть-

его сомножителя, как отмечалось выше, -10% . Таким образом, среднеквадратичная ошибка при измерении Γ_0 равна $+9, -13\%$.

На рис. 3 приведены теоретические кривые зависимости коэффициента поглощения от длины волны: I — кривая Хогга, заимствованная нами из [5], II — кривая Ван-Флекка, рассчитанная для воздуха ($21\% O_2$)

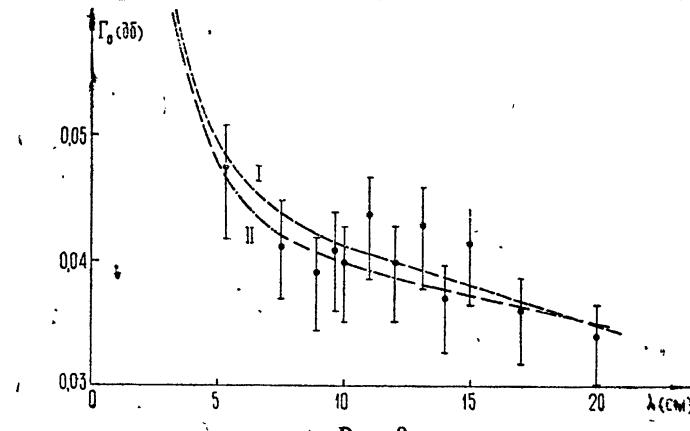


Рис. 3.

при $P = 760 \text{ мм рт. ст.}$, $T_0 = 293^\circ\text{K}$, $\lambda > 0,65 \text{ см}$, $H_1 = 5,3 \text{ км}$ и $\Delta\nu = 0,0023 \text{ см}^{-1}$, и результаты измерения Γ_0 в диапазоне $\lambda = 5,28-20 \text{ см}$. Как видно из рис. 3, экспериментальные данные достаточно хорошо согласуются с расчетом.

Кроме, являющегося основным при наших измерениях, учета рассеяния вне полного лепестка диаграммы, принимались во внимание также факторы, отмеченные в [6]. Измерения показали, что учет влияния радиоизлучения Земли, принимаемого нашей антенной, в области рассеяния при изменении угла места по методике [6] приводит к поправке, равной $(4-6)\%$ на всех используемых нами частотах.

Предположение о близком к равномерному распределению мощности, рассеиваемой вне главного лепестка диаграммы, и, следовательно, учет в (1) лишь величины $(1 - \beta_{gl})$ может привести к завышению измеряемой величины Γ_0 на $(1 - \beta_{gl})/(1 - \beta_{gl})$, что составляет в нашем случае от 14 до 40% (см. табл. 2).

Таблица 2

$\lambda (\text{см})$	$1 - \beta_{gl}$	$1 - \beta_{\Omega_0}$	$\beta_{gl} - \beta_{\Omega_0}$	$\Gamma_C^* (\text{дБ})$	$\Gamma_0 (\text{дБ})$	$T_{zen} (\text{°К})$
5,28*	0,53	0,66	0,27	0,0616	0,0474	$3,0 \pm 0,5$
7,57	0,43	0,6	0,29	0,0572	0,0418	$2,4 \pm 0,4$
8,89	0,45	0,6	0,27	0,0518	0,039	$2,2 \pm 0,3$
9,65	0,56	0,66	0,2	0,047	0,0408	$2,3 \pm 0,4$
10,0	0,66	0,81	0,45	0,046	0,0398	$2,0 \pm 0,3$
10,95	0,57	0,71	0,32	0,055	0,0436	$2,3 \pm 0,4$
12,0	0,62	0,7	0,21	0,045	0,0398	$2,1 \pm 0,3$
13,11	0,6	0,69	0,23	0,05	0,0428	$2,4 \pm 0,4$
14,0	0,65	0,8	0,43	0,045	0,037	$2,0 \pm 0,3$
15,01	0,65	0,74	0,26	0,047	0,0413	$2,3 \pm 0,3$
17,0	0,45	0,60	0,35	0,048	0,036	$2 \pm 0,3$

* При определении Γ_0 на волне $\lambda = 5,28 \text{ см}$ учитывалось поглощение радиоволн парами воды. Эффективная высота поглощения в водяном паре принималась равной $H_2 = 2,2 \text{ км}$, средняя абсолютная влажность за время измерений составляла $\rho = 7,6 \text{ г} \cdot \text{м}^{-3}$; удельный коэффициент поглощения в водяном паре принимался равным $a = 4 \cdot 10^{-4} (\text{дБ} \cdot \text{м}^3 \cdot \text{км}^{-1} \cdot \text{г}^{-1})$, исходя из данных [9].

Определяющее влияние этого фактора по сравнению с влиянием излучения Земли обусловлено применением для наших измерений двухзеркальной антенной системы, которая имеет преимущественное рассеяние вне Ω_{gl} , приходящееся на переднее полупространство. В случае использования для аналогичных измерений однозеркальной антенны, можно ожидать преобладающего влияния фактора, связанного с приемом излучения Земли. Очевидно, что для повышения точности измерения поглощения по собственному радиоизлучению атмосферы необходимо измерять величины η и $(1 - \beta_{\Omega_0})$ с ошибкой по крайней мере ниже 5% либо применять антенны, имеющие возможно более низкий уровень мощности, рассеиваемой вне Ω_{gl} , так, например, при $\beta_{\text{gl}} \ll 0,1$ можно считать $(1 - \beta_{\Omega_0}) = (1 - \beta_{\text{gl}})$ с ошибкой около 5%.

2. КОНТРОЛЬНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

Как отмечалось выше и в [6], на результаты измерения $\Delta T_a(h)$ влияет ряд факторов, пренебрегая которыми, можно существенно исказить результаты измерения Γ_0 , а именно: 1) неоднородность космического излучения, 2) влияние ионосферы, 3) поляризация космического излучения, 4) реакция приемника на изменения параметров антенного тракта при изменении ориентации антенны в пространстве, 5) неполяризованная компонента радиоизлучения Земли, принимаемая антенной через области рассеяния, 6) поляризованная компонента радиоизлучения Земли, 7) радиоизлучение атмосферы, принимаемое боковыми лепестками диаграммы направленности антенны. Учет трех последних из перечисленных выше факторов определяет в основном величину суммарной поправки δ_2 к Γ_0 при измерениях на частотах, где космическое излучение можно считать однородным по траектории движения антенны.

При этом, как отмечалось выше, следует ожидать, что степень влияния факторов 5), 6) и 7) на величину Γ_0 будет зависеть от соотношения величин рассеиваемой антенной мощности в заднее и переднее (относительно раскрыва антенны) полупространства, т. е. определяющее влияние факторов 5) и 6) по сравнению с фактором 7) будет иметь место при использовании антенн, имеющих преимущественное рассеяние в заднее полупространство (например, для однозеркальных антенн), и наоборот—основным фактором будет 7) при диаграмме с повышенным уровнем боковых лепестков, примыкающих к главному (например, для двухзеркальных антенн).

В связи с этим были проведены специальные измерения поглощения по собственному радиоизлучению атмосферы на волне $\lambda = 20 \text{ см}$ на двух антенных с разными системами облучения. При измерениях использовались однозеркальная и двухзеркальная антенны с повышенным значением коэффициента рассеяния вне главного лепестка диаграммы направленности β_{gl} , что позволило выделить влияние фактора 7) на результаты измерения Γ_0 . Параметры используемых антенн и результаты измерения коэффициента поглощения даны в табл. 3.

Таблица 3

Тип антенны	$f (\text{Гц})$	$D (\mu)$	$\Delta F_{0,5}$	β_{gl}	δ_2 (%)	δ_6 (%)	δ_7 (%)	δ^2 (%)	Γ_0 (дБ)	Γ_0 (дБ)
Однозеркальная	1,51	8	$1^{\circ}35 \times 1^{\circ}47$	0,2	6	—	3	9	0,046	$0,040 \pm 0,006$
Двухзеркальная	1,50	7	$1^{\circ}50$	0,67	7	—	44	51	0,067	$0,034 \pm 0,005$

В таблице используются следующие обозначения: f — частота измерения, D — диаметр зеркала, $\Delta F_{0,5}$ — средняя по двум плоскостям ширина главного лепестка диаграммы направленности по мощности на уровне 0,5, $\beta_{\text{пл}}$ — коэффициент рассеяния вне главного лепестка диаграммы, $\delta\Sigma = \sum_{i=1}^7 \delta_i$ — величина суммарной поправки, δ_i — значения поправок, связанные с учетом вышеперечисленных факторов, Γ_0^* — величина коэффициента поглощения, измеренная без учета мешающих факторов.

Как видно из таблицы, результаты измерения Γ_0 , полученные на разных антенах, практически совпадают и достаточно хорошо согласуются с результатами работы [17], а также соответствуют теории [1, 2] при $\Delta v = 0,023 - 0,24 \text{ см}^{-1}$.

Таким образом, результаты измерения Γ_0 , приводимые в [4, 5, 17], а также результаты настоящей работы позволяют, на наш взгляд, окончательно решить вопрос в пользу наличия зависимости от частоты коэффициента поглощения в сантиметровом и дециметровом диапазонах волн, а содержащееся в [7] утверждение о равномерном распределении полного поглощения в кислороде в диапазоне $\lambda = 3 - 60 \text{ см}$ представляется лишенным основания.

Авторы благодарны В. А. Разину и Н. М. Цейтлину за ценные замечания и обсуждение данной работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. J. H. Van Vleck, Phys. Rev., 71, № 7, 413 (1947).
2. D. C. Hogg, J. Appl. Phys., 30, 1417 (1959).
3. А. Г. Кисляков, К. С. Станкевич, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 10, № 9—10, 1244 (1967).
4. В. В. Хрулев, А. А. Петровский, П. А. Капустин, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика (в печати).
5. T. F. Howell, J. K. Shakeshaft, J. Atm. Terr. Phys., 29, 1559 (1967).
6. В. В. Хрулев, И. П. Хижнякова, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 11, № 12, 1198 (1968).
7. К. С. Станкевич, Радиотехника и электроника, 11, № 3, 445 (1966).
8. Д. А. Дмитренко, В. Д. Кротиков, В. С. Троицкий, Н. М. Цейтлин, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 7, № 5, 817 (1964).
9. Д. А. Дмитренко, К. М. Стрежнева, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 10, № 2, 165 (1967).
10. Л. Н. Бондарь, В. Д. Кротиков, К. С. Станкевич, Н. М. Цейтлин, Радиотехника и электроника, 10, № 4, 755 (1965).
11. В. П. Ласточкин, К. С. Станкевич, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 6, № 6, 1098 (1963).
12. L. A. Higgs, Bull. Astron. Inst. Netherlands, Suppl. Ser., 2, № 2, 59 (1967).
13. Н. М. Цейтлин, Применение методов радиоастрономии в антенной технике, изд. Сов. радио, М., 1966.
14. D. Cheng, Wireless Eng., 33, № 10, 234 (1956); Вопросы радиолокационной техники, № 2 (38), 82 (1957).
15. Н. А. Есекина, ДАН СССР, 113, № 1 (1957); ПТЭ, № 2, 24 (1959).
16. Б. Е. Кинбер, Радиотехника и электроника, 6, № 4, 545 (1961).
17. A. A. Repzias, R. W. Wilson, Astron. J., 72, 315 (1967).
18. В. В. Хрулев, А. И. Теплых, С. А. Волохов, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 12, № 6, 819 (1969).
19. В. В. Хрулев, С. А. Волохов, А. И. Теплых, Радиотехника и электроника, 14, 894 (1969).

MEASUREMENT OF THE ABSORPTION COEFFICIENT IN THE ATMOSPHERE
AT THE WAVELENGTH $\lambda = 5.28 - 20$ cm*D. A. Dmitrenko, L. V. Vinogradova, A. I. Teplykh, V. V. Khrulev*

The results of measuring the absorption at the wavelength $\lambda=5.28-20$ cm are presented. The values of the absorption coefficients are in sufficiently good agreement with the theory which confirms the presence of the frequency dependence Γ_0 in this range.

УДК 621.378.325

ЕСТЕСТВЕННЫЕ ФЛУКТУАЦИИ ЧАСТОТЫ В ЛАЗЕРЕ С СИНХРОНИЗОВАННЫМИ МОДАМИ

Я. З. Вирник, А. С. Ковалев, Е. Г. Ларионцев

Исследованы естественные флуктуации частоты в лазере с N синхронизованными модами. Получено выражение для естественной ширины линии излучения, рассмотрено поведение спектральных плотностей флуктуаций частоты отдельных мод и частоты межмодовых биений. Анализ проведен в предположении, что 1) частота модуляции потерь совпадает с частотой межмодовых биений и 2) ширина спектра генерируемых мод значительно меньше ширины линии люминесценции. При таких условиях естественная ширина отдельной моды уменьшается в N раз по сравнению с режимом свободной генерации.

В последнее время проводится интенсивное теоретическое и экспериментальное изучение статистических свойств лазерного излучения. В ряде работ [1-6] рассчитана естественная ширина линии излучения для одномодового режима генерации в газовых и твердотельных лазерах. Экспериментальные измерения естественных флуктуаций частоты и амплитуды излучения [7-9] показали правильность теоретических представлений о механизме естественных флуктуаций в лазерах.

В работах [1, 10, 11] теоретически исследовались естественные флуктуации в многомодовом режиме генерации. В частности, в случае неподвижных атомов было показано, что в режиме свободной генерации ширина линии каждой отдельной моды определяется тем же выражением, что и для одномодового случая.

Представляет интерес вопрос о флуктуациях в лазере с синхронизованными модами. В работах Хакена и сотрудников [10, 11] рассматривались амплитудные флуктуации и флуктуации разности фаз в режиме самосинхронизации мод. Однако вопрос о ширине линии и о спектре флуктуаций частоты отдельных мод не исследовался.

В настоящей работе определена естественная ширина линии излучения отдельной моды лазера, работающего в режиме вынужденной синхронизации. Рассмотрен также вопрос о связи спектральных плотностей флуктуаций частоты отдельных мод и частоты межмодовых биений.

1. ФЛУКТУАЦИИ В ЛАЗЕРЕ С ТРЕМЯ СИНХРОНИЗОВАННЫМИ МОДАМИ

Взаимную синхронизацию мод лазера можно осуществить, модулируя диэлектрическую проницаемость или потери резонатора на частоте межмодовых биений. Без учета флуктуаций свойства лазера в режиме синхронизации мод рассматривались в ряде работ, например, [12, 13].

Предположим, что в лазере посредством модуляции потерь осуществлен режим синхронизации трех мод. В этом случае уравнения для фаз мод можно представить в виде

$$\dot{\varphi}_0 = S_0 + (\alpha/E_0) (\sin \theta_1 E_1 + E_{-1} \sin \theta_{-1}) + F_0/E_0,$$

$$\begin{aligned}\dot{\varphi}_1 &= S_1 - \nabla^y - (\alpha E_0/E_1) \sin \theta_1 + F_1/E_1, \\ \dot{\varphi}_{-1} &= S_{-1} + \nabla^y - (\alpha E_0/E_{-1}) \sin \theta_{-1} + F_{-1}/E_{-1}.\end{aligned}\quad (1)$$

Здесь $\varphi_0, \varphi_1, \varphi_{-1}$ и E_0, E_1, E_{-1} — соответственно амплитуды и фазы центральной и боковых мод, $\theta_1 = \varphi_0 - \varphi_1$, $\theta_{-1} = \varphi_0 - \varphi_{-1}$, $\nabla^y = \omega_m - \Omega$, ω_m — частота модуляции, Ω — разность частот между соседними модами. Через S_k ($k = 0, 1, -1$) в уравнениях (1) обозначен вклад, вносимый поляризацией активной среды. Мы пока не будем конкретизировать вид активной среды. В правых частях уравнений (1) учтены источники шума F_k . Для естественных флуктуаций в лазерах источники шума в одномодовом и многомодовом режимах подробно исследовались в работах [1, 2].

Будем полагать, что источники шума F_k для разных мод не коррелируют между собой [1]:

$$\langle F_n(t) F_m(t') \rangle = \delta_{nm} D_n \delta(t-t'). \quad (2)$$

Для газовых лазеров соотношение (2) справедливо в приближении слабого поля. Сигнал, модулирующий потери, считается идеально монохроматическим, т. е. предполагается, что его естественная ширина мала по сравнению с естественной шириной моды лазера.

Основным параметром задачи является α — коэффициент связи между модами за счет модуляции потерь. Если модуляция добротности осуществляется путем вариации коэффициента отражения одного из зеркал, $\rho = \rho_0 - \rho_m \cos \omega_m t$ ($\rho_0 \gg \rho_m$), то $\alpha = \omega_m \rho_m / 4\pi$.

Члены, пропорциональные α , описывают взаимодействие мод, зависящее от разности фаз между ними. В величинах S_k , введенных в (1), также должны содержаться члены, зависящие от разности фаз и ответственные за возникновение самосинхронизации мод в лазерах. Эти члены пропорциональны ширине полосы самосинхронизации Δ , и при условии $\alpha \gg \Delta$, которое мы будем предполагать выполненным, ими можно пренебречь. Таким образом, мы приближенно полагаем, что величины S_k зависят лишь от амплитуды мод $E_{0,1,-1}$.

Будем считать, что разность между частотой модуляции и частотой межмодовых биений значительно меньше ширины полосы синхронизации α . В этом случае в режиме синхронизации

$$|\sin \theta_1^0| \approx |\sin \theta_{-1}^0| \ll 1 \quad (3)$$

и разность фаз между соседними модами оказывается равной либо 0, либо π . При этом в уравнения для флуктуаций амплитуд не входят флуктуации фаз и амплитудные флуктуации не зависят от частотных.

Для флуктуаций фаз мод $\delta \varphi_k = \varphi_k - \varphi_k^0$ из системы (1) получим в линейном приближении

$$\begin{aligned}\delta \dot{\varphi}_0 &= \alpha x (2\delta \varphi_0 - \delta \varphi_{-1} - \delta \varphi_1) + F_0/E_0 + \delta S_0, \\ \delta \dot{\varphi}_1 &= (\alpha/x) (\delta \varphi_1 - \delta \varphi_0) + F_1/E_1 + \delta S_1, \\ \delta \dot{\varphi}_{-1} &= (\alpha/x) (\delta \varphi_{-1} - \delta \varphi_0) + F_{-1}/E_{-1} + \delta S_{-1},\end{aligned}\quad (4)$$

где $x = E_1/E_0 \approx E_{-1}/E_0$.

Применяя спектральный метод, из (4) находим следующие выражения для фурье-компонент:

$$(\delta \varphi_0)_\omega = \frac{\alpha x (\xi_{-1} + \xi_1) + (\alpha/x - i\omega) \xi_0}{\omega^2 + i\alpha\omega (2x + 1/x)},$$

$$(\delta\varphi_{-1})_\omega = \frac{\alpha^2(\xi_{-1} + \xi_1) + (\alpha/x)(\alpha/x - i\omega)\xi_0}{(\alpha/x - i\omega)[\omega^2 + i\alpha\omega(2x + 1/x)]} - \frac{\xi_{-1}}{\alpha/x - i\omega}, \quad (5)$$

$$(\delta\varphi_1)_\omega = \frac{\alpha^2(\xi_{-1} + \xi_1) + (\alpha/x)(\alpha/x - i\omega)\xi_0}{(\alpha/x - i\omega)[\omega^2 + i\alpha\omega(2x + 1/x)]} - \frac{\xi_1}{\alpha/x - i\omega}.$$

Здесь

$$\xi_k = (F_k)_\omega / E_k + (\delta S_k)_\omega \quad (k=0, -1, 1).$$

С помощью выражений (5) можно вычислить спектральные плотности флюктуаций частоты каждой моды $g_{v,k}(\omega)$.

Для этого необходимо знать корреляционные функции величин F_k и δS_k , т. е. рассчитать амплитудные флюктуации в лазере с синхронизованными модами. Такой расчет оказывается достаточно сложным. Однако мы ограничимся случаем, когда можно пренебречь влиянием амплитудных флюктуаций на частотные. Рассматривая, например, модель неподвижных активных атомов, можно показать, что величины δS_k пропорциональны параметрам $\mu_k = (\omega_k - \omega_0)/\gamma_{ab}$ — отношению расстройки частоты генерации относительно центра линии люминесценции к ширине линии люминесценции.

В случае свободной генерации вклад от δS_k в естественную ширину моды пропорционален μ_k^2 :

$$\left\langle \left(\frac{F_k}{E_k} + \delta S_k \right)^2 \right\rangle_{\omega=0} = \frac{D_k}{E_k^2} (1 + \mu_k^2).$$

Если разность частот между соседними модами мала по сравнению с шириной линии люминесценции ($\mu_k^2 \ll 1$), то влиянием амплитудных флюктуаций на частотные можно пренебречь. Для газовых ОКГ $\gamma_{ab} \sim 10^8 \div 10^9 \text{ сек}^{-1}$, поэтому последующие результаты будут справедливы либо для достаточно длинного лазера, либо при синхронизации поперечных мод. В твердотельном лазере $\gamma_{ab} \sim 10^{11} \text{ сек}^{-1}$ и условие $\mu_k^2 \ll 1$ обычно хорошо выполняется.

В области малых частот ($\omega \ll \alpha$) с учетом (2) и (5) получим

$$g_{v,k}(0) = \frac{2}{(2+1/x^2)^2} \left[\frac{D_0}{x^4 E_0^2} + \frac{D_{-1}}{E_{-1}^2} + \frac{D_1}{E_1^2} \right]. \quad (6)$$

Как видно из (6), при $\omega \ll \alpha$ спектральные плотности флюктуаций частоты одинаковы для всех мод. Если разность частот между соседними модами мала по сравнению с шириной линии люминесценции, а добротности резонатора для всех мод равны, то $D_0 = D_{-1} = D_1 = D$ и (6) принимает вид

$$g_{v,k}(0) = \frac{2}{2+1/x^2} \frac{D}{E_k^2}. \quad (7)$$

Естественная ширина линии излучения $\Delta\omega_k$ связана с $g_{v,k}(0)$ соотношением

$$\Delta\omega_k = \frac{1}{2} g_{v,k}(0). \quad (8)$$

В режиме свободной генерации естественная ширина линии определяется выражением

$$\Delta\omega_k = \frac{D_k}{E_k^2}. \quad (9)$$

Из сопоставления (8) и (9) видно, что ширина линии излучения каждой моды для лазера с тремя синхронизованными модами уменьшается по сравнению с шириной для режима свободной генерации в $(2+1/x^2)$ раз. Если интенсивности мод мало отличаются друг от друга, то $x \approx 1$ и ширина линии уменьшается в 3 раза.

Аналогичный результат—уменьшение естественной ширины линии—был получен в работе [16] для случая трех синхронизованных автогенераторов. В обоих случаях сужение линии происходит из-за некоррелированности шумов на каждой из трех генерируемых частот и из-за взаимосвязанности фаз.

В области достаточно больших частот ($\omega \gg \alpha$) спектральные плотности флуктуаций частоты определяются выражениями

$$g_{\omega k} = 2 \frac{D_k}{E_k^2} \quad (k = 0, 1, -1). \quad (10)$$

Из (10) следует, что в области достаточно больших частот спектральная плотность флуктуаций частоты для мод в режиме синхронизации оказывается такой же, как и в случае свободной генерации.

Представляет интерес также вопрос о спектральной плотности флуктуаций частоты межмодовых биений. Эта величина экспериментально измерялась в работе [14] для лазера с тремя синхронизованными модами. В случае трех мод сигнал разностной частоты на выходе квадратичного детектора пропорционален $\cos[\Omega t + (\varphi_1 - \varphi_{-1})/2]$.

Спектральная плотность флуктуаций частоты биений равна

$$g_{\omega}(\omega) = \frac{1}{2} \frac{\omega^2}{\alpha^2/x^2 + \omega^2} \left(\frac{D_{-1}}{E_{-1}^2} + \frac{D_1}{E_1^2} \right). \quad (11)$$

В области малых частот ($\omega \ll \alpha$) флуктуации фазы в разных модах коррелированы между собой, поэтому при $\omega \rightarrow 0$ $g_{\omega}(\omega)$ убывает как ω^2 . На частотах $\omega \gg \alpha$ (вне области синхронизации) флуктуации фаз различных мод независимы и

$$g_{\omega}(\omega) = \frac{1}{2} \left(\frac{D_{-1}}{E_{-1}^2} + \frac{D_1}{E_1^2} \right) \approx \frac{1}{2} g_{\omega k}(\omega) \quad (12)$$

(т. е. g_{ω} равна половине спектральной плотности флуктуаций частоты боковых мод).

Полученные нами соотношения (6)–(8), (10)–(12) позволяют установить связь между шириной моды и спектральными плотностями флуктуаций частоты $g_{\omega k}(\omega)$ и разности частот $g_{\omega}(\omega)$ в случае трех синхронизованных мод.

2. ШИРИНА ЛИНИИ ПРИ ПРОИЗВОЛЬНОМ ЧИСЛЕ СИНХРОНИЗОВАННЫХ МОД

Проведенное рассмотрение можно обобщить на случай произвольного числа N синхронизованных мод. При этом сделаем дополнительное предположение о том, что интенсивности всех мод равны ($E_k = E_0$). Тогда система уравнений для фаз примет вид [13]:

$$\begin{aligned} \dot{\varphi}_1 &= -\alpha \sin(\varphi_2 - \varphi_1) + F_1/E_0, \\ \dot{\varphi}_n &= -\alpha [\sin(\varphi_{n+1} - \varphi_n) - \sin(\varphi_n - \varphi_{n-1})] + F_n/E_0, \\ \dot{\varphi}_N &= -\alpha \sin(\varphi_N - \varphi_{N-1}) + F_N/E_0 \quad (n=2, 3, \dots, N-1). \end{aligned} \quad (13)$$

Линеаризуя систему (13) относительно стационарного состояния $\sin(\varphi_k'' - \varphi_{k-1}') = 0$, для фурье-компонент отклонений находим

$$\begin{aligned} (1-i\omega/\alpha)(\delta\varphi_1)_\omega - (\delta\varphi_2)_\omega &= -\xi_1/\alpha, \\ (2-i\omega/\alpha)(\delta\varphi_n)_\omega - (\delta\varphi_{n-1})_\omega - (\delta\varphi_{n+1})_\omega &= -\xi_n/\alpha, \\ (1-i\omega/\alpha)(\delta\varphi_N)_\omega - (\delta\varphi_{N-1})_\omega &= -\xi_N/\alpha. \end{aligned} \quad (14)$$

Система уравнений (14) является линейной системой с трехдиагональной матрицей. Используя описанный в [15] способ решения таких систем, для случая малых частот ($\omega \ll \alpha$) получим

$$(\delta\varphi_k)_\omega = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \xi_i. \quad (15)$$

Тогда в предположении, что источники шума для разных мод не коррелируют между собой, имеем

$$g_{v,k}(0) = \frac{2}{N^2 E_0^2} \sum_{i=1}^N D_i, \quad (16)$$

и ширина линии каждой моды будет определяться выражением

$$\Delta\omega_k = \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^N \Delta\omega_i^{(0)}, \quad (17)$$

где $\Delta\omega_i^{(0)}$ — естественная ширина i -й моды в режиме свободной генерации. Если ширины мод $\Delta\omega_i^{(0)}$ приблизительно равны, то $\Delta\omega_k = (1/N) \Delta\omega^{(0)}$. Таким образом, ширина каждой моды в лазере с N синхронизированными модами в N раз меньше, чем в случае свободной генерации.

В области больших частот ($\omega \gg \alpha$) флуктуации частоты для различных мод не коррелированы между собой и спектральная плотность, аналогично (10), равна

$$g_{v,k}(\omega) = 2 \frac{D_k}{E_0^2}. \quad (18)$$

Из соотношений (16) и (18) следует, что при синхронизации N мод поведение спектральной плотности $g_{v,k}(\omega)$ оказывается таким же, как и в случае трех мод.

Пользуемся случаем поблагодарить Л. С. Корниенко за интерес к работе и полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. V. Arzt, H. Haken, H. Risken, H. Sauermann, Ch. Schmid, W. Weidlich, Zs. f. Phys., 197, 27 (1966).
2. M. Lax, Phys. Rev., 145, 110 (1966); Physics of Quantum Electronics, N. Y., 1966, p. 735.
3. C. R. Willis, Phys. Rev., 156, 320 (1967).
4. M. O. Scully, W. E. Lamb, J. Phys. Rev., 159, 208 (1967).
5. И. Л. Берштейн, И. А. Андронова, Ю. И. Зайцев, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 10, № 1, 59 (1967).
6. Ю. Л. Климонтович, П. С. Ланда, ЖЭТФ, 56, 275 (1969).
7. Ю. И. Зайцев, Д. П. Степанов, ЖЭТФ, 55, 1645 (1968).
8. A. E. Siegman, R. Aggarwal, Phys. Rev. Lett., 20, 901 (1968).
9. Ю. И. Зайцев, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 12, № 1, 60 (1969).

10. H. Haken, H. Sauermann, Ch. Schmid, H. D. Vollmer, Zs. f. Phys. 206, 369 (1967).
11. H. Haken, Zs. f. Phys., 219, 246 (1969).
12. Ю. П. Егоров, А. С. Петров, Радиотехника и электроника, 12, 1469 (1967).
13. Л. М. Магдич, ЖЭТФ, 51, 18 (1966).
14. Ю. П. Егоров, Письма в ЖЭТФ, 8, 525 (1968).
15. Д. К. Фадеев, В. Н. Фадеева, Вычислительные методы линейной алгебры, Физматгиз, М., 1963, стр. 42.
16. А. Н. Малахов, А. А. Мальцев, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 12, № 9, 1363 (1969).

Научно-исследовательский институт
ядерной физики при МГУ

Поступила в редакцию
25 сентября 1969 г.

INHERENT FREQUENCY FLUCTUATIONS IN LASER WITH LOCKED MODES

Ya. Z. Virnik, A. S. Kovalev, E. G. Lariontsev

The inherent frequency fluctuations in the locked mode laser are investigated. The expression is derived for the natural line width of radiation. The behaviour of the spectral density of the frequency fluctuations of individual modes and the rate of intermode beats has been considered. The analysis is made on the assumptions that the loss modulation frequency coincides with that of the intermode beats and the spectrum width of the oscillated modes is considerably less than the luminescence line width. In this case the natural width of a separate mode decreases in N times as compared with the free generation regime.

УДК 538.56 : 535.31

САМОФОКУСИРОВКА ПУЧКА ИНТЕНСИВНЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН С ЭЛЛИПСОИДАЛЬНЫМ ФАЗОВЫМ ФРОНТОМ

A. B. Шварцбург

В приближении геометрической оптики рассмотрена самофокусировка светового пучка с эллипсоидальным профилем начальной интенсивности. Методом Гамильтона — Якоби найдено решение, описывающее возможное склонение пучка в отрезок прямой или в точку.

Исследование самофокусировки узких световых пучков вызывает в последнее время значительный интерес, так как именно в таких пучках достигается наибольшая мощность электромагнитных волн. В случае слабонеоднородных пучков, когда допустимо применение геометрической оптики, поле внутри пучка можно описывать, задавая в каждой точке интенсивность I и набег фазы q . Функции I и q удовлетворяют системе уравнений нелинейной геометрической оптики. Если нелинейная добавка к диэлектрической проницаемости среды ϵ пропорциональна плотности энергии I , т. е. $\epsilon = \epsilon_0 + \epsilon_2 I$, то эта система уравнений имеет вид

$$\frac{\partial q}{\partial z} + \frac{1}{2} (\nabla_{\perp} q)^2 - \beta I = 0, \quad \frac{\partial I}{\partial z} + (\nabla_{\perp} q) (\nabla_{\perp} I) + I \Delta_{\perp} q = 0. \quad (1)$$

Здесь под z понимается основное направление распространения пучка, ∇_{\perp} и Δ_{\perp} — соответственно двумерные набла-оператор и оператор Лапласа в плоскости, перпендикулярной z ; I — безразмерная интенсивность, равная отношению интенсивности в данной точке к максимальному значению интенсивности W_0 в плоскости $z = 0$; безразмерный параметр $\beta = \epsilon_2 W_0 / 2\epsilon_0$. Первое из уравнений (1) является уравнением эйконала. Второе выражает сохранение потока энергии вдоль лучевой трубки.

Широкий класс точных аналитических решений системы (1) в двумерном случае получен в работе [2], для центрально-симметричного случая решение (1) было получено в [3] при параболическом профиле начальной интенсивности I_0 . В настоящей работе найдено решение для пучка с фазовым фронтом в виде части поверхности эллипса вращения. В этом случае функции I , q , в отличие от [3], не обладают осевой симметрией.

Пусть нелинейная среда занимает полупространство $z \geq 0$. Начальные условия для решения системы (1) определяют значения функций q и I в точке $N(x, y, 0)$, лежащей в плоскости $z = 0$:

$$q = \frac{1}{2A} (x^2 + \lambda y^2), \quad I = \begin{cases} 1 - x^2/a^2 - y^2/b^2 & (N \in T) \\ 0 & (N \notin T) \end{cases}. \quad (2)$$

В (2) параметр $\lambda = A^2/B^2$, где A и B — полуоси эллипсоида вращения ($A^2 \ll B^2$). Область T определена уравнением $x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$. Направление z считается совпадающим с одной из малых полуосей.

Будем искать автомодельное решение (1), удовлетворяющее условиям (2), в виде

$$I = \frac{1}{f_1(z)f_2(z)} \left(1 - \frac{x^2}{a^2 f_1^2(z)} - \frac{y^2}{b^2 f_2^2(z)} \right), \quad (3)$$

$$q = \frac{\gamma_1 x^2 + \gamma_2 y^2}{2}.$$

Здесь f_1 и f_2 — безразмерные значения ширины пучка в направлениях x и y соответственно. Фазовый фронт в (3) представляется в виде эллипсоида с зависящим от z отношением полуосей.

Подставляя (3) в (1), найдем

$$\frac{1}{f_1} \frac{df_1}{dz} = \gamma_1, \quad \frac{1}{f_2} \frac{df_2}{dz} = \gamma_2.$$

Вводя новую переменную $t = (\sqrt{2\beta}/a\sqrt{\lambda})z$ и новые функции $f_1 = \xi$, $f_2 = \eta\sqrt{\lambda}$, получим систему уравнений для определения функций ξ и η в виде

$$\frac{d^2\xi}{dt^2} = -\frac{1}{\xi^2\eta}, \quad \frac{d^2\eta}{dt^2} = -\frac{1}{\xi\eta^3}. \quad (4)$$

Система (4) имеет два интеграла:

$$\frac{1}{2} \left(\frac{d\xi}{dt} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{d\eta}{dt} \right)^2 - \frac{1}{\xi\eta} = E_0 = \text{const}; \quad (5)$$

$$\xi^2 + \eta^2 = at^2 + bt + c. \quad (6)$$

Функции ξ и η в (4) можно рассматривать как координаты некоторой движущейся точки, а t — как время. Тогда (5) выражает закон сохранения энергии при двумерном движении в поле с потенциалом $\Psi = -1/\xi\eta$.

Продолжая механическую аналогию, введем лагранжиан задачи $L = (1/2)(\xi^2 + \eta^2) + 1/\xi\eta^2$, действие $s = \int L dt$ и воспользуемся уравнением Гамильтона — Якоби. Так как система (5) консервативна, то следует применить уравнение Гамильтона — Якоби для укороченного действия s_0 , где $s = s_0 - E_0 t$. Переходим на плоскости (ξ, η) к полярным координатам по формулам.

$$\xi = R \cos \varphi, \quad \eta = R \sin \varphi. \quad (7)$$

В координатах (R, φ) уравнение Гамильтона — Якоби, описывающее движение точки в поле с потенциалом $\Psi = -1/R^2 \sin \varphi \cos \varphi$, имеет вид

$$\frac{1}{2} \left(\frac{ds_0}{dR} \right)^2 + \frac{1}{2R^2} \left[\left(\frac{ds_0}{d\varphi} \right)^2 - \frac{2}{\sin \varphi \cos \varphi} \right] = E_0. \quad (8)$$

Ищем решение (8) в виде $s_0 = s_1(R) + s_2(\varphi)$. Тогда для функций s_1 и s_2 получаем уравнения

$$\left(\frac{ds_1}{dR} \right)^2 + \frac{M}{R^2} = 2E_0, \quad \left(\frac{ds_2}{d\varphi} \right)^2 - \frac{2}{\sin \varphi \cos \varphi} = M, \quad (9)$$

* По отношению к этой функции L уравнения (4) аналогичны уравнениям Лагранжа.

где M — постоянная*. Как видно из (6), $R^2 = \xi^2 + \eta^2$ зависит лишь от t ; чтобы установить зависимость φ от t , подставим в тождество $\frac{ds}{d\varphi} = R \frac{dt}{dt}$

значение $\frac{ds_2}{d\varphi}$ из (9):

$$\frac{dt}{at^2 + bt + c} = \frac{d\varphi}{[M + 2/\sin \varphi \cos \varphi]^{1/2}}. \quad (10)$$

Постоянные a, b, c, M в (10) и E_0 в (5) определяются из начальных условий для функций $f_1, f_2, \gamma_1, \gamma_2$ (см. (3)) при $z = 0$:

$$f_1|_{z=0} = f_2|_{z=0} = 1, \quad \gamma_1|_{z=0} = \frac{1}{A}, \quad \gamma_2|_{z=0} = \frac{\lambda}{A}.$$

Отсюда

$$a = \sqrt{\lambda} [\nu^2(1+\lambda) - 2], \quad b = 4\nu^4 \sqrt{\lambda}, \quad c = \lambda^{-1}(\lambda+1), \quad E_0 = \frac{a}{2}, \quad (11)$$

$$\varphi|_{t=0} = \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{\lambda}}, \quad \left. \frac{d\varphi}{dt} \right|_{t=0} = \nu \lambda^{3/4} \frac{\lambda - 1}{\lambda + 1}, \quad M = \frac{\nu^2(\lambda - 1)^2 - 2(\lambda + 1)}{\sqrt{\lambda}}$$

Здесь $\nu = (a/A) \sqrt{\epsilon_0/2 \varepsilon_2 W_0}$; $A < 0$ для сходящейся волны, $A > 0$ для расходящейся.

Интегрируя (10) от $t = 0$ до t и от $\varphi = \varphi_0$ до φ , находим

$$P(t) - P(0) = J(\varphi) - J(\varphi_0), \quad (12)$$

где $P(t) = P_1$ при $M > 0$; $P(t) = P_2$ при $M < 0$; $P(t) = P_3$ при $M = 0$;

$$P_1 = \frac{1}{\sqrt{M}} \operatorname{arctg} \frac{2at + b}{\sqrt{M}}, \quad P_2 = \frac{1}{2\sqrt{-M}} \ln \frac{2at + b - \sqrt{-M}}{2at + b + \sqrt{-M}}, \quad (13)$$

$$P_3 = -\frac{2}{2at + b},$$

$J(\varphi) = J_1$ при $M \leq 4$, $J(\varphi) = J_2$ при $M \geq 4$, где

$$J_1 = \frac{1}{2\sqrt{2}} [\Pi(\delta, n, K) - F(\delta, K)], \quad (14)$$

$$J_2 = \frac{1}{\sqrt{4+M}} [2\Pi(\delta, n, K) - F(\delta, K)].$$

Здесь F и Π — эллиптические интегралы с модулем K в лежандровой форме 1-го и 3-го рода соответственно, n — параметр интеграла Π . В интеграле J_1 $n = -1/2$, $K = \sqrt{(4-M)/8}$; в J_2 $n = 1$, $K = \sqrt{(M-4)/(M+4)}$. Величина δ в J_1 определяется из уравнения $2[1 + (\sin 2\varphi)^{-1}]^{-1} = \sin^2 \delta$; в J_2 — из уравнения $2[1 + \sin^2 \varphi]^{-1} = \cos^2 \delta$.

Как видно из (7), $0 \leq \varphi \leq \pi/2$; поэтому при $M \geq 0$ координата φ монотонно возрастает от $\varphi_0 = \operatorname{arctg}(1/\sqrt{\lambda})$ до $\tilde{\varphi} = \pi/2$ при $\left. \frac{d\varphi}{dt} \right|_{t=0} > 0$ или монотонно убывает от φ_0 до $\tilde{\varphi} = 0$ при $\left. \frac{d\varphi}{dt} \right|_{t=0} < 0$. При $\left. \frac{d\varphi}{dt} \right|_{t=0} = 0$

* Используя (9), можно записать полный интеграл уравнения Гамильтона—Якоби и получить отсюда обычной процедурой (6).

направление изменения φ определяется знаком «углового ускорения» $\frac{d^2\varphi}{dt^2}|_{t=0}$. При $\varphi = 0$ пучок сфокусирован в отрезок прямой, направленный вдоль x , а при $\varphi = \pi/2$ — в отрезок прямой, направленный вдоль y .

Фокусное расстояние t_φ определяется из уравнения (12): $P(t_\varphi) = P(0) = J(\varphi) - J(\varphi_0)$; ширина пучка при $t = t_\varphi$ равна $2R(t_\varphi)$.

Механическая аналогия показывает, что координата φ , достигнув одной из «точек поворота» $\tilde{\varphi}$, будет колебаться между $\tilde{\varphi} = 0$ и $\tilde{\varphi} = \pi/2$. Однако в оптике значение $\varphi = \tilde{\varphi}$ соответствует особенности (пересечение лучей), после которой исходные уравнения (1) неприменимы. При $M \geq 0$ фокусировка в нелинейной среде подобна действию астигматической линзы: лучи, лежащие в меридиональной и сагиттальной плоскостях, не пересекаются в одной точке.

При $M < 0$ возможен случай, когда пучок полностью фокусируется лишь в направлении $x(\varphi = \pi/2)$. Если $M < 0$, то при $\frac{d\varphi}{dt}|_{t=0} < 0$ φ уменьшается лишь до значения φ_k , определяемого из уравнения $M + 2/\sin\varphi_k \cos\varphi_k = 0$, а затем возрастает до $\varphi = \pi/2$. Так как $\pi/4 < \varphi_k \leq \varphi_0$, то сечение пучка вначале уменьшает свою эллиптичность; достигнув значения φ_k , φ вновь начинает расти до $\varphi = \pi/2$. При $M < 0$ уравнение $R^2(t) = 0$ может иметь корень $t > 0$, что указывает на возможность фокусировки пучка в точку. Таким образом, при $M < 0$ нелинейная «линза» может быть астигматической.

Отметим, что в частном случае $\lambda = \text{const.} = 1$, $\varphi = \pi/4$, а (6) обращается в результат, полученный в [3] для самофокусировки пучков со сферическим фазовым фронтом.

Автор выражает благодарность А. В. Гуревичу за внимание к работе и обсуждение.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. С. А. Ахманов, А. П. Сухоруков, Р. В. Хохлов, УФН, 93, 19 (1967).
2. А. В. Гуревич, А. Б. Шварцбург, ЖЭТФ, 58, 2012 (1970).
3. В. И. Таланов, Письма в ЖЭТФ, 2, 218 (1965).

Институт земного магнетизма, ионосферы
и распространения радиоволн
АН СССР

Поступила в редакцию
9 февраля 1970 г.

SELF-FOCUSING OF THE BEAM OF ELECTROMAGNETIC WAVES WITH AN ELLIPOIDAL PHASE FRONT

A. B. Shwartsburg

The self-focusing of the light beam with the ellipsoidal profile of the initial intensity has been considered in the geometrical optics approximation. The solution describing the possible beam collapse into the straight line or point is derived by Hamilton-Yakobi method.

УДК 538.56 : 535

АБЕРРАЦИОННАЯ ТЕПЛОВАЯ САМОФОКУСИРОВКА СВЕТА

B. A. Петрищев

Численными методами проведено уточнение картины стационарной тепловой самофокусировки света. Показано, что отличие температурного профиля от квадратичного приводит к существенным аберрационным искажениям световых пучков: меняется длина самофокусировки и диаметр фокального пятна, возникает рассложение пучка на кольцевые зоны.

Изменение диэлектрической проницаемости ϵ' среды вследствие нагрева ее, вызванного диссипацией энергии световой волны, может привести к фокусировке (если $\frac{\partial \epsilon'}{\partial T} > 0$) или дефокусировке ($\frac{\partial \epsilon'}{\partial T} < 0$) ограниченных световых пучков. Интерес к изучению теплового самовоздействия света в последнее время возрос в связи с расширяющимся использованием газовых лазеров непрерывного действия.

Теории стационарной тепловой самофокусировки световых пучков (в безаберрационном приближении) посвящены работы [1, 2]*. Явление тепловой дефокусировки света подробно изучалось в [3-6], где приводились также и результаты опытов с аргоновым лазером: увеличение расходимости и дефокусировка пучков аргонового лазера в жидкостях с $\frac{\partial \epsilon'}{\partial T} < 0$: воде, ацетоне, спирте и др. В [2, 3, 6] описываются эксперименты по самофокусировке луча аргонового лазера в оптических стеклах и кристалле LiNbO_3 .

Стационарная тепловая самофокусировка (дефокусировка) света описывается совместным решением укороченного волнового уравнения (для амплитуды поля $\mathcal{E}(r)$) и уравнения для установившегося распределения температуры T_1 (в квазиоптическом приближении):

$$\Delta_{\perp} \mathcal{E} - 2ik' \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial z} + \frac{k^2}{\epsilon'} \left(\frac{\partial \epsilon'}{\partial T} T_1 \right) \mathcal{E} - 2ik' k'' \mathcal{E} = 0; \quad (1)$$

$$x \Delta_{\perp} T_1 = - \frac{cn_0}{8\pi} \alpha |\mathcal{E}|^2. \quad (2)$$

Здесь x — коэффициент теплопроводности среды, а $\alpha = 2k''$ — коэффициент линейного (однофотонного) поглощения.

В безаберрационном приближении поведение гауссовых пучков определяется уравнением для безразмерной ширины пучка [1]:

$$\frac{d^2 a}{dz^2} = - \frac{\beta}{a} + \frac{4}{a^3}, \quad (3)$$

где a — ширина гауссова пучка, $\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \exp(-r^2/a^2)$, $\beta = \epsilon'_T \alpha P / 2\pi x n_0^2$;

* Впервые на возможность тепловой самофокусировки (для случая плазмы) было указано в [9].

P — полная мощность пучка. По безаберрационной теории [1, 2] световой пучок распространяется в поглощающей среде с $\epsilon' > 0$, попеременно сжимаясь (фокусируясь) и расширяясь (дефокусируясь). Пучок с плоским фазовым фронтом на входе в среду фокусируется на расстоянии [1]

$$z_{\phi} = \sqrt{2\pi} \frac{a_{\text{нач}}}{\sqrt{\beta}}$$

(при $a_{\text{нач}} \gg 2/\sqrt{\beta}$ в случае, если затуханием волны на длине самофокусировки можно пренебречь).

Проведенные эксперименты по стационарной тепловой самофокусировке (дефокусировке) излучения газовых лазеров [4–6] показывают, что в отличие от безаберрационной теории поперечная структура сфокусировавшихся лазерных пучков имеет сложный кольцевой характер, т. е. тепловая самофокусировка является существенно аберрационной. Кроме того, Дэбби и Виннером [7] сообщалось о наблюдении режима тепловой самоканализации луча многочастотного аргонового лазера (безаберрационное приближение не дает решения, соответствующего самосжатию пучка с переходом в однородный волновой канал, т. е. в режим самоканализации).

Настоящая работа посвящена уточнению картины стационарной тепловой самофокусировки с учетом аберраций. Аберрационная самофокусировка снетовых пучков изучалась на основе численного интегрирования системы уравнений (1) и (2). Заменой переменных

$$\begin{aligned} r &= \frac{r_{\text{стар}}}{b}, & a &= \frac{a_{\text{стар}}}{b}, \\ z &= \frac{z_{\text{стар}}}{k'b^2}, \\ \gamma &= \frac{1}{2} k'b^2 \alpha, \\ T &= \frac{k'^2 b^2}{\epsilon_0'} \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial T} T_1 \right), \\ e &= (k'^2 b^2) \left(\frac{c}{8\pi} \frac{\alpha}{\kappa} \frac{\epsilon'_T}{k'^2 \epsilon_0} \right)^{1/2} \delta \end{aligned} \quad (4)$$

система была приведена к безразмерному виду, удобному для интегрирования:

$$\Delta_{\perp} e - 2i \frac{\partial e}{\partial z} + Te - 2i\gamma e = 0; \quad (5)$$

$$\Delta_{\perp} T + |e|^2 = 0. \quad (6)$$

В соотношении (4) b — параметр, имеющий размерность длины.

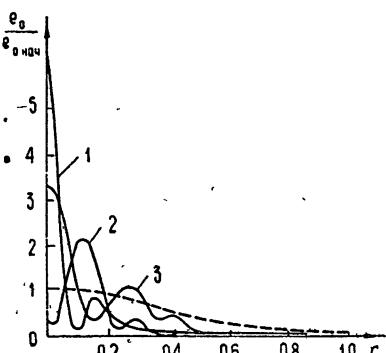
Уравнения (5) и (6) решались на ЭВМ для аксиально-симметричных пучков с начальным гауссовым профилем амплитуды и плоским фазовым фронтом:

$$\begin{aligned} e_1 &= \operatorname{Re} e = e_0 \exp(-r^2/a^2), \\ e_2 &= \operatorname{Im} e = 0. \end{aligned} \quad (7)$$

В наших расчетах начальная ширина пучков оставалась постоянной, а варьировалась величина амплитуды e_0 , что соответствовало пучкам с различной начальной мощностью*. Вычисления проводились для сред со слабым $\gamma = 1$ и сильным $\gamma = 40$ поглощением. В размерных переменных при $b = 0,06 \text{ см}$, $\lambda = 4880 \text{ \AA}$, $n_0 = 1,7$ первому значению γ соответствует коэффициент поглощения $\approx 0,0028 \text{ см}^{-1}$, второму — $\alpha = 0,11 \text{ см}^{-1}$.

На рис. 1 показано изменение пространственной структуры гауссова пучка при распространении в поглощающей среде с $\gamma = 1$. Видно образование характерной кольцевой структуры с сильным центральным максимумом в области фокуса. В согласии с безаберрационной теорией происходит попаренная фокусировка и дефокусировка при осевой части пучка. При этом по мере распространения пучка наблюдается увеличение числа и усиление aberrационных колец.

Рис. 1. Изменение лоперечной структуры пучка при распространении в поглощающей среде с $\gamma = 1$.
 1) $z = z_\phi = 0,045$, 2) $z = 0,425$, 3) $z = 0,05$.
 Пунктирной линией изображено начальное распределение поля в пучке.



Было проведено сопоставление характерных длин самофокусировки** z_ϕ и размеров фокального пятна a_ϕ , следующих из теории безаберрационной самофокусировки и полученных в результате численного счета (рис. 2). Учет aberrаций приводит к тому, что гауссов пучок фокусируется на расстояниях, больших, чем следует по безаберрационному приближению. Наблюданное отличие (существенное для a_ϕ и менее значительное для z_ϕ) имеет место вследствие перераспределения мощности из приосевой части пучка в aberrационные кольца.

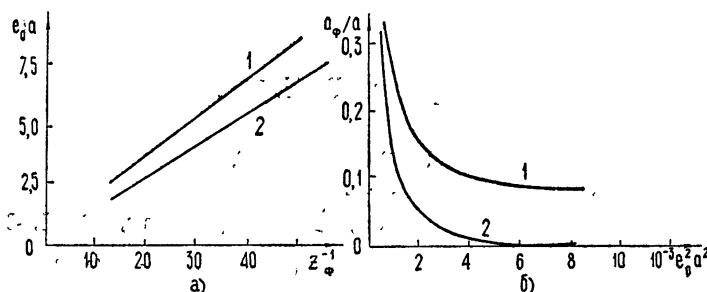


Рис. 2. Графическая зависимость длины самофокусировки z_ϕ от $e_0 a \sim \sqrt{P}$ (а) и радиуса фокального пятна a_ϕ от мощности пучка $e_0^2 a^2$ (б).

1 — результат численных счетов с учетом aberrаций,
 2 — расчет по безаберрационной теории.

* В (5)–(7) два параметра γ и e_0 полностью определяют свойства среды и входной пучок в силу соотношений (4) и произвольности b (величину a можно взять любой; в наших расчетах мы полагали $a = 0,5$).

** Под длиной самофокусировки понимается расстояние от входа в поглощающую область до точки первого максимального сжатия пучка.

Аналогичная картина с образованием кольцевых aberrационных зон наблюдалась и для случая сильно поглощающих сред: $\gamma = 40$. Конкретный расчет при значениях параметров, близких к условиям экспериментов (со стеклами) [2], дал хорошее соответствие длины самофокусировки и поперечной структуры пучка в фокальной области с опытными данными в [2].

В проведенных для гауссовых пучков расчетах, однако, не было установлено образования однородного волнового канала (режима «самоканализации»), за исключением случая относительно слабого пучка в среде с сильным поглощением: здесь сжатие пучка даже на начальном участке почти полностью компенсируется диссипативным затуханием и происходит без увеличения интенсивности поля на оси. Аберрационных колец при этом не возникает. По-видимому, именно такой случай имел место в работе [8], когда пучок аргонового лазера (1 вт) после заметной начальной фокусировки распространялся далее со слабым изменением ширины. Заметим, что картина самофокусировки в [7, 8] усложняется тем, что основные компоненты излучения аргонового лазера (4880 и 5145 \AA) имеют в оптических стеклах разные коэффициенты поглощения, из-за чего эффективный коэффициент поглощения изменяется вдоль направления распространения луча вместе с затуханием одной из волн, что, по мнению авторов [7], приводит как бы к растягиванию фокальной области и образованию нитевидного канала в достаточно мощных (3 и 8 вт) пучках.

Возможно, однако, что образование однородного канала (нити) является кажущимся эффектом: в указанных выше работах «самоканализация» пучка определялась по фотографиям лазерного пучка сбоку. При таком способе регистрации нельзя с уверенностью сказать, что пучок, имеющий после начальной фокусировки неизменную видимую ширину, является однородным по z , а не имеет изменяющуюся вдоль оси aberrационную структуру, локализованную, однако, в некоторых пределах по r , что и дает внешнюю картину однородного канала. Очевидно, выяснить этот вопрос можно лишь фотометрированием в разных точках z поперечного распределения пучка.

В заключение заметим, что расчеты, аналогичные проведенным выше для гауссовых пучков, могут быть проделаны и для пучков иного профиля, в частности, трубчатого («банановая» самофокусировка в сродах с $\frac{\partial e}{\partial T} < 0$) [10].

Автор приносит благодарность В. И. Таланову за внимание к работе и ценные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Г. Литвак, Письма в ЖЭТФ, 4, 341 (1966).
2. С. А. Ахманов, Ю. А. Горюхов, Д. П. Криндач, А. П. Сухоруков, Р. В. Хохлов, ЖЭТФ, 57, 16 (1969).
3. С. А. Ахманов, Д. П. Криндач, А. П. Сухоруков, Р. В. Хохлов, Тезисы доклада на III Всесоюзном симпозиуме по нелинейной оптике, Ереван, 1967.
4. С. А. Ахманов, Д. П. Криндач, А. П. Сухоруков, Р. В. Хохлов, Письма в ЖЭТФ, 6, 509 (1967).
5. А. П. Криндач, Диссертация, МГУ, 1969.
6. С. А. Ахманов, D. P. K r i n d a c h, A. V. M i g u l i n, A. P. S u k h o r u k o v, R. V. K h o x l o v, IEEE J., QE-4, 568 (1968).
7. F. W. D a b b y, J. R. Whinnery, Appl. Phys. Lett., 13, № 8 (1968).
8. R. L. C a r t a n, A. Mooradian, P. L. Kelley, A. Tafts, Appl. Phys. Lett., 11, № 4, 136 (1969).
9. Г. А. Аскарьян, ЖЭТФ, 42, 1567 (1962).
10. Г. А. Аскарьян, В. Б. Студенов, Письма в ЖЭТФ, 10, № 3, 113 (1969).

ABERRATION THERMAL SELF-FOCUSING OF LIGHT

V. A. Petrishchev

The specification of the stationary thermal self-focusing of the light has been made by numerical methods. The difference between the temperature and quadratic profiles is shown to lead to the considerable aberration distortion of light beams: the self-focusing length and the diameter of the focal spot are changed; the stratification of the beam into ring zones occurs.

УДК 538.56 : 621.3.032.266

ВОЗБУЖДЕНИЕ КОЛЕБАНИЙ В ПОЛОМ РЕЗОНАТОРЕ РЕЛЯТИВИСТСКИМ ЭЛЕКТРОННЫМ ПУЧКОМ*

B. K. Юллатов

Рассматривается возможность генерирования микрорадиоволн при взаимодействии релятивистского электронного пучка с бегущей компонентой электромагнитного поля в закороченном на концах отрезке металлического волновода. Оценивается стартовый ток, коэффициент полезного действия, выходная мощность и предельная рабочая частота генератора.

Релятивистский прямолинейный электронный пучок способен, очевидно, синхронно взаимодействовать с электромагнитной волной, распространяющейся вдоль него со скоростью, близкой к скорости света; в частности, с одной из ТМ волн металлического волновода, когда рабочая частота далека от ее критической частоты. Поскольку фазовая скорость этих волн больше скорости света и, следовательно, больше скорости электронов, то неосуществимо устройство типа лампы с бегущей волной. Возможно, однако, самовозбуждение или регенеративное усиление колебаний в полом резонаторе, образованном закороченным на концах отрезком волновода.

По своему принципу действия такой генератор подобен монотрону [1, 2]. Электронный промежуток, включаемый в схему монотрона, имеет отрицательную активную проводимость при углах пролета электронов $\psi = \omega L/v_0$ около $5\pi/2, 9\pi/2, 13\pi/2$ и т. д. Поэтому в монотроне $L/\lambda \approx g(v_0/c)$, $g = 1,25, 2,25, 3,25, \dots$. Здесь ω и λ — рабочие частота и длина волны, L — путь электронов в промежутке, v_0 — скорость электронов на входе в промежуток, c — скорость света.

В описываемом генераторе (условно будем называть его релятивистским монотроном с бегущей волной, сокращенно — РМБВ) роль эффективной частоты бегущего поля, действующего на движущийся электрон, играет $\omega = \omega(1 - v_0/v_\phi)$, v_ϕ — фазовая скорость волны. Необходимый угол пролета $\theta = \omega L/v_0$ принимает те же значения, что и в монотроне, но ввиду малого отличия v_0 и v_ϕ от скорости света длина резонатора L существенно превышает длину рабочей волны: $L/\lambda \approx g(1 - v_0/v_\phi)$. Так как поперечное волновое число x и фазовая скорость волны связаны соотношением $x/k = (1 - c^2/v_\phi^2)^{1/2}$, $k = 2\pi/\lambda$, размеры поперечного сечения резонатора РМБВ также превышают длину волны. Большие размеры резонатора позволяют сделать рабочую частоту и выходную мощность РМБВ выше, чем в обычном монотроне, даже в случае использования в последнем релятивистского пучка.

Оценим стартовый ток РМБВ и его электронный коэффициент полезного действия (КПД), полагая пучок тонким и допуская возможность перемещения электронов лишь в продольном направлении.

* Часть результатов приведена в докладе автора на VI межвузовской конференции по электронике СВЧ, г. Минск, 1969 г.

Продольную компоненту высокочастотного поля установившихся колебаний в высокодобротном резонаторе РМБВ представим в виде

$$E = E_0(r_{\perp}) \cos(\omega z/v_{\phi}) \cos \omega t,$$

где $E_0(r_{\perp})$ — функция распределения поля в поперечном сечении резонатора, z — продольная координата. На электроны эффективно воздействует бегущая в направлении оси z компонента поля*

$$E_z = (1/2) E_0(r_{\perp 0}) \cos \omega (t - z/v_{\phi}),$$

$r_{\perp 0}$ — поперечная координата электронов. Изменение энергии электронов в резонаторе определяется уравнением

$$\frac{d\gamma}{dz} = - \frac{eE_0(r_{\perp 0})}{2m_0 c^2} \cos \omega (t - z/v_{\phi}),$$

в котором γ — отношение релятивистской энергии электрона к его энергии покоя, e и m_0 — заряд и масса покоя электрона, а также соотношением, связывающим γ со скоростью электрона v : $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$. Считая $\gamma^2 \gg 1$ (первоначально релятивистские электроны: $\gamma_0^2 \gg 1$, — не слишком сильно тормозятся) и $(x/k)^2 \ll 1$, так что $v/c \approx 1 - (1/2) \gamma^{-2}$ и $v_{\phi}/c \approx 1 + (1/2) (x/k)^2$, и вводя безразмерные переменные и параметры:

$$\mathcal{E} = \gamma/\gamma_0, \Phi = \omega(t - z/v_{\phi}), \tilde{v} = \pi z/\lambda a \gamma_0^2,$$

$$\theta = \pi L/\lambda a \gamma_0^2, \mu = \frac{eE_0(r_{\perp 0}) \alpha \gamma_0}{m_0 c^2 k}, \alpha = [1 + (x \gamma_0/k)^2]^{-1},$$

запишем уравнения движения электронов как**

$$\frac{d\mathcal{E}}{d\theta} = -\mu \cos \Phi, \quad \frac{d\Phi}{d\theta} = 1 + \alpha (\mathcal{E}^{-2} - 1). \quad (1)$$

Границными условиями для них являются

$$\mathcal{E}(0) = 1, \Phi(0) = \Phi_0, 0 \leq \Phi_0 < 2\pi.$$

С помощью (1) электронный КПД η подсчитывается по формулам

$$\eta = \gamma [\gamma_0/(\gamma_0 - 1)], \quad \eta = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} [1 - \mathcal{E}(\theta)] d\Phi_0. \quad (2)$$

По найденной из (1) и (2) зависимости КПД от μ амплитуда колебаний определяется уравнением баланса энергии в резонаторе

$$P_{\text{эл}} = \omega W/Q.$$

Мощность, отдаваемая электронным пучком полю, $P_{\text{эл}}$ связана с электронным КПД:

$$P_{\text{эл}} = I_0 (m_0 c^2/e) \gamma_0 \eta$$

* Поле высокочастотной составляющей пространственного заряда пучка здесь не учитывается. Ее роль, несмотря на большие токи, необходимые для работы РМБВ, еще не столь велика, чтобы заметно изменить сделанные ниже оценки

** Подобная система уравнений используется в [3] при рассмотрении принципа подобия электронных приборов с ультрарелятивистскими лучками.

(I_0 — постоянная составляющая тока пучка), а электромагнитная энергия, запасенная в резонаторе, W — с $E_0(r_{\perp 0})$:

$$W = E_0^2(r_{\perp 0}) \frac{L}{4k^2} \left(\frac{k}{\mu} \right)^4 \left[\frac{\int_{S_{\perp}} |\nabla E_0(r_{\perp})|^2 dS_{\perp}}{4\pi E_0^2(r_{\perp 0})} \right],$$

S_{\perp} — поперечное сечение резонатора. Используя введенные обозначения, нетрудно вместо уравнения баланса энергии получить удобное для совместного исследования с (1) и (2) равенство:

$$\frac{I_0 Q}{\gamma_0^3} = \frac{m_0 c^3}{e} \left[\frac{\int_{S_{\perp}} |\nabla E_0|^2 dS_{\perp}}{4\pi E_0^2(r_{\perp 0})} \right] \left[\frac{\alpha \theta \mu^3}{2(1-\alpha)^2 \hat{\eta}} \right]. \quad (3)$$

Частоту установившихся колебаний будем считать приближенно равной частоте рабочего типа колебаний резонатора, что допустимо при достаточно высокой его добротности Q , когда время установления колебаний значительно превосходит время пролета электронов через резонатор.

Для отыскания стартового тока РМБВ из (3) достаточно знать $\hat{\eta}$ с точностью до μ^2 ($\mu \ll 1$): при этом $\hat{\eta}$ можно получить из (1) последовательными приближениями по степеням μ . Вычисления дают

$$\hat{\eta} = \alpha \mu^2 [\theta \sin \theta - 2(1 - \cos \theta)]. \quad (4)$$

Электронный КПД положителен внутри интервалов угла пролета, одна из границ которых равна 2π , 4π и т. д., а вторая, приближенно, -3π — $-4/3\pi$, $5\pi-4/\pi$ и т. д. В этих интервалах (зонах) угла пролета РМБВ может самовозбуждаться. Стартовый ток определяется соотношением

$$\frac{I_{0 st} Q}{\gamma_0^3} = \frac{m_0 c^3}{2e} \frac{\left[\int_{S_{\perp}} |\nabla E_0|^2 dS_{\perp} / 4\pi E_0^2(r_{\perp 0}) \right]}{(1-\alpha)^2 [\sin \theta - (2/\theta)(1 - \cos \theta)]}.$$

Минимальный внутри зоны самовозбуждения стартовый ток слегка уменьшается с ростом номера зоны. Оценим его в первой зоне.

Пусть $\theta = 5\pi/2$, $\alpha = 1/2$, а пучок расположен вблизи максимума функции $E_0(r_{\perp})$. Тогда для низших относительно поперечных индексов типов колебаний прямоугольного или цилиндрического резонаторов $\left| \int_{S_{\perp}} |\nabla E_0|^2 dS_{\perp} / 4\pi E_0^2(r_{\perp 0}) \right| \approx 0,3$ и

S_{\perp}

$$I_{0 st} \approx 1,5 \cdot 10^4 (\gamma_0^3/Q).$$

Если, например, $\gamma_0 \approx 3$, $Q \approx 500$, стартовый ток РМБВ порядка $10^3 A$.

Этот расчет показывает, что РМБВ может служить источником мощных высокочастотных колебаний (стартовая мощность пучка при выбранных параметрах — 10^9 вт). Поэтому интересна оценка возможного КПД генератора.

Найти максимальный КПД с помощью равенства (4) не удается, поскольку $\hat{\eta}$, даваемое им, неограниченно растет с увеличением μ , в то время как само (4) справедливо лишь при $\mu \ll 1$, а точнее $\mu \theta \ll 1$. Дело в том, что при нахождении $\hat{\eta}$ из (1) последовательными приближениями по степеням μ в добавок первого приближения в Φ входит слагаемое порядка $\mu \theta$, оказывающееся порядка единицы уже для сравнительно небольших μ , так как даже в первой зоне самовозбуждения $\theta \approx 8$. А тогда, вычисляя добавок второго приближения в $\hat{\eta}$, в первом

уравнении (1) некорректно разлагать $\cos\Phi$ в ряд по добавку первого приближения в Φ и ограничиваться первым членом этого разложения. Процедуру отыскания \mathcal{E} последовательными приближениями можно улучшить, если воспользоваться периодичностью $\mathcal{E} = \mathcal{E}(\hat{\theta})$, следующей из консервативности системы (1). По аналогии с [4] \mathcal{E} необходимо искать как периодическую функцию аргумента $(1 + \Delta)\hat{\theta}$, определяя константу Δ последовательными приближениями по степеням μ из условия периодичности \mathcal{E} .

С помощью этой методики в первом приближении по μ ($\mu\theta \sim 1$) нетрудно получить

$$\hat{\eta} = \mu J_1(2\mu\theta) \sin \theta,$$

$J_1(x)$ — функция Бесселя первого порядка. Максимальное значение $\hat{\eta}$ приближенно равно

$$\hat{\eta}_{\max} \approx 0,6/\alpha\theta_{\max} \quad (5)$$

при $\mu_{\max} \approx 1/\alpha\theta_{\max}$, где $\theta_{\max} = 5\pi/2, 9\pi/2$ и т. д. В первой зоне самовозбуждения $\hat{\eta}_{\max} \approx 0,075/\alpha$, $\mu_{\max} \approx 0,125/\alpha$. Не представляет также трудностей нахождение $\hat{\eta}$ с точностью до μ^2 . Не приводя полного выражения $\hat{\eta}$, которое довольно громоздко, дадим поправку порядка μ^2 в (5) при $\theta = 5\pi/2$ и $\mu = 0,125/\alpha$. С ее учетом $\hat{\eta}_{\max} \approx 0,05/\alpha^*$. Подставляя $\hat{\eta} \approx 0,05/\alpha$, $\mu \approx 0,125/\alpha$ и $\theta = 5\pi/2$ в (3), легко подсчитать, что в максимуме КПД пучка примерно вдвое превышает стартовый ток. Таким образом, параметрам РМБВ, выбранным для оценки стартового тока, в режиме максимального КПД ($\hat{\eta}_{\max} \approx 0,1$, $\eta_{\max} \approx 0,13$) соответствует мощность пучка $2 \cdot 10^9 \text{ ет}$ и излучаемая мощность порядка $2,5 \cdot 10^8 \text{ ет}$. Приведенные оценки КПД не дают оснований считать РМБВ высокоэффективным генератором. Решающим доводом в его пользу может служить лишь простота конструкции пространства взаимодействия.

Одним из факторов, ограничивающих сверху диапазон рабочих частот РМБВ, является высокочастотный пробой в резонаторе, возникновение которого возможно при слишком большой напряженности высокочастотного поля вблизи стенки резонатора. Как видно из выражения для μ , по мере увеличения рабочей частоты амплитуда поля в резонаторе при неизменном КПД увеличивается. В РМБВ с цилиндрическим резонатором и пучком, расположенным вблизи его оси, максимальная напряженность поля около боковой стенки резонатора E_{\max} и $E(r_{\perp 0})$ связана равенством $E_{\max} \approx 0,5/k_{\perp 0} E_0(r_{\perp 0})$. Поскольку вблизи максимума КПД $\mu \approx 1/\alpha\theta_{\max}$, из соотношения между $E(r_{\perp 0})$ и μ для наименьшей длины рабочей волны РМБВ получаем выражение

$$\lambda = (\pi/\theta_{\max}) (m_0 c^2/e E_{\max}) \alpha^{-3/2} (1 - \alpha)^{-1/2}.$$

Множитель $\alpha^{-3/2} (1 - \alpha)^{-1/2}$ имеет минимальное значение, равное приблизительно 3 при $\alpha = 0,75$. Таким образом,

$$\lambda_{\min} = (3\pi/\theta_{\max}) (m_0 c^2/e E_{\max}).$$

В первой зоне самовозбуждения в случае $E_{\max} \approx 250 \text{ кв} \cdot \text{см}^{-1}$ $\lambda_{\min} \sim 2,5 \text{ см}$.

* Оценка, очевидно, верна при не слишком малых α , когда $\mu_{\max} \ll 1$. В [5] численным интегрированием (1) показано, что $\hat{\eta}_{\max}$ превышает 0,2, если $\alpha \ll 1$.

Формируемые в настоящее время импульсы тока релятивистских электронов имеют длительность порядка нескольких десятков наносекунд [6, 7]. При их использовании в РМБВ существенную роль должны играть процессы установления автоколебаний. В режиме максимального КПД, когда величина тока пучка вдвое превышает стартовый ток, инкремент колебаний равен декременту колебаний резонатора без пучка, и колебания успевают установиться, если параметр $\pi N/Q$ порядка единицы, N — число колебаний в течение импульса. Если длительность импульса 20 нсек, то за его время в РМБВ трехсантиметрового диапазона длин волн происходит 200 колебаний; при $Q = 500$ колебания устанавливаются лишь в конце импульса.

Наконец, обратим внимание на то, что размеры резонатора РМБВ и длина его рабочей волны приближенно удовлетворяют соотношению $a^2/l \cdot \lambda \sim 0,5$ (если $\alpha \sim 0,5$), a — поперечный размер резонатора. Это условие позволяет использовать в РМБВ резонатор Фабри—Перо или открытый резонатор другого типа (см., например, [8]). Такие резонаторы выгодны с точки зрения селекции их собственных колебаний, чтобы избежать возможного, вообще говоря, в РМБВ одновременного возбуждения нескольких колебаний с различными частотами. С другой стороны, открытые резонаторы, вероятно, дают возможность повысить рабочую частоту, поскольку в них, из-за отсутствия боковых стенок, повышается пробойная напряженность высокочастотного поля. Однако для оценки стартового тока и КПД РМБВ с открытыми резонаторами необходим специальный расчет, учитывающий особенности структуры поля в этих резонаторах.

Автор благодарен А. В. Гапонову и М. И. Петелину за поддержку работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. J. J. Müller, E. Postas, Helv Phys. Acta, 3, 435 (1940).
2. F. Biquard, P. Grivet, A. Sentier, IEEE Trans., IM-17, № 4, 351 (1968); Зарубежная радиоэлектроника, № 10, 123 (1969).
3. М. И. Петелин, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 13, № 10, 1586 (1970).
4. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Механика, Физматгиз, М., 1958, стр. 109.
5. А. В. Сморгонский, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика (в печати).
6. S. E. Graybill, S. V. Nabilo, Bull. Am. Phys. Soc., 12, № 6, 931 (1967).
7. W. I. Link, IEEE Trans. Nucl. Sci., 14, № 3, 777 (1967).
8. В. М. Файн, Я. И. Ханин, Квантовая радиофизика, изд. Сов. радио, М., 1965, стр. 508.

Научно-исследовательский радиофизический институт
при Горьковском университете

Поступила в редакцию
27 февраля 1970 г.

EXCITATION OF OSCILLATIONS IN THE HOLE RESONATOR BY A RELATIVISTIC ELECTRON BEAM

V. K. Yulpatov

The possibility of generating microradio waves when the relativistic electron beam interacts with the traveling component of the electromagnetic field in the terminated piece of the metal waveguide is considered. The starting current, gain, output power, and limiting operating frequency of the oscillator are estimated.

УДК 538.56 : 535.36

АСИМПТОТИКА СИНУСОИДАЛЬНО МОДУЛИРОВАННОГО ПОЛЯ ИЗЛУЧЕНИЯ В ИЗОТРОПНО РАССЕИВАЮЩЕЙ СРЕДЕ

А. Г. Лучинин, В. А. Савельев

В плоской геометрии рассмотрено асимптотическое поведение синусоидально модулированного поля излучения в изотропно рассеивающей среде. Исследованы зависимости диаграммы яркости, декремента затухания и фазовой скорости огибающей от частоты модуляции. Выяснены граничные условия, при которых исследованное решение реализуется во всем объеме рассеивающей среды. Приведено выражение, описывающее асимптотическое распределение переменной составляющей пространственной освещенности при облучении бесконечной среды синусоидально модулированным точечным мононаправленным источником.

Известно, что при освещении плоской границы рассеивающей среды бесконечно широким стационарным во времени световым пучком на некотором расстоянии от границы внутри среды формируется стационарная, т. е. не зависящая от положения точки наблюдения, диаграмма яркости [1-3]. В этой области, называемой областью глубинного режима, уменьшение интенсивности светового поля с увеличением расстояния от границы происходит по экспоненциальному закону. При освещении среды нестационарным во времени световым потоком установление глубинного режима для полного поля излучения невозможно. Однако, как будет показано ниже, в некотором диапазоне частот для каждой (отдельно взятой) спектральной составляющей модулирующего сигнала существует асимптотическое решение, имеющее такой же вид, что и для стационарного поля.

1. Предположим, что плоская, нормальная к оси z граница однородной изотропно рассеивающей среды освещается бесконечно широким световым пучком, диаграмма яркости которого симметрична относительно направления оси z . В этом случае интенсивность излучения I является функцией трех переменных: координаты z , времени t и угла θ , отсчитываемого от направления оси z . В принятых предположениях эта функция описывается уравнением

$$\frac{1}{c} \frac{\partial I}{\partial t} + \mu \frac{\partial I}{\partial z} = -\varepsilon I + \frac{\sigma}{2} \int_{-1}^1 I(z, t, \mu') d\mu', \quad (1)$$

где $\mu = \cos \theta$, ε — суммарный коэффициент ослабления, σ — коэффициент рассеяния, c — скорость света в среде.

Представив интенсивность в виде

$$I(z, t, \mu) = \int_{-\infty}^{\infty} I_{\omega}(z, \mu) e^{i\omega t} d\omega \quad (2)$$

и переходя в (1) к безразмерным переменным, получим уравнение для спектральных составляющих модулирующего сигнала,

$$(1 + iv)I_v + \mu \frac{\partial I_v}{\partial \tau} = \frac{\Lambda}{2} \int_{-1}^1 I_v(\tau, \mu') d\mu', \quad (3)$$

где $v = \omega/\epsilon c$, $\tau = \epsilon z$, $\Lambda = \sigma/\epsilon$. Это уравнение допускает решение в разделяющихся переменных

$$I_v = D_v(\mu) R_v(\tau); \quad (4a)$$

$$D_v(\mu) = \frac{1}{1 + iv - \mu h}; \quad (4b)$$

$$R_v(\tau) = e^{-h\tau}. \quad (4c)$$

Дисперсионное уравнение для h находится подстановкой (4а) в уравнение (3) и его последующим интегрированием по переменной μ . Оно имеет вид

$$\frac{\Lambda}{2h} \ln \frac{1 + iv + h}{1 + iv - h} = 1. \quad (5)$$

Можно показать, что при $v \neq 0$ уравнение (5) имеет два комплексных корня $h_{1,2} = \pm(p + iq)$, где $p, q > 0$. Этим корням соответствуют решения типа затухающих волн, распространяющихся в направлениях $\pm z_0$. Соответствующие этим волнам диаграммы яркости определяются выражением (4б).

На рис. 1 представлена зависимость декремента затухания $\gamma = \epsilon p$ и фазовой скорости $v_\phi = (v/q)c$ от безразмерной частоты v . Заметим, что эти дисперсионные кривые имеют тот же характер, что и для других моделей рассеивающих сред [4]*. Важное отличие заключается в том, что, начиная с некоторой частоты $v = v_{kp}$, уравнение (5) не имеет решений, и, следовательно, при $v > v_{kp}$ поле вида (4) существовать не может.

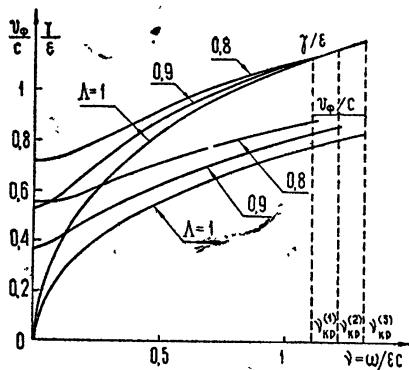


Рис. 1. Зависимость фазовой скорости и декремента затухания от безразмерной частоты при различных значениях параметра Λ : (1)—0,8; (2)—0,9; (3)—1.

Поскольку параметры p и q зависят от частоты модуляции ω , то распространение негармонического сигнала в рассеивающей среде сопровождается искажением его формы подобно тому, как это имеет место при распространении волн в диспергирующих средах. Характер этих искажений может быть установлен на основе кривых рис. 1.

При частотах $v < v_{kp}$ амплитудная диаграмма яркости, нормированная на свое значение при $\mu = -1$, определяется выражением

* В работе [4] исследовалось распространение синусоидально модулированных световых сигналов в одномерной рассеивающей среде и в среде с сильно вытянутой индикатрисой рассеяния,

$$|D_v(\mu)| = \sqrt{\frac{(1+p)^2 + (v+q)^2}{(1-\mu p)^2 + (v-\mu q)^2}}. \quad (6)$$

Зависимость ее формы от частоты модуляции иллюстрируется диаграммами рис. 2. При $v \rightarrow v_{kp}$ диаграмма яркости вытягивается в «бесконечные усы» около направления $\cos \theta = v_\phi/c^*$.

2. Мы исследовали свойства свободного решения уравнения (3), оставляя в стороне вопрос о возбуждении поля соответствующего вида. Ниже на частном примере будет показано, что решение типа (4) при частотах $v < v_0$ ($p(v_0) = 1$) описывает асимптотику поля излучения на больших расстояниях от источников ($\tau \rightarrow \infty$). Для простоты рассмотр-

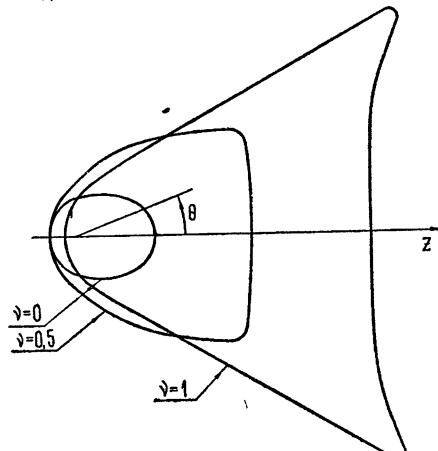


Рис. 2. Амплитудная диаграмма яркости. При $v = 1$ масштаб рисунка уменьшен вдвое.

шим бесконечную однородную среду с плоским изотропным источником $Q(\mu, \tau, t) = \delta(\tau, \varphi(t))$. Уравнение для спектральной составляющей поля этого источника имеет вид

$$\mu \frac{\partial I_v}{\partial \tau} + (1 + iv)I_v = \frac{\Lambda}{2} \int_{-1}^1 I_v(\mu') d\mu' + \delta(\tau). \quad (7)$$

Применив к уравнению (7) двустороннее преобразование Лапласа по переменной τ и проделав некоторые простые выкладки [5], получим

$$I_v = \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{i\infty} \frac{\exp(-k\tau) dk}{(1 + iv - \mu k)[1 - (\Lambda/2k)\ln(1 + iv + k)/(1 + iv - k)]}. \quad (8)$$

Этот интеграл сводится к интегралу по контуру I , охватывающему разрез $k = (1 + iv)(1 + x)$ ($0 \leq x < \infty$), и вычету в точке $k = h$ (h есть решение дисперсионного уравнения (5)):

$$I_v = \frac{1}{2\pi i} \int \frac{\exp(-k\tau) dk}{(1 + iv - \mu k)[1 - (\Lambda/2k)\ln(1 + iv + k)/(1 + iv - k)]} + \\ + \frac{h[(1 + iv)^2 - h^2]}{h^2 + \Lambda(1 + iv) - (1 + iv)^2} \frac{\exp(-h\tau)}{1 + iv - \mu h} \quad (\tau > 0). \quad (9)$$

Часть поля, описываемая вторым членом в выражении (9), по пространственной структуре полностью совпадает с решением (4). Контурный интеграл по берегам разреза, как показано в [5], при малых расстояниях τ определяет нерассеянную часть излучения. Можно показать также, что и при больших расстояниях от источника ($\tau \rightarrow \infty$) часть излучения, соответствующая этому интегралу, ведет себя как нерассеян-

* Условие $\cos \theta = v_\phi/c$ формально совпадает с условием черенковского излучения.

ная компонента, а именно, плотность энергии уменьшается с расстоянием по закону

$$|W| \sim e^{-\tau/\tau}. \quad (10)$$

Отсюда вытекает, что выражение (4) характеризует асимптотическое поведение переменной составляющей лишь при частотах $\nu < \nu_0(\Lambda)$, для которых декремент затухания $\gamma < \epsilon$. При частотах $\nu > \nu_0$ асимптотика определяется нерассеянной компонентой излучения*.

Представляет интерес выяснить, при каких источниках решение (4) справедливо во всем объеме рассеивающей среды, в том числе среды, ограниченной по координате z . Для этого рассмотрим поле излучения в бесконечной среде с источником

$$Q_\nu = \frac{\mu}{1+i\nu - \mu h} \delta(\tau). \quad (11)$$

Проделав процедуру, аналогичную той, что и в случае с изотропным источником, получим

$$I_\nu = \begin{cases} \frac{\exp(-h\tau)}{1+i\nu - \mu h} & (\tau > 0) \\ 0 & (\tau < 0) \end{cases} \quad (12)$$

Поскольку в полупространстве $\tau < 0$ поле излучения $I_\nu = 0$, то выражение (12) справедливо и для полубесконечной среды, на границе которой помещен источник (11). Отсюда следует, что для источника

$$Q_\nu = \begin{cases} \frac{\mu}{1+i\nu - \mu h} \delta(\tau) & (\mu > 0) \\ 0 & (\mu < 0) \end{cases} \quad (13)$$

поле излучения можно представить в виде

$$I_\nu = \begin{cases} \frac{\exp(-h\tau)}{1+i\nu - \mu h} & (\tau > 0, -1 \leq \mu \leq 1) \\ \frac{1}{1+i\nu - \mu h} & (\tau < 0, -1 \leq \mu < 0) \\ 0 & (\tau < 0, 0 < \mu \leq 1) \end{cases} \quad (14)$$

Таким образом, мы показали, что спектральная составляющая поля излучения описывается выражением (4) во всем объеме полубесконечной рассеивающей среды при граничном условии

$$I_\nu(\tau = 0) = \frac{1}{1+i\nu - \mu h} \quad (\mu > 0). \quad (15)$$

Из принципа суперпозиции нетрудно получить соответствующее обобщение для слоя толщиной τ_0 :

$$I_\nu(\tau = 0) = \frac{1}{1+i\nu - \mu h} \quad (\mu > 0), \quad I_\nu(\tau = \tau_0) = \frac{\exp(-h\tau_0)}{1+i\nu - \mu h} \quad (\mu < 0).$$

* Асимптотика синусоидально модулированного поля излучения в изотропно рассеивающей среде рассматривалась в работе [6] на основе двухпотокового приближения. Результаты, полученные в [6], отличаются от вышеупомянутых, что, очевидно, является следствием принятого там приближения.

3. Воспользовавшись теоремой Маршака и оптической теоремой взаимности [7], можно найти выражение для асимптотического распределения пространственной освещенности при облучении бесконечной среды синусоидально модулированным точечным мононаправленным источником. Это выражение имеет вид

$$E_v(\tau, \tau_0, \hat{\tau}_n) = A \frac{dR_v(\tau)}{d\tau} D_v(\tau_0, \hat{\tau}_n), \quad (16)$$

где $v < v_0$, τ — оптическое расстояние от источника до точки наблюдения, τ_0 и τ_n — единичные векторы в направлении излучения источника и в направлении на точку наблюдения, A — коэффициент возбуждения, R_v и D_v определяются выражениями (4 б) и (4 в).

Авторы благодарны Л. С. Долину, М. А. Миллеру и М. В. Масленникову за полезные дискуссии.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. А. Тимофеева, ДАН СССР, 113, № 3, 556 (1957).
2. В. А. Амбарцумян, Изв. АН СССР, сер. геогр. и геофиз., № 3, 97 (1942).
3. М. В. Масленников, ДАН СССР, 118, № 2 и № 5 (1957); 120, № 1 (1958).
4. А. Г. Лучинин, В. А. Савельев, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 12, № 2, 256 (1969).
5. Г. И. Марчук, Методы расчета ядерных реакторов, Госатомиздат, М., 1961.
6. И. Л. Кацев, ЖПС, 10, № 1 (1969).
7. Б. Дэвисон, Теория переноса нейтронов, Госатомиздат, М., 1958.

Научно-исследовательский радиофизический институт
при Горьковском университете

Поступила в редакцию
9 апреля 1970 г.

ASYMPTOTY OF SINUSOIDAL MODULATED RADIATION FIELD IN ISOTROPICALLY SCATTERING MEDIUM

A. G. Luchinin, V. A. Savel'ev

The asymptotic behaviour of the sinusoidal modulated radiation field in an isotropically scattering medium has been considered in the frame of the plane geometry. The brightness, damping decrement and phase velocity of the envelope as a function of the modulation frequency are investigated. The boundary conditions under which the investigated solution is realized in the whole volume of the scattering medium are clarified. An expression is given which describes the asymptotic distribution of the variable component of the spatial illumination when the infinite medium is radiated by a sinusoidally modulated mono-directional point source.

УДК 538.56

О СТРУКТУРЕ ПОЛЯ НАПРАВЛЕННОГО ИЗЛУЧАТЕЛЯ ВБЛИЗИ ПРОСТОЙ КАУСТИКИ В НЕОДНОРОДНОЙ СРЕДЕ

И. Г. Кондратьев, Г. В. Пермитин

Проанализирована структура поля направленного излучателя вблизи простой каустики в плавно неоднородной среде. Показано, что она существенно зависит от соотношения эффективного размера антенны и характерного масштаба поля, создаваемого в месте положения излучателя элементарным источником, помещенным в точку наблюдения.

Работа посвящена исследованию структуры поля направленного излучателя в плавно неоднородной среде вблизи простой каустики, формируемой лучами, выходящими из центра апертуры. Рассмотрение проводится на примере двумерной скалярной задачи с фиксированным распределением источников (отвечающем диаграмме направленности определенного частного вида), хотя сами результаты имеют достаточно общий характер.

В силу теоремы взаимности поле E , создаваемое в точке наблюдения r_n током $j(\xi)$, распределенным на поверхности $(x(\xi), y(\xi))$, может быть представлено в виде

$$E(r_n) = \int_{-\infty}^{\infty} j(\xi) G(r_n, x(\xi), y(\xi)) d\xi, \quad (1)$$

где $G(r_n, x(\xi), y(\xi))$ — соответствующим образом нормированная функция Грина, отвечающая источнику, расположенному в точке наблюдения r_n . Функция $G(r_n, x, y)$ с хорошей точностью может быть описана в рамках метода эталонных функций [1] или метода Маслова [2]*. Характерной особенностью этих методов так же, впрочем, как и метода геометрической оптики, является то обстоятельство, что равномерное асимптотическое решение, за редким исключением, не записывается как явная функция координат точки источника и точки наблюдения. Это существенно затрудняет вычисление интегралов типа (1).

В интересующей нас задаче представляется целесообразным использование неравномерного (локального) асимптотического выражения для G , справедливого лишь в некоторой области вблизи каустики, но являющегося явной функцией координат. Учитывая, что эталонными функциями служат здесь функции Эйри, отыскание соответствующего выражения сводится к нахождению амплитудного множителя и аргумента этой функции, т. е. некоторого характерного масштаба поля Λ , в качестве которого мы приняли расстояние от каустики до точки, где аргумент равен единице.

Вводя локальную систему безразмерных координат $x_b = x/\Lambda$, $y_b = y/\Lambda$ (значок «б» далее опускается), связанную с каустикой элементарного

* Оба метода пригодны для вычисления G не только вблизи простой каустики, но и каустик более высокого порядка, что позволяет в принципе провести обобщение полученных здесь результатов.

источника, помещенного в точке наблюдения* (см. рис. 1), функцию G можно записать в виде

$$G(x, y) = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \exp(ik\Lambda_n y) \int_{-\infty}^{\infty} \exp[i(x\tau + \tau^3/3)] d\tau, \quad (2)$$

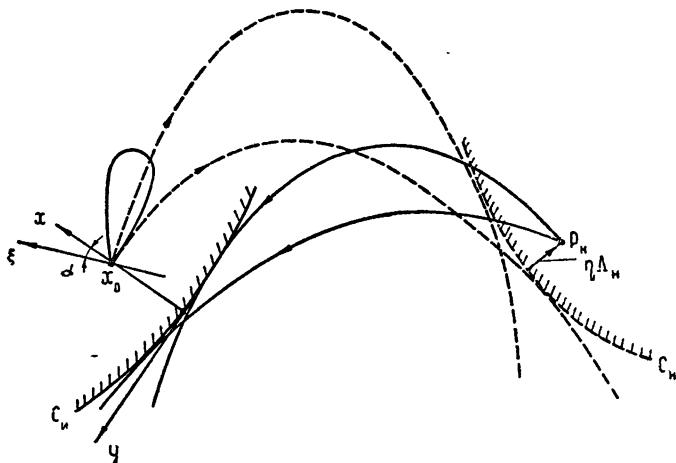


Рис. 1.

где k — волновое число в месте расположения антенны (предполагается, что характерный масштаб неоднородности среды L заметно превышает эффективный размер антенны a). Зависимость от r_n в (2) учтена неявным образом — выбором начала локальной системы координат и параметра Λ_n ; амплитудный множитель задан так, чтобы $G(x, 0)$ совпадала с функцией Эйри $v(x)$ в нормировке Фока [2].

Пусть на поверхности $x = x_0 + \xi \cos \alpha$, $y = \xi \sin \alpha$ (α — константа) задано следующее распределение токов:

$$j(\xi) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{\Lambda_n}{a} \left[\exp\left(-\frac{k^2 a^2}{4}\right) I_0\left(\frac{k^2 a^2}{4}\right) \right]^{-1/2} \exp\left(-\frac{\Lambda_n^2}{a^2} \xi^2\right), \quad (3)$$

где $I_0(z)$ — модифицированная функция Бесселя нулевого индекса. Выражение (3) нормировано таким образом, чтобы при изменении эффективного размера антенны a не менялась полная мощность излучения. Диаграмма направленности $F(\alpha)$ и коэффициент направленного действия D заданного распределения в вакууме имеют вид

$$F(\alpha) = \exp\left(-\frac{k^2 a^2}{2} \sin^2 \alpha\right); \quad (4)$$

$$D = \left[\exp\left(-\frac{k^2 a^2}{4}\right) I_0\left(\frac{k^2 a^2}{4}\right) \right]^{-1}. \quad (5)$$

Подставляя (2) и (3) в (1), после интегрирования по ξ получаем

$$E(r_n) = \frac{D^{1/2}}{2\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[-\frac{a^2}{4\Lambda_n^2} (k\Lambda_n \sin \alpha + \tau \cos \alpha)^2 + i(x_0 \tau + \tau^3/3)\right] d\tau. \quad (6)$$

* В дальнейшем мы будем пользоваться следующими буквенными обозначениями каустик: каустика C_n — огибающая лучей, выходящих из точки наблюдения; каустика C'_n — огибающая лучей, выходящих из центра излучающего раскрыва.

Формально (6) описывает поле в фиксированной точке наблюдения в зависимости от положения излучающей антенны, задаваемого величинами x_0 и α . Однако, пользуясь структурным подобием полей вблизи «взаимных» каустик C_u и C_n , выражению (6) можно придать смысл распределения поля в пространстве (вблизи C_n) при фиксированном положении антенны. Действительно, расстояние от центра излучающего раскрыва до каустики C_n в (6) можно менять, перемещая как антенну, так и каустику C_n , т. е., в конечном счете, точку наблюдения r_n . Если смещать точку r_n по нормали к C_n на расстояние $\eta \Lambda_n$ (см. рис. 1), то функция G в центре раскрыва будет меняться, как функция Эйри аргумента η . Другими словами, центр раскрыва будет смещаться в точку $x = \eta$, $y = 0$ введенной нами ранее локальной системы координат. Отсюда, искомое выражение получается из (6) путем замены x_0 на η . Правда, в этом выражении параметры Λ_u и α не будут уже константами, а будут функциями, хотя и достаточно плавными, переменной η , поскольку при перемещении источника имеет место не только сдвиг каустики, но и ее поворот в пространстве и изменение радиуса кривизны. Хотя вычисление этих функций и не встречает принципиальных затруднений, оно требует конкретизации параметров задачи, в частности, конкретизации среды. Здесь мы только укажем, что на малом по сравнению с L/Λ_n интервале изменения η , которым мы ограничимся, функции $\Lambda_u(\eta)$ и $\alpha(\eta)$ можно считать константами: $\Lambda_u(\eta) = \Lambda(0) + O(\eta \Lambda_n/L)$, $\alpha(\eta) = \alpha(0) + O(\eta \Lambda_n/L)$.

Делая в (6) замену $x_0 \rightarrow \eta$ и выражая интеграл, стоящий в правой части, через функцию Эйри от комплексного аргумента [3], получим следующий закон распределения поля направлениного излучателя попереек каустики C_n :

$$E(\eta) = (DF)^{1/2} \exp \left\{ \frac{a^2 \cos^2 \alpha}{4 \Lambda_n^2} \left[\eta + \frac{2}{3} \left(\frac{a^2 \cos^2 \alpha}{4 \Lambda_n^2} \right)^2 \right] + \right. \\ \left. + i \left(\frac{a^2}{4 \Lambda_n^2} \right)^2 k \Lambda_n \sin 2\alpha \cos^2 \alpha \right\} v \left(\eta + \left(\frac{a^2 \cos^2 \alpha}{4 \Lambda_n^2} \right)^2 + i \frac{a^2}{4 \Lambda_n^2} k \Lambda_n \sin 2\alpha \right). \quad (7)$$

Выпишем главные члены асимптотических разложений (7) для больших значений аргумента функции Эйри [3]*:

$$\eta + \left(\frac{a^2 \cos^2 \alpha}{4 \Lambda_n^2} \right)^2 \gg 1,$$

$$E(\eta) \approx \frac{(DF)^{1/2}}{2 [\eta + (a^2 \cos^2 \alpha / 4 \Lambda_n^2)^2]^{1/4}} \exp \left\{ -\frac{2}{3} \left[\eta + \left(\frac{a^2 \cos^2 \alpha}{4 \Lambda_n^2} \right)^2 \right]^{3/2} + \right. \\ \left. + \frac{a^2 \cos^2 \alpha}{4 \Lambda_n^2} \left[\eta + \left(\frac{2}{3} \frac{a^2 \cos^2 \alpha}{4 \Lambda_n^2} \right) \right] \right\} \exp \left\{ -i \left[\eta + \left(\frac{a^2 \cos^2 \alpha}{4 \Lambda_n^2} \right)^2 \right]^{-1/2} \times \right. \\ \left. \times \frac{a^2}{4 \Lambda_n^2} k \Lambda_n \sin 2\alpha + i \left(\frac{a^2}{4 \Lambda_n^2} \right)^2 k \Lambda_n \sin 2\alpha \cos^2 \alpha \right\}; \quad (8)$$

* Фактически область применимости этих асимптотических формул простирается вплоть до значений аргумента, близких по величине к единице, так что они пригодны не только для выяснения общего характера поведения поля, но и, в какой-то степени, для его количественного описания.

$$\eta + \left(\frac{a^2 \cos^2 \alpha}{4\Lambda_n^2} \right)^2 \ll -1.$$

$$E(\eta) \approx \frac{(DF)^{1/2}}{2i \left[\eta + (a^2 \cos^2 \alpha / 4\Lambda_n^2)^2 \right]^{1/4}} \exp \left\{ -\frac{a^2 \cos^2 \alpha}{4\Lambda_n^2} \left| \eta + \frac{2}{3} \left(\frac{a^2 \cos^2 \alpha}{4\Lambda_n^2} \right)^2 \right| \right\} + \\ + i \left(\frac{a^2}{4\Lambda_n^2} \right)^2 k \Lambda_n \sin 2\alpha \cos^2 \alpha \sum_{n=1}^2 (-1)^n \exp \left\{ (-1)^n i \left[\frac{2}{3} \left| \eta + \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. + \left(\frac{a^2 \cos^2 \alpha}{4\Lambda_n^2} \right)^2 \right|^{3/2} + \frac{\pi}{4} \right] + (-1)^n \left| \eta + \left(\frac{a^2 \cos^2 \alpha}{4\Lambda_n^2} \right)^2 \right|^{1/2} \frac{a^2}{4\Lambda_n^2} k \Lambda_n \sin 2\alpha \right\}. \quad (9)$$

Как видно из (8), в области за каустикой C_n ($\eta > 0$), за исключением случая $\alpha = 0$, на обычный экспоненциальный закон спадания поля накладываются осцилляции. Локально поле имеет характер волны, бегущей за каустикой при $\alpha < 0$ и в обратном направлении при $\alpha > 0$. Нетрудно убедиться, что значения $\alpha < 0$ и значения $\alpha > 0$ отвечают в пространстве областям, разделенным нормалью к C_n в точке касания последней луча, нормального к антенне*. Следовательно, кривая C_n не является границей освещенной и теневой зон поля направленного излучателя в целом. При $\eta < 0$ остается в силе только что сделанное замечание о «бегучести» поля поперек каустики (исключая сечение с $\alpha = 0$). Характер спадания амплитуды поля здесь экспоненциальный, но более медленный, чем в «теневой» зоне.

Проследим несколько важных частных случаев формулы (7).

Элементарный излучатель — $a = 0$

$$E(\eta) = v(\eta). \quad (10)$$

Излучатель малых размеров — $a \ll \Lambda_n$

$$E(\eta) = D^{1/2} F^{1/2}(\alpha) v(\eta) + O(a/\Lambda_n). \quad (11)$$

Формула (11) означает фактически, что точка наблюдения находится в зоне Фраунгофера по отношению к излучателю, а условие применимости этой формулы — $a \ll \Lambda_n$ является условием, определяющим зону Фраунгофера в прикаустической области. Это утверждение носит общий характер и справедливо для излучателя с произвольным распределением токов (произвольной диаграммой). Соответствующее обобщение без особого труда выполняется, если воспользоваться следующей асимптотической формулой [4]:

$$\int P(t) \exp [ik(\rho t - t^3/3)] dt = \int \left(\frac{P^+ + P^-}{2} + \frac{t}{V\rho} \frac{P^+ - P^-}{2} \right) \times \\ \times \exp [ik(\rho t - t^3/3)] dt + O(1/k), \quad (12)$$

где $P^\pm = P(\pm \sqrt{\rho})$.

Выражение (11) по существу содержитя в работе [5]. Однако приведенное здесь условие его применимости в [5] отсутствует. Тем самым ошибочно утверждается, что оно справедливо и для антенн больших размеров. Эта ошибка обусловлена, по-видимому, как раз некорректным применением формулы (12).

* Каждому нормальному (к C_n) направлению соответствует свое значение α в (7) — (9); конкретизация этого соответствия требует конкретизации исходных параметров.

Излучатель больших размеров — $a \gg \Lambda_n$

$$E(\eta) = \frac{\Lambda_n}{a \cos \alpha} (DF)^{1/2} \exp \left(-\frac{\Lambda_n^2}{a^2} \eta^2 + ik\Lambda_n \operatorname{tg} \alpha \eta \right) + O(\Lambda_n/a). \quad (13)$$

Отсюда ясно, что поле большой антенны в прикаустической области имеет такую же структуру, как и в ее прожекторной зоне в вакууме, так что условие $a \gg \Lambda_n$ определяет прожекторную зону применительно к прикаустической области.

Промежуточные случаи — излучатели произвольных размеров (в частности, $a \sim \Lambda_n$) — рассчитываются непосредственно по формуле (7) численными методами. Примеры такого расчета приведены на

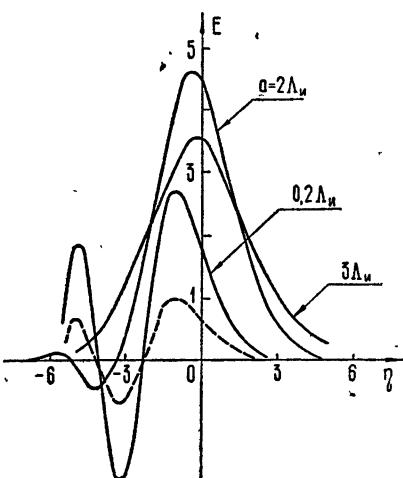


Рис. 2.

рис. 2, где изображена зависимость поля от координаты η при различных соотношениях между размерами антенны и прикаустической зоны и фиксированном значении параметра $k\Lambda_n = 32$; α положено равным нулю. Такой выбор α означает, что диаграмма направленности излучателя симметрична относительно направления выхода луча, касающегося каустики C_n в точке пересечения ее с координатной осью η . Пунктиром нанесено распределение поля элементарного излучателя. Характерно, что максимальное значение поля вблизи каустики C_n не является монотонной функцией размеров антенны (ее направленности), а существует оптимальный, с точки зрения выигрыша в поле за счет направленности излучателя, эффективный размер $-a_{\text{opt}} \sim 1,6 \Lambda_n$.

Дальнейшее увеличение направленности излучателя (увеличение a) приводит даже к уменьшению максимального значения поля.

Таким образом, в зависимости от соотношения эффективного размера антенны a и характерного масштаба поля Λ_n прикаустическая область может быть отнесена к прожекторной ($a \gg \Lambda_n$), и к френелевой ($a \sim \Lambda_n$), и к фраунгоферовой ($a \ll \Lambda_n$) зонам излучения, причем роль размера первой зоны Френеля играет величина Λ_n^* .

В заключение заметим, что конкретный закон распределения тока (3) выбран нами только по той причине, что он позволяет выразить окончательный результат в хорошо изученных аналитических функциях. Расчеты, проведенные для других распределений (других типов диаграмм направленности, в частности, секторной), показали, что сформулированные закономерности поведения поля направленного излучателя в прикаустической области не критичны к деталям распределения токов на антенне. Более существенным ограничением общности является задание функции Грина в форме (2). В результате полученные формулы оказываются справедливыми лишь в некоторой области вблизи каустики и не допускают перехода к формулам геометрической оптики.

* Не следует думать, что, скажем, для остронаправленного излучателя ($a \gg \Lambda_n$) прожекторная зона захватывает всю область от излучателя до каустики. На самом деле, по мере удаления от антенны точка наблюдения последовательно попадает в прожекторную, френелеву и фраунгоферову зоны [5], а затем, при приближении к каустике, снова в френелеву и прожекторную.

ки. Этот недостаток, однако, в значительной степени компенсируется наглядностью результатов и возможностью их переноса—без дополнительных по отношению к задаче о поле точечного источника вычислений—на большое число прикладных задач.

Авторы признательны С. Д. Жерносек и М. А. Миллеру за полезные советы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ю. А. Кравцов, Акуст. ж., 14, № 1, 1 (1968).
2. В. А. Фок, Дифракция радиоволн вокруг земной поверхности, М., 1946.
3. Э. Коупсон, Асимптотические разложения, изд. Мир, М., 1966.
4. С. Chester, B. Friedman, F. Ursell, Proc. Cambr. Phil. Soc., 54, 599 (1957).
5. Ю. А. Кравцов, З. И. Фейзуллин, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 12, № 6, 866 (1969).

Научно-исследовательский радиофизический институт
при Горьковском университете

Поступила в редакцию
9 марта 1970 г.

THE FIELD STRUCTURE OF THE DIRECTIONAL Emitter NEAR SIMPLE CAUSTIC IN INHOMOGENEOUS MEDIUM

I. G. Kondrat'ev, G. V. Permitin

The field structure of the directional emitter near the simple caustic in a smoothly inhomogeneous medium is analysed. It is shown to be essentially dependent on the relation of the effective antenna size and the characteristic scale of the field formed in the site of the emitter position by an elementary source placed into the observation point.

УДК 533.922

АНАЛИЗ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОНОВ, ДВИЖУЩИХСЯ ПО КРИВОЛИНЕЙНЫМ ТРАЕКТОРИЯМ*

Е. Г. Шустин, И. Ф. Харченко

Предложен метод анализа двумерной функции распределения электронов, применимый к электронным пучкам, движущимся в продольном внешнем магнитном поле. Показано, что сравнение кривых задержки для анализатора с тормозящим полем, помещенного в однородное магнитное поле и поле «пробочкой» конфигурации, дает возможность определить среднюю энергию поперечного движения электронов, соответствующих любой точке функции распределения электронов по продольным скоростям. Описана конструкция анализатора для изучения энергетического распределения электронов в системе плазма — пучок и приведены основные результаты изучения возбуждения поперечных колебаний пучка в такой системе.

При экспериментальных исследованиях в электронной оптике, электронике СВЧ и физике плазмы в ряде случаев необходимо изучение распределения электронов пучка не только по продольным, но и по поперечным скоростям относительно постоянного магнитного поля. При разработке электронно-оптических систем измерение функции распределения пучка по продольным скоростям, например, с помощью электростатического анализатора с тормозящим полем, дает возможность оценить и поперечные скорости электронов, так как полная энергия электронов в этом случае, как правило, известна. Однако при изучении взаимодействия пучка с полями резонаторов, волноводов (в схеме МЦР) или с плазмой для определения физических особенностей взаимодействия и оценки электронного КПД необходимо независимое определение доли энергии, связанной с поперечным движением электронов пучка.

Ниже описан простой способ, позволяющий определить как функцию распределения по продольным скоростям электронов, так и распределение энергий их поперечного движения на выходе из области взаимодействия в системе плазма — пучок и в МЦР-приборах с винтовыми траекториями электронов.

Пусть в области электростатического анализатора создана локальная неоднородность магнитного поля в форме «магнитной пробки», центр которой находится в плоскости анализирующей сетки (рис. 1). В силу адиабатической инвариантности магнитного момента электроны, движущиеся в зазоре с тормозящим полем, будут увеличивать свою поперечную скорость за счет энергии продольного движения.

Пренебрегая поперечным расталкиванием пучка в тормозящем зазоре за счет сил пространственного заряда, можно полагать, что через сетку пройдут только те электроны, для которых

$$\frac{mV_z^2}{2} - \frac{mV_\perp^2}{2} \frac{\Delta H}{H_0} - eU_r > 0$$

(используемые обозначения ясны из рисунка).

* Доклад на VI Межвузовской конференции по электронике сверхвысоких частот, Минск, 1969.

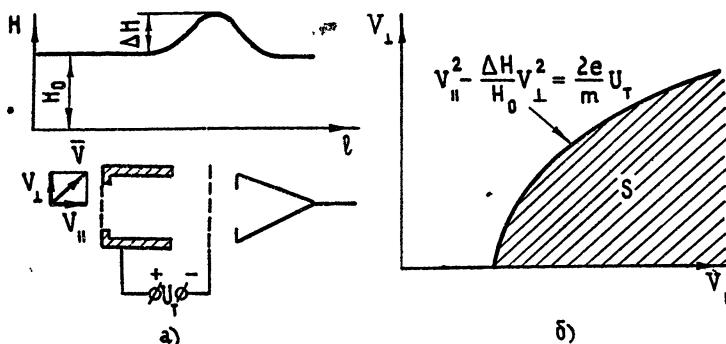


Рис. 1. Принципиальная схема анализатора (а) и область интегрирования в пространстве скоростей в формуле (1) (б).

Тогда ток электронов на собирающий электрод может быть записан в виде

$$I\left(U_t, \frac{\Delta H}{H_0}\right) = e \iint_S f(V_{\parallel}, V_{\perp}) V_{\parallel} dV_{\parallel} dV_{\perp}, \quad (1)$$

где интегрирование ведется по части пространства скоростей, ограниченной кривой $V_{\parallel}^2 - V_{\perp}^2 (\Delta H / H_0) = 2eU_t / m$ (рис. 1 б). Заменив одну из переменных, получим

$$I\left(U_t, \frac{\Delta H}{H_0}\right) = \frac{e^2}{m} \int_0^{\infty} \left[\int_{U_0}^{\infty} f(\sqrt{U_0}, V_{\perp}) dU_0 \right] dV_{\perp}. \quad (2)$$

Здесь

$$U_0 = U_t + W_{\perp} \frac{\Delta H}{H_0}, \quad W_{\perp} = \frac{m V_{\perp}^2}{2e}.$$

Заметим, что

$$\frac{\partial I}{\partial U_t} = - \int_0^{\infty} f(\sqrt{U_0}, V_{\perp}) dV_{\perp}.$$

Отсюда ясно, что

$$f(V_{\perp}) = \overline{f(V_{\parallel}, V_{\perp})}_{V_{\parallel}} = - \frac{\partial I}{\partial U_t} \Big|_{\Delta H = 0}. \quad (3)$$

Продифференцируем теперь ток задержки по второму аргументу $h = \Delta H / H_0$:

$$\frac{\partial I}{\partial h} = - \int_0^{\infty} W_{\perp} f(\sqrt{U_0}, V_{\perp}) dV_{\perp}. \quad (4)$$

Таким образом, из семейства кривых задержки, соответствующих различным $h = \Delta H / H_0$, получим среднюю энергию поперечного движения электронов, движущихся с продольной скоростью V_{\parallel} :

$$\overline{W}_{\perp}(V_{\parallel}) = \frac{\int W_{\perp} f(V_{\parallel}, V_{\perp}) dV_{\perp}}{\int f(V_{\parallel}, V_{\perp}) dV_{\perp}} = \frac{\partial I}{\partial h} \Big|_{h=0} \Big/ \frac{\partial I}{\partial U_t} \Big|_{h=0}. \quad (5)$$

Одновременно при дифференцировании кривой задержки, снятой в однородном магнитном поле, получаем, как обычно, функцию распределения по продольным скоростям.

Хотя предложенный метод дает возможность определить не саму функцию распределения электронов по поперечным скоростям, а лишь ее второй момент $W_{\perp}(V_{\parallel})$, эта характеристика электронного пучка может быть весьма полезной при изучении динамики взаимодействия пучка с электромагнитными полями и с плазмой. В частности, знание $f(V_{\parallel})$ и $W_{\perp}(V_{\parallel})$ позволяет найти полную энергию поперечного движения электронного пучка

$$W_{\perp}^{\text{полн}} = \int_0^{\infty} f(V_{\parallel}) \bar{W}_{\perp}(V_{\parallel}) dV_{\parallel}$$

и электронный КПД взаимодействия пучка с колебательной или волноведущей системой

$$\eta_s = 1 - \frac{1}{n W_0} \left(\int_0^{\infty} f(V_{\parallel}) W_{\perp} dV_{\parallel} + \int_0^{\infty} f(V_{\parallel}) \bar{W}_{\perp} dV_{\parallel} \right).$$

В случае достаточно «гладкой» зависимости $\bar{W}_{\perp}(V_{\parallel})$ процесс измерений и обработки экспериментальных данных может быть сделан весьма простым. В самом деле, нетрудно показать, что для любой зависимости $I(U_t, h)$ отношение ее частных производных может быть выражено как

$$\frac{\partial I}{\partial h} \Bigg| \frac{\partial I}{\partial U_t} \Bigg|_{h=0, U_t=U'_t} = \bar{W}_{\perp} = \frac{U'_t - U''_t}{h} \left(1 + h \frac{\partial \bar{W}_{\perp}}{\partial U_t} + \frac{1}{U'_t - U''_t} \frac{\partial \bar{W}_{\perp}}{\partial h} + \dots \right),$$

где U''_t определяется из условия $I(h, U''_t) = I(0, U'_t)$. Поэтому величина средней поперечной энергии, соответствующей продольной скорости электронов $V_{\parallel} = \sqrt{2(e/m)} U'_t$, может быть приближенно определена по разности тормозящих напряжений U'_t и U''_t , соответствующих одинаковому току на собирающий электрод в однородном магнитном поле и при введении локальной неоднородности ΔH :

$$\bar{W}_{\perp}(V_{\parallel}) \approx \frac{U'_t - U''_t}{\Delta H} H_0. \quad (6)$$

Это соотношение справедливо, если во всем интервале U_t одновременно выполняются два условия:

$$h \frac{\partial \bar{W}_{\perp}}{\partial U_t} \ll 1; \quad (7a)$$

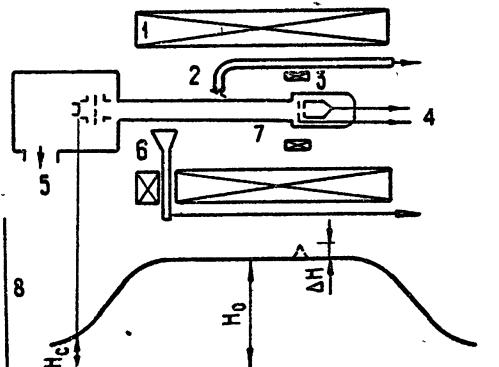
$$\frac{1}{U'_t - U''_t} \frac{\partial \bar{W}_{\perp}}{\partial h} \ll 1. \quad (7b)$$

Смысл первого условия ясен: оно накладывает ограничение на реализуемую в эксперименте величину относительной неоднородности h . Второе условие требует, чтобы измеряемое значение W_{\perp} слабо зависело от величины вводимой неоднородности; оно может оказаться существенным на низковольтных «хвостах» некоторых специфических функций распределения, в большинстве же случаев оно выполняется автоматически.

Очевидно, что чувствительность этого метода определяется разрешающей способностью по напряжению ΔU_{\min} и реализуемой величиной относительной неоднородности $\Delta H/H_0$.

Экспериментальная проверка предложенного метода осуществлялась на установке для исследования взаимодействия электронного пучка с плазмой (рис. 2). Электронный пучок, формируемый частично экранированной электронной пушкой (ускоряющее напряжение $U_0 = 2$ кв, параметр экранировки катода $H_0/I_k \approx 10$), создавал плазму в области однородного магнитного поля с напряженностью $H_0 = 2$ кэрст, возбуждал в ней колебания и проходил на коллектор. В теле коллектора размещался сеточный электростатический анализатор, отделенный от области взаимодействия диафрагмой толщиной 0,15 мм с равномерно распределенными по ней отверстиями диаметром 0,2 мм, образующими сетку с геометрической проницаемостью 0,01. Уже для электронов с энергией дрейфа 50 эв шаг винтовой линии, представляющей их траектории в магнитном поле, более чем в 10 раз превышает толщину диафрагмы. Поэтому для электронов пучка диафрагму можно считать бесконечно тонкой, и, следовательно, ее проницаемость не должна зависеть от поперечной энергии электронов.

Рис. 2 Схема экспериментальной установки для исследований энергетической структуры пучка и характеристик колебаний в системе плазма — электронный пучок:
1—соленоид, 2—СВЧ зонд, 3—анализатор, 4—к измерительной аппаратуре, 5—откачка, 6—рупор, 7—пространство дрейфа, 8—распределение магнитного поля.



Для создания магнитной пробки в области анализирующего зазора использовалась дополнительная катушка, размещенная внутри основного соленоида. С ее помощью достигалось значение $\Delta H/H_0 = 0,15$. Снятие кривых задержки осуществлялось с помощью двухкоординатного самописца ПДС-021, разрешающая способность по напряжению которого составляла примерно 10 в. Таким образом, чувствительность измерений энергии поперечного движения электронов в нашем эксперименте согласно (6) составляла около 70 эв. Большой чувствительности можно было достичь при измерениях с помощью стрелочных приборов методом компенсации.

В эксперименте исследовалась связь характеристик возбуждаемых колебаний с функцией распределения электронного пучка. Разработанная методика анализа пучка позволила обнаружить эффект раскачки интенсивных поперечных колебаний пучка при взаимодействии с плазмой [1]: при возбуждении колебаний в диапазоне обратных волн плазменного волновода пучком осцилляторов энергия, связанная с поперечной компонентной скорости, у значительной части электронов достигает 1—1,5 кэв; при этом общая энергия поперечного движения электронов $W_{\perp}^{\text{полн}}$ возрастает с 7 до 26% от полной энергии невозмущенного пучка. Этот эффект является одним из экспериментальных подтвержде-

ний допплеровского механизма возбуждения обратных волн плазменного волновода.

Авторы выражают благодарность В. П. Поповичу за помощь в экспериментальной проверке метода, а также М. Б. Цейтлину и Ю. Г. Хронопуло за полезное обсуждение работы.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. E. G. Schustein, V. P. Popovich, I. F. Kharchenko, Proc. IX Intern. Conf. on Phenomena in Ionized Gases, Bucharest, 1969, p. 575.

Институт радиотехники и электроники
АН СССР

Поступила в редакцию
15 декабря 1969 г.

ANALYSIS OF ENERGETIC DISTRIBUTION OF ELECTRONS MOVING ALONG CURVILINEAR TRAJECTORIES

E. G. Shustein, I. F. Kharchenko

A method is proposed to analyze the two-dimensional function of the electron distribution applied to the electron beams moving in longitudinal external magnetic fields. The comparison of the delay curves for the analyser with the decelerating field placed in the uniform magnetic field and in the trap type configuration field gives the possibility to determine the mean energy of the transverse motion of electrons corresponding to any point of the function of the electron distribution over the longitudinal velocities. The analyser design is described for studying the electron energy distribution in the beam-plasma system. The basic results of investigating the excitation of transverse beam oscillations in such a system are given.

УДК 538.56

**ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ПОЛИВИНТОВОГО ПОТОКА ЭЛЕКТРОНОВ
С ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМИ ВОЛНАМИ,
РАСПРОСТРАНЯЮЩИМИСЯ ПОД УГЛОМ К МАГНИТНОМУ
ПОЛЮ**

Н. Я. Коцаренко, С. В. Кошевая, А. М. Федорченко

Получено дисперсионное уравнение для бесконечного релятивистского потока электронов, движущихся по спиральным траекториям и взаимодействующих с быстрыми электромагнитными волнами, распространяющимися под углом к магнитному полю.

В работах [1-3] получены дисперсионные уравнения для систем, состоящих из криволинейных пучков электронов и различных волноведущих сред. При этом предполагалось, что траектории электронов представляют собой подобные спирали с равномерным распределением по начальным фазам, в результате чего невозмущенная структура пучка оказывается не зависящей от продольной координаты.

В работе авторов [4] рассматривались такие же электронные потоки, но с одинаковыми фазами электронов, при этом невозмущенный электронный поток приобретает периодическую структуру. В отличие от работы [4], где исследовалось распространение электромагнитных волн вдоль внешнего магнитостатического поля, ниже будет получено дисперсионное уравнение для волн, распространяющихся под углом к магнитному полю. Этот случай имеет значение для некоторых астрофизических проблем [5, 6], а также дает качественное представление о взаимодействии рассматриваемого потока с волнами волновода, так как волны волновода можно представить в виде суперпозиции плоских волн, распространяющихся под различными углами к оси волновода.

Исходные уравнения и стационарное состояние электронного потока приведены в [4], поэтому мы сразу запишем линеаризованные уравнения движения для электронов и электромагнитного поля:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + v_{\parallel} \frac{\partial}{\partial z} \right) v_z + v_{\perp} \cos \sigma z \frac{\partial v_z}{\partial x} = - \frac{e}{m \nu} \left[E_z (1 - \beta_{\parallel}^2) - \frac{1}{2} \beta_{\parallel} \beta_{\perp} (e^{i \sigma z} E^- + e^{-i \sigma z} E^+) + (i/2) \beta_{\perp} (e^{i \sigma z} H^- - e^{-i \sigma z} H^+) \right]; \quad (1)$$

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\partial}{\partial t} + v_{\parallel} \frac{\partial}{\partial z} \mp i \omega_H \pm i \Delta \right) w^{\pm} + v_{\perp} \cos \sigma z \frac{\partial w^{\pm}}{\partial x} \pm i \Delta e^{\pm i 2 \sigma z} w^{\mp} = \\ & = \mp i \omega_H q (1 + \kappa^2 \beta_{\parallel}^2) e^{\pm i \sigma z} v_z - (e/m \kappa) [E^{\pm} (1 - (\beta_{\perp}^2/2)) - (\beta_{\perp}^2/2) \times \\ & \times e^{\pm i \sigma z} E^{\mp} \pm i \beta_{\parallel} H^{\pm} - \beta_{\parallel} \beta_{\perp} e^{\pm i \sigma z} E_z \mp i \beta_{\perp} e^{\pm i \sigma z} H_z]; \end{aligned} \quad (2)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + v_{\parallel} \frac{\partial}{\partial z} \right) \rho + v_{\perp} \cos \sigma z \frac{\partial \rho}{\partial x} = - n_b \left(\frac{\partial}{\partial x} \frac{w^+ + w^-}{2} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right); \quad (3)$$

$$\frac{1}{c} \frac{\partial E^\pm}{\partial t} - \frac{4\pi e}{c} (n_b w^\pm + \rho v_\perp e^{\pm i\sigma z}) = \pm i \left(\frac{\partial H^\pm}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} \right); \quad (4)$$

$$-\frac{1}{c} \frac{\partial H^\pm}{\partial t} = \pm i \left(\frac{\partial E^\pm}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \right); \quad (5)$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{c^2 \partial t^2} \right) E_z = -4\pi e \left[\frac{\partial \rho}{\partial z} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} (n_b v_z + \rho v_\parallel) \right]; \quad (6)$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{c^2 \partial t^2} \right) H_z = \frac{4\pi e}{c} \left[n_b \frac{w^+ - w^-}{2i} + \rho v_\perp \sin \sigma z \right], \quad (7)$$

где $\Delta = (1/2)x^2 \beta_\perp^2 \omega_H$, $\sigma = \omega_H/v_\parallel$, n_b — стационарная плотность электронов, остальные обозначения такие же, как и в работе [4]. Система уравнений (1) — (7) при $\frac{\partial}{\partial x} = 0$ переходит в систему (4) работы [4].

Так как система уравнений в частных производных (1) — (7) однородна относительно переменных x и t , то подстановкой

$$\{E_z, H_z, v_z, \rho\} \sim f(z) \exp[i(\omega t + k_\perp x)],$$

$$\{E^\pm, H^\pm, w^\pm\} \sim f^\pm(z) \exp[\pm i\sigma z + i(\omega t + k_\perp x)].$$

ее можно свести к системе обыкновенных дифференциальных уравнений относительно переменной z с периодическими коэффициентами, период которых равен $L = 2\pi/\sigma = 2\pi v_\parallel/\omega_H$ (множитель $e^{\pm i\sigma z}$ в величинах f^\pm введен для удобства). При этом уравнения (1) — (3) принимают вид

$$\begin{aligned} v_\parallel \frac{\partial v_z}{\partial z} + i(\omega + k_\perp v_\perp \cos \sigma z) v_z &= X, \\ v_\parallel \frac{\partial w^\pm}{\partial z} + i(\omega \pm \Delta + k_\perp v_\perp \cos \sigma z) w^\pm \pm i\Delta w^\mp &= \\ &= \mp i\omega_H q (1 + x^2 \beta_\parallel^2) v_z + X^\pm, \\ v_\parallel \frac{\partial \rho}{\partial z} + i(\omega + k_\perp v_\perp \cos \sigma z) v_z &= Y, \end{aligned} \quad (8)$$

где

$$\begin{aligned} X &= -\frac{e}{m_\infty} \left[E_z (1 - \beta_\parallel^2) - \frac{\beta_\parallel \beta_\perp}{2} (E^+ + E^-) + i \frac{\beta_\perp}{2} (H^- - H^+) \right], \\ X^\pm &= -\frac{e}{m_\infty} \left[E^\pm \left(1 - \frac{\beta_\perp^2}{2} \right) - \frac{\beta_\perp^2}{2} E^\mp \pm i\beta_\parallel H^\pm - \beta_\parallel \beta_\perp E_z \mp i\beta_\perp H_z \right], \\ Y &= -n_b \left[ik_\perp \frac{w^+ e^{i\sigma z} + w^- e^{-i\sigma z}}{2} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right]. \end{aligned}$$

Согласно теореме Флоке, решение линейных дифференциальных уравнений с периодическими коэффициентами должно иметь вид $f(z) = \exp(-ik_\parallel z)u(z)$, где $u(z)$ — периодическая функция с периодом L . Нетрудно убедиться, что решение системы (8), удовлетворяющее теореме Флоке, можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned}
 v_z &= \frac{1}{v_{\parallel}} e^{-i\psi(z)} \int_{-\infty}^z e^{i\psi(z')} X(z') dz', \\
 \rho &= \frac{1}{v_{\parallel}} e^{-i\psi(z)} \int_{-\infty}^z e^{i\psi(z')} Y(z') dz', \\
 w^{\pm} &= \frac{1}{v_{\parallel}} e^{-i\psi(z)} \int_{-\infty}^z dz' e^{i\psi(z')} \left\{ X^{\pm}(z') \mp \frac{i}{v_{\parallel}} e^{-i\psi(z')} \int_{-\infty}^{z'} dz'' e^{i\psi(z'')} \times \right. \\
 &\quad \left. \times [\Delta(X^+(z'') + X^-(z'')) + \omega_H q(1 + x^2 \beta_{\parallel}^2) X(z'')] \right\}, \tag{9}
 \end{aligned}$$

где

$$\psi(z) = \frac{\omega}{v_{\parallel}} z + \frac{k_{\perp} v_{\perp}}{\omega_H} \sin \sigma z.$$

Разлагая периодические части решения системы (1)–(7) в ряд Фурье $u(z) = \sum_{s=-\infty}^{\infty} u_s \exp(-is\sigma z)$ и используя известное соотношение $\exp(ia \sin \varphi) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(a) \exp(in\varphi)$, из (9) получаем четыре алгебраических уравнения для коэффициентов рядов Фурье искомых функций:

$$\begin{aligned}
 v_s &= \sum_{n, n'=-\infty}^{\infty} \frac{J_n(\xi) J_{n'}(\xi)}{i \Omega_{s-n}} X_{s+n'-n}, \\
 \rho_s &= \sum_{n, n'=-\infty}^{\infty} \frac{J_n(\xi) J_{n'}(\xi)}{i \Omega_{s-n}} Y_{s+n'-n}, \\
 &= \sum_{n, n'=-\infty}^{\infty} \frac{J_n(\xi) J_{n'}(\xi)}{i \Omega_{s-n}} \left\{ X_{s-n+n'}^{\pm} \mp \right. \\
 &\quad \left. \mp \sum_{n'', n'''=-\infty}^{\infty} \frac{J_{n''}(\xi) J_{n'''}(\xi)}{\Omega_{s-n+n'-n''}} [\Delta(X^+ + X^-) + \omega_H q(1 + x^2 \beta_{\parallel}^2) X]_{s-n+n'+n''-n'''} \right\}, \tag{10}
 \end{aligned}$$

где

$$\xi = k_{\perp} v_{\perp} / \omega_H, \quad \Omega_s = \omega - k_{\parallel} v_{\parallel} - s \omega_H.$$

Остальные шесть уравнений для коэффициентов рядов Фурье находим из уравнений (4)–(7):

$$i \frac{\omega}{c} E_s^{\mp} - \frac{4\pi e}{c} (n_b w_s^{\pm} + v_{\perp} \rho_s) = \pm \left(\frac{\omega - \Omega_{s\mp 1}}{v_{\parallel}} H_s^{\pm} + k_{\perp} H_{s\mp 1} \right); \tag{11}$$

$$-i \frac{\omega}{c} H_s^{\pm} = \pm \left(\frac{\omega - \Omega_{s+1}}{v_{\parallel}} E_s^{\pm} + k_{\perp} E_{s\mp 1} \right); \tag{12}$$

$$\begin{aligned}
 \left[\left(k_{\parallel} + \frac{s \omega_H}{v_{\parallel}} \right)^2 - \frac{\omega^2}{c^2} + k_{\perp}^2 \right] E_s &= J_E = -i 4\pi e \left[\frac{\omega(1 - \beta_{\parallel}^2) - \Omega_s}{v_{\parallel}} \rho_s - \right. \\
 &\quad \left. - \frac{\omega}{c^2} n_b v_s \right]; \tag{13}
 \end{aligned}$$

$$\left[\left(k_{\parallel} + \frac{s \omega_H}{v_{\parallel}} \right)^2 - \frac{\omega^2}{c^2} + k_{\perp}^2 \right] H_s = J_H = \\ = - \frac{2\pi e}{c} k_{\perp} [n_b (w_{s+1}^+ - w_{s-1}^-) + v_{\perp} (\rho_{s+1} - \rho_{s-1})]. \quad (14)$$

Система уравнений (10)–(14) представляет собой систему линейных однородных алгебраических уравнений относительно коэффициентов рядов Фурье $v_s, w_s^{\pm}, \rho_s, E_s^{\pm}, H_s^{\pm}$. Приравнивая нулю детерминант этой системы, можно получить дисперсионное уравнение для волн в рассматриваемой системе. Однако при этом получается детерминант бесконечного порядка, и поэтому точное дисперсионное уравнение в удобном аналитическом виде представить невозможно. Ограничимся случаем потока с достаточно малой плотностью электронов, когда амплитуды полей можно разложить в ряд по малому параметру, пропорциональному ω_b (ω_b — плазменная частота электронов потока $\omega_b = \sqrt{4\pi e^2 n_b / m_e c}$). Будем также считать $\xi \ll 1$. Это неравенство предполагает малость ларморовского радиуса электронов по сравнению с характерным размером неоднородности электромагнитного поля в поперечном по отношению к магнитному полю направлении*.

Пользуясь уравнениями (10)–(12), можно выразить J_E и J_H в формулах (13), (14) через E_s и H_s в первом неисчезающем порядке по вышеуказанным малым параметрам. В результате простых, но громоздких вычислений получим

$$J_E = \frac{\omega_b^2}{4 \Omega_{s+1}^2} k_{\perp}^2 \beta_{\perp}^2 \left[1 - \frac{\xi^2}{\beta_{\perp}^2} (1 - \beta_{\parallel}^2) \right] E_s; \quad (15)$$

$$J_H = \frac{\omega_b^2}{4 \Omega_{s+1}^2} k_{\perp}^2 \beta_{\perp}^2 H_s. \quad (16)$$

При выводе этих формул мы оставляли в J_E и J_H только резонансные слагаемые, содержащие в знаменателе Ω_{s+1}^2 . Эти слагаемые описывают связь электромагнитных волн с первой резонансной гармоникой собственных волн электронного потока. Заметим, что первым неисчезающим приближением по ξ для J_H явилось нулевое приближение, для J_E — второе.

Таким образом, в указанном приближении уравнения (13) и (14) распадаются на два независимых уравнения, описывающих две электромагнитные волны, связанные с волнами электронного потока.

1. Волна, у которой $E_s = 0, H_s = 0$ (TH волна).

2. Волна, у которой $H_s = 0, E_s = 0$ (TE волна).

Закон дисперсии для обоих типов волн одинаков и так же, как и в случае потоков с равномерным распределением по начальным фазам [1, 3], имеет вид дисперсионных уравнений для ЛБВ или ЛОВ:

$$\left[\left(k_{\parallel} + \frac{s \omega_H}{v_{\parallel}} \right)^2 - k_e^2 \right] \left(k_{\parallel} + \frac{s \omega_H}{v_{\parallel}} - \frac{\omega - \omega_H}{v_{\parallel}} \right)^2 = K_{\text{TH, TE}}, \quad (17)$$

где

$$K_{\text{TH}} = \frac{\omega_b^2}{4 v_{\parallel}^2} k_{\perp}^2 \beta_{\perp}^2 \left[1 - \frac{\xi^2}{\beta_{\perp}^2} (1 - \beta_{\parallel}^2) \right].$$

* Максимальное значение ξ , равное $n \beta_{\perp}$ (n — номер резонансной гармоники), достигается при распространении электромагнитной волны перпендикулярно магнитному полю.

$$K_{TE} = \frac{\omega_b^2}{4v_{\parallel}^2} k_{\perp}^2 \beta_{\perp}^2,$$

$k_e = \pm \sqrt{\omega^2/c^2 - k_{\perp}^2}$ — постоянная распространения электромагнитных волн. Уравнение (17) справедливо в окрестности синхронизма электромагнитных волн с законом дисперсии $k_{\parallel} + s\omega_H/v_{\parallel} = k_e$ и волн потока, закон дисперсии которых имеет вид $k_{\parallel} + s\omega_H/v_{\parallel} = (\omega - \omega_H)/v_{\parallel}$. Частота синхронизма равна

$$\omega_c = \omega_H \frac{1 \pm \beta_{\parallel} \sqrt{1 - (\xi^2/\beta_{\perp}^2)(1 - \beta_{\parallel}^2)}}{1 - \beta_{\parallel}^2}.$$

При $\beta_{\parallel} \ll 1$ $\omega_c \approx \omega_H$, т. е. взаимодействие осуществляется на первой гармонике циклотронной частоты. Для исследования взаимодействия на высших гармониках циклотронной частоты необходимо учитывать члены более высокого порядка по ξ .

Как следует из (17), при $k_{\perp} \rightarrow 0$ коэффициент связи стремится к нулю. В этом случае необходимо учитывать следующие члены разложения по ω_b^2 [4].

ЛИТЕРАТУРА

1. В. В. Железняков, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 3, № 1, 57 (1960).
2. М. И. Петелин, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 6, № 1, 104 (1963).
3. В. К. Юллатов, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 6, № 1, 95 (1963).
4. Н. Я. Коцаренко, С. В. Кошевая, А. М. Федорченко, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 12, № 5, 767 (1969).
5. Н. Я. Коцаренко, С. В. Кошевая, А. К. Юхимук, УФЖ, 14, 2058 (1969).
6. Д. И. Дорман, Л. И. Мирошниченко, Солнечные космические лучи, изд. Наука, М., 1968.

Киевский государственный
университет

Поступила в редакцию
18 февраля 1970 г.

INTERACTION OF THE HALF-SCREW ELECTRON BEAM WITH ELECTROMAGNETIC WAVES PROPAGATING OBLIQUELY TO THE MAGNETIC FIELD

N. Ya. Kotsarenko, S. V. Koshevaya, A. M. Fedorchenko

The authors describe the dispersion equation for the infinite relativistic beam of electrons moving along the spiral trajectories and interacting with fast electromagnetic waves traveling obliquely to the magnetic field.

УДК 523.164.4

СПЕКТРЫ НЕКОТОРЫХ ПУЛЬСАРОВ В ДИАПАЗОНЕ МЕТРОВЫХ ВОЛН*

*Ю. И. Алексеев, В. В. Виткевич, В. Ф. Журавлев, В. Н. Кожухов,
Ю. П. Шитов*

Приведены результаты измерений спектральных индексов α радиоизлучения пульсаров CP 1919, CP 1133, CP 0950 и CP 0808. Индексы получены в результате усреднения спектральных индексов α отдельных импульсов. Показано наличие короткопериодических вариаций α с характерным временем порядка секунд.

С декабря 1968 г. по май 1969 г. на Радиоастрономической станции ФИАН на радиотелескопе ДКР-1000 проводились наблюдения ряда пульсаров с целью изучения их спектров в метровом диапазоне волн. Несмотря на важность подобных наблюдений в литературе по этому вопросу имеется мало данных.

Наблюдения проводились без сопровождения источников диаграммой на двух частотах, которые из-за помех, а также вследствие одновременного проведения других программ, не оставались постоянными, а несколько изменялись. Одна частота — f_1 изменялась в пределах 60—70 $M\text{гц}$, другая — f_2 — в пределах 100—110 $M\text{гц}$. Эффективная полоса радиометра на меньшей частоте примерно равнялась 250 кгц , на большей — 1—1,2 $M\text{гц}$.

Калибровочный источник записывался обычно в тот же день, что и исследуемый пульсар. Для этой цели использовался источник ЗС 218 (иногда ЗС 270). Для контроля постоянства усиления приемников проводилась также калибровка по шумовому генератору.

При определении спектрального индекса учитывались следующие факторы.

1) Различие коэффициентов усиления антенны на разных частотах из-за зависимости ширины диаграммы направленности от частоты, а также в связи с тем, что импульс на разных частотах приходит в разное время.

2) Уменьшение величины импульса, связанное с постоянной времени. Оно зависит от отношения $\Delta t/\tau$, где τ — постоянная времени, а ΔT — длительность импульса на входе детектора. Как правило, на частотах f_1 и f_2 постоянные τ_1 и τ_2 подбирались таким образом, чтобы выполнялось равенство $\Delta T_1/\tau_1 = \Delta T_2/\tau_2$, в противном случае вводилась соответствующая поправка.

3) Различие полос импульса на разных частотах. Считалось, что соотношение ширин полос подчиняется закону $\Delta f_1/\Delta f_2 = (f_1/f_2)^{\delta}$, что име-

* Эта и следующие за ней статьи написаны на основе докладов, сделанных на Всесоюзном совещании по физике пульсаров (Москва, 17—19 декабря 1969 г.). Программа совещания приведена на стр. 1900.

Статья В. Н. Брезгунова и В. А. Удалыкова «Многоканальный спектрометр и измерение вариаций спектров пульсаров CP 0950 и CP 1133», также написанная на основе доклада, будет опубликована в одном из ближайших номеров журнала.

ет место в случае одинаковой собственной длительности импульса на разных частотах.

4) Мгновенная полоса импульса пульсара меньше полосы приемника, в связи с чем при калибровке по источнику учитывалось отношение полосы импульса к полосе приема.

Изучались спектры следующих пульсаров: *CP 1133*, *CP 0950* и *CP 0808*. Средние значения их спектральных индексов приведены в третьем столбце табл. 1. Они получены в результате усреднения спектральных индексов отдельных импульсов. Во втором столбце указано число импульсов, по которым проводилось усреднение. В таблицу включены также данные по пульсару *CP 1919*, наблюдавшемуся нами ранее [1].

Таблица 1

	<i>N</i>	$\bar{\alpha}_{65-105}$	σ
<i>CP 1919</i>	63	$1,52 \pm 0,13$	1,05
<i>CP 1133</i>	112	$1,79 \pm 0,15$	1,4
<i>CP 0950</i>	138	$-0,53 \pm 0,16$	1,83
<i>CP 0808</i>	129	$0,94 \pm 0,09$	1,00

Сведения в литературе по спектрам пульсаров очень скучны. По данным Лайна и Риккетса [2] в диапазоне 151—922 *Mgц* для *CP 1919*, *CP 1133* и *CP 0950* спектральные индексы получаются равными 1,8; 1,1 и ≈ 0 соответственно. При этом в спектре *CP 1919* в области частот примерно 600 *Mgц* и выше наблюдается сильный завал, так что в диапазоне 151—408 *Mgц* его спектральный индекс равен всего лишь 0,6. Экерс и Моффет [3], используя свои измерения на 2295 *Mgц* и привлекая данные [2] и [4], нашли спектральные индексы для *CP 1133*, *CP 0950* и *CP 0808* примерно одинаковыми и равными 0,9, а для *CP 1919* $\alpha = 2,3$ в диапазоне 408—2295 *Mgц*. Укажем еще, что для *CP 1919* Дрейком и др. [5] было получено $\alpha = 1,5$. Как видим, различия спектральных индексов, полученных разными авторами, значительны.

В упомянутых работах спектральные индексы вычислены по усредненным для каждой частоты интенсивностям. При таком методе определяющими являются наиболее мощные импульсы. При этом при использовании данных за разные периоды времени [3] надо быть уверенным, что средние интенсивности для этих периодов на каждой частоте измерений совпадают. При усреднении спектральных индексов отдельных импульсов средний спектральный индекс не подвержен селекции по мощности импульсов. Возможное влияние тонкой спектральной структуры при усреднении за достаточное количество дней устраняется, поскольку тонкая структура смещается по спектру ото дня ко дню.

Кроме того, наша методика позволила выяснить, насколько сильно меняются спектральные индексы от импульса к импульсу. Как видно из приводимых гистограмм для пульсаров *CP 1133*, *CP 0950* и *CP 0808* (рис. 1 а, б, в), они изменяются в весьма больших пределах. Для выяснения причин, вызывающих такие большие вариации спектральных индексов, рассмотрим табл. 2. В ней приведены средние значения спектральных индексов, исследованных в данной работе пульсаров, вычисленные для каждого сеанса наблюдений, а также их среднеквадратичные разбросы за каждый сеанс. Как видно из этой таблицы, можно выделить два типа вариаций спектральных индексов пульсаров. (Типичная картина поведения спектрального индекса в течение сеанса наблюдений (*CP 0808*, 3 декабря 1968 г.) дана на рис. 2.)

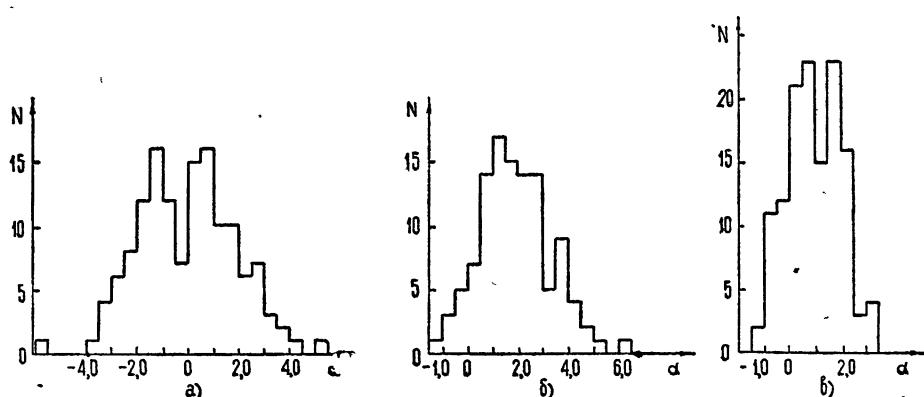


Рис. 1. Гистограммы спектральных индексов пульсаров $CP\ 0950$, $CP\ 1133$, $CP\ 0808$
а) $CP\ 0950$, $N=128$, $\bar{\alpha} = -0.53 \pm 0.16$, $\sigma = 1.83$; б) $CP\ 1133$, $N=112$, $\bar{\alpha} = 1.79 \pm 0.15$,
 $\sigma = 1.37$; в) $CP\ 0808$, $N=129$, $\bar{\alpha} = 0.94 \pm 0.09$, $\sigma = 1.0$.

Таблица 2

Дата	$\bar{\alpha}_{\text{сессия}}$	$\sigma_{\text{сессия}}$	Дата	$\bar{\alpha}_{\text{сессия}}$	$\sigma_{\text{сессия}}$
$CP\ 1133$			$CP\ 0950$		
11.01.69	2,61	0,39	19.12.68	-1,38	1,20
15.01.69	2,57	0,9	5.01.69	0,62	1,99
22.01.69	1,73	0,69	6.01.69	-1,20	1,49
25.01.69	1,82	1,22	$CP\ 0808$		
28.01.69	1,62	1,43	2.12.68	2,21	0,78
2.02.69	4,02	1,44	3.12.68	0,14	0,81
17.02.69	1,04	0,82	4.12.68	0,71	0,88
26.02.69	1,63	1,33	10.12.68	1,39	0,57
3.03.69	0,85	0,85			

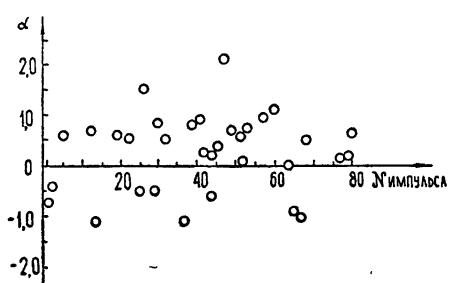


Рис. 2.

Еще одной причиной этого типа вариаций, возможно, является изменение принимаемой интенсивности импульсов, вызванное изменением угла поворота плоскости поляризации (если есть линейная поляризация) в ионосфере.

2. Наблюдаются кратковременные вариации спектральных индексов от импульса к импульсу (дисперсия α за один сеанс наблюдений), т. е. вариации с характерным временем порядка секунды.

1. Наблюдаются изменения спектрального индекса ото дня ко дню. С нашей точки зрения, это может быть объяснено тем, что полоса корреляции $\Delta\nu$ тонкой структуры спектра пульсаров, обусловленной мерцаниями в межзвездной среде [1], сравнима с полосой пропускания приемников. Это и вызывает вариации спектральных индексов с характерным временем (порядка часа) изменения дифракционной картины мерцаний в точке наблюдений.

Такие быстрые вариации α могут быть объяснены только явлениями, происходящими в самом пульсаре (включая околопульсарную область), а не в межзвездной среде. Интересно отметить, что, как видно из табл. 2, эти вариации имеют различную дисперсию у разных пульсаров (*CP 0950* и *CP 0808*) и в разные дни наблюдений (*CP 1133*).

ЛИТЕРАТУРА

1. Ю. И. Алексеев, В. В. Виткевич, Ю. П. Шитов, ДАН СССР, 187, № 2, 291 (1969).
2. A. G. Lyne, B. J. Rickett, Nature, 218, 326 (1968).
3. R. D. Ekers, A. T. Moffet, Nature, 220, 75b (1968).
4. J. D. H. Pilkington, A. Hewish, S. J. Bell, T. W. Cole, Nature, 218, 126 (1968).
5. A. D. Drake, et al., Science, 160, 503 (1968).
6. V. V. Vitkevich, Yu. P. Shitov, Nature, 225, 248 (1970).
7. В. В. Виткевич, Ю. П. Шитов, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 13, № 12, 1833, 1888 (1970).

Физический институт им. П. Н. Лебедева
АН СССР

Поступила в редакцию
7 апреля 1970 г.

SOME PULSAR SPECTRA IN METER WAVE RANGE

*Yu. I. Alekseev, V. V. Vitkevich, V. F. Zhuravlev, V. N. Kozhukhov,
Yu. P. Shitov*

Results are given of measuring the spectral indices α of the radio emission of *CP 1919*, *CP 1133*, *CP 0950* and *CP 0808*. The indices are obtained as a result of averaging the spectral indices α of individual pulses. The presence of short periodic variation of α with the characteristic time of the order of seconds is shown.

УДК 523.164.4

ОЦЕНКА ИНТЕНСИВНОСТИ РАДИОИЗЛУЧЕНИЯ ПУЛЬСАРОВ *CP* 0808 И *CP* 1133 НА ЧАСТОТЕ 25 Мгц

Ю. М. Брук

На новом радиотелескопе ИРЭ АН УССР УТР-2 в 1968—1969 гг. в режиме синхронного накопления импульсов наблюдались пульсары *CP* 0808 и *CP* 1133. Оценена энергия в импульсе и величина спектрального индекса.

Исследование пульсаров на низких частотах представляет значительный интерес ввиду наблюдаемого изменения различных характеристик излучения по мере уменьшения частоты. Однако на частотах ниже 40 Мгц подобные эксперименты до сих пор не ставились, по-видимому, главным образом из-за резкого ухудшения отношения сигнал/шум, связанного с ростом температуры космического фона, а также с уменьшением оптимального (для приема пульсаров) значения полосы пропускания приемника. Нетрудно показать, что в самом лучшем случае при использовании примерно одинаковых антенн сигнал/шум уменьшается пропорционально $f^2 \div f^3$, даже с учетом роста потока пульсара пропорционально $f^{-1} \div f^{-1.5}$.

Учитывая столь резкое ухудшение условий приема, перед постановкой серьезных исследований целесообразно было произвести оценку интенсивности радиоизлучения пульсаров. Эксперименты проводились с использованием антенны З—В радиотелескопа УТР-2 размером 45×900 м и эффективной площадью $3 \cdot 10^4$ м². Управление антенной обеспечивало режим многократного (максимум до 29 раз в течение ± 3.5 часов от меридиана) прохождения исследуемого объекта через диаграмму направленности. Для устранения влияния всех стационарных дискретных источников радиоизлучения и выделения пульсаров была разработана двухканальная установка синхронного накопления (см. блок-схему на рис. 1), обеспечившая, как легко показать, увеличение чувствительности всего в 1,5—3 раза хуже, чем при оптимальной фильтрации периодической последовательности импульсов пульсара.

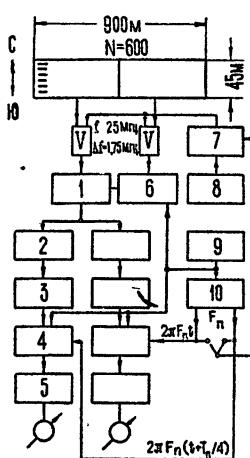


Рис. 1. Блок-схема приемной аппаратуры:
1 — сумматор; 2 — УВЧ ($f = 25$, $\Delta f = 0.2$); 3 — квадратичный детектор;
4 — фазовый детектор; 5 — интегратор УПГ; 6 — фазовый модулятор;
7 — амплитудный модулятор; 8 — генератор стандартного шума; 9 — генератор импульсов ($F = 32 F_n$); 10 — делитель частоты.

Как видно из схемы, принятые сигналы после фазовой модуляции с частотой $32 F_n$ (F_n — частота повторения пульсара) и суммирования усиливались, детектировались квадратичным детектором и после усиле-

ния в УНЧ подавались на входы синхронных детекторов. Сигнал управления последними представлял собой симметричное прямоугольное напряжение с частотой $32 F_n$, фаза которого синхронно коммутиировалась с частотой F_n . Благодаря этому, все сигналы стационарных источников, кроме выделяемых с частотой F_n , подавлялись. Эффективность подавления превышала 24 дБ. Фазы коммутирующих импульсов в обоих каналах различались на $1/4$ периода, что при соответствующей обработке выходных сигналов позволяло устраниТЬ влияние неопределенности начальной фазы и полностью восстановить амплитуду сигнала. Процедура восстановления при скважности импульсов на выходе УПЧ, равной или большей двух, состояла в суммировании модулей выходных сигналов обоих каналов. В описанном выше режиме работы диаграммы направленности обеих половин антены перемножались. Кроме того, несмотря на повышенный уровень низкочастотных флуктуаций УНЧ, в некоторых случаях для увеличения чувствительности (в два раза) использовался режим, при котором входной модулятор выключался, а синхронный детектор коммутировался с частотой F_n .

Стабильность частоты повторения синхронного гетеродина была меньше 10^{-4} и контролировалась цифровым частотометром; точность установки частоты составляла $\pm 4 \cdot 10^{-4}$. Интенсивность принимаемого излучения определялась путем калибровки с помощью генератора стандартного шума, выход которого модулировался по амплитуде с частотой F_n . Описанная аппаратура использовалась для приема радиоизлучения пульсаров *CP 0808* и *CP 1133*. Полоса пропускания приемника выбиралась равной 0,2 Мгц; при этом скважность выходных импульсов была ~ 2 ; постоянная времени зависела от ширины и формы диаграммы направленности. Основные технические данные аппаратуры приведены в табл. 1.

Таблица 1

Пульсар	T_n (сек)	$\frac{df}{dt}$ (Мгц·сек $^{-1}$)	$\Delta f_{УВЧ}$ (Мгц)	$T_{УВЧ}$ (сек)	τ (сек)	$S \times 10^{26}$ (вт·м $^{-2}$ ·гц $^{-1}$)
<i>CP 0808</i>	1,2922	0,33	0,2	0,6	180	~ 1
<i>CP 1133</i>	1,1879	0,32	0,2	0,6	60	~ 2

Здесь τ — постоянная времени на выходе УПЧ, S — пороговая чувствительность.

Интенсивность принимаемого излучения, как правило, была весьма низкой; к тому же оно, по-видимому, сильно флуктуировало. Лишь в редких случаях за время прохождения источника через диаграмму направленности его интенсивность значительно превышала уровень флуктуаций и сохранялась почти постоянной. Несколько подобных случаев показаны на рис. 2, причем на рис. (б) и (в) сигнал есть только на выходе одного из каналов (оба канала настроены на одну частоту), и, следовательно, сдвиг во времени между входным и гетеродинным сигналами составляет $\pm T_n/4$. На рис. 2(а) сигнал есть на выходах обоих каналов; при этом сдвиг составляет $\pm T_n/8$. Там же на рис. 2(а) показан результат восстановления исходного сигнала. Во всех приведенных случаях видно хорошее совпадение с формой диаграммы направленности.

Как уже указывалось, подобные случаи были довольно редки; в связи с этим часто использовалось дополнительное накопление сигнала за счет сглаживания и суммирования ряда отдельных записей; оче-

видно, это давало дополнительный выигрыш в чувствительности, пропорциональной \sqrt{n} . Когда подобная процедура применялась для обра-

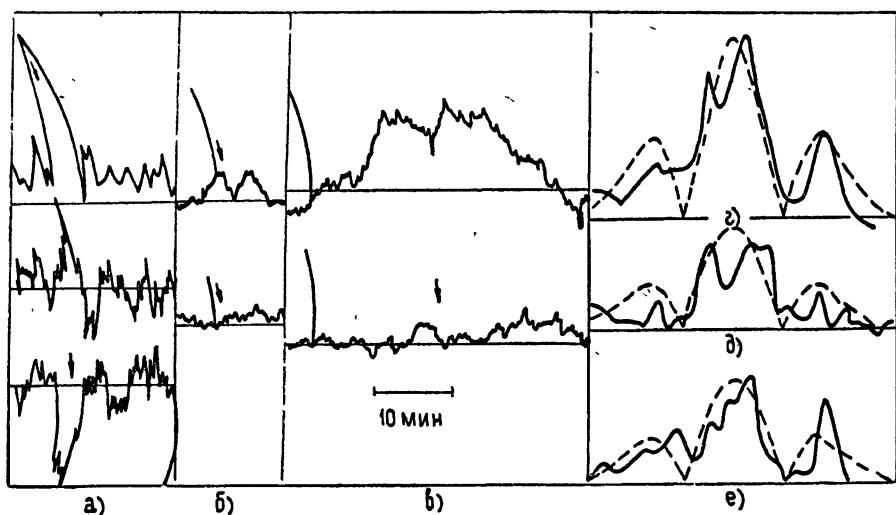


Рис. 2. Примеры записей $CP\ 0808$ и $CP\ 1133$:

а) $CP\ 1133$ (20. 12. 68); б) $CP\ 1133$ (13. 02. 69); в) $CP\ 0808$ (15. 01. 69); г) $CP\ 0808$ (15. 01. 69).

ботки слабых сигналов, записанных в те же дни (но при других положениях луча антенны), что и сильные, это позволяло оценить изменчивость сигнала. Характерный пример показан на рис. 2, причем на рис. 2(д) приведена интенсивная запись $CP\ 0808$ (та же, что и на рис. 2(в), но в другом масштабе по оси времени), а на рис. 2(е) — результат суммирования пяти предшествующих последовательных во времени записей прохождения источника через диаграмму направленности радиотелескопа; на рис. 2(г) — сумма всех шести записей. Видно, что интенсивность принимаемого сигнала изменялась в среднем более чем в четыре раза. Подобные же данные получены для $CP\ 1133$. Ввиду большой трудоемкости процесса суммирования подобным образом была обработана лишь небольшая часть записей, поэтому приведенные ниже значения средних потоков, вероятно, завышены, что следует иметь в виду при использовании полученных данных.

Сводные результаты обработанных наблюдений приведены в табл. 2.

Таблица 2

Дата	M	T_M (мин)	$\bar{W}_n \times 10^{26}$ (дж. м $^{-2}$. гц $^{-1}$)	$\Delta W \times 10^{26}$ (дж. м $^{-2}$. гц $^{-1}$)	σ (%)	a_n	Примечание
$CP\ 0808$	15.01.69	6	~150	3,5	$\pm 0,3$		
	21.01.69	3	~75	1,7	$\pm 0,5$		
	13.02.69	2	~50	1,7	$\pm 0,3$		
	Среднее	11	~275	2,7	$\pm 0,2$	100	$-0,35$
	20.12.68	1	~5	15,5	± 2		
	16.01.69	7	~35	6,5	$\pm 0,7$	40	
$CP\ 1133$	20.01.69	3	~15	10	$\pm 1,0$		
	22.01.69	5	~25	7	$\pm 0,7$	15	
	13.02.69	2	~10	4	$\pm 0,4$		
	14.02.69	2	~10	4	$\pm 0,4$		
	Среднее	20	~100	7	$\pm 0,3$	35	$-1+-1,6$
							$W_{n\ min}=4$ $W_{n\ max}=15,5$

Здесь M — число прохождений источника через диаграмму направленности, T_M — суммарная длительность M наблюдений, \bar{W}_n и σ^2 — среднее значение и дисперсия флюктуаций амплитуды сигнала, ΔW — пороговая чувствительность (среднеквадратичное значение шума), α_n — спектральный индекс, величина которого определялась с учетом данных работ [1–6] следующим образом. Хорошо согласующиеся между собой результаты [2–4] дают для $CP\ 1133$ в диапазоне частот 151–2880 $M\text{гц}$ $\alpha_n = -1$. Если соединить точки 25 и 151 $M\text{гц}$ (рис. 3), получим $\alpha_n \approx -1.6$. Если же продлить спектр с $\alpha_n \approx -1$, величина \bar{W}_n на частоте 25 $M\text{гц}$ получается в 2,4 раза меньше наблюдаемой. Аналогичное расхождение между интенсивностью, определенной в [6] и экстраполированной, имеет место и на 100 $M\text{гц}$. При сопоставлении наших данных с результатами [6] находим $\alpha_n \approx -1$. При учете всех имеющихся данных на частотах ниже 150 $M\text{гц}$, включая [5], получается $\alpha_n \approx -1.6$, что близко к средней величине $\alpha_n \approx -1.8$, полученной в [7].

Интенсивность $CP\ 0808$ известна лишь на частоте 81,5 $M\text{гц}$ [1]*. Сопоставление с нашими данными дает $\alpha_n \approx -0.35$; в [7] получено $\alpha_n \approx -0.9$. Как видно, для обоих пульсаров значения α_n лежат в разумных пределах, особенно, если учесть, что дисперсия σ порядка ± 1 [7].

Приведенные выше значения средних потоков и спектральных индексов как будто указывают на отсутствие завала спектра и позволяют оценить требуемую длительность накопления для наблюдения средней формы импульса.

ЛИТЕРАТУРА

1. T. W. Cole, J. D. H. Pilkington, Nature, 219, 574 (1968).
2. A. G. Line, B. J. Rickett, Nature, 218, 326 (1968).
3. G. S. Downs, G. A. Morris, P. E. Reichley, Nature, 222, 1257 (1969).
4. R. D. Ekers, A. T. Moffet, Nature, 220, 756 (1968).
5. A. Hewish, S. J. Bell, J. D. H. Pilkington, P. E. Scott, R. A. Collins, Nature, 217, 709 (1968).
6. В. Н. Брезгунов, В. А. Удальцов, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 13, № 12, 1827 (1970).
7. Ю. И. Алексеев, В. В. Виткович, В. Ф. Журавлев, В. Н. Кожухов, Ю. П. Шитов, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 13, № 12, 1810 (1970).

Институт радиофизики и электроники
АН УССР

Поступила в редакцию
19 июня 1970 г.

ESTIMATIONS OF RADIO EMISSION INTENSITV OF PULSARS $CP\ 0808$ AND $CP\ 1133$ AT THE FREQUENCY 25 Mc/s

Yu. M. Bruk

The pulsars $CP\ 0808$ and $CP\ 1133$ were observed in the regime of synchronous storage of pulses using a new IRE AS UkrSSR radio telescope UTR-2 in 1968–1969.

* Если предположить, что в [1] приведены максимальные оценки интенсивности, и сопоставить с максимальными наблюдаемыми потоками на 25 $M\text{гц}$, получается $\alpha_n \approx -1.3$.

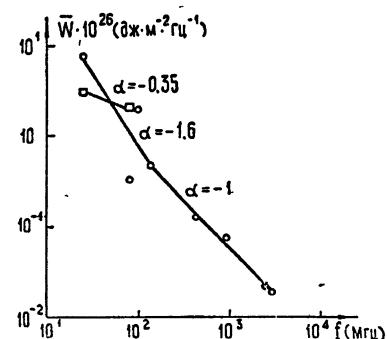


Рис. 3. Спектры $CP\ 0808$ и $CP\ 1133$; $\circ-\circ$ — $CP\ 1133$; $\square-\square$ — $CP\ 03.8$.

УДК 523.164.4

НАБЛЮДЕНИЕ РАДИОИЗЛУЧЕНИЯ ПУЛЬСАРА *NP* 0532 НА ЧАСТОТЕ 25 Мгц

Ю. М. Брук

На новом радиотелескопе ИРЭ АН УССР УТР-2 в 1969 г. наблюдалось радиоизлучение пульсара в Крабовидной туманности на декаметровых волнах. Измерена средняя энергия излучения основного импульса и субимпульса, а также с учетом данных измерений на 196 Мгц оценена величина спектрального индекса.

Вскоре после открытия пульсара *NP* 0532 в ИРЭ АН УССР была сделана попытка обнаружить его радиоизлучение на декаметровых волнах.

Приемная аппаратура состояла из трех каналов (рис. 1). Первый—основной—обеспечивал синхронное накопление импульсов *NP* 0532. Частота управляющих импульсов, подаваемых на синхронный детектор, отличалась на 0,005—0,01 гц от частоты радиоизлучения пульсара; таким образом, напряжение на выходе этого канала имело вид биений, модулированных по амплитуде огибающей диаграммы направленности и исходной модулирующей функцией принимаемого излучения. Для случая немодулированных по амплитуде исходных

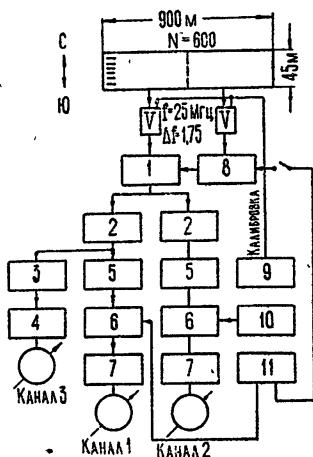


Рис. 1. Блок-схема приемной аппаратуры:

1—сумматор, 2—приемник Р-250М ($f_{\text{пр}} = 1 \text{ кгц}$, $\Delta f = 240 \text{ гц}$), 3—линейный детектор, 4, 7—интеграторы и УПТ, 5—квадратичный детектор, 6—фазовый детектор, 8—фазовый модулятор, 9—генератор стандартного шума, 10, 11—генераторы импульсов.

импульсов амплитуда и форма биений зависят от длительности импульса на выходе УПЧ, которая определяется длительностью импульса пульсара и полосой пропускания приемника. Последняя равнялась 240 гц (для минимизации длительности импульса τ), при этом $\tau \approx 8 \cdot 10^{-3} \text{ сек}^*$, а напряжение на входе синхронного детектора имело вид, показанный на рис. 2. В предположении гауссовой формы импульса спектр такой последовательности

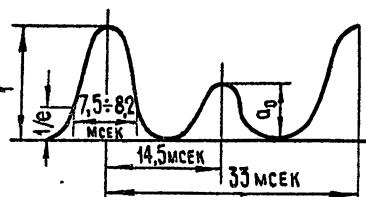
$$S_n = \tau F_n \frac{\sqrt{\pi}}{2} S_N (1 + a_0 \cos 0,88 n \pi) \exp \left[- \left(\frac{n \pi \tau F_n}{2} \right)^2 \right], \quad (1)$$

где F_n — частота повторения пульсара (0,033 сек), a_0 — относитель-

* Величина τ найдена в предположении слабой зависимости собственной длительности импульса *NP* 0532 от частоты. Влияние наблюдаемого [9, 10] на низких частотах расширения импульса обсуждается далее.

ная амплитуда субимпульса, n — номер гармоники, S_N — спектр последовательности из N импульсов, зависящий от характера модулирующей функции и постоянной времени после синхронного детектора. Величина последней выбрана равной 15 сек как компромисс между выигрышем

Рис. 2. Расчетная форма импульсов $NP\ 0532$ на входе синхронного детектора.



радиометра и возможным уменьшением выходного сигнала за счет нестабильности частоты биений $\Delta F \delta$, определяемой нестабильностью частоты синхронного гетеродина и максимальной суммарной абсолютной скоростью изменения частоты всех гетеродинов приемника. В зависимости от условий наблюдения $\Delta F \delta$ может изменяться от 0,002 до 0,01 гц. Чтобы не было потерь сигнала, связанных с шириной диаграммы направленности и постоянной времени, частота биений F_{δ_0} должна лежать в пределах от 0,005 до 0,01 гц. Из сопоставления F_{δ_0} и $\Delta F \delta$ видно, что малое отличие наблюдаемой и расчетной частот биений весьма маловероятно, откуда следует необходимость поиска сигнала биений при обработке.

Вернемся к рассмотрению выражения (1). Для спектра (1) использовались два режима приема: на первой, S_1 , и на второй, S_2 , гармониках, что позволяло однозначно найти средний поток S_0 и величину субимпульса a_0 . Величина a_0 определялась из отношения S_1/S_2 ; для определения средней интенсивности достаточно измерений лишь на второй гармонике, так как отношение S_2/S_0 практически не зависит от a_0 (см. рис. 3).

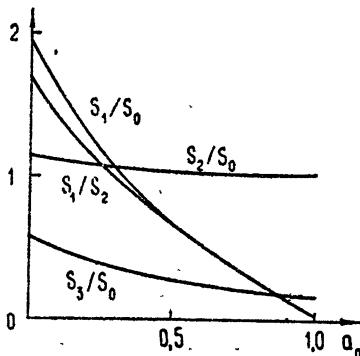


Рис. 3. Относительная интенсивность основных гармоник спектра $NP\ 0532$.

Синхронный детектор второго канала работал на частоте, не равной частоте пульсара, и использовался для получения сведений о наличии помех, а также о характере спектра огибающей принимаемого излучения. Третий канал — контрольный — записывал полный поток от ЗС 144 и $NP\ 0532$.

В качестве антенной системы использовалось плечо 3—В радиотелескопа УТР-2 с эффективной площадью $\approx 3 \cdot 10^4 \text{ м}^2$, обеспечивающей на входе на частоте 25 Мгц отношение мощности ЗС 144 + $NP\ 0532$ к суммарной мощности фона и собственного шума $\sim 0,5$. Антenna работала в режиме многократного (максимум до 29 раз в течение 3,5 часов от меридиана) последовательного прохождения источника через диаграмму направленности радиотелескопа; расстояние между соседними прохождениями вдвое превышало ширину луча ($1,6^\circ + 2,8^\circ$ в зависимости от расстояния точки наблюдения от меридиана) по первым нулям. Падение усиления антennы в зависимости от часового угла показано на рис. 4 (на графике отмечены соответствующие дискретные положения луча, использованные в эксперименте).

В режиме синхронного приема диаграмма направленности имела вид, показанный на рис. 5 (кривая 3). В некоторых случаях использовался также синхронный модуляционный прием при частоте модуляции, близкой к F_n или $2F_n$. Диаграмма направленности приведена в

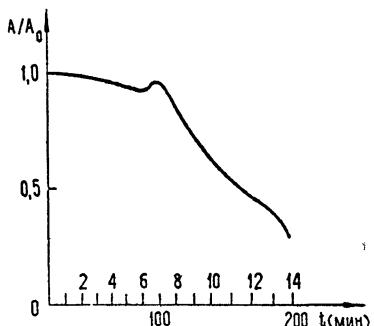


Рис. 4. Изменение КНД антенны З-В радиотелескопа УТР-2 при склонении за NP 0532.

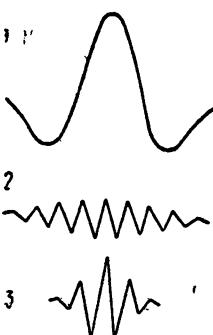


Рис. 5. Диаграммы направленности радиотелескопа в различных режимах.

Приложении и на рис. 5. Достоинством этого метода, несмотря на некоторое ухудшение отношения сигнал/шум, является возможность сравнения в идентичных условиях двух источников, что особенно существенно для ЗС 144 и NP 0532. Запись полного потока ЗС 144 использовалась в этих случаях для калибровки аппаратуры. В остальных наблюдениях калибровка осуществлялась генератором стандартного шума.

Для обработки из всех записей отбирались те, которые удовлетворяли ряду критериев: а) отношение амплитуды сигнала к дисперсии шума больше двух — трех, б) форма сигнала — биения, ограниченные по длительности огибающей диаграммы направленности, в) отсутствие явно видимых помех на записи полного потока Краба, г) совпадение координат по α_0 и δ_0 в пределах ширины диаграммы. Отобранные записи использовались для определения средней энергии импульса \bar{W}_n и субимпульса $\bar{W}_{\text{си}}$ по формулам

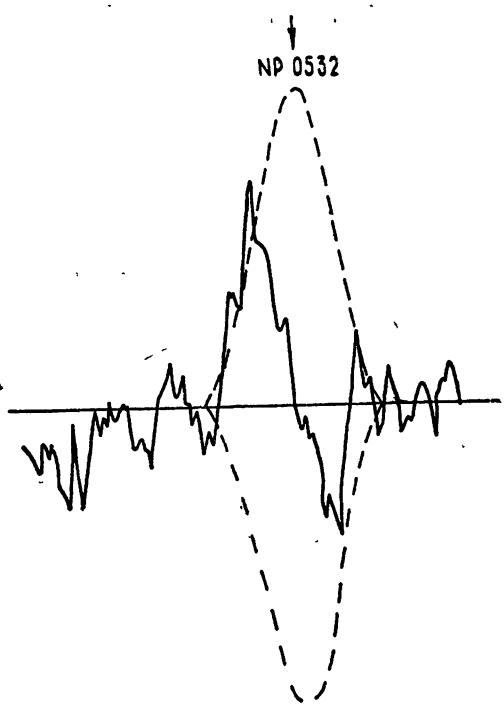


Рис. 6. Первая запись NP 0532 20.01.69.

$\bar{W}_n = S_0/F_n(1 + a_0)$, $\bar{W}_{\text{си}} = a_0 \bar{W}_n$, $S_0 = (4/\pi)(S_1/S_2)\bar{S}_2$, где a_0 и \bar{S}_0 определялись по рис. 3 для экспериментально наблюдавших значений средних интенсивностей первой (S_1) и второй (S_2) гармоник пульсара, причем \bar{S}_0 вычислялся лишь с использованием данных о ве-

личине \bar{S}_2 . Для более детального анализа, а также для отождествления наблюдаемого объекта с пульсаром часть наблюдений подвергалась оптимальной фильтрации, которая состояла в вычислении функции взаимной корреляции экспериментальной и расчетной записей сигнала.

РЕЗУЛЬТАТЫ НАБЛЮДЕНИЙ

Наблюдения были начаты в январе 1969 г. на одноканальной аппаратуре синхронного накопления, работающей на первой гармонике; с конца марта эксперименты проводились с помощью трехканальной аппаратуры, главным образом, на второй гармонике.

Первая уверенная запись NP 0532 с интенсивностью $\approx 30\%$ от ЗС 144 была получена 20.01.69 г. на первой гармонике частоты повторения, причем в этот день сигнал пульсара больше не наблюдался. Дальнейшие наблюдения показали значительные нерегулярности принимающего сигнала: уровень его менялся и за время одного наблюдения (6—10 мин), и от наблюдения к наблюдению (13—20 мин), и от дня ко дню. Диапазон изменения амплитуды был весьма велик: от полного пропадения до $\sim 40\%$ от среднего уровня излучения ЗС 144, причем неоднократно отмечался факт внезапного появления или исчезновения сигнала, даже если перед или после этого изменения амплитуды, формы и частоты биений были незначительными. Наблюдалась также (21.01.69 г.) одна кратковременная вспышка импульсного излучения, когда интенсивность импульсов возросла не менее чем в 10—100 раз. Как правило, NP 0532 наблюдался редко (в некоторые дни его не было вовсе), однако иногда, как например 21.01.69 и 6.04.69 г., он принимался много раз подряд.

Подобные изменения интенсивности характерны (особенно на низких частотах) для многих пульсаров. И, как известно [4, 5], объясняются флуктуациями в источнике или вблизи него и мерцаниями на неоднородностях электронной плотности межзвездной среды. При используемых в аппаратуре значениях постоянной времени (15 сек) и полосы пропускания (240 гц) обе причины, если они играют существенную роль, должны приводить к сильным замираниям сигнала: первая—за счет быстропеременных флуктуаций, вторая—за счет медленных флуктуаций, весьма интенсивных в полосах ~ 100 —1000 гц. Возможно, однако, что главная причина заключается в обнаруженном недавно явлении расширения интенсивных импульсов NP 0532 [9, 10].

Если, как предполагается [9, 11], это связано с рассеянием в среде окружающей пульсар, а не является особым свойством очень редких интенсивных импульсов, то на низких частотах периодическое импульсное излучение может оказаться настолько сглаженным, что интенсивность первой и второй гармоник резко упадет*. Возможны и другие причины, например, нерегулярные изменения величины a_0^{**} , а также упомянутые выше чисто технические причины. Несмотря на обилие предполагаемых неблагоприятных факторов, имеются записи сигнала, который, судя по ряду признаков, не подвергался существенным искажениям.

Учитывая значительный объем информации, который удается в этих случаях извлечь, а также большую надежность отождествления наблюдаемого объекта с пульсаром NP 0532, рассмотрим один из них подробно. На рис. 7 приведена запись радиоизлучения, принятого 7.04.69 г.:

* Наблюдение, вероятно, окажется возможным либо при наличии флуктуаций интенсивности излучения пульсара, либо в тех редких случаях, когда рассеяние уменьшается и условия наблюдения станут более благоприятными.

** При синхронном приеме сигнала NP 0532, в особенности, на основной гармонике должны быть очень сильные изменения амплитуды и фазы биений вплоть до полного пропадения сигнала, если a_0 изменяется.

кривая 1 — режим синхронного приема на второй гармонике 60,424 гц;
 2 — режим синхронного модуляционного приема на той же частоте;
 3 — синхронный прием не на частоте пульсара (~ 75 гц) и, наконец,

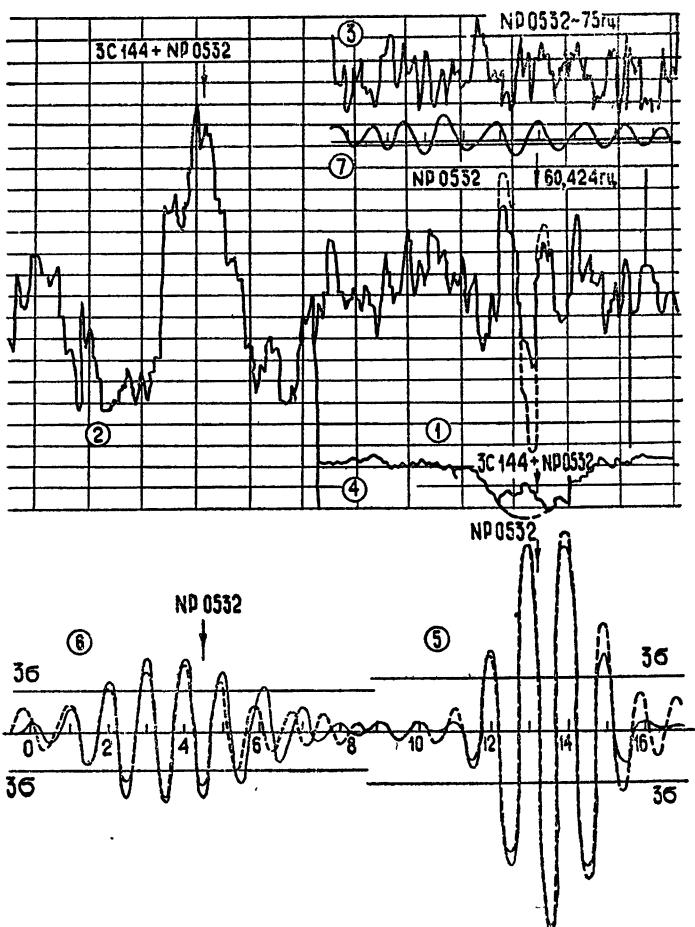


Рис. 7. Запись NP 0532 7.04.69; —— — расчет, - - - эксперимент.

4 — запись среднего потока 3С 144 + NP 0532. Ввиду недостаточного отношения сигнал/шум, вызванного падением КНД в 2,5 и 3,5 раза, для 13-го и 14-го крайних положений луча (рис. 4) была проведена дополнительная обработка сигнала. Прежде всего, он фильтровался согласованным с модуляционной диаграммой фильтром, в результате чего для записи 2 рис. 7 вычислялся средний суммарный поток 3С 144 и NP 0532. Далее расчетная модуляционная запись вычиталась из экспериментальной и разностный сигнал фильтровался оптимальным фильтром. Параметры фильтра находились варьированием по максимуму коэффициента корреляции.

Частота биений определась путем спектрального анализа сигнала, проводимого с помощью фильтров, настроенных на различные частоты, причем полоса фильтра, согласованная с шириной диаграммы, сохранялась неизменной при перестройке. Из рис. 8, где приведены результаты расчета, видно, что спектры 1 и 2 на рис. 7 характеризуются четкими совпадающими максимумами на частоте $\approx 0,0067$ гц. В то же время спектр записи 3 рис. 7, как и следовало ожидать, гладкий, такой же, в среднем, по форме и по уровню, как спектры записей 1 и 2 в ме-

стах, где сигнал отсутствует. Полагая, что этот уровень совпадает с дисперсией шума на выходе фильтра, и вводя порог обнаружения, равный 3σ , заключаем, что в случаях 1 и 2 есть сигнал. Точность определения частоты биений в каждой из записей невелика—не более 10%, но может быть повышенна почти на порядок за счет использования разницы во времени между записями 1 и 2. Расчет дает при этом значение $F\delta_0 = 1/149$ гц с точностью $\pm 2\%$, что соответствует суммарной нестабильности частоты повторения импульсов пульсара и синхронного гетеродина $\sim 5 \cdot 10^{-6}$. Столь высокая стабильность в силу причин, о которых ранее говорилось, наблюдается весьма редко, обычно она примерно на порядок ниже.

Средняя форма биений определялась путем череспериодного (с периодом 149 сек) сложения сигналов в пределах огибающей диаграммы направленности для записей 1 и 2 (рис. 7). Оказалось, в полном соответствии с расчетом, что она близка к синусоидальной.

Огибающая биений, обеспечивающая максимум коэффициента корреляции, также находилась экспериментально. Как и следовало ожидать, она совпала с диаграммой направленности радиотелескопа. Результат оптимальной фильтрации записей 1—3 рис. 7 представлен на рис. 7 кривыми 5—7 соответственно; показан также результат фильтрации расчетной записи сигнала при отсутствии шумов. Для удобства визуальной оценки стабильности частоты биений на рис. 7 нанесен масштаб, равный периоду.

Из сопоставления приведенных данных с порогом (3σ) с очень высокой вероятностью следует наличие сигнала с удвоенной частотой NP 0532 в расчетном направлении на пульсар; в то же время сигнал частоты 75 гц отсутствует. Видно также хорошее совпадение с расчетом частоты, формы и огибающей биений; а средняя амплитуда последних сохраняется неизменной всё время наблюдения*. Малы, по-видимому, и флуктуации амплитуды, что следует из анализа спектра сигнала 1 рис. 7, приведенного на рис. 8: его уширение по сравнению с расчетным значением оказывается порядка 0,002—0,003 гц. Наблюдается, кроме того, одна особенность. Средний поток в случаях 1 и 2 составляет $11,5 \cdot 10^{-24} \text{ вт} \cdot \text{м}^{-2} \text{ гц}^{-1}$, или 36% от полного потока ЗС 144. Последний в этих же записях оказывается завышенным (по калибровке) в 1,5 раза, что само по себе не говорит о наличии пульсара (так как сигнал ЗС 144 на низких частотах сильно флуктуирует), но в данном случае соглашается с расчетным увеличением в 1,36 раза при наличии пульсара. Важно то, что в этот день, по крайней мере, еще в четырех наблюдениях средний поток оставался завышенным, но пульсар дважды не наблюдался вообще, и дважды интенсивность биений была мала. Если допустить, что возрастание потока в этих случаях по-прежнему было связано с пульсаром, отсутствие биений можно объяснить либо изменением их частоты, либо уширением импульсов из-за рассеяния.

Описанная выше процедура обработки была применена для анализа еще ряда записей. Результаты, в основном, были аналогичными.

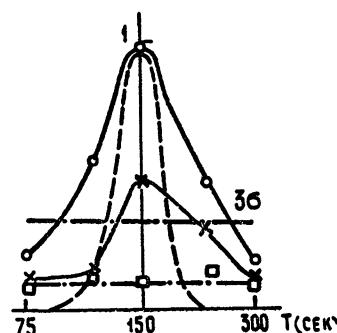


Рис. 8. Спектры записей NP 0532 7.04.69.

* Разница в интенсивности между кривыми 1 и 2 (рис. 7) связана с изменением КНД и режима работы и совпадает с расчетной.

Сводные данные, полученные из анализа всех записей, приведены ниже в табл. 1 и 2.

Таблица 1

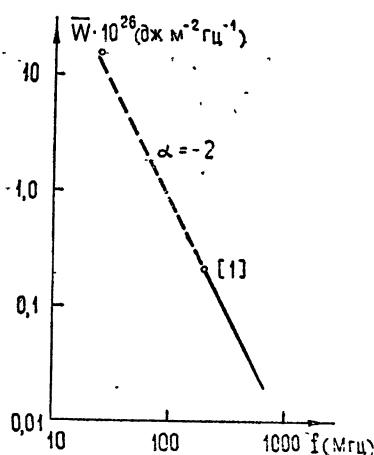
Дата	1 гармоника						2 гармоника				
	20.01	21.01	22.01	25.03	26.03	28.03	3.04	4.01	5.01	6.04	7.04
<i>M</i>	1	9	1	1	3	1	1	1	1	4	4
<i>T_и</i> (мин)	4	40	5	4	10	4	4	4	4	15	20
$\bar{S}_0 \cdot 10^{26}$ ($\text{вт} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{гц}^{-1}$)	800	600	500	150	410	440	450	490	800	360	650

Таблица 2

<i>M</i>	<i>T_М</i> (мин)	$\bar{S}_0 \cdot 10^{26}$ ($\text{вт} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{гц}^{-1}$)	$\bar{W}_i \cdot 10^{26}$ ($\text{дж} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{гц}^{-1}$)	$\bar{W}_{\text{чи}} \cdot 10^{26}$ ($\text{дж} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{гц}^{-1}$)	$\Delta \bar{W} \cdot 10^{26}$ ($\text{дж} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{гц}^{-1}$)	σ_M (%)	<i>m</i> (%)	<i>a₀</i>	<i>a_и</i>
27	100	680	16,7–15	5,85–7,5	1	35	21	0,35–0,5	2,13–2,08

В табл. 1 и 2 *M* — число прохождений источника через диаграмму направленности, *T_М* — суммарная длительность *M* наблюдений, $\Delta \bar{W}$ — пороговая чувствительность, σ_M — дисперсия энергии сигнала, *a_и* — спектральный индекс, определенный с учетом данных работы [1] для основного импульса пульсара. Спектр *NP 0532* показан на рис. 9. Указанные в табл. 2 пределы возможных значений \bar{W}_i , $\bar{W}_{\text{чи}}$ и σ_M соответствуют приведенным там же возможным значениям *a₀*.

Поскольку одновременных измерений *S₁* и *S₂* не было (см. табл. 1), величина *a₀* определялась из разновременных наблюдений. Оказалось, что совпадающие значения *a₀*, равные 0,5, получаются из сопоставления интенсивных нефлюктуирующих записей, сделанных 7.04.69 (рис. 7), 20.01.69 (рис. 6) и 22.01.69, а также всех записей на второй гармонике и близких по времени мартовских записей на первой гармонике. Использование всех наблюдений дает *a₀* = 0,35, однако более вероятно, по-видимому, значение *a₀* ≈ 0,5, что неплохо согласуется с имеющимися данными. Хорошее согласие имеет место также для значений *a_и* и \bar{W}_i , хотя почти точное совпадение средней энергии в импульсе с экстраполированной из весьма приближенных высокочастотных наблюдений [1] следует скорее рассматривать как случайное. Обращает на себя внимание близкое соответствие полученных значений *a_и* и *m* для *NP 0532* и для низкочастотного точечного источника с крутым спектром [6, 7], что как будто говорит в пользу предположения об их тождественности,

Рис. 9. Спектр *NP 0532*

ний [1] следует скорее рассматривать как случайное. Обращает на себя внимание близкое соответствие полученных значений *a_и* и *m* для *NP 0532* и для низкочастотного точечного источника с крутым спектром [6, 7], что как будто говорит в пользу предположения об их тождественности,

если допустить, что редкая наблюдаемость *NP* 0532 связана с особенностями распространения и приема периодического импульсного излучения.

В свете гипотезы расширения импульса сам факт возможности наблюдения *NP* 0532 на столь низких частотах представляется наиболее важным результатом настоящей работы.

В заключение выражают благодарность Л. Г. Содину, А. В. Меню и Л. Л. Базеляну за ряд ценных замечаний и конструктивную критику и Б. П. Рябову за помощь в подготовке аппаратуры для наблюдений:

ПРИЛОЖЕНИЕ

Положим, что одновременно наблюдаются источники непрерывного и импульсного излучения с амплитудами a_1 и $a_2(t)$ соответственно. Сигнал на выходах антенн имеет при этом вид

$$U_1 = f(a_1 \cos \omega_1 t + a_2(t) \cos \omega_2 t),$$

$$U_2 = f[a_1 \cos(\omega_1 t + \alpha) + a_2(t) \cos(\omega_2 t + \alpha)].$$

После фазовой модуляции и суммирования

$$U^+ = (U_1 + U_2) U_m(t),$$

$$U^- = (U_1 - U_2) U_m(t + T_1/2).$$

Здесь f — диаграмма направленности (по полю) одной из антенн; α — фазовый сдвиг между сигналами на выходах обеих антенн, $\omega_1 \approx \omega_2$ — несущие частоты узкополосных шумовых сигналов, $U_m(t)$ и $U_m(t + T_1/2)$ — периодическая модулирующая функция (меандр) единичной амплитуды с периодом T_1 .

На выходе накопительного фильтра синхронного детектора получаем результатирующую диаграмму

$$F_m = (U^+)^2 - (U^-)^2 = a_1^2 F \cos \alpha + 2 F [a_2^2(t) U_m(t) \cos^2(\alpha/2) - a_2^2(t) U_m(t + T_1/2) \sin^2(\alpha/2)], \quad (\text{П.1})$$

где F — диаграмма по мощности одной антенны.

Представим $a_2(t)$, $U_m(t)$ и $U_m(t + T_1/2)$ в виде рядов Фурье

$$a_2(t) = \frac{\tau}{T_2} + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n \pi (\tau/T_2)}{n} \cos 2n \pi \frac{t}{T_2}; \quad (\text{П.2})$$

$$U_m(t) = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n \pi/2}{n} \cos 2n \pi \frac{t}{T_1}; \quad (\text{П.3})$$

$$U_m(t + T_1/2) = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n \pi/2}{n} (-1)^n \cos 2n \pi \frac{t}{T_1}, \quad (\text{П.4})$$

τ — длительность импульса пульсара.

Подставляя (П.2) — (П.4) в (П.1), получим с учетом фильтрации после синхронного детектора

$$F_m = \left(a_1^2 + a_2^2 \frac{\tau}{T_2} \right) F \cos \alpha + \frac{4}{\pi^2} a_2^2 F \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} K_n \times \\ \times \frac{\sin (2n-1) \pi \tau / T_2}{(2n-1)^2} \cos (2n-1) \left(\frac{2\pi}{T_1} - \frac{2\pi}{T_2} \right) t, \quad (\text{П.5})$$

где K_n учитывает сглаживающее действие фильтра синхронного детектора на разностные частоты.

Как видно из (П.5), F_m представляет собой сумму модуляционной диаграммы $F \cos \alpha$ с диаграммой по мощности одной половины антенны, причем обе диаграммы при $K_n \approx 1$ и $a_1^2 = 0$ имеют одинаковую интенсивность. Множитель при $F a_2^2$ в (П.5) для $K_n = 1$ есть не что иное как симметричный периодический сигнал биений трапецидальной формы с амплитудой $\tau/2\Gamma_2$ [13].

Разная форма обоих членов (П.5) позволяет путем фильтрации отделить сигнал пульсара от сигнала точечного источника.

ЛИТЕРАТУРА

1. J. M. Comella, H. D. Craft, R. V. E. Lovelace, J. M. Sutton, G. Leonard Tyler, Nature, 221, 453 (1969).
2. R. E. Nather, B. Warner, M. Macfarlane, Nature, 221, 527 (1969).
3. H. D. Craft, J. M. Comella, Nature, 220, 676 (1968).
4. B. J. Rickett, Nature, 221, 527 (1969).
5. G. R. Huguenin, J. H. Taylor, M. Jure, Astrophys. Lett., 4, 77 (1969).
6. S. Ya. Braude, I. N. Zgouk, O. M. Lebedeva, A. V. Megn, B. P. Ryabov, Monthly Not., 143, 201 (1969).
7. B. H. Andrew, N. L. B. A. Branson, D. Williams, Nature, 203, 171 (1964).
8. A. D. Code, Ap. J. (Letters), 159, L 29 (1970).
9. F. D. Drake, Pub. Astron. Soc. Pacific (in press).
10. D. H. Staelin, J. M. Sutton, Nature, 226, 69 (1970).
11. Л. И. Матвеенко, Н. А. Лотова, Препринт № 103 ФИАН СССР им. П. Н. Лебедева, 1969.
12. A. H. Bridle, Nature, 225, 1035 (1970).
13. А. М. Заездный, Гармонический синтез в радиотехнике и электросвязи, Госэнергонзат, М.—Л., 1961 г.

Институт радиофизики и электроники
АН УССР

Поступила в редакцию
4 марта 1970 г.

OBSERVATION OF THE RADIO EMISSION OF THE PULSAR NP 0532 AT THE FREQUENCY 25 Mc/s

Yu. M. Bruk

The radio emission of the pulsar in Crab Nebula was observed at decameter waves using a new IRE AS UkrSSR radio telescope UTR-2. The mean energy of the radio emission from the basic pulse and subpulse is measured. The spectral index is estimated with taking account of the measurement data obtained at 196 Mc/s.

УДК 523.164.4

О ВРЕМЕННЫХ ВАРИАЦИЯХ МАКСИМУМОВ И ФОРМЫ ИМПУЛЬСОВ ПУЛЬСАРА *CP* 1133

B. Н. Брезгунов, В. А. Удальцов

Приводятся данные наблюдений за положением во времени максимумов импульсов пульсара *CP* 1133 на частотах 83, 87, 95, 103 *Мгц*. Получено, что положения максимумов импульсов в основном определяются положением субимпульсов, расстояние между субимпульсами равно 33 *мсек*. Положение субимпульсов относительно моментов времени, соответствующих основному периоду пульсаций, остается неизменным. При наблюдениях в полосе частот 500 *кгц* примерно 30% максимумов импульсов пульсара перемещаются относительно указанного момента. Периодической картины в этих перемещениях не наблюдается, поэтому есть основание полагать, что в пульсаре *CP* 1133 период второго класса отсутствует. В смещениях максимумов наблюдается хорошая корреляция по всем указанным выше частотам. Эффект смещений максимумов объясняется наличием «тонкой» структуры спектра импульса, обусловленной физикой излучения пульсара или влиянием его оболочки. Этот вывод подтверждается наблюдаемыми изменениями формы импульсов. Показано, что межцания на неоднородностях межзвездной среды не могут быть ответственными за наблюдаемые эффекты смещений максимумов и изменений формы импульсов.

Импульсы некоторых пульсаров имеют тонкую структуру и состоят из двух или трех субимпульсов. Дрейк и Крафт [1] показали, что у пульсаров *AP* 2015 + 28 и *CP* 1919 субимпульсы являются следствием периодического процесса второго класса. Позднее Витковичем и Шитовым [2] то же было показано для пульсара *CP* 0808. Авторами настоящей работы была предпринята попытка обнаружения периода второго класса у пульсара *CP* 1133, импульсы которого состоят, по данным [3], из двух субимпульсов (рис. 1 г).

Измерения проводились с помощью многоканального спектрометра на частотах 83, 87, 95, 103 *Мгц*. Полосы пропускания по каждому каналу были около 500 *кгц*. Постоянные времени выходных фильтров в каждом из каналов — 10 *мсек*. В качестве антенны использовалось полотно Восток—Запад ДКР-1000. Ширина диаграммы направленности антенны на частоте 100 *Мгц* по прямому восхождению — 11', по склонению — 4°, 3. Длительность сеанса наблюдения определялась временем прохождения источника через диаграмму антенны и составляла примерно 1,5 мин в сутки. Чувствительность радиотелескопа по потоку при $\Delta f = 500 \text{ кгц}$ и $\tau = 10 \text{ мсек}$ примерно $5 \cdot 10^{-26} \text{ вт} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{гц}^{-1}$. В качестве самописца применялся восьмиканальный прибор типа УСЧ 8—0,3 с максимальной скоростью протяжки диаграммной ленты 100 *мм · сек⁻¹*. Для временной привязки импульсов пульсаров использовались секундные сигналы точного времени радиостанции РАТ Государственной службы времени и частоты СССР. Излучение пульсара наблюдалось 2-го и 3-го марта 1969 г. в ночное время.

Параметры установки позволяли разрешать субимпульсы *CP* 1133. При девиации частоты 25 *Мгц · сек⁻¹* (25 *кгц · мсек⁻¹*) на частоте 100 *Мгц* и при полосе приемника 500 *кгц* время, определяемое девиацией частоты в пределах полосы пропускания приемника, равно 20 *мсек*,

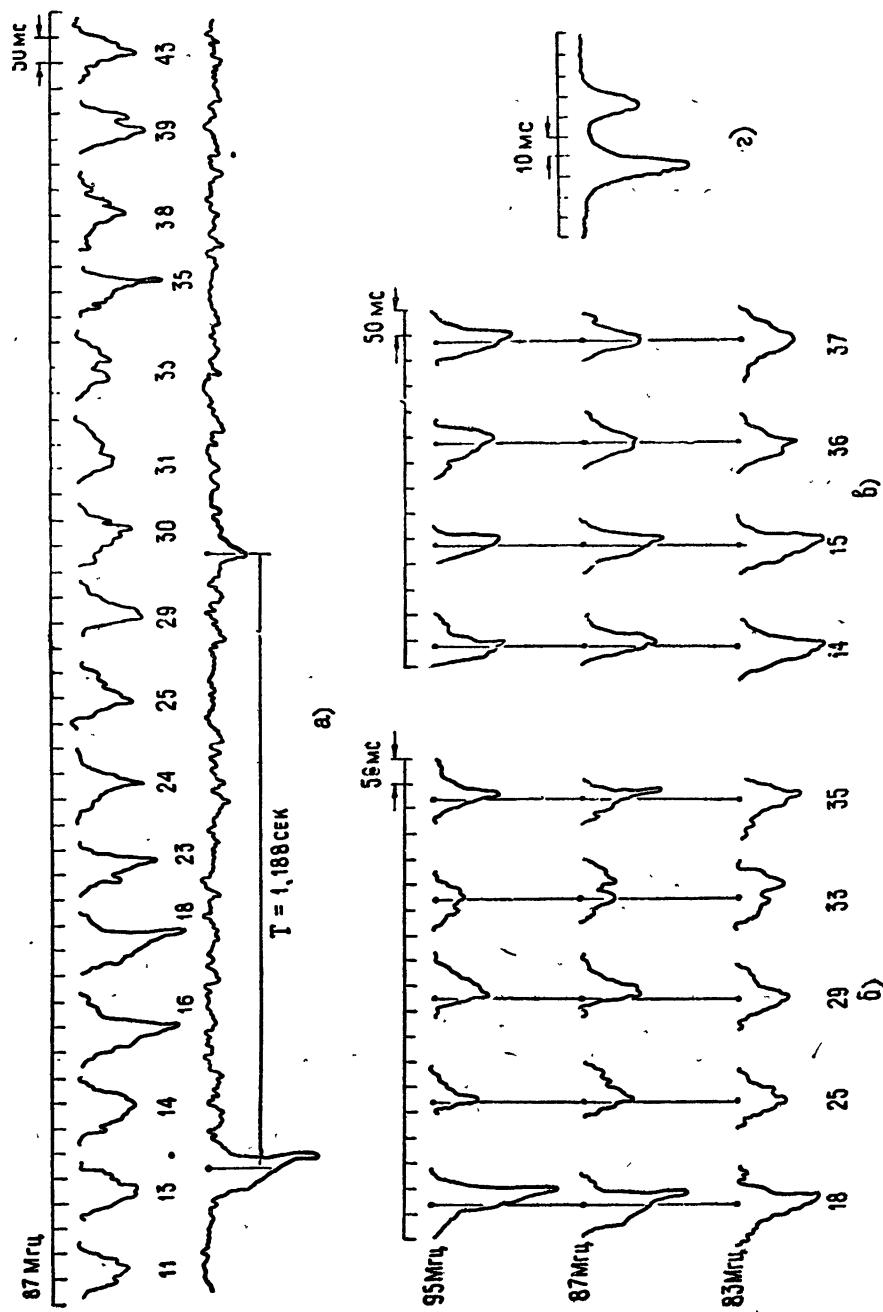


Рис. 1. Форма импульсов пульсара CP 1133.

а) Импульсы сеанса 3.03.69. Частота приема 87 МГц , полоса пропускания 500 кГц , по-гоянная времена выходного фильтра 10 мкс . б) Импульсы сеанса 3.1.3.69 на частотах 83 , 87 , 95 МГц в) Импульсы сеанса 2.03.69 на частотах 83 , 87 , 95 МГц , г) Усредненная по 106 импульсам форма из частоты 111.5 МГц [3]. Цифры под импульсами указывают порядковые номера их.

При интервале между максимумами субимпульсов 33 мсек они разрешаются.

Образцы записи некоторых импульсов пульсара CP 1133 приведены на рис. 1. Наличие двугорбых импульсов 39, 33 указывает на то, что субимпульсы разрешаются, когда интенсивности их соизмеримы. Отсутствие провала до нуля между субимпульсами объясняется малой избирательностью приемных каналов. Одногорбые импульсы соответствуют случаям, когда субимпульсы имеют разную интенсивность.

У каждого импульса определялось положение максимума на временной шкале и его смещение от момента, соответствующего основному периоду пульсаций. Измерялись импульсы с явно выраженным одним максимумом. Импульсы с плоскими вершинами или двугорбые (с близкими интенсивностями в максимумах) исключались из рассмотрения. Положения максимумов импульсов, на разных частотах корректировались с учетом дисперсии. Дисперсия для каждой частоты определялась экспериментально по наиболее надежным (интенсивным и остроконечным) импульсам. Для анализа были отобраны импульсы, величина которых была более чем в 25—30 раз больше дисперсии шумовых флюктуаций.

Результаты измерений положений максимумов сведены в график, приведенный на рис. 2. Из графика видно, что смещения максимумов импульсов по отношению к основному периоду пульсаций хорошо коррелируют на всех наблюдаемых частотах диапазона (83—103) Мгц. Корреляция смещений максимумов импульсов на разных частотах ис-

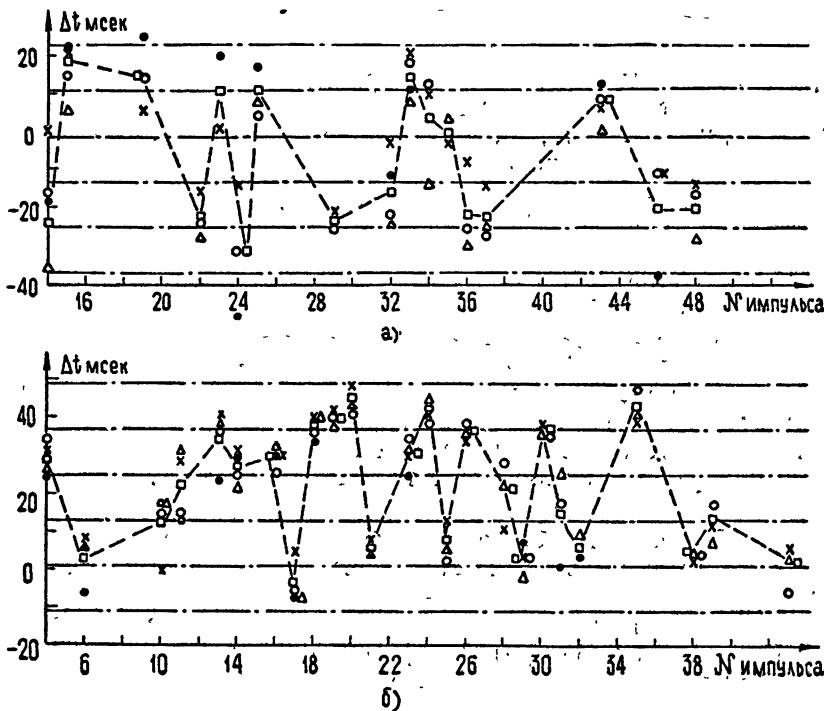


Рис. 2. График изменения положения максимума импульсов пульсара CP 1133 относительно моментов, соответствующих основному периоду пульсаций ($T = 1,188$ сек): а) по сеансу 2.03.69, б) по сеансу 3.03.69.
 ● ● — 103 Мгц, × × — 95 Мгц, △ △ — 87 Мгц, ○ ○ — 83 Мгц,
 □ □ — среднее положение импульса. Штрихом показана кривая изменения среднего положения импульсов. Штрих-пунктиром отмечены области, отстоящие друг от друга на величину максимальной дисперсии отклонения от среднего положения импульса на разных частотах.

ключает (с точностью ошибок) предположение о том, что причиной смещений являются шумовые флуктуации, так как шумы на различных частотах статистически независимы. На рис. 2 для каждого импульса приведено также среднее по всем частотам положение максимума. Максимальная дисперсия отклонения от среднего близка к 12 мсек.

С таким шагом по данным рис. 2 построена суммарная (за два сезона наблюдений) гистограмма средних положений максимумов импульсов CP 1133 по отношению к моментам времени, соответствующим основному периоду пульсаций (см. рис. 3). На гистограмме имеется два преимущественных положения максимумов импульсов, отстоящих друг от друга на 33 мсек. Это хорошо согласуется с данными о структуре импульса CP 1133. Два выделенных гистограммой положения максимумов импульсов соответствуют положениям субимпульсов (рис. 1 а). Импульсы, соответствующие этим максимумам, не меняют своего положения относительно моментов, обусловленных основным периодом. Из графика на рис. 2 б видно, что отношение интенсивностей субимпульсов непрерывно меняется (см. последовательность импульсов 24—25; 25—26; 17—18).

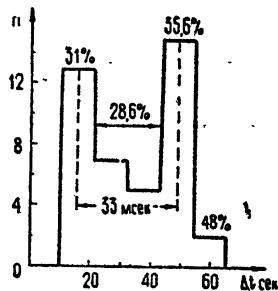


Рис. 3. Гистограмма расположений максимумов импульсов пульсара CP 1133 относительно моментов, соответствующих основному периоду пульсаций по данным наблюдений 2.03.69 и 3.03.69.

Из гистограммы, кроме того, видно, что 30% максимумов импульсов смещено от основных положений и находится между ними (см. рис. 2 б, импульсы 10, 11, 14, 16, 23, 28, 31, 32, 39). В этих смещениях не наблюдается закономерностей, которые указывали бы на наличие периода 2-го класса. Наблюдаемые смещения максимумов импульсов в пределах 33 мсек достоверны с точностью ± 5 мсек. Они, как отмечено ранее, не являются следствием флуктуаций и усреднения в полосе приемника или в полосе выходного фильтра. Наличие максимумов в области между основными положениями указывает на то, что наблюдаемые смещения не являются следствием нормально распределенных ошибок около основных положений субимпульсов.

Наблюдения субимпульсов CP 1133 узкополосным приемником, проведенные авторами на частоте 95 Мгц в полосе 40 кгц и Виткевичем и Шитовым на частоте 63,1 Мгц в полосе 25 кгц, не обнаруживают смещений максимумов субимпульсов с точностью ± 5 мсек.

Наличие смещений максимумов импульсов, наблюдаемое при приеме в полосе 500 кгц, и отсутствие таковых при работе в полосе 25 кгц указывают на наличие «тонкой» структуры спектра. Однако эта «тонкая» структура спектра не должна быть следствием мерцаний на неоднородностях межзвездной среды. Последнее обстоятельство связано с тем, что наличие тонкой структуры спектра в пределах полосы 500 кгц в связи с мерцаниями предполагает полосу корреляции, близкую к 500 кгц. В нашем же случае наблюдается эффект «тонкой» структуры спектра при наличии корреляции их в широкой полосе. Хорошая корреляция смещений максимумов имеет место на всех частотах в пределах частот 83—103 Мгц.

«Тонкая» структура спектра качественно может быть объяснима, например, эффектом модуляции спектра излучения пульсара. Модуляция осуществляется где-то по пути распространения излучения к наблюдателю по случайному, в общем случае, закону.

Для объяснения эффекта «плавания» максимумов импульсов при приеме в широкой полосе максимальная частота модуляции должна быть порядка этой полосы, в нашем случае — до 500 кгц (периоды до 2 мсек). При приеме такого модулированного излучения на приемники с разными полосами пропускания форма импульсов и, следовательно, положения максимумов должны быть различны и коррелированы на существенно разных частотах при одинаковых полосах пропускания. Наличие двух субимпульсов у пульсара CP 1133 усиливает эффект смещения максимума за счет интегрирования в полосе.

На наличие «тонкой» структуры спектра импульса также указывает факт сильной изменчивости формы импульсов при приеме в широкой полосе. Здесь имеется в виду тонкая структура спектра, которая не обусловливается мерцаниями. С большой достоверностью можно утверждать, что частотная характеристика приемного устройства в пределах сеанса наблюдения (1 мин) и тем более в пределах одного периода пульсаций (1 сек) остается неизменной. Поэтому наблюдаемое изменение формы импульса объясняется только изменениями свойств принимаемого от пульсара радиоизлучения.

Характерный период мерцаний на неоднородностях межзвездной среды — $10^2 - 10^5$ сек [4], а существенные изменения формы импульса происходят в пределах 1—10 сек. На рис. 1 приведена серия импульсов различной формы, полученных в интервале 30 сек. Как видно из рисунка 1 а, в пределах 30 сек можно наблюдать импульсы с крутым передним фронтом (18), крутым задним фронтом (29), резким пиком на вершине импульса (35), двугорбые (39) и др. Форма импульсов на разных частотах отличается хорошей корреляцией (см. пример серии импульсов на рис. 1 б и в). Следует подчеркнуть, что с учетом последнего явления изменчивость формы импульса нельзя объяснить вращением плоскости поляризации излучения пульсара.

Таким образом, согласно приведенным результатам измерений, есть основания полагать, что в принимаемом от пульсара CP 1133 излучении имеет место тонкая структура спектра, обусловленная, по-видимому, физикой излучения пульсаров или влиянием их оболочки.

ЛИТЕРАТУРА

1. F. D. Drake, H. D. Craft, Nature, 220, № 5164, 231 (1968).
2. В. В. Виткович, Ю. П. Шитов, Астрон. циркуляр, № 495, 4 (1969).
3. H. D. Craft, J. M. Comella, Nature, 220, № 5168, 676 (1968).
4. E. E. Salpeter, Nature, 221, № 5175, 31 (1969).

Физический институт им. П. Н. Лебедева
АН СССР

Поступила в редакцию
24 января 1970 г.

TIME VARIATIONS OF MAXIMA AND SHAPE OF PULSES OF THE PULSAR CP 1133

V. N. Brezgunov, V. A. Udal'tsov

The results of observations of the position of pulse maxima in time for the pulsar CP 1133 made at the frequencies 83, 87, 95, 103 Mc/s are presented. It has been obtained that the positions of the pulse maxima are mainly determined by that of sub-pulses, the distance between sub-pulses being equal 33 msec. The position of sub-pulses with respect to the moments of time corresponding to the main period of pulsations remains unchanged. For observations in the band of 500 kc/s approximately 30% of the pulse maxima of the pulsar are moving relative to the given moment. The periodicity of these travelings is not observed, therefore there are grounds to assume that in

the pulsar CP 1133 the period of the second class is absent. A good correlation in maxima shifts is observed over all given above frequencies. The maxima shift effect is explained by the presence of the fine structure of the pulse spectrum due to the physics of the pulse radio emission or the influence of its envelope. This conclusion is confirmed by the observed changes of the pulse shape. It is shown that the scintillations on irregularities cannot be responsible for the observed effects of the maxima shifts and variations of the pulse shape.

УДК 523.164.4

ОБНАРУЖЕНИЕ И РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ КОЛЕБАНИЙ ВТОРОГО КЛАССА НЕКОТОРЫХ ПУЛЬСАРОВ

B. V. Виткович, Ю. П. Шитов

На крестообразном радиотелескопе ФИАН ДКР-1000 проводятся исследования вариаций временных положений субимпульсов пульсаров, приведших в свое время к обнаружению периодического процесса второго класса у пульсара *CP 0808* [2, 3]. В последнее время при помощи статистической обработки удалось выявить периодический процесс 2-го класса и у пульсара *CP 0950* с периодом P_2 около 9 мсек.

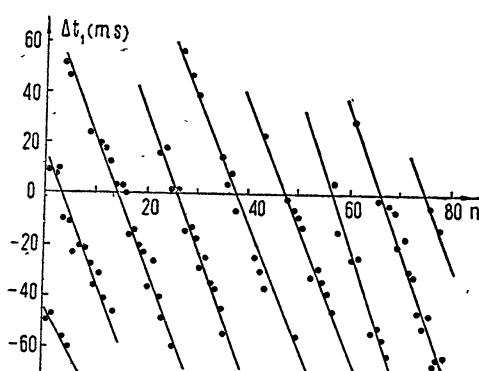
Исследование нестабильностей периодических процессов 2-го класса показало, что у пульсаров *CP 0808* и *CP 1919* значения периодов P_2 уменьшились за год соответственно на 0,02% и 25%. Исходя из вращательно-пульсирующей модели пульсара, в настоящей работе оцениваются возможные параметры радиоизлучающих областей и их яркостные температуры для пульсаров *CP 0808* и *CP 0950*.

1. ОБНАРУЖЕНИЕ ПЕРИОДА ВТОРОГО КЛАССА И ЕГО ИЗМЕНЕНИЯ ВО ВРЕМЕНИ У НЕКОТОРЫХ ПУЛЬСАРОВ

1. Наиболее замечательной характеристикой радиоизлучения пульсаров, безусловно, является строгая периодичность повторения их импульсов. Кроме этой основной периодичности, или периодичности 1-го класса, американскими радиоастрономами [1] у двух пульсаров—*CP 1919* и *AP 2015 + 28* был открыт еще другой—более короткопериодический процесс (по их терминологии—2-го класса), наблюдающийся у субимпульсов этих пульсаров. Несколько позднее нами был обнаружен подобный период 2-го класса у пульсара *CP 0808* [2]. Этими открытиями была вызвана к жизни вращательно-пульсирующая модель пульсара, исследование которой представляет большой интерес*.

Периодический процесс 2-го класса проявляется в том, что субимпульсы этих пульсаров совершают периодические смещения своих временных положений относительно основного периода повторения импульсов. Особенно четко наблюдается период 2-го класса у пульсара *CP 0808* [3]. Это иллюстрируется графиком (рис. 1), на котором точками показаны временные положения Δt_1 субимпуль-

Рис. 1. Отклонения полючечий субимпульсов пульсара *CP 0808* от осигельно моментов времени, определяемых периодом повторения $P_1 = 1,29224$ сек.
15.11.69; 83,65 Мгц.



* Когда эта статья была уже отправлена в печать, стало известно, что в НРАО (США) Саттоном и др. (G. M. Sutton et al., Appl. J., 159, L 89 (1970); Appl. J., 160, L 7 (1970)) были обнаружены период 2-го класса у пульсара *MP 0031* ($P_2 = 58$ мс), а также были подтверждены наши данные о P_2 для *CP 0808*.

сов относительно моментов времени, определяемых основным периодом повторения $P_1 = 1,29224$ сек для этого пульсара, т. е. $\Delta t_1 = t_i - n P_1$, t_i — время появления субимпульса, n — номер импульса. Из рисунка видно, что кроме основной средней периодичности P_1 у субимпульсов *CP 0808* наблюдаются еще две других.

Первая периодичность имеет период $P < P_1$, который «держится» без сбоев на протяжении 10—20 импульсов, что проявляется на графике (рис. 1) в виде наклонных прямых, соединяющих соответствующие субимпульсы последовательных импульсов. Вторая, не основная периодичность — это систематически повторяющиеся примерно через 11 импульсов «сбои» в положениях субимпульсов на величину, равную расстоянию между субимпульсами. Естественно поэтому считать, что у пульсара *CP 0808* есть короткопериодический процесс 2-го класса с периодом P_2 , равным расстоянию между субимпульсами и точно кратным периоду P , так что между соседними импульсами укладывается целое число m периодов 2-го класса:

$$P_2 = P/m = \overline{\Delta t_c}, \quad (1)$$

где $\overline{\Delta t_c}$ — среднее расстояние между субимпульсами.

Некратность периода P_2 основному периоду P_1 является причиной систематически повторяющихся «сбоев». Можно найти точное значение периода P_2 для данной записи, зная промежуток времени ΔT между первым и последним субимпульсами на записи и число «сбоев» K , по формуле:

$$P_2 = \Delta T/(Nm + K), \quad (2)$$

где N — число импульсов. Целое число m берется как наиболее близкое к величине $P/\overline{\Delta t_c}$, которая находится экспериментально. Например, для пульсара *CP 0808* $m = 24$. Можно вычислить значение периода 2-го класса и по другой, более общей формуле. Если числитель и знаменатель в выражении (2) разделить на N , учитывая, что $\Delta T/N = P_1$, то после несложных преобразований получим

$$P_2 = \frac{P_1 - P}{\Omega P_1} \quad (3)$$

или

$$P_2 = \frac{P_3}{P_1} (P_1 - P), \quad (4)$$

где $P_3 = \Delta T/K$ и $\Omega = I/P_3$ — соответственно период и частота «сбоев». Значения периодов P_2 , вычисленные по формуле (4), гораздо менее точные (так как зависят от точности определения периода P), и применять ее следует тогда, когда не известно число m .

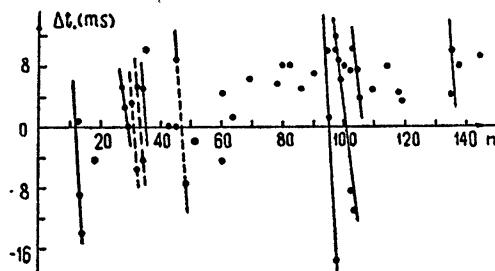
Таким методом могут быть надежно обнаружены и вычислены периодические процессы 2-го класса только тех пульсаров, у которых может наблюдаться достаточно длинная серия последовательных импульсов, позволяющая обнаружить существование характерных периодических процессов с периодами P и P_3 .

2. Известен целый ряд пульсаров, например, *CP 0950*, *CP 1133*, *CP 0328* и др., импульсы которых испытывают весьма сильные вариации по амплитуде от импульса к импульсу, так что достаточно длинной серии последовательных импульсов наблюдать не удается. Чаще всего наблюдаются одиночные импульсы, реже группы по 2—3 импульса с большими промежутками пропадания. Естественно, что в таком случае нельзя достаточно надежно найти период 2-го класса (если он имеется) у этих пульсаров описанным выше методом, несмотря на то, что все они обна-

ружают весьма заметные вариации временных положений субимпульсов (импульсов). Примером тому может служить пульсар *CP 0950*.

На рис. 2 показан аналогичный рис. 1 график для пульсара *CP 0950*, откуда видно, что там, где наблюдается несколько последовательных импульсов, их период следования P отличается от основного P_1 ; кроме того, нередко наблюдаются двойная структура импульсов и характерные «сбои» в положениях субимпульсов. Все это признаки существования периодичности 2-го класса, надежно говорить о которой из анализа одной записи все же нельзя, так как нет единой периодической, в смысле 2-го класса, картины, охватывающей достаточно большое число импульсов.

Рис. 2. Отклонения положений субимпульсов пульсара *CP 0950* относительно моментов времени, определяемых периодом повторения $P_1 = 0,25306$ сек. 16.02.63; 62,9 Мгц.



Чтобы определить, случайны наблюдаемые признаки наличия периодичности 2-го класса или нет, необходима статистическая обработка. Надо заметить, что корреляционная обработка для этой цели не подходит ввиду малого количества импульсов в течение одной записи.

Нами была разработана простая, но, с нашей точки зрения, весьма надежная статистическая обработка записей пульсаров на предмет обнаружения периодических процессов 2-го класса. Обработка заключается в построении и анализе функции распределения временных расстояний $\Delta t_{i,k}$ между субимпульсами одного и того же импульса ($i = k$) и разных импульсов ($i \neq k$) исследуемого пульсара. При этом для обработки могут быть использованы все возможные сеансы наблюдений пульсара без привязки по времени импульсов, зарегистрированных в разные дни наблюдений. Этим набирается необходимая статистика.

Если у исследуемого пульсара есть периодический процесс 2-го класса, то функция распределения величин $\Delta t_{i,k}$ должна показать, что наиболее часто встречающиеся временные интервалы между соседними импульсами будут равны не основному периоду повторения P_1 , а другому — P ; между импульсами, отстоящими друг от друга через один, интервалы будут не $2P_1$, а $2P$ и т. д., пока эту закономерность не нарушают «сбои» в положениях субимпульсов. Наличие субимпульсов у пульсара и «сбоев» отразится на функции распределения в том, что около главных максимумов при значениях $\Delta t_{i,i+1} = P$, $\Delta t_{i,i+2} = 2P$ и т. д. будут существовать побочные максимумы, отстоящие от главных на расстояния $\pm \Delta t_{i,i}$, которые, очевидно, равны $\Delta t_c = P_2$ в старых обозначениях. При помощи такой функции распределения можно не только ответить на основной вопрос — имеется ли периодичность 2-го класса у изучаемого пульсара, но и определить его величину при достаточно большой статистике на основании простого соотношения (1).

Изложенное выше хорошо иллюстрирует рис. 3, где показана часть гистограммы распределения временных интервалов (вблизи первого максимума $\Delta t_{i,i+1}$) для пульсара *CP 0808*, содержащая все характерные признаки периодичности 2-го класса.

3. Нами были исследованы три пульсара *CP 0950*, *CP 0328* и *CP 1133* на предмет существования у них периодов 2-го класса с использованием только что рассмотренной методики. Были получены следующие результаты (см. табл. 1).

Таблица 1

Пульсар	Период P_2 (мсек)
<i>CP 0950</i>	9,3 (февраль 1969 г.)
<i>CP 0328</i>	4,0 ?
<i>CP 1133</i>	не обнаружен

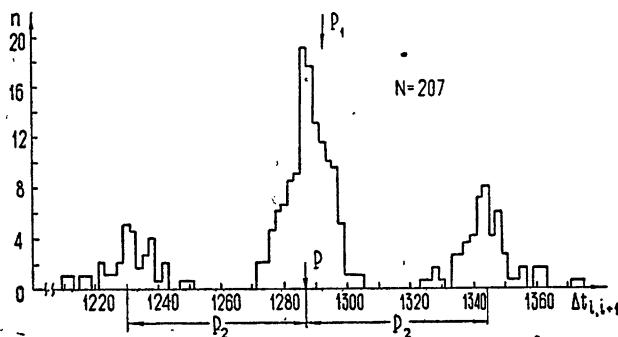


Рис. 3. Гистограмма распределения временных интервалов между субимпульсами соседних импульсов пульсара *CP 0808*. 15.11.69; 83,65 Мгц.

У пульсара *CP 0950* уверенно обнаруживается период 2-го класса, что хорошо видно из гистограммы распределения, приведенной на рис. 4. Распределение показывает, что наиболее часто встречающееся расстояние между импульсами равно 0,250 сек, что примерно на 3 мсек меньше, чем значение основного периода повторения $P_1 = 0,25306$ сек. Таким об-

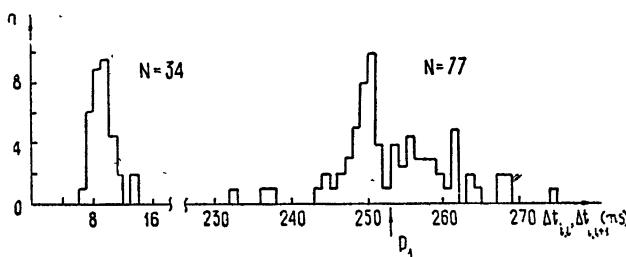


Рис. 4. Гистограмма распределения временных интервалов между соседними субимпульсами пульсара *CP 0950* за 3 сеанса наблюдений: 26.01.69, 26.02.69; 102,5 Мгц; 16.02.69; 62,9 Мгц.

разом, у пульсара *CP 0950* наблюдается другая характерная для существования периодического процесса 2-го класса периодичность с периодом $P = 0,250$ сек. Далее, у этого пульсара часто наблюдаются два, а иногда и три субимпульса, среднее расстояние между которыми $\Delta t_c = 9,3$ мсек. Таким образом, для *CP 0950* период 2-го класса $P_2 = 9,3$ мсек.

Пульсар *CP 0328* тоже обнаруживает подобные, но менее четкие признаки того, что у него, возможно, имеется период 2-го класса вели-

чиной около 4 мсек. Однако недостаточная статистика не позволяет утверждать это с уверенностью.

У пульсара *CP* 1133 не было выявлено наличие периодичности 2-го класса, хотя, как известно, у него наблюдаются четкие субимпульсы. Вообще надо отметить, что этот пульсар, по сравнению с другими, дает меньше всего импульсов за сеанс наблюдений, а вариации в положениях субимпульсов хотя и заметны, но меньше, чем у других исследованных пульсаров. Все это, с одной стороны, создает трудности для его исследования, а с другой, показывает, что если и есть у него период 2-го класса, то он, по-видимому, достаточно мал — не больше нескольких миллисекунд.

4. Периодические колебания 2-го класса, как уже известно, не являются такими же стабильными, как основные периоды повторения импульсов. Это было получено при исследовании пульсаров *CP* 1919, *AP* 2015 + 28 и *CP* 0808 [1-3], где было показано, что существует два типа нестабильностей периодов 2-го класса: первый тип — коротковременной с характерным временем порядка нескольких секунд и со среднеквадратичным разбросом фазы около 30° и второй тип с характерным временем минуты и со среднеквадратичным разбросом фазы около 70° . Последние наблюдения обнаружили, кроме того, изменения у пульсаров средней величины периодов 2-го класса за год (см. табл. 2).

Таблица 2

Пульсар	Дата	P_2 (мсек)	Дата	P_2 (мсек)	$\Delta P_2/P_2$
<i>CP</i> 0808	декабрь 1968 г.	53,642	декабрь 1969 г.	53,632	$2 \cdot 10^{-4}$
<i>CP</i> 1919	август 1968 г.	15,5	май 1969 г.	11,6	$3 \cdot 10^{-1}$

На рис. 5 показаны значения периода 2-го класса у пульсара *CP* 0808, измеренные с интервалом около года (с февраля по сентябрь 1969 г. наблюдений не было). При этом период P_2 измерялся по одной

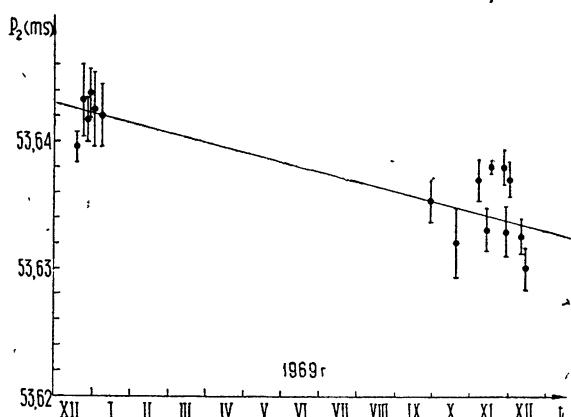
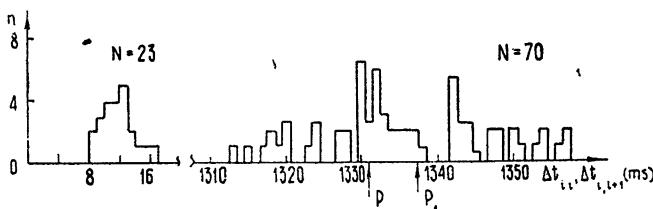


Рис. 5. Значения периода 2-го класса пульсара *CP* 0808, измеренные с интервалом в один год.

и той же методике с использованием формулы (2). Показанная при каждом измерении ошибка определяется неточностью измерения интер-

вала ΔT между крайними субимпульсами и количеством импульсов. Несмотря на существенный разброс в значениях P_2 , обусловленный, с одной стороны, наличием нестабильности второго типа, а с другой — относительно малой продолжительностью одного сеанса наблюдения (около 4 мин), обнаруживается уменьшение среднего значения P_2 примерно на 0,02% за год. Особенno заметно это сказалось на изменении частоты сбоев Ω , которая за год увеличилась с $0,0697 \pm 0,0007$ гц до $0,0737 \pm 0,0007$ гц. Дальнейшие наблюдения покажут, является ли это изменение периода 2-го класса систематическим или мы имеем дело с его долговременными нерегулярными вариациями.

Нами исследовался также период 2-го класса пульсара CP 1919, у которого он изменился за 10 месяцев намного больше, чем у CP 0808. В августе 1968 г. по данным [1] его величина была равна 15,5 мсек. По нашим измерениям, в мае—июне 1969 г. у пульсара CP 1919 период 2-го класса оказался почти на 30% меньше. Это видно из гистограммы распределения на рис. 6, показывающей, что средний интервал между



дичность 2-го класса. Для таких пульсаров широко распространена так называемая вращательно-пульсирующая модель, согласно которой форма субимпульсов объясняется временным ходом изменения интенсивности (типа пульсаций, периодических вспышек и т. д.), определяемым периодическим процессом 2-го класса, а строго периодическое появление импульса в целом обязано вращению пульсара.

В такой модели диаграмму радиоизлучения формирует субимпульс, и наблюдаемая форма импульса в целом, обозначим ее $J(t)$, может быть представлена в виде

$$J(t) = f_1(t) f_2(\omega t), \quad (5)$$

где $f_1(t)$ — временное изменение интенсивности, $f_2(\omega t)$ — форма диаграммы радиоизлучения субимпульса, $\omega = 2\pi/P_1$.

Рассмотрим два частных случая.

1. $f_2(\omega t) = \text{const}$, т. е. скорость изменения интенсивности радиоизлучения пульсара за счет поворота диаграммы во много раз меньше, чем скорость изменения во времени. В этом случае мы наблюдаем в чистом виде форму субимпульсов, не зная их диаграммы излучения каждого в отдельности. Однако можно найти среднюю форму диаграммы субимпульсов как огибающую их амплитуд, зависящих от временного положения субимпульсов $\Delta t_1 = t_i - nP_1$, т. е.

$$\overline{f_2(\omega t)} = \overline{f_2(\omega \Delta t_1)}. \quad (6)$$

2. Диаграмма излучения настолько узкая, что ход интенсивности в импульсе целиком определяется ее поворотом во времени. В этом случае мы непосредственно видим форму диаграммы $f_2(\omega t)$, но ничего не можем сказать о форме субимпульсов. В общем случае нужно учитывать оба фактора, которые, конечно, трудно разделить.

Первый случай имеет место для пульсара *CP 0808*, поскольку средняя ширина его субимпульсов по уровню 0,5 по нашим измерениям не больше 8 мсек, а вариации положений субимпульсов достигают значений $\Delta t_1 = \pm 50$ мсек. Ранее в работе [3] рассматривался вопрос о форме диаграммы излучения этого пульсара и о зависимости ее от длины волны. Было показано, что ширина диаграммы радиоизлучения изменяется пропорционально в зависимости от длины волны в диапазоне 60—110 Мгц.

У пульсара *CP 0950* длительность субимпульсов тоже в несколько раз меньше их вариаций Δt_1 , поэтому его диаграмма радиоизлучения была исследована тем же методом, что и у *CP 0808*. Анализ показал, что ширина диаграммы радиоизлучения *CP 0950* по нулям на частоте 100 Мгц равна примерно 22° , что очень близко к значению для *CP 0808*. Кроме того, ширина диаграммы увеличивается с длиной волны, причем зависимость от λ сильнее, чем прямая пропорциональность (см. рис. 7).

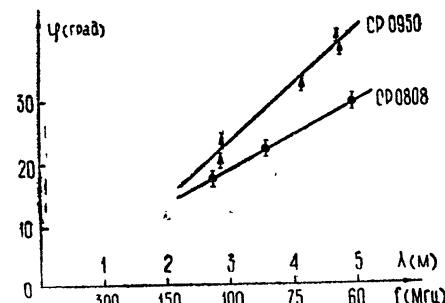


Рис. 7. Экспериментальные значения ширины по нулям диаграмм радиоизлучения субимпульсов двух пульсаров на разных длинах волн.

Теперь построим две возможные модели излучающих областей, которые обеспечат получение указанных диаграмм.

1-я модель. Согласно этой модели, диаграмма излучения определяется в основном отдельными когерентно радиоизлучающими ячейками такого размера, который обеспечивает создание наблюдаемой ширины диаграммы. Таким образом, размер d одной ячейки оказывается равным

$$d = 2\lambda/\varphi_0, \quad (7)$$

где φ_0 — ширина диаграммы по нулям. В пределах одной ячейки радиоизлучение когерентно; однако может быть много подобного типа ячеек, радиоизлучение которых суммируется некогерентно. При этом должно выполняться условие $\theta < \varphi_0$, где θ — угол из центра пульсара, ограничивающий область радиоизлучения всех ячеек. Полагая для определенности $\theta = 0,3\varphi_0$, площадь Q радиоизлучающей области в случае максимально большого числа ячеек (в предположении «карандашной» диаграммы) будет равна

$$Q = 0,1\varphi_0^2 r^2 = 0,4(\lambda r/d)^2, \quad (8)$$

где r — расстояние от центра пульсара до области радиоизлучения.

2-я модель. В этой модели когерентные области имеют больший размер, чем рассчитанные в соответствии с 1-й моделью, и создают в момент излучения субимпульсов более узкие диаграммы, чем наблюдаемая диаграмма субимпульсов φ_0 . В этом случае диаграмма пульсара создается за счет распределения интенсивности излучения когерентных ячеек активной области в пределах центрального угла θ , который и будет равен ширине диаграммы излучения φ_0 во 2-й модели. При этом размер радиоизлучающей области $D = \theta r = \varphi_0 r$, а отличие углов φ_0 на разных длинах волн должно объясняться различными размерами активных областей в зависимости от длины волны.

В заключение оценим некоторые возможные яркостные температуры $T_{ярк}$ радиоизлучения пульсаров $CP\ 0808$ и $CP\ 0950$. Следует отметить, что в случае когерентно излучающей площади Q с шириной диаграммы φ_0 ее яркостная температура будет в $(\pi/\varphi_0)^2$ раз меньше по сравнению с яркостной температурой черного тела той же площади. Поэтому

$$T_{ярк} = \frac{S}{2k} \frac{\lambda^2 R^2}{Q} \left(\frac{\varphi_0}{\pi} \right)^2, \quad (9)$$

где S — плотность потока радиоизлучения в субимпульсе, R — расстояние до пульсара.

Неопределенной величиной при оценке $T_{ярк}$ является расстояние r от центра пульсара до радиоизлучающей области, поэтому можно рассмотреть два крайних случая.

1) Радиоизлучение возникает на поверхности нейтронной звезды (существуют такие гипотезы), и тогда $r \approx 10\text{ км}$, определяя тем самым максимальную величину Q .

2) Во втором случае можно оценить максимальный размер области радиоизлучения, например, пульсара $CP\ 0950$. По данным [4, 5], у этого пульсара наблюдается сверхтонкая структура импульсов с длительностью деталей δt до $0,1\text{ мсек}$ и меньше. Очевидно, что радиоизлучающая область в этом случае не может быть заметно больше, чем $D = c\delta t = 3 \cdot 10^6\text{ см}$, а $Q \approx 10^{13}\text{ см}^2$.

Обращаясь к результатам наблюдений (рис. 7), находим, что пульсары $CP\ 0808$ и $CP\ 0950$ должны иметь один и тот же характерный размер когерентной ячейки, мало зависящий от длины волны и равный $d \approx 20\text{ м}$, $\varphi_0 \approx 30^\circ$ ($\lambda = 5\text{ м}$).

У мощных импульсов этих пульсаров плотность потока по нашим измерениям на волне $\lambda = 5 \text{ м}$ достигает величины 1000 ед. потока, или $10^{-23} \text{ вт} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{гц}^{-1}$.

Расстояние до пульсаров примем равным 100 pc для CP 0950 и 190 pc для CP 0808 в предположении, что средняя электронная концентрация межзвездного газа $N_e = 0,03 \text{ см}^{-3}$.

В табл. 3 приведены значения $T_{\text{ярк}} (\lambda = 5 \text{ м})$ пульсаров CP 0808 и CP 0950 в случаях: а) одной когерентной ячейки ($Q = d^2$); б) когда число ячеек максимально ($Q = nd^2$ и $r = 10 \text{ км}$) и в) когда $Q = 10^{13} \text{ см}^2 = (c \delta t)^2$.

Таблица 3

	Параметры области	$Q = d^2$	$Q = nd^2$	$Q = 10^{13} \text{ см}^2$
$T_{\text{ярк}}$ ($\lambda = 5 \text{ м}$)	CP 0808	$3 \cdot 10^{34}$	$3 \cdot 10^{30}$	$1 \cdot 10^{28}$
	CP 0950	$1 \cdot 10^{34}$	$1 \cdot 10^{30}$	$3 \cdot 10^{27}$

Полученные величины яркостных температур для малых областей излучения на много порядков превосходят значения, о которых сообщалось ранее в печати и которые получены на основе модели пульсара как пульсирующего белого карлика, допускающей размеры излучающих областей на несколько порядков больше, чем в случае врачающейся нейтронной звезды. В связи с этим необходимы новые рассмотрения механизмов радиоизлучения, объясняющие наличие столь высоких эффективных яркостных температур.

ЛИТЕРАТУРА

1. F. D. Drake, H. D. Craft, Nature, **220**, 231 (1968).
2. Ю. И. Алексеев, В. В. Виткевич, Ю. П. Шитов, Астрон циркуляр, № 495, 1969.
3. V. V. Vitkevich, Yu. P. Shitov, Nature, **225**, 248 (1970).
4. H. D. Craft, J. M. Comella, F. D. Drake, Nature, **218**, 1122 (1968).
5. R. D. Ekers, A. T. Moffet, Nature, **220**, 756 (1968).

Физический институт
им. П. Н. Лебедева АН СССР

Поступила в редакцию
7 апреля 1970 г

DETECTION AND RESULTS OF INVESTIGATING THE SECOND-CLASS OSCILLATIONS OF SOME PULSARS

V. V. Vitkevich, Yu. P. Shitov

Investigations of the variations of the time positions of the pulsar subpulses having led to discovering the periodic second-class process of the pulsar CP 0808 [2, 3] are made using the cross telescope DKR-1000 of the Physical Institute of the Academy of Sciences. Using the statistical processing it is recently discovered the periodical second-class process with the period P_2 of about 9 msec also for the pulsar CP 0950.

Investigation of the instability of the periodical second-class processes showed that the value of the period P_2 of the pulsars CP 0808 and CP 1919 decreased for a year by 0.02% and 25% respectively. Based upon the rotatory-pulsating model of the pulsar the possible parameters of the radio emitting regions and their brightness temperature for the pulsars CP 0808 and CP 0950 are estimated.

УДК 523.164.64

О ПОЛЯРИЗАЦИИ РАДИОИЗЛУЧЕНИЯ ПУЛЬСАРОВ

B. B. Железняков

Наблюдаемые особенности поляризации радиоизлучения пульсаров можно объяснить условием выхода излучения из мощной магнитосферы нейтронной звезды в межзвездную среду со слабым магнитным полем.

Одной из выдающихся особенностей радиоизлучения пульсаров (наряду с его импульсным характером) является своеобразная поляризация излучения. Для нее характерно следующее:

1) Преобладание линейной поляризации у большинства пульсаров [1].

2) Поворот плоскости поляризации в течение импульса у одних пульсаров (*PSR 0833—45*, например, [2]) и отсутствие существенного поворота у других (пульсар в Крабе [3, 4]).

3) Характерное изменение степени линейной и циркулярной поляризации по импульсу—со сменой знака поляризации в середине импульса (*CP 0328*, [5]).

Следует также обратить внимание на тонкую миллисекундную структуру в пульсарах со слабой (*CP 0950*) и умеренной (*CP 1133*) поляризацией и на ее отсутствие в полностью поляризованном излучении пульсаров *PSR 0833—45* и *NP 0532* (см. [3, 6, 7]).

В настоящее время особенности поляризации связываются обычно с условиями генерации радиоволн в источнике. При этом поворот плоскости поляризации объясняется геометрией магнитных полей в области генерации; смена характера и знака поляризации по импульсу—особенностями синхротронного или дипольного излучения отдельных электронов в источнике ([5, 8, 9]). Можно, однако, попытаться объяснить наблюдаемые особенности поляризации пульсаров на другом пути, учитывая, что условия выхода радиоизлучения из магнитосферы пульсара в межзвездную среду со слабым магнитным полем. Некоторые предварительные соображения на этот счет были высказаны в статье [10].

Как известно (см., например, [11]), характер поляризации обычных и необычайных волн в плазме при условии $\omega_L^2/\omega^2 \ll 1$ определяется величиной параметра

$$q^2 = \frac{1}{4} \frac{\omega_H^2}{\omega^2} \operatorname{tg}^2 \alpha \sin^2 \alpha$$

(ω_L —плазменная частота, ω_H —гиросчастота, ω —частота, α —угол между магнитным полем и волновым вектором). Если этот параметр много меньше единицы,

$$q^2 \ll 1,$$

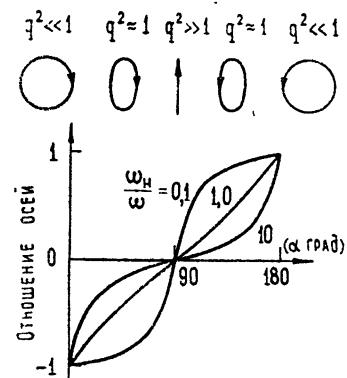
поляризация близка к круговой; распространение называется квазидипольным. В случае противоположного неравенства,

$$q^2 \gg 1,$$

поляризация близка к линейной; это квазипоперечное распространение. В промежуточном случае $q^2 \sim 1$ поляризация мод эллиптическая. Заметим, что направление вращения эллиптического вектора в одной моде (скажем, необыкновенной) меняется при переходе через значение $\alpha = 90^\circ$, соответствующее строго поперечному распространению.

Отношение осей эллипса поляризации в каждой моде представлено на рис. 1 в зависимости от угла α для различных фиксированных значений ω_H/ω . Ясно, что чем больше величина ω_H/ω , тем шире интервал углов α вблизи 90° , в котором имеет место квазипоперечное распространение.

Рис. 1. Зависимость отношения осей эллипса поляризации необыкновенной волны P от угла α между направлением магнитного поля H и волнового вектора k (при фиксированных значениях величины ω_H/ω). Вверху—форма эллипса поляризации необыкновенной волны при различных значениях параметра q^2 .



В магнитосфере пульсара, где магнитное поле достигает, по-видимому, значительной величины, вполне возможно квазипоперечное распространение при углах α , заметно отличающихся от $\pi/2$. При удалении от пульсара магнитное поле уменьшается; вместе с тем сокращается и интервал углов с квазипоперечным распространением. В межзвездной плазме благодаря весьма малому отношению ω_H/ω распространение — квазипротодольное практически при всех углах α , за исключением $\alpha = \pi/2$.

Допустим сначала, что радиоизлучение генерируется в направлениях, которые соответствуют квазипротодольному распространению в магнитном поле нейтронной звезды ($q^2 \ll 1$). Если это условие выполнено по всей трассе распространения радиоволны вплоть до выхода в межзвездную среду (где заведомо $q^2 \ll 1$), то поляризация каждой моды сохраняется циркулярной как в области генерации, так и при выходе за пределы пульсара. Наблюдаемая поляризация в этом случае будет круговой, если в источнике эффективно генерируется только одна мода. В то же время наблюдаемая поляризация будет отсутствовать, если генерируется сначала линейная поляризация (две когерентных между собой моды с равной интенсивностью). Последнее обусловлено сильной деполяризацией излучения на размерах источника L в указанных условиях из-за эффекта Фарадея. Оценки показывают, что деполяризация незначительна только при жестких ограничениях на электронную плотность N и магнитное поле H в источнике и его окрестности:

$$NH \cos \alpha < 10^4 \div 10^5$$

(для $L \sim 10^8$ см на частоте 300 МГц).

В пульсаре величина NH , скорее всего, значительно больше (когерентный синхротронный механизм [11] излучения требует, например, значений $NH \sim 10^9 \div 10^{10}$). Таким образом, предположение о генерации

радиоизлучения в условиях квазипротодольного распространения не позволяет объяснить основную особенность радиоизлучения пульсаров—преблаждание линейной поляризации.

Посмотрим теперь, к каким результатам приведет предположение о генерации радиоизлучения, соответствующего одной моде, в квазипоперечных направлениях к магнитному полю (для которых $q^2 \gg 1$). Реально это может быть, когда радиоизлучение генерируется в экваториальной области нейтронной звезды с дипольным магнитным полем, если диаграмма направленности излучения прижата к плоскости магнитного экватора, или в полярной области, если диаграмма снова ориентирована поперек магнитного поля. При этом, разумеется, нельзя забывать, что структура магнитных полей в оболочке пульсара неизвестна и дипольное поле звезды используется нами лишь в качестве примера.

При выходе радиоизлучения из области $q^2 \gg 1$ (магнитосфера пульсара) в область $q^2 \ll 1$ (межзвездная среда) форма эллипса поляризации в соответствии с приближением геометрической оптики должна изменяться в зависимости от конкретного значения q^2 в данной точке луча (в нашем случае—от линейной до круговой). Однако при переходе в весьма разреженную межзвездную среду приближение геометрической оптики может быть нарушено—в том смысле, что эллипс поляризации одной моды перестанет менять свою форму несмотря на существенное изменение параметра q^2 (см. об этом более подробно [10]). При этом распространение излучения происходит почти как в вакууме («вакуумное» приближение). Это явление приводит к эффекту предельной поляризации, который заключается в следующем: в межзвездной среде эллипс поляризации радиоизлучения пульсара в общем случае будет отличаться от круга, оставаясь таким же, каким был в слое предельной поляризации (слой или уровень предельной поляризации разделяет область сохранения и нарушения приближения геометрической оптики).

Относительное расположение области $q^2 = 1$ (границы между квазипоперечным и квазипротодольным распространением) и уровня предельной поляризации определяет три возможных варианта выхода радиоизлучения за пределы пульсара (рис. 2).

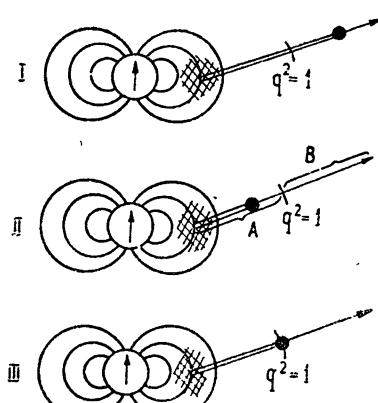


Рис. 2. Три варианта распространения и выхода радиоизлучения из магнитосферы пульсара в межзвездную среду.

Толстая линия—часть луча, где выполнено приближение геометрической оптики; тонкая линия—часть луча, где это приближение нарушено; A—квазипоперечное распространение; B—квазипротодольное распространение; ●—обозначает уровень предельной поляризации.

1-й вариант: уровень $q^2 = 1$ расположен ближе к звезде, чем слой предельной поляризации. Это означает, что в слое предельной поляризации излучение уже циркулярно поляризовано ($q^2 \ll 1$). Таким оно и остается в межзвездной среде. Этот случай не очень интересен для нас, так как наблюдаемая поляризация остается круговой. Возможно, однако, что этот вариант реализуется в некоторых пульсарах (пример —

пульсар *PSR 1749—28* со слабой линейной и довольно сильной круговой поляризацией).

2-й вариант: уровень $q^2 = 1$ расположен дальше от пульсара, чем слой предельной поляризации. В этом случае в слое предельной поляризации $q^2 \gg 1$ и поляризация каждой моды линейная. Такой она и останется при дальнейшем распространении в межзвездную среду. Этот вариант позволяет объяснить сильную линейную поляризацию; поэтому он, по-видимому, реализуется в большинстве пульсаров (*NP 0532, PSR 0833—45, PSR 1929—10* и др.).

Конкретное положение слоя предельной поляризации определяется формулой [10]

$$\frac{\omega_L^2}{\omega^2} = \frac{c}{2\omega L_q} \frac{1 - \omega_H^2/\omega^2}{(1 + q^2)^{3/2}} \operatorname{tg}^2 \alpha$$

(здесь ω_L — плазменная частота, L_q — характерный масштаб изменения q вдоль луча). Из этой формулы и выражения для q нетрудно найти, что для пульсара в Крабе (диаграмма шириной около 20° , частота 300 Мгц) второй вариант реализуется, если в слое $q^2 = 1$, расположенным в области магнитосферы с магнитным полем $H \sim 30$ эрст, электронная плотность $N < 10^4$ эл. см $^{-3}$ (при оценках принималось, что $L_q \approx \approx 10^7$ см и величина угла α — порядка ширины диаграммы направленности излучения).

3-й промежуточный вариант, в котором слой $q^2 = 1$ и пределной поляризации совпадают, дает эллиптическую поляризацию на выходе в межзвездную среду. Мы уже отмечали, что знак вращения электрического вектора в волне зависит от того, тупой или острый угол с магнитным полем составляет волновой вектор. Поэтому в пределах диаграммы направленности для лучей, направленных над плоскостью магнитного экватора, знак вращения противоположен знаку вращения в лучах, проходящих ниже плоскости экватора. В экваториальной плоскости распространение строго поперечное вплоть до выхода в межзвездную среду (т. е. в этой плоскости, очевидно, имеет место вариант 2); поэтому в середине диаграммы направленности (в середине импульса) поляризация линейная, а по краям — эллиптическая. Именно такая смена поляризации по импульсу имеет место для пульсара *CP 0328*. Заметим, что для этого пульсара, имеющего диаграмму шириной около 2° , слой, формирующий поляризацию радиоизлучения на частоте 600 Мгц, располагается в области с параметрами: $N \sim 10^6$ эл. см $^{-3}$, $H \sim 10$ эрст.

В соответствии с наблюдениями эффект изменения характера поляризации по импульсу не будет зависеть от частоты, если выполнено следующее соотношение между электронной плотностью N , магнитным полем H и масштабом L_q :

$$\frac{NL_q}{H} = \text{const.}$$

Для пульсара *CP 0328* характерен также поворот плоскости поляризации по импульсу на угол $\chi \sim 1$ rad. Оценки показывают, что поворота именно такой величины следует ожидать из-за фарадеевского вращения в слоях плазмы, расположенных выше уровня $q^2 = 1$.

Для пульсаров, обладающих высокой линейной поляризацией излучения, уровень $q^2 = 1$, в соответствии со сказанным ранее, располагается значительно выше слоя предельной поляризации (2-й вариант распространения). Поскольку эффект Фарадея начинается выше уровня $q^2 = 1$, соответствующий поворот плоскости поляризации по импульсу для таких пульсаров должен быть незначительным. Это подтверждается на

примере пульсара в Крабе и пульсара $PSR\ 1929+10$. В то же время пульсар $PSR\ 0833-45$ не укладывается в эту схему: он обладает и высокой линейной поляризацией и обнаруживает систематический поворот плоскости поляризации по импульсу. Возможно, что это обусловлено близостью уровней $q^2 = 1$ и предельной поляризации, обеспечивающей значительное фарадеевское вращение (H_0 в рамках второго варианта); более вероятно, однако, что этот эффект объясняется изменением геометрии магнитного поля, но не в области генерации, как предполагалось в модели Радхакришнана и Кука [8], а выше—в слое предельной поляризации. Именно этот слой, а не область генерации, окончательно формирует характер наблюдаемой поляризации пульсаров. Конечно, в настоящее время, когда параметры области генерации остаются неизвестными, нельзя исключить и возможность того, что источник излучения сам располагается выше уровня предельной поляризации. В этом случае конечно, характер наблюдаемой поляризации будет определяться непосредственно источником.

В заключение заметим следующее. Проведенное рассмотрение основывалось на предположении, что в верхних слоях магнитосферы пульсара распространение радиоволн определяется нерелятивистской («холодной») плазмой. Однако весьма вероятно, что в окрестности пульсара плазма полностью релятивистская. В такой плазме при некоторых условиях (но отнюдь не всегда) поляризация обычных и необыкновенных волн—линейная в весьма широком интервале углов, за исключением узкой области вдоль поля H . Тогда характер наблюдаемой поляризации может зависеть от условий выхода радиоволн из релятивистской оболочки к «холодной» межзвездной среде. Основные принципы объяснения поляризации сохраняются и в этом случае, хотя конкретные оценки, разумеется, должны соответственно измениться.

ЛИТЕРАТУРА

1. A. G. Lyne, F. C. Smith, *Nature*, **218**, 124 (1968).
2. V. Radhakrishnan, D. J. Cooke, M. M. Komesaroff, D. Morris, *Nature*, **221**, 443 (1969).
3. D. A. Graham, A. G. Lyne, F. G. Smith, *Nature*, **225**, 526 (1970).
4. D. B. Campbell, C. Heiles, J. M. Rankin, *Nature*, **225**, 527 (1970).
5. R. R. Clark, F. G. Smith, *Nature*, **221**, 724 (1969).
6. H. D. Craft, J. M. Comella, E. D. Drake, *Nature*, **218**, 1122 (1968).
7. R. D. Ekers, A. T. Moffet, *Astrophys. J.*, **158**, 51 (1968).
8. V. Radhakrishnan, D. J. Cooke, *Astrophys. Lett.*, **3**, 225 (1969).
9. F. G. Smith, *Nature*, **223**, 934 (1969).
10. Б. Л. Гинзбург, В. В. Железняков, В. В. Зайцев, УФН, **98**, 201 (1969); *Astrophys. Space Sci.*, **4**, 464 (1969).
11. В. В. Железняков, Радиоизлучение Солнца и планет, изд. Наука, М., 1964; *Radio Emission of the Sun and Planets*, Pergamon Press, 1970, § 24.

Научно-исследовательский радиофизический институт
при Горьковском университете

Поступила в редакцию
17 сентября 1970 г.

POLARIZATION OF RADIO EMISSION FROM PULSARS

V. V. Zheleznyakov

The observed peculiarities of polarization of the radio emission from pulsars may be attributed to escaping of emission from the powerful magnetosphere of the neutron star into the interstellar media with a weak magnetic field.

УДК 523.164

СВЕРХТЕКУЧЕСТЬ И СВЕРХПРОВОДИМОСТЬ НЕЙТРОННЫХ ЗВЕЗД — ПУЛЬСАРОВ

Д. А. Киржниц

Статья представляет собой краткий обзор современного состояния вопроса о сверхтекучести и сверхпроводимости нейтронного вещества в недрах недавно открытых короткопериодных переменных источников — пульсаров. В статье обсуждаются наблюдательные данные и теоретические модели, позволяющие с большей степенью убедительности сделать заключение о сверхтекучести нейтронной и сверхпроводимости протонной компонент вещества пульсаров.

1. Около десяти лет назад, когда была понята физическая природа явления сверхпроводимости металлов, идея о сверхпроводящем (сверхтекучем) спаривании была с успехом распространена на вещество атомных ядер. Тогда же было замечено, что в сверхтекучем состоянии может находиться и вещество нейтронной звезды — объекта, представляющего собой по существу то же атомное ядро, но только неимоверно увеличенное в объеме [1]*. Однако в то время это замечание было в значительной степени беспредметным, так как не только отсутствовали реальные пути регистрации нейтронных звезд, но и само их существование в природе считалось далеко не бесспорным.

К середине 60-х годов в связи с возникновением рентгеновской астрономии появилась надежда детектировать горячие нейтронные звезды по их рентгеновскому излучению. Это возродило интерес к нейтронным звездам и стимулировало проведение количественных оценок сверхтекучих параметров нейтронного вещества и влияния сверхтекучести на тепловые свойства нейтронных звезд [4] (см. также [5–8]).

Наконец, в самое последнее время, когда отождествление пульсаров с вращающимися нейтронными звездами стало, по-видимому, общепринятым, появился целый ряд работ [9–15], в которых наряду с уточнением прежних оценок делаются уже прямые попытки объяснить сверхтекучестью нейтронного вещества ряд наблюдаемых свойств пульсаров.

Настоящая работа содержит краткий обзор проблем сверхтекучести и сверхпроводимости вещества в нейтронных звездах — пульсарах.

2. Прежде всего опишем модель нейтронной звезды, которая чаще всего рассматривается в литературе и которая будет использована для последующих оценок. В нейтронной звезде выделяются две области — сердцевина и кора. Радиус нейтронной звезды $R \sim 10^6$ см, толщина коры — 10^4 — 10^5 см. Вещество сердцевины представляет собой смесь нейтронной, протонной и электронной жидкостей; последние две составляют около нескольких процентов общей плотности, которая лежит в пределах $\rho \sim 10^{13}$ — 10^{15} г · см⁻³ (ядерная плотность находится в середине

* Сверхтекучесть нейтронного вещества вне связи с нейтронными звездами рассматривалась также в работах [2, 3].

этого интервала). Температура вещества в сердцевине $T \approx 10^8 - 10^9$ °, магнитное поле $H \approx 10^9 - 10^{12}$ эрст. Кора состоит из обычного электронно-ядерного вещества (с избытком нейтронов в ядрах во внутренних ее слоях), находящегося в твердом (кристаллическом) состоянии. Угловая скорость вращения звезды $\Omega \approx 10^1 - 10^2$ сек $^{-1}$.

3. Согласно теории сверхпроводимости система ферми-частиц, между которыми вблизи границы Ферми действуют силы притяжения в состоянии с нулевыми суммарным импульсом и спином, переходит при температуре, меньшей некоторой критической T_c , в сверхпроводящее (сверхтекущее) состояние. Именно таким в области сравнительно невысоких энергий оказывается взаимодействие между нейтронами, которое схематически описывается рис. 1. Это взаимодействие, хотя и неспособно привести к образованию стабильного бинейтрона, достаточно для возникновения куперовских нейтронных пар и энергетической щели в спектре возбуждений, что и равноценно переходу в сверхтекущее состояние.

Применение известной формулы теории сверхпроводимости

$$T_c \propto p_F^2/M \exp\left(2\pi^2/M p_F \int dr V(r)\right) \quad (1)$$

(p_F — граничный импульс, связанный с плотностью соотношением $\rho = Mp_F^3/3\pi^2$, M — масса нейтрона) дает простую оценку [4] $T_c \approx 1$ Мэв $\approx 10^{10}$, согласующуюся с данными по атомному ядру. Более точный расчет [11] приводит к изображенной на рис. 2 зависимости T_c от плотности. Падение T_c с уменьшением плотности связано с уменьшением предэкспоненциального фактора в (1); в том же направлении действует относительное уменьшение концентрации нейтронов. Уменьшение T_c с ростом плотности объясняется возрастанием роли сил отталкивания, действующих на малых расстояниях между нуклонами.

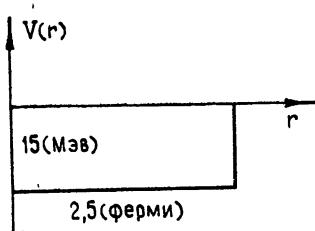


Рис. 1.

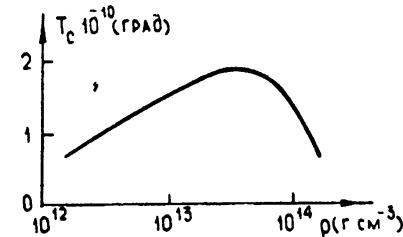


Рис. 2.

Менее определены оценки критической температуры сверхпроводящего перехода заряженной (протонной*) компоненты вещества. Из-за меньшей плотности и дополнительных кулоновых сил отталкивания можно ожидать меньшего — порядка $0.1 - 1$ Мэв — значения T_c . Критическое магнитное поле, разрушающее сверхпроводимость протонной компоненты, оказывается большим ($\sim 10^{14} - 10^{16}$ эрст). Еще большую величину имеет критическое магнитное поле, приводящее к исчезновению сверхтекучести нейтронной компоненты за счет «распаривания» спинов куперовской пары.

Из всего сказанного следует, что вещество в сердцевине (или, по меньшей мере, в некотором сферическом слое) нейтронной звезды мо-

* Сверхпроводимость электронной компоненты вещества в условиях сердцевины нейтронной звезды может считаться полностью исключенной.

жет находиться в сверхтекучем и сверхпроводящем состоянии, поскольку критические температура и магнитное поле превосходят реальные значения этих величин.

4. Переход более или менее значительного объема сердцевины нейтронной звезды в сверхтекучее и сверхпроводящее состояние мог бы существенно изменить ряд ее физических свойств.

Тепловые свойства. В сверхтекучем состоянии прежде всего резко уменьшается теплоемкость вещества и, тем самым, резко убыстряются процессы остывания и разогрева нейтронных звезд. Возникновение энергетической щели в спектре возбуждений нуклонов приводит к экспоненциальному уменьшению соответствующей части теплоемкости, описываемому фактором $\exp(-1,44 T_c/T)$. В действительности уменьшение полной теплоемкости не столь значительно из-за наличия еще звуковой ветви возбуждений. Однако в условиях нейтронной звезды последняя вносит весьма малый вклад $\sim 10^{-3} - 10^{-5}$ [4].

С другой стороны, возникновение энергетической щели может замедлить скорость ядерных процессов типа $n + n \rightarrow n + p + e + \bar{\nu}$, идущих с образованием нейтрино (антинейтрино) и сопровождающихся охлаждением звезды. Дело в том, что рождающийся протон должен иметь энергию, равную не энергии ферми-протонов, как в случае нормального состояния, а большее на величину энергетической щели значение [5-7].

Магнитные свойства. Вследствие выталкивания магнитного поля из сверхпроводящего объема (эффект Мейснера) можно было бы ожидать радикального изменения магнитных свойств нейтронной звезды при переходе ее в сверхпроводящее состояние. Однако из-за чрезвычайно высокой проводимости вещества нейтронной звезды в нормальном состоянии время такого выталкивания оказывается крайне большим и сравнимым с космологическим масштабом. Поэтому в действительности влияние сверхпроводимости на магнитные свойства нейтронной звезды не очень значительно [12-13].

Вращательные свойства. Аналогично можно было бы ожидать, что сверхтекучесть сильно скажется на вращательных свойствах нейтронной звезды, резко уменьшив ее момент инерции из-за отсутствия увлечения сверхтекучей компоненты вещества. Однако уже при ничтожных угловых скоростях $\sim 10^{-14} \text{ сек}^{-1}$ начнется образование параллельных оси вращения вихревых нитей, а при реальных значениях угловой скорости возникнет развитая система таких нитей, характеризующаяся плотностью $\sim 10^5 \text{ см}^{-2}$. В результате вещество нейтронной звезды должно вращаться как твердое тело [4].

5. Имеются два наблюдательных факта, относящихся к пульсарам, которые могут быть объяснены наличием в нейтронной звезде сверхтекучих (сверхпроводящих) областей.

Модуляция угловой скорости пульсара в Крабе. Эти модуляции, происходящие с периодом 3-х месяцев [16], было бы естественно связать с собственными колебаниями пульсара, сопровождаемыми изменением его вращательных свойств и происходящими с тем же периодом*. Однако большинство таких мод колебаний имеют слишком малый — самое большое сутки — период. Лишь колебания плотности системы вихревых нитей, приводящие к колебаниям момента инерции звезды, имеют как раз нужный период $140 R/\Omega^{1/2} \text{ сек} \approx 4 \text{ мес}$. Такие колебания могут возбуждаться при внезапных изменениях угловой скорости звезды (см. ниже) [14].

* Такое объяснение кажется более предпочтительным (хотя и менее впечатляющим), чем планетная гипотеза.

Особенности замедления вращения пульсара в Веле X. Как показывают наблюдения [17, 18], на фоне медленного уменьшения угловой скорости с характерным временем $\tau = -\dot{\Omega}/\ddot{\Omega} \approx 2400$ лет возникает внезапное, хотя и незначительное увеличение угловой скорости $\Delta\dot{\Omega}/\dot{\Omega} \approx 10^{-6}$, сопровождаемое увеличением углового ускорения $\Delta\ddot{\Omega}/\ddot{\Omega} \approx 10^{-2}$ (рис. 3).

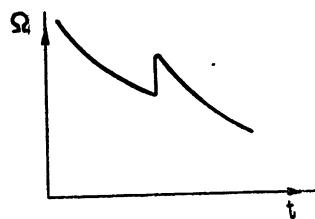


Рис. 3.

Динамика вращения пульсара в сильной степени зависит от механизма передачи углового момента от нейтронной компоненты, несущей основную долю момента инерции звезды, к заряженной компоненте, передающей момент в магнитосферу и далее во внешнее пространство. Этот механизм можно характеризовать коэффициентом трения или временем релаксации τ_0 . Исходя из представления, что внезапное ускорение вращения связано с изменением момента инерции звезды за счет

разломов в коре («звездотрясения»), можно связать введенные выше величины соотношением $\Delta\dot{\Omega}/\dot{\Omega} \approx \Delta\Omega\tau/\Omega\tau_0$. Отсюда получается оценка $\tau_0 \approx 1$ года. Эта колossalная величина свидетельствует о крайне низком трении между заряженными и нейтральными частицами. Достаточно сказать, что для вещества в нормальном состоянии из-за сильного взаимодействия нуклонов получилась бы оценка $\tau_0 \approx 10^{-17}$ сек. Если бы сверхтекучими были только нейтроны, то $\tau_0 \approx 10^{-6}$ лет. Наконец, в случае сверхтекучести и нейтронной и протонной компонент возникает как раз нужная оценка $\tau_0 \approx 1$ года. При этом механизм трения состоит во взаимодействии магнитного момента электрона с несверхтекучими стволами вихревых нитей [12, 15].

6. Подводя итоги, можно сказать, что гипотеза о сверхтекучести и сверхпроводимости вещества нейтронных звезд—пульсаров—получила к настоящему времени хотя и косвенные, но достаточно серьезные подтверждения и заслуживает дальнейшей разработки.

В заключение можно отметить, что переход в сверхтекучее состояние — это не единственный механизм упорядочения нуклонной жидкости в условиях нейтронной звезды. Заслуживает внимания также ферромагнитный переход [19, 20], конкурирующий со сверхтекучим в области высоких плотностей, а также кристаллизация нейтронной жидкости [21, 22].

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Б. Мигдал, ЖЭТФ, 37, 249 (1959).
2. K. Bueckner, J. Gammel, J. Kubis, Phys. Rev., 118, 1095 (1960).
3. P. Sood, S. Moszkowsky, Nucl. Phys., 21, 582 (1960).
4. B. Л. Гинзбург, Д. А. Киржнич, ЖЭТФ, 47, 2006 (1964).
5. R. Wolf, Astrophys. J., 145, 834 (1966).
6. J. Bahcall, R. Wolf, Phys. Rev., 140, B1445 (1965).
7. A. Finzi, R. Wolf, Astrophys. J., 153, 835 (1968).
8. B. Л. Гинзбург, УФН, 97, 601 (1969).
9. M. Ruderman, Coll. de CNRS, № 6/69 (1969).
10. J. Clark, N. Chao, Let. Nuovo Cim., 2, 185 (1969).
11. N. Itoh, Superconducting state of neutron stars, Preprint, Kyoto Univ., 1969.
12. G. Baym, C. Pethick, D. Pines, Nature, 224, 673 (1969).
13. G. Baym, C. Pethick, D. Pines, Nature, 224, 674 (1969).
14. M. Ruderman, Nature, 225, 619, 838 (1970).
15. G. Baym, C. Pethick, D. Pines, M. Ruderman, Nature, 224, 872 (1969).
16. D. Richards, G. Pettengill, C. Councilman, F. Rankin, JAU Circ. № 2180, 30 (1969).
17. V. Radhakrishnan, R. Manchester, Nature, 222, 228 (1969).
18. P. Rechley, G. Downs, Nature, 222, 229 (1969).
19. D. Brownell, J. Callaway, Nuovo Cim., 60B, 169 (1969).

20. J. Clark, Phys. Rev. Lett., **23**, 1463 (1969).
21. A. Overhauser, Phys. Rev. Lett., **4**, 415 (1960).
22. Д. А. Киржнитц, Ю. А. Непомнящий, Письма в ЖЭТФ, **3**, 86 (1966); ЖЭТФ (в печати).
23. В. Л. Гинзбург, Пульсары (теоретические представления), препринт ФИАН, 1970; УФН (в печати)
24. D. Pines, Inside neutron stars, Preprint Nordita, 1970 (to be published in the Proceedings of the XII Intern. Conf. on Low Temp. Physics).

Физический институт им П. Н. Лебедева
АН СССР

Поступила в редакцию
26 марта 1970 г.

SUPERFLUIDITY AND SUPERCONDUCTIVITY OF NEUTRON STARS-PULSARS

D. A. Kirzhnits

The paper is a brief critical review of the modern state of the problem on superfluidity and superconductivity of the neutron matter inside the interior of recently discovered shortperiodic variable sources—pulsars. The observation data are discussed, as well as theoretical models enabling one to make surely a conclusion on superfluidity and superconductivity of the neutron and proton components of the pulsar matter.

Примечание при корректуре. За время, прошедшее после написания статьи, появились новые данные, уточняющие и подкрепляющие основной вывод о сверхтекучести и сверхпроводимости вещества пульсара (см. [23, 24]).

УДК 523.164 4

ДВА ПОКОЛЕНИЯ ПУЛЬСАРОВ

В. Ф. Шварцман

Через $10^7 - 10^8$ лет после рождения пульсара выброс вещества с нейтронной звезды, по-видимому, сменяется падением межзвездного газа на нее. При этом пульсар, уже успевший почти «потухнуть», снова ярко вспыхивает—на сей раз за счет акреции.

Если магнитные поля нейтронных звезд затухают, то смена эжекции акрецией происходит при $H_0(t) \sim 10^6 - 10^8$ э. На фронте ударной волны, возникающей в результате акреции, возбуждаются плазменные колебания. Конверсия последних в электромагнитные волны порождает когерентное радиоизлучение с узкой диаграммой направленности и линейной поляризацией. Условия для генерации когерентного излучения возникают также при стоке плазмы в приполярных областях; соответствующая диаграмма направленности — карандашная. Если, однако, магнитное поле у поверхности звезды не затухает и достаточно велико ($H_0 \gg 10^8$ э), то падающая плазма будет увлекаться вращающейся магнитосферой и выбрасываться вдоль экватора обратно в межзвездное пространство. Соответствующие $v_{ej} \sim c$, а вся картина напоминает модель Голда [4] молодого пульсара

Статистика наблюдений говорит в пользу того, что регистрируемые сегодня пульсары представляют собой две группы, т. е. относятся к двум «поколениям», соответствующим процессам выброса вещества и акреции.

Обычно полагают, что с течением времени светимость пульсаров монотонно падает. Однако как только интенсивность звездного ветра становится ниже критической, выбрасывание вещества с любой звезды должно сменяться акрецией [1]. Акреция, согласно нижеследующему, приводит к условиям, обеспечивающим генерацию когерентного радиоизлучения с узкой диаграммой направленности, линейной поляризацией, мощностью $10^{27} - 10^{29}$ эрг·сек⁻¹ и максимумом излучения между 1 и 100 Мгц. Являются ли наблюдавшие в настоящее время пульсары представителями двух поколений, соответствующих процессам эжекции и акреции, или же пульсары в состоянии акреции еще не открыты? Статистика наблюдений говорит в пользу первого утверждения. Однако пока вопрос следует считать открытым.

1. СМЕНА ЭЖЕКЦИИ АКРЕЦИЕЙ

Энерговыделение молодой нейтронной звезды связано в основном с замедлением ее вращения. Последнее должно быть обусловлено магнитодипольными потерями [2, 3], торможением на границе обрывающейся магнитосферы [4, 5], релятивистским «звездным ветром» [6] и т. п. Общим для большинства известных моделей является то, что излучению радиоволн предшествует образование релятивистских частиц, т. е. эжекция вещества. Мощность эжекции Q должна быстро падать со временем. Направлено, согласно [2-5],

$$Q \propto k(P) \frac{dE_{\text{rot}}}{dt}, \quad \frac{dE_{\text{rot}}}{dt} \propto \frac{1}{P^4} \propto \frac{1}{t^2}. \quad (1)$$

Здесь E_{rot} — энергия вращения нейтронной звезды, t — ее возраст, P — период вращения; в (1) предполагается, что магнитное поле звезды

$H \neq H(t)$. Коэффициент $k(P)$ определяется конкретными механизмами и, вообще говоря, делает зависимость $Q(P)$ еще более резкой.

При $t \sim 10^7 - 10^8$ лет светимость пульсаров на стадии эжекции становится, по-видимому, настолько малой, что они перестают быть доступными наблюдениям. Ряд авторов полагает [7, 8], что магнитные поля нейтронных звезд экспоненциально затухают с характерным временем $\sim 5 \cdot 10^6$ лет; в таком случае по прошествии этого срока величина Q также будет падать экспоненциально.

С уменьшением эжекции уменьшаются размеры области, из которой происходит «выметание» частиц межзвездного газа. Когда мощность истечения опускается ниже критической Q_{kp} , радиус «каверны» оказывается меньше радиуса действия сил гравитации нейтронной звезды (т. е. $r = r_c$, см. (3)), каверна «схлопывается» и эжекция сменяется акрецией [1]. При этом критическая мощность

$$Q_{kp} \approx 10^{25} \left(\frac{M}{M_\odot} \right)^2 \frac{v_{ej}}{c} \left(\frac{10^5 \text{ К}}{T_c} \right)^2 \frac{n_r k T_c + H_c^2 / 8\pi}{10^{-12} \text{ дин} \cdot \text{см}^{-2}} \text{ (эрз} \cdot \text{сек}^{-1}). \quad (2)$$

Здесь M — масса звезды, v_{ej} — скорость эjectируемых частиц, T_c — температура межзвездной плазмы, H_c — напряженность связанных с нею магнитных полей, n_r — число атомов водорода в см^3 . Значения всех величин берутся на расстоянии r_c , начиная с которого происходит падение вещества на звезду:

$$r_c \approx GMm_H/kT_c \approx 10^{13} (M/M_\odot) (10^5 \text{ К}/T_c) \text{ см}. \quad (3)$$

Здесь $T_c \sim (2,5-50) \cdot 10^4 \text{ К}$ — в зависимости от параметров нейтронной звезды и скорости ее пекулярного движения, $n_c \sim n_\infty$ (на бесконечности) [9]. Величина T_c определяется ионизацией газа ультрафиолетовым и рентгеновским излучением нейтронной звезды, возникающим при акреции [9]. Нагрев плазмы когерентным длинноволновым излучением [10, 11] на расстояниях $r > 10^9 \text{ см}$ не эффективен, его влияние на дальнейшее падение газа также несущественно (см. Приложение 1).

Отметим, что мощность (2) является критической не только по отношению к эжекции быстрых частиц, но и по отношению к излучению сверхдлинных волн с $\nu \sim 0,1 - 10 \text{ Гц}$, целиком отражаемых межзвездной плазмой (вариант работы [2]). Далее мы это не будем специально оговаривать.

Ради простоты ниже положено, что скорость движения нейтронной звезды относительно межзвездного газа $v_{hz} = 0$. Учет пекулярной скорости соответствует введению в выражение для потока массы на звезду $\frac{dM}{dt}$ мало существенного множителя вида $[1 + (v_{hz}/a)^2]^{3/2}$, где a — скорость звука [12] (напомним, что $T = 10^5 \text{ К}$ соответствует $a \sim 30 \text{ км} \cdot \text{сек}^{-1}$). Картина течения газа при $r \ll r_c$ в обоих случаях одинакова.

2. ФРОНТ ОСТАНОВКИ*

Поток останавливается на радиусе r_1 , где давление магнитного поля, окружающего звезду, сравнивается с давлением на поле падающего вещества: $H^2/8\pi = \rho v^2$. Пренебрегая пока угловой зависимостью, полагая $H(r) = H_0(r_0/r)^3$ и пользуясь стандартным выражением для потока массы на звезду [15],

* Акреция на магнитное поле, полностью прижатое к нейтронной звезде, рассматривалась впервые авторами [13] в связи с проблемой рентгеновских источников. Форма фронта остановки обсуждалась также в [14].

$$\frac{dM}{dt} = \delta(\gamma) \frac{4G^2 M^2}{c^3} \rho_\infty \left(\frac{kT_c}{mc^2} \right)^{-3/2} \approx 3 \cdot 10^9 \left(\frac{M}{M_\odot} \right)^2 \left(\frac{T_c}{10^5} \right)^{-3/2} n_\infty (z \cdot \text{сек}^{-1}), \quad (4)$$

имеем

$$r_1 = a(\gamma) r_0 (r_0/2GM)^{5/7} c^{6/7} (m_n n_\infty)^{-2/7} (kT_c/mc^2)^{3/7} H_0^{4/7}. \quad (5)$$

Здесь $\rho_\infty = \pi H^4$ — плотность межзвездного газа, индекс «0» относится к поверхности звезды, $\delta(\gamma)$ и $a(\gamma)$ — функции показателя адиабаты γ [$0.36 \approx \delta(5/3) < \delta(\gamma) < \delta(4/3) \approx 1.4$; $1.1 \approx a(5/3) > a(\gamma) > a(4/3) \approx 0.74$]. При выводе (5) учтено, что когда $r < r_c$, падение газа близко к свободному: $v \propto r^{1/2}$, $n \propto r^{-3/2}$ [15]. Влиянием на падение магнитных полей, присутствующих в плазме, мы пренебрегаем. Подставляя в (5) значения констант, получим*

$$r_1 = 5 \cdot 10^7 (H_0/10^7 \text{ э})^{1/7} (T_c/10^5 \text{ °})^{3/7} n_\infty^{-2/7} (\text{см}); \quad (5a)$$

$$H_1 = 2 \cdot 10^2 (H_0/10^7 \text{ э})^{-5/7} (T_c/10^5 \text{ °})^{-9/7} n_\infty^{6/7} (\text{э}). \quad (6)$$

Отметим, что радиус остановки r_1 гораздо меньше радиуса r_c , с которого начинается падение вещества (см. (3)); сравняться r_1 и r_c могли бы лишь при совершенно нереальных полях $H_0 \sim 10^{17}$ э. Следовательно, рассмотрение падения газа вплоть до r_1 как свободного законно, равно как и использование «стандартной» формулы для $\frac{dM}{dt}$.

Картина дальнейшего течения газа существенно различна в двух предельных случаях. Если поле у поверхности нейтронной звезды

$$H_0 \ll H_0^* \approx 10^8 P^{7/8} n_\infty^{1/2} (T_c/10^5 \text{ °})^{-3/7} (\text{э}) \quad (7)$$

и, соответственно, радиус остановки

$$r_1 \ll r_1^* \approx 2 \cdot 10^8 P^{2/3} (\text{см}), \quad (8)$$

то скорость вращения границы магнитосферы $v_{\text{rot}} = 2\pi r_1/P$ гораздо меньше скорости падения газа на нее $v_p = \sqrt{2GM/r_1}$. В этом случае на $r = r_1$ образуется бесстолкновительная ударная волна, на фронте которой энергия падения вещества трансформируется в энергию плазменных колебаний и затем в радиоизлучение объекта (см. разд. 3, 4). При этом вращение звезды практически не влияет на процессы вблизи r_1 .

Если же для H_0 справедливо неравенство, обратное (7), и $v_{\text{rot}} \gg v_p$, то падающая плазма будет увлекаться магнитосферой и выбрасываться обратно в межзвездное пространство. Соответствующие скорости $v_p \sim c$, а вся картина (см. разд. 5) весьма похожа на известную модель Голда [4], с той, однако, разницей, что теперь эжекция имеет место лишь в экваториальной плоскости (по всем остальным направлениям газ падает к звезде) и происходит за счет вещества межзвездного пространства. Напомним, что мы рассматриваем эпоху, когда мощность истечения из короны нейтронной звезды (излучения сверхдлинных волн, согласно [2]) оказывается уже недостаточной, чтобы противостоять акреции.

Есть основания полагать [16, 17], что по крайней мере для части нейтронных звезд реализуется $H_0 \ll 10^8$ э, т. е. первый вариант. Индекс «in» (initial) подчеркивает, что речь идет о начальных полях нейтрон-

* Если магнитные поля нейтронных звезд затухают (в пользу чего говорят наблюдения, см. далее), то смена эжекций акрецией должна происходить при $H_0(t) \sim 10^6 \rightarrow 10^8$ э.

ной звезды; на самом деле внешние магнитные поля нейтронной звезды, связанные с токами, текущими в оболочке звезды, по-видимому, затухают за характерное время $t_d \sim 10^7$ лет (см. [7-8-18], рис. 4, 5, разд. 7). Если поля затухают, то для всех нейтронных звезд заведомо реализуется первый вариант: в случае $H_0 \sim 10^9 - 10^{12}$ э, как легко показать, смена эжекции аккрецией происходит при $H_0(t) = 10^6 - 10^8$ э, а при $H_0(t) = 3 \cdot 10^4$ э поле прижимается к поверхности нейтронной звезды и раствор диаграммы направленности $\omega \rightarrow \pi$.

Ниже будет рассмотрена акреция на магнитосферу нейтронной звезды в обоих вариантах: $H_0 \sim 10^6 - 10^8$ э (разд. 3, 4) и $H_0 \sim 10^9 - 10^{12}$ э (разд. 5).

3. ГЕНЕРАЦИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ ($H_0 < 10^8$ э)

В указанном варианте вращение магнитосферы практически не влияет на процессы вблизи r_1 . Остановка падающего на звезду потока плазмы сопровождается образованием бесстолкновительной ударной волны, на фронте которой генерируются плазменные колебания. При этом (см. (5 а))

$$\begin{aligned} n'_1 &\approx n_1 \frac{\gamma_1 + 1}{\gamma_1 - 1} \approx n_\infty \left(\frac{r_c}{r_1} \right)^{3/2} \frac{\gamma_1 + 1}{\gamma_1 - 1} \approx \\ &\approx 0.8 \cdot 10^8 \left(\frac{H_0}{10^7 \text{ э}} \right)^{-6/7} n_\infty^{10/7} \left(\frac{T_c}{10^6 \text{ °}} \right)^{-15/7} (\text{см}^{-3}); \end{aligned} \quad (9)$$

$$\omega_L = \sqrt{\frac{4\pi e^2 n'_1}{m_e}} \approx 2\pi \cdot 2.5 \cdot 10^7 \left(\frac{H_0}{10^7 \text{ э}} \right)^{-3/7} n_\infty^{5/7} \left(\frac{T_c}{10^6 \text{ °}} \right)^{-15/14} (\text{сек}^{-1}). \quad (10)$$

Механизмы возбуждения плазменных волн направленными пучками в условиях короны пульсара при различных соотношениях между ω_{H_e} , ω_L и ω_H , (ω_{H_e} , ω_H — гироизмены электронов и ионов) подробно описаны, например, в обзоре [16]. В дополнение отметим лишь, что в рассматриваемом нами случае для значительного диапазона n_∞ и H_0 выполняются неравенства $\omega_H \ll \omega_L \ll \omega_{H_e}$ (см. далее (18)), поэтому существенным может быть механизм Векслера [19], обеспечивающий эффективную перекачку энергии падающих протонов в электроны пучка. Рассмотрение показывает (ср. [16]), что плазменные волны эффективно генерируются для углов падения, близких к нормальному, причем энергия колебаний оказывается, по-видимому, сравнимой с энергией магнитного поля, т. е. порядка энергии потока: $W \sim H^2/8\pi \sim \rho v^2$.

Как известно, коэффициент конверсии плазменных волн в электромагнитные за счет индуцированного рассеяния близок к единице, когда

$$\beta I_l \gg \mu_c, \quad \beta I_l l \gg 1. \quad (11)$$

Здесь I_l — интенсивность плазменных волн, β — коэффициент индуцированного рассеяния, μ_c — коэффициент поглощения радиоволн из-за соударений, l — размеры излучающей области. Численно в пульсарных условиях при $n_e \sim 10^8 \text{ см}^{-3}$ эти неравенства могут быть переписаны в виде [16]

$$W_l \gg 10^{-5} \text{ эрг} \cdot \text{см}^{-3}, \quad l \gg 10^3/W_l (\text{см}). \quad (12)$$

Используя (6), легко оценить наш случай:

$$W_l \sim H^2/8\pi \sim 10^2 (H_0/10^7 \text{ э})^{-10/7} (T_c/10^6 \text{ °})^{-18/7} n_\infty^{12/7} (\text{эрг} \cdot \text{см}^{-3}); \quad (13)$$

неравенства (12) заведомо выполняются. Таким образом, при аккреции на магнитосферу нейтронной звезды в электромагнитное излучение трансформируется энергия, сравнимая с энергией падающего потока:

$$L_1 = A \varphi \frac{dM}{dt} \approx 10^{28} \left(\frac{H_0}{10^7 \text{ э}} \right)^{-4/7} n_{\infty}^{9/7} \left(\frac{T_c}{10^6 \text{ °}} \right)^{-27/14} (\text{эрг} \cdot \text{сек}^{-1}). \quad (14)$$

Здесь $\varphi = GM/r_1$ — гравитационный потенциал на радиусе остановки r_1 , для $\frac{dM}{dt}$ использована формула (4), коэффициент A определяется геометрией магнитосферы ($A \approx 0,5$, см. разд. 4).

4. ОБЪЯСНЕНИЕ НАБЛЮДАЕМЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ДЛИНОПЕРИОДИЧЕСКИХ ПУЛЬСАРОВ ($H_0 < 10^8 \text{ э}$)

а) Светимость и частота. При $H_0 \sim 10^5 - 10^8 \text{ э}$ величины L_1 и v_L^1 , даваемые формулами (14), (10), весьма близки к оцениваемым у старых пульсаров. Светимости пульсаров приведены на рис. 4. Частота v_L должна соответствовать максимуму в спектре. Пока наблюдения ограничены $v \geq 80 \text{ Мгц}$ и максимумы зарегистрированы у очень немногих объектов (например, CP 0328, CP 1133; $v_{\max} \sim 10^8 \text{ гц}$); для большинства пульсаров с $\tau_0 > 10^7 \text{ лет}$ максимумы лишь намечаются и приходятся, по-видимому, на $v \sim (1-3) \cdot 10^7 \text{ гц}$ [20-22]. Отметим, что рассматриваемая нами модель предсказывает однозначную связь между L и v_{\max} для аккрецирующих пульсаров. Действительно, учитывая (10) и (14), найдем

$$v_{\max} = 3 \cdot 10^7 (L/10^{28} \text{ эрг} \cdot \text{сек}^{-1})^{3/4} n_{\infty}^{-1/4} (T_c/10^5 \text{ °})^{3/8} (\text{гц}). \quad (15)$$

Для пульсаров с известными v_{\max} согласие с формулой хорошее.

б) Диаграмма направленности. При аккреции падающее вещество подминает поле* и фронт остановки имеет вид, изображенный на рис. 1. При углах падения, близких к нормальному, эффективно генери-

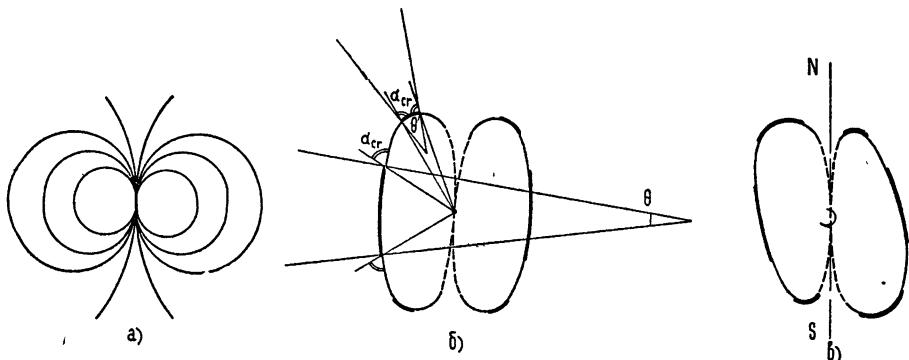


Рис. 1. Магнитосфера нейтронной звезды при аккреции.

Слева для сравнения изображен неискаженный диполь. Сплошная кривая поверхность остановки, жирные кривые фронты излучения. Пунктиром обозначены области "соскальзывания". Рис. 1в иллюстрирует роль вращения.

руются плазменные колебания, поэтому экваториальные области оказываются источником когерентного излучения (см. разд. 3). Соответствующая диаграмма направленности — веерная, ее раствор θ гораздо меньше критического угла падения χ_{kp} . Из рис. 1 видно, что условие

* В принципе, большую роль в формировании магнитосферы могут играть также наведенные токи.

$\chi < \chi_{kp}$ может выполняться для значительной части падающего вещества ($\alpha \equiv \pi/2 - \chi$).

в) *Двугорбость и предимпульсы.* Разумеется, магнитосферу можно считать симметричной относительно оси *NS* лишь в том случае, если скорость вращения границы магнитосферы $v_{ret} \ll v_p$ — скорости падения газа на нее. Однако когда $v_{rot} \sim v_p$ (т. е. $H_0 \sim 10^8$ э), магнитосфера должна быть резко асимметричной (рис. 1 в). Диаграмма направленности становится сложной, возможно появление второго горба, предимпульсов, расположенных асимметрично относительно основного импульса.

Отметим, что колебания формы магнитосферы естественно приведут к изменчивости импульса от периода к периоду и к появлению тонкой структуры.

г) *Миллисекундные подпериоды.* Особенно легко могут возбуждаться радиальные колебания магнитосферы. Они будут характеризоваться низкой добротностью q и периодом основной гармоники

$$P_2 \sim \frac{r_1}{\sqrt{2GM/r_1}} \approx 20 \left(\frac{L}{10^{28} \text{ эрг} \cdot \text{сек}^{-1}} \right)^{-3/2} n_{\infty}^{3/2} \left(\frac{T_c}{10^5 \text{ }^\circ} \right)^{-9/4} (\text{мсек}) \quad (16)$$

(см. (5 а) и (14)). Как известно, наблюдаемые вторые периоды имеют $q \sim 10^3$ и $P_2 = 10 - 110$ мсек; из шести пульсаров, заведомо имеющих вторые периоды, 5 — длиннопериодические ($P > 0,9$ сек). Однако и короткопериодический пульсар *AP 2015* на самом деле чрезвычайно старый ($\tau_0 = 1,4 \cdot 10^8$ лет), см. табл. 1 и разд. 7.

Таблица 1
Пульсары, у которых обнаружены миллисекундные подпериоды [36-38]

Пульсар	P (сек)	τ_0 (лет)	P_2 (мсек)
<i>AP 2015 + 28</i>	0,6	$1,4 \cdot 10^8$	10,7
<i>MP 0 33</i>	0,94		58
<i>PP 0943</i>	1,09		~60
<i>CP 0334</i>	1,27	$0,6 \cdot 10^7$	110
<i>CP 0808</i>	1,29	$> 1,8 \cdot 10^9$	53,6
<i>CP 1919</i>	1,34	$3,2 \cdot 10^7$	15,5

Частота встречаемости h миллисекундных подпериодов

	$P < 0,9$ сек	$P > 0,9$ сек
Общее число пульсаров, N	34	16
Число пульсаров, у которых обнаружены подпериоды, k	1	5
$h \equiv k/N$	0,029	0,312

д) *Поляризация.* В условиях пульсаров обеспечена преимущественная генерация волны одного типа (обыкновенной или необыкновенной). Эта волна приобретает в источнике линейную поляризацию, если [16]

$$(\omega_H/\omega) \operatorname{tg}^2 \alpha \sin^2 \alpha \gg (1 - \omega_L/\omega)^2. \quad (17)$$

Здесь α — угол между магнитным полем и волновым вектором k . Достаточным для выполнения (17) в широком интервале углов является условие $\omega \sim \omega_L \ll \omega_H$, всегда справедливое при аккреции на нейтрон-

ную звезду с $H_0 \leq 10^8$ э. Действительно, неравенство $\omega_L \ll \omega_H$ можно переписать, используя (6), (10) в виде

$$24 (H_0/10^7 \text{ э})^{-2/7} n_\infty^{1/7} (T/10^6 \text{ °})^{-3/14} \gg 1. \quad (18)$$

Как известно, излучение большинства пульсаров поляризовано линейно; наблюдаемые в ряде случаев вариации могут быть объяснены условиями, существующими в области перехода радиоволны в межзвездную среду [16].

е) Изменение периода. К настоящему времени отличное от нуля значение $\frac{dP}{dt}$ удалось зарегистрировать у 13 из 50 известных пульсаров. Могли ли попасть в их число пульсары аккрецирующего «поколения», если $H_0 < 10^8$ э? На этот вопрос нет окончательного ответа.

При акреции, как и при эжекции, торможение вращения нейтронной звезды должно возникать по двум причинам: из-за излучения гравитационных волн и вследствие электромагнитных потерь. О важности гравитационного торможения в стадии эжекции дает указание, возможно, рис. 6, а также измерения $\frac{dP}{dt}$ у пульсара NP 0532 [23] (см., однако, [24])

и оценка возраста этого объекта [25]. На это же указывают, по-видимому, характеристики «сбоя» пульсара в Веле [26] (о другой возможности см. [27]). У длиннопериодических пульсаров уход периода $(\frac{dP}{dt})_{\text{grav}} \sim \sim 10^{-15} - 10^{-16}$ возникнет, если вытянутость нейтронной звезды $\epsilon \equiv (a - b)/b \sim 10^{-5}$ (см. [28]), что в 4—8 раз больше величины, предполагаемой у NP 0532. Отметим, что затухание внешнего магнитного поля нейтронной звезды, связанного с токами, текущими в ее оболочке, не должно иметь отношения к внутренним полям, деформирующими звезду, для которых $t_{\text{dis}} \gg 10^{-9}$ лет.

Расчет электромагнитного торможения при акреции весьма труден. Очевидно, вращение асимметричного магнитоида (рис. 1) в плотной замагниченной плазме должно приводить к возникновению магнитогидродинамических волн, которые могут, в принципе, тормозить вращение. Специфика заключается в том, что плазма не покоятся, а натекает на звезду со скоростью v_1 , близкой к параболической v_p и превосходящей тепловую скорость движения ионов v_t . Расчеты показывают, что в ходе падения показатель адиабаты $\gamma = 5/3$, а $v_t \sim v_p/2$. Казалось бы, в подобных условиях передача вращательного момента в направлении, противоположном движению плазмы, невозможна. На самом деле, однако, падающая плазма замагничена, причем силовые линии в значительной степени вытянуты вдоль радиуса. Если напряженность магнитных полей достаточно велика, то $v_H \sim H/\sqrt{4\pi\rho} > v_1$, что приведет к передаче вращения наружным слоям. При этом в плоскости, перпендикулярной оси вращения, на некотором расстоянии $r \gg r_s$ (границы магнитосферы) должен происходить отток части вещества от звезды. Возможность одновременного сосуществования режимов эжекции и акреции была указана в [1]. Пример такого рода дан также ниже, в разд. 5.

5. ВАРИАНТ БОЛЬШИХ ПОЛЕЙ

Если к моменту наступления акреции поля у поверхности нейтронной звезды велики ($H_0 \gg 10^8$ э), то скорость вращения границы магнитосферы (см. (6)).

$$v_{\text{rot}} = 1.5 \cdot 10^{10} (H_0/10^{10} \text{ э})^{4/7} (T/10^6 \text{ °})^{3/7} n_\infty^{-2/7} P^{-1} (\text{см. сек}^{-1}), \quad (19)$$

гораздо больше параболической. Основная часть падающей на звезду плазмы должна поэтому увлекаться магнитным полем и выбрасываться обратно в межзвездное пространство с $v \sim c$. Соответствующая картина течения, характеризуемая сосуществованием двух режимов, описана в разд. 2. Механизмы радиоизлучения нейтронной звезды, связанные с эжекцией звездой релятивистских частиц, неоднократно рассматривались [4, 5, 25]. Поэтому ниже мы ограничимся лишь ориентировочными оценками мощности эжекции Q и ухода периода $\frac{dP}{dt}$ в нашем случае:

$$Q \sim \frac{dE_{\text{rot}}}{dt} \sim \frac{dM}{dt} c^3 \sim 10^{30} (\text{эрз}\cdot\text{сек}^{-1}); \quad (20)$$

$$\frac{dP}{dt} = - P^3 \frac{dE_{\text{rot}}}{dt} (2\pi)^{-2} I^{-1} \sim 10^{-15} (\text{сек}\cdot\text{сек}^{-1}). \quad (21)$$

Здесь положено, что энергия частиц $E \sim mc^2$, и использованы формулы (4), (1). Полученные значения для Q и $\frac{dP}{dt}$ весьма близки к наблюдаемым у старых объектов ($Q \sim 10^{-2} L$, см. ниже), а вся схема в целом напоминает модель молодого пульсара, предложенную Голдом [4], разумеется, с точностью до «резервуара» плазмы. Впрочем, небольшая часть вещества должна стекать по полюсам к звезде, вызывая специфические эффекты (разд. 6, 8).

Итак, акреция на магнитосферу нейтронной звезды, по-видимому, автоматически приводит к условиям, обеспечивающим генерацию когерентного излучения — как в случае $H_0 < 10^8$ э, так и в случае $H_0 > 10^8$ э.

6. ДРУГИЕ МЕХАНИЗМЫ КОГЕРЕНТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ, ВОЗМОЖНОСТЬ КАРАНДАШНОЙ ДИАГРАММЫ И ОПТИЧЕСКИХ ИМПУЛЬСОВ

В обоих вариантах ($H_0 < 10^8$ э, $H_0 > 10^8$ э) при $r < r_1$ также реализуются условия для генерации когерентного излучения. Ниже перечисляются соответствующие механизмы; оценки приведены для случая $H_0 \leq 10^8$ э как более вероятного.

а) При остановке вещества на $r = r_1$ должны возникать релятивистские электроны, которые, двигаясь вместе с замагниченной плазмой, могут порождать индуцированное синхротронное излучение. В случае $H_0 < 10^8$ э это до некоторой степени аналог радиационных поясов модели [16, 17]. При акреции на нейтронную звезду возникновение подобных электронов с резко неравновесным спектром весьма вероятно. Действительно, при акреции поток падающих частиц строго моноэнергетичен; в ходе его остановки благодаря механизму Векслера практически вся энергия падения перекачивается в энергию электронов, доля $(1 - \alpha)$ последней переходит в энергию плазменных колебаний и высвечивается (разд. 3). Таким образом, речь идет о свечении электронов с энергией $E_e = \alpha (Gm_p M/r_1) \approx 0.5 - 50 \text{ Мэв}$ в полях $H_1 = 50 - 5000$ э (формулы (5), (6)). Относительную когерентность синхротронного механизма при указанных условиях см. [18, 19]; возникающая светимость может быть порядка (15), т. е. для разных H_0 от 10^{27} до 10^{29} эрг·сек $^{-1}$ на частотах ν от 10^8 до 10^{15} Гц. Диаграмма направленности для $H_0 \leq 10^8$ э может быть как веерной, так и карандашной.

б) Все вещество, подвергшееся акреции и остановленное магнитосферой нейтронной звезды, должно в конце концов попасть на поверхность звезды. Благодаря желобковой неустойчивости просачивание плазмы сквозь магнитное поле будет, по-видимому, иметь место на всех

широтах*. Дрейф частиц в область более высоких широт, вероятно, ограничен из-за сохранения адиабатического инварианта p_{\perp}^2/H . С другой стороны, здесь могут развиваться плазменные неустойчивости, которые будут приводить к стоку частиц вдоль полюсов. При этом должны возбуждаться плазменные волны, которые после конверсии дадут радиоизлучение (подробнее см. [16]). Развития этих событий следует ожидать на $r < r_1$, поэтому соответствующая светимость может быть больше, чем (14). Диаграмма направленности в указанном случае является карандашной.

в) Можно ожидать, что вне зависимости от деталей течения плазмы в магнитосфере нейтронной звезды высыпание частиц на ее поверхность происходит главным образом вблизи полюсов. Действительно, на расстоянии двух — трех радиусов звезды конус потерь чрезвычайно велик даже без учета плазменных неустойчивостей. С другой стороны, именно в этой области падающие частицы приобретают большую часть своей энергии (порядка параболической). Их соударения с ядрами атмосферы звезды должны приводить к различным реакциям (ядерным, термоядерным, мезонообразования), благодаря которым будут рождаться электроны и позитроны с энергией $E_e = 1 \div 60 \text{ МэВ}$ [31]. Последние должны генерировать синхротронное излучение ($v_{\max} = 1,6 \cdot 10^9 (H_0/10^7 \text{ э}) E_e/10 \text{ МэВ}^2 \text{ гц}$) и возбуждать плазменные колебания. Диапазон ожидаемых частот — от инфракрасных до рентгена; диаграмма направленности — веерная в первом случае и карандашная во втором. Во втором случае благодаря вращению звезды обсуждаемые импульсы будут попадать в промежутки между основными радиоимпульсами. Соответствующие светимости даже в наиболее благоприятном случае малы: $L_e \leq 10^{-5} L_{\text{tot}} \sim 10^{-7} \text{ эрг} \cdot \text{сек}^{-1}$ [31].

г) Отметим, что если $10^{27} \text{ эрг} \cdot \text{сек}^{-1}$ приходится на оптику, то звездная величина пульсара в импульсе

$$m = 18,5 + 5 \lg (r/100 \text{ pc}) + 5 \lg (\theta/10^\circ) \quad (\text{карандаш}), \quad (22)$$

$$m = 22 + 5 \lg (r/100 \text{ pc}) + 2,5 \lg (\theta/10^\circ) \quad (\text{веер}).$$

Здесь θ — угловые размеры диаграммы. Усредненный по времени блеск на $3 \div 4''$ меньше, чем (22).

7. ДВА ТИПА ПУЛЬСАРОВ

Статистика наблюдений дает указания на то, что регистрируемые в настоящее время пульсары, возможно, представляют собой две группы (см. рис. 2—6 и табл. 1). К первой относятся молодые, короткопериодические объекты ($\tau_* \equiv P/P' < 10^7$ лет, $P < 0,9$ сек), ко второй — старые, длиннопериодические ($\tau_* > 10^7$ лет, $P > 0,9$ сек). Естественно напрашивается предположение, что первая группа содержит преимущественно эжектирующие пульсары, а вторая — аккрецирующие.

Аккрецирующие пульсары могут обладать периодами $P = 1 \div 2$ сек лишь при условии, что на предыдущей стадии эжекция падала экспоненциально (точнее, $Q \propto \exp(-\mu t_d) P^{-n}$, см. Приложение 2). Экспоненциальное падение эжекции имеет место, если существенно затухание внешних магнитных полей нейтронной звезды, связанных с токами, текущими в оболочке звезды. Согласно [7, 8, 8], вероятное значение $t_d \approx \tau_{\text{rad}}/2 \approx 5 \cdot 10^6$ лет, что находится в хорошем соответствии с данными рис. 4, 5. В принципе мыслима и другая возможность, когда зависимость $Q = A \exp(-t/t_d)$ обусловлена экспонентой в коэффициенте $k(P)$ формулы (1). Как указал Я. Б. Зельдович, такая ситуация может реализо-

*На это обстоятельство наше внимание обратил С. И. Сыроватский.

ваться, если механизмы эжеции характеризуются положительной обратной связью.

Перейдем к объяснению особенностей рис. 2—6 и табл. 1.

Рис. 2. С ходом времени периоды эжецирующих пульсаров растут и они продвигаются на графике $N-P$ слева направо. В некоторый мо-

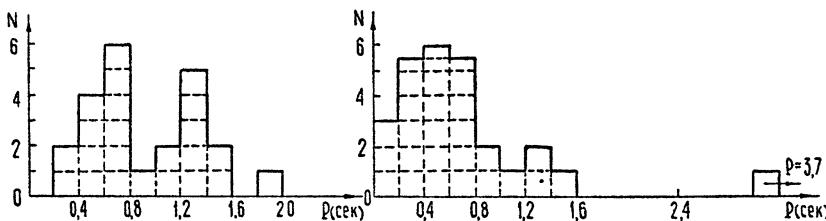


Рис. 2. Гистограммы числа пульсаров как функции их периодов:

b'' — галактическая широта. «Половинки» соответствуют объектам $MP\ 1154$ с $P=0,400$ сек и $MP\ 1818$ с $P=0,6600$ сек. При построении этого и следующих рисунков использовались данные [26] (50 пульсаров).

a) $|b''| > 10^\circ$; b) $|b''| < 10^\circ$.

мент t_d , которому соответствует $\bar{t}_d \approx 0,7$ сек, светимости начинают экспоненциально падать и пульсары на время исчезают из вида, между тем как их периоды продолжают расти (провал между $P = 0,8$ сек и $P = 1,2$ сек). Когда Q опускается ниже 10^{25} эрг · сек⁻¹, эжеция сменяется акрецией и пульсары вспыхивают вновь (второй горб). Как показано в Приложении 2, размеры провала (по оси P) должны составлять $\sim 50\%$ от его координаты, что согласуется с рис. 2.

Пульсары «второго поколения» — относительно старые объекты с небольшой светимостью. Они должны меняться, чем молодые пульсары, концентрироваться к галактической плоскости и наблюдаваться с меньших расстояний. Поэтому следует ожидать, что эффект существенного увеличения светимости выражен гораздо сильнее для высокоширотной группы пульсаров, чем для низкоширотной. Сравнение рис. 2 а и 2 б подтверждает это предсказание. Отметим, что провал между горбами не доходит до нуля. Это объясняется слабой корреляцией между P и τ_0 (см. рис. 6).

Можно ли считать рис. 2 веским подтверждением рассмотренной здесь теории? В Приложении 3 исследована возможность того, что провал на рис. 2 а между $P = 0,8$ сек и $P = 1,2$ сек не отражает истинного положения вещей, а является результатом случайной выборки. Была сформулирована гипотеза $N(P) = \text{const}$ в интервале $P = 0,6 \div 1,4$ сек. Статистическая вероятность наборов, соответствующих наблюдаемому или еще более глубокому провалу, оказалась при этом равной 2,9%, т. е. весьма малой.

Рис. 3 показывает, что на стадии эжеции диаграмма направленности с течением времени сужается, а на стадии акреции расширяется. Рост отношения $\Delta P/P \equiv \theta$ при акреции естественно объясняется постепенным приближением магнитосферы к поверхности нейтронной звезды (вариант $H \propto \exp(-t/t_d)$), в ходе которого излучающая поверхность становится все более сферической (см. рис. 1).

Уже отмечалось, что характерной величиной является t_d , а не P_d , поэтому эффект должен быть более заметен в координатах $\theta - \tau_0$, чем в координатах $\theta - P$. Рис. 3 б подтверждает это предсказание.

В Приложении 3 исследована возможность того, что увеличение ширины диаграммы направленности $\theta \equiv \Delta P/P$ при $P > 1,2$ сек на рис. 3 а не отражает истинного хода зависимости $\theta(P)$, а связано с большой дисперсией этой величины. Если предположить $\theta(P = 0,8 \div 1,2 \text{ сек}) \gg \theta(P > 1,2 \text{ сек})$, то при этом статистическая вероятность

наборов $\theta(P)$, соответствующих наблюдаемому или более крутому подъему при $P > 1,2$ сек. оказывается меньше 17%, т. е. невелика. Рост $\theta(\tau_0)$ у старых пульсаров ($\tau_0 > 6 \cdot 10^6$ лет), схематически изображенный на рис. 3 б, исследован в Приложении 3 более точным методом, с помощью теории корреляций. В предположении «негативной» гипотезы вероят-

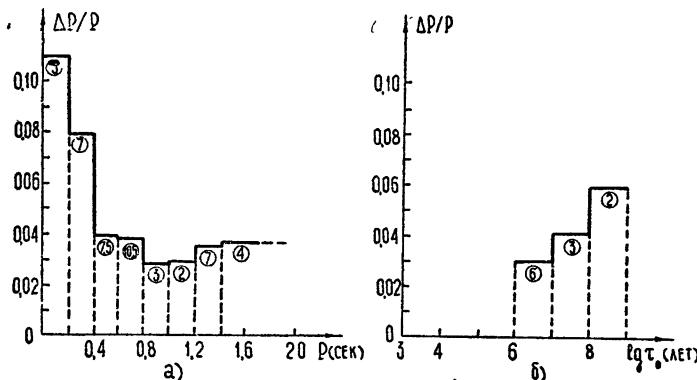


Рис. 3. Усредненная ширина диаграммы направленности θ (отношение длительности импульса ΔP к периоду P).

Цифры в кружочках — число пульсаров, по которым проводится усреднение.
а) Зависимость θ от периода P . б) Зависимость θ от величины $\tau_0 = P/P$. Гистограмма не продолжена в область $\tau_0 = 10^4 - 10^6$ лет, так как известно лишь два пульсара с подобными τ_0 .

ность наблюдаемого (или более крутого) подъема равна 5,7%, т. е. довольно мала.

Рис. 4, 5 указывают, что, начиная с момента $\tau_0 \sim 10^7$ лет, тормозящая сила и светимости пульсаров резко падают. При $\tau_0 > 10^7$ лет $L \approx 10^{27} - 10^{28}$ эрг · сек⁻¹; это хорошо согласуется с формулой (14).

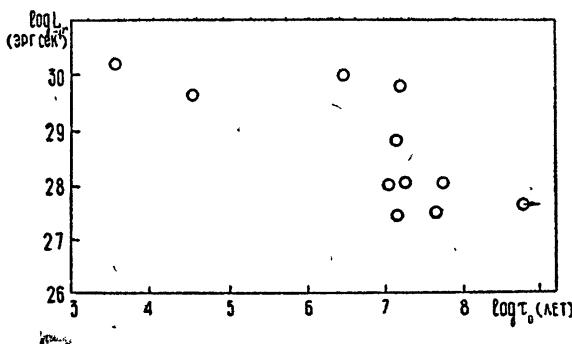


Рис. 4. Радиосветимости пульсаров как функции $\tau_0 \equiv P/P$. Рисунок заимствован из [7].

Рис. 6. Корреляция между P и τ_c , хотя и слабая, наблюдается только для короткопериодических пульсаров. При этом определенную роль в торможении играет, по-видимому, гравитационное излучение.

Табл. 1 (см. разд. 4). Пульсары с $P > 0,9$ сек обладают миллисекундными подпериодами в 10 раз чаще, чем короткопериодические; все объекты табл. 1 с измеренными τ_c — старые. По-видимому, подпериоды характерны только для аккрецирующих пульсаров; наблюдаемые величины P_2 весьма близки к предсказываемым формулой (16).

В Приложении 3 исследована возможность того, что большая разница в частоте встречаемости миллисекундных подпериодов у пульсаров с $P < 0,9$ сек и с $P > 0,9$ сек не отражает истинного положения вещей, а является результатом случайной выборки. Была сформулирована гипотеза; $h(P < 0,9 \text{ сек}) = h(P > 0,9 \text{ сек})$. При этом статистическая вероят-

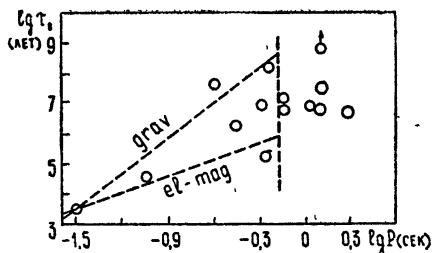
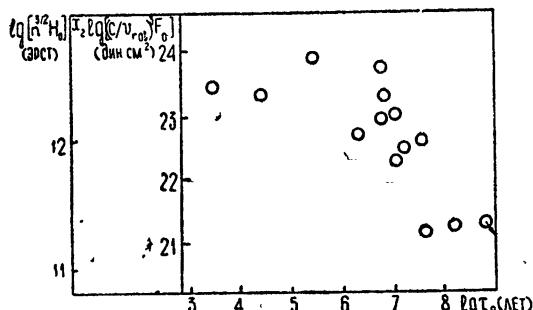


Рис. 5. Тормозящая сила как функция t_0 для пульсаров с известными $t_0 \equiv P/\dot{P}$. Сила $F_0 = (\mu\dot{P}) 2\pi I/P^3 r_0^3$. По оси x_2 отложена величина $n^{3/2} H_0$ (H_0 —поле у поверхности нейтронной звезды, n —показатель преломления сверхдлинных волн в плазме), найденная из условия $n^3 H_0^2 / 8\pi = F_0 (c/v)^3$. Это условие соответствует предположению о магнитодипольном механизме торможения звезды, $\dot{P} = \text{const } n^8 H_0^2 / P$ [17]. Из рисунка следует, что вблизи $t_0 = 10^7$ лет эффективность торможения начинает резко падать (ср. [7]). Рис. 6. Связь между $t_0 \equiv \mu/\dot{P}$ и периодом P для пульсаров с известными t_0 . Через „grav“ и „el-mag“ обозначены функции $\lg t_0 = 4 \lg P$ и $\lg t_0 = 2 \lg \mu$, соответствующие гравитационному и электромагнитному механизмам торможения.

ность наборов, соответствующих наблюдаемой или большей разности [$h(P < 0,9) - h(P > 0,9)$], равна 0,2%, т. е. оказывается крайне малой.

Итак, если бы на самом деле пульсары с $P < 0,9$ сек и с $P > 0,9$ сек не представляли собой две разнородные группы, выборкам, подобным наблюдаемым, соответствовали бы статистические вероятности 3% (рис. 2 а), < 17% (рис. 3 а), 6% для рис. 3 б, 0,2% (табл. 1). Очевидно, вероятность случайного возникновения набора столь маловероятных выборок чрезвычайно мала. Данные, приведенные на графиках 4, 5, тот факт, что величины $P = 0,9$ сек, $t_0 = 10^7$ лет являются «критическими» всюду на рис. 2—6 и табл. 1, а также хорошее соответствие наблюдавшихся характеристик длиннопериодических пульсаров с предсказаниями формул (14)—(16) дают дополнительные аргументы в пользу того, что мы имеем дело с определенной закономерностью. Тем не менее, разумеется, необходимо дальнейшее накопление наблюдательных данных.

8. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ПРОВЕРКА

Решающим доказательством существования аккрецирующих пульсаров явилось бы обнаружение объекта со столь малым уходом периода $\frac{dP}{dt}$, что изменение энергии вращения

$$\frac{dE_{\text{rot}}}{dt} = (2\pi)^2 (I/P^3) dP/dt \quad (23)$$

($I \approx 10^{45} \text{ г} \cdot \text{см}^2$) оказалось бы меньше наблюдаемой радиосветимости L . Обратное неравенство не является контраргументом, см. разд. 4, 5.

Опишем другой решающий эксперимент. Как указывалось выше, высapsulation частиц происходит главным образом вблизи полюсов, при

этом выделяется энергия, близкая к параболической. Следовательно, светимость*

$$L_0 \approx \varphi \frac{dM}{dt} \approx 10^{30} (\varphi/0,1 c^2) (T_c/10^6 \text{°K})^{-3/2} n_\infty (\text{эрв}\cdot\text{сек}^{-1}) \quad (24)$$

(ср. (14)) складывается из примерно равновесного** излучения всей поверхности звезды ($T_{\text{bol}} \approx 2 \cdot 10^6 B^{1/4} \text{°K}$) и излучения горячего пятна с

$$\begin{aligned} T'_{\text{bol}} &\approx 3 \cdot 10^6 \alpha^{-1/2} [(1 - B) L_0/10^{30} \text{ эрв}\cdot\text{сек}^{-1}]^{1/4} \text{°K}, \\ \lambda'_{\text{bol}} &\approx 10 \alpha^{1/2} [(1 - B) L_0/10^{30} (\text{эрв}\cdot\text{сек}^{-1})]^{-1/4} \text{\AA}. \end{aligned} \quad (25)$$

Здесь α — размер пятна в градусах. На Земле поток квантов, излученных пятном, должен меняться со временем синусоидально, причем максимумы должны приходиться на промежутки между радиоимпульсами. Соответствующая величина

$$F = 10^{-12} (L'/10^{30} \text{ эрв}\cdot\text{сек}^{-1}) (r/100 \text{ см})^{-2} (\text{эрв}\cdot\text{см}^{-2}\cdot\text{сек}^{-1}) \quad (26)$$

меньше измеряемых в настоящее время, однако ее можно будет измерить в ближайшем будущем [38].

Отметим, что уже в настоящее время можно было бы обнаружить аккрецирующую нейтронную звезду, погруженную в плотное облако ($n \sim 2 \cdot 10^{22} \text{ см}^{-3}$), по зоне ионизации, в которой значительная часть ультрафиолетовой светимости (24) перерабатывается в видимый свет (бальмеровские линии) [9].

ПРИЛОЖЕНИЕ 1. О НАГРЕВЕ ПЛАЗМЫ РАДИОИЗЛУЧЕНИЕМ

Согласно [11], величина нагрева на радиусе r

$$E_+ = 0,04 L_{28}^2 v_8^{-3} R_8^2 r_8^{-6} (\text{эрв}\cdot\text{сек}^{-1} \cdot \text{э}^{-1}). \quad (\text{П.1.1})$$

Здесь L_{28} — радиосветимость пульсара в единицах $10^{28} \text{ эрв}\cdot\text{сек}^{-1}$, v_8 — минимальная эффективная частота (10^8 Гц), R_8 — характерные размеры излучающей области (10^8 см). Обозначим через t^+ время, за которое электрон нагревается до энергии, равной кинетической энергии падения газа: $t^+ = G(m_p + m_e)M/rE_+$. Нагревом можно пренебречь, когда $t^+ \ll t'$ — времени падения на пульсар ($t' \approx r^{3/2}/\sqrt{2GM}$). Используя (П.1.1), найдем

$$t^+/t' \approx 2 \cdot 10^{-3} L_{28}^{-2} v_8^3 R_8^{3/2} (r/R)^{7/2}. \quad (\text{П.1.2})$$

Итак, вплоть до $r \approx 10R$ когерентное излучение не успевает заметно греть плазму***. При $r < 10R$ нагрев существен, однако в этой области из-за сжатия в ходе падения (а также самого нагрева) электроны являются релятивистскими и формула (П.1.1) не применима. Тем не менее, из энергетических соображений ясно, что нагрев вблизи $r \sim R$ не может воспрепятствовать акреции. Действительно, в длинноволновое излучение, нагревающее газ, превращается лишь некоторая доля кинетической энергии последнего!

Отметим, что на стадии эжекции

* В случае $H_0 \gg 10^8 \text{ э}$, однако, поверхности нейтронной звезды достигает лишь небольшая часть падающего вещества, поэтому светимость будет гораздо меньше величины (24). Как отмечалось в разд. 2, 7, вариант $H_0 \gg 10^8 \text{ э}$ маловероятен.

** Согласно предварительным оценкам, светимость оптически тонкого поверхностного слоя с чрезвычайно высокой температурой (вплоть до 10^9 К) порядка (0,01—0,1) L_0 [32]. Вопрос, однако, нуждается в дополнительном исследовании.

*** Падение газа начинается с радиуса $r_c \approx 10^{13} \text{ см}$, однако полученный вывод справедлив и для $r > r_c$, так как пекулярная скорость звезды (10 — $100 \text{ км}\cdot\text{сек}^{-1}$) порядка начальной скорости падения газа.

$$t_+/t' \approx 7 \cdot 10^{-3} \eta v_8^3 L_{28}^{-2} R_8^4 (r/R)^5 (v_{ej}/c), \quad (\text{П.1.3})$$

где v_{ej} — скорость эjectируемых частиц, $\eta \equiv E_e/mc^2$. Следовательно, вне области $r < 10^9$ см нагрев длинноволновым излучением ничтожен и для большинства молодых пульсаров.

ПРИЛОЖЕНИЕ 2. ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОЕ ЗАТУХАНИЕ ЭЖЕКЦИИ

Аккрецирующие пульсары могут обладать периодами $P = 1-2$ сек лишь при условии, что на предыдущей стадии эжекция падала экспоненциально (точнее, $Q \propto \exp(-t/t_d) P^{-n}$; $t_d \approx \tau_{0(a)}/2 \approx 5 \cdot 10^6$ лет). Действительно, эjectирующие пульсары на пределе наблюдений характеризуются величиной $Q_{ej} \sim 10^{29} - 10^{30}$ эрг·сек⁻¹ ($L_{ej} \sim 10^{27} - 10^{28}$ эрг·сек⁻¹). Смена эжекции аккрецией происходит при $Q^* \sim 10^{25}$ эрг·сек⁻¹. Следовательно, если $t_d = \infty$, то $P_{ac}/P_{ej} \approx P^*/P_{ej} \approx (Q_{ej}/Q^*)^{1/n} \sim 10$ ($n \approx 4$, $|z-5|$). Согласно рис. 2, на самом деле $P_{ac}/P_{ej} \sim 1,5 - 2$, что может быть обеспечено лишь при $Q \propto \exp(-t/t_d)$. Действительно, $\frac{dP}{dt} \propto Q/P^3$; если $Q \propto \exp(-t/t_d)$, то рост периода прекращается при значении $P_{\max} = P(1 + t_d/t)^{1/2}$ [7]. Поэтому, например, в момент $t = t_d$ период составляет уже $0,7 P_{\max}$, а светимость падает по сравнению с «номинальной» ($L_{\text{ном}} \propto Q_{\text{ном}} \propto \text{const}/P^4$) лишь в два раза ($Q \propto Q_{\text{ном}}/(1 + t/t_d)$), т. е. несущественно.

ПРИЛОЖЕНИЕ 3. СТАТИСТИЧЕСКИЕ ВЕРОЯТНОСТИ НАБЛЮДЕННЫХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ

Рис. 2 а. Согласно обсуждаемой гипотезе, на рис. 2 а при $P = 1$ сек должен наблюдаваться провал. Противоположную гипотезу сформулируем в виде $N(P) = \text{const}$ в интервале $P = 0,6-1,4$ сек. Разобъем исследуемый интервал на два (N — число наблюденных пульсаров, w — вероятность):

$$P_1 = 0,8 - 1,2 \text{ сек}, \quad w_1 = 1/2, \quad N_1 = 3,$$

$$P_2 = 0,6 - 0,8 \text{ сек}, \quad 1,2 - 1,4 \text{ сек}, \quad w_2 = 1/2, \quad N_2 = 11, \quad (\text{П.3.1})$$

$$N = N_1 + N_2 = 14.$$

Вероятность наборов, соответствующих наблюдаемому или более глубокому провалу,

$$W = \sum_{i=0}^{N_1} C_N^i (w_1)^i (w_2)^{N-i} = \sum_{i=0}^3 C_{14}^i \left(\frac{1}{2}\right)^{14} = 0,029. \quad (\text{П.3.2})$$

Другим предположениям (например, $\frac{dN}{dP} < 0$ в интервале $P = 0,6 - 1,4$ сек) соответствуют значения W , еще меньшие, чем (П.3.2). Выбор другого интервала «усреднения» (например, $P = 0,8 - 1,4$ сек) связан с предположением о резких скачках «истинной» функции $N(P)$, что вряд ли приемлемо.

Рис. 3 а. Согласно нашей гипотезе, $\theta(P = 0,8 - 1,2 \text{ сек}) < \theta(P > 1,2 \text{ сек})$. Сформулируем противоположное утверждение: $\theta(P = 0,8 - 1,2 \text{ сек}) \geq \theta(P > 1,2 \text{ сек})$. Воспользовавшись методом Стьюдента и Фишера сравнения двух средних ([34], стр. 150), имеем

$$\bar{\theta}_g = 0,0290, \quad g = 5; \quad \bar{\theta}_h = 0,0362, \quad h = 11;$$

$$D = |\bar{\theta}_h - \bar{\theta}_g| = 0,0072, S^2 = \left(\frac{1}{g} + \frac{1}{h} \right) \left[\frac{\sum (\theta_g - \bar{\theta}_g)^2 + \sum (\theta_h - \bar{\theta}_h)^2}{g+h-2} \right] = \\ = 0,000054. \quad (\text{П.3.3})$$

Коэффициент Стьюдента $t_{w, g+h-2} = D/S = 0,98$; в предположении $M_g \geq M_h$ (M — математическое ожидание) наблюдаемому подъему соответствует вероятность $W < (1-w)/2 = 0,17$.

Рис. 3 б. Расчет тем же методом для аналогичной гипотезы $\theta(\tau_0 = 10^6 \div 10^7 \text{ лет}) \geq \theta(\tau_0 = 10^7 - 10^9 \text{ лет})$ дает $W < 0,11$. С целью более точного расчета введем коэффициент корреляции ([34], стр. 358)

$$r = \frac{\sum (\theta_i - \bar{\theta})(\tau_i - \bar{\tau})}{\sqrt{\sum (\theta_i - \bar{\theta})^2 \sum (\tau_i - \bar{\tau})^2}}. \quad (\text{П.3.4})$$

Для тех восьми пульсаров, возраст которых превышает $3 \cdot 10^6$ лет ($\tau_0 > 6 \cdot 10^6$ лет), $r = +0,58$. Переходя к коэффициенту Стьюдента

$$t_{w, N-2} = \frac{r}{\sqrt{1-r^2}} \sqrt{N-2} \approx 1,74, \quad (\text{П.3.5})$$

легко найти $W = (1-w)/2 \sim 0,057$.

Табл. 1. Будем считать, что возможность обнаружения миллисекундного подпериода P_2 не связана с величиной основного периода P и что подпериоды одинаково часто искали у пульсаров с $P < 0,9$ сек и с $P > 0,9$ сек. (В действительности наиболее короткопериодические пульсары $NP 0532$ и $PSR 0833$ подвергались в этой связи особо тщательному анализу.) Согласно нашей гипотезе должно быть $h(P < 0,9 \text{ сек}) \equiv h_1 < h_2 \equiv h(P > 0,9 \text{ сек})$. Альтернативное утверждение можно записать в виде $h_1 \geq h_2$. Так как максимальная вероятность существующей выборки имеет место при $h_1 = h_2$, нам достаточно ограничиться исследованием этого случая.

Воспользовавшись критерием χ^2 , запишем ([34], стр. 57)

$$N_1 = 34, \quad k_1 = 1, \quad N_2 = 16, \quad k_2 = 5, \quad (\text{П.3.6})$$

$$\chi^2 = \frac{(k_1 N_2 - k_2 N_1)(N_1 + N_2 - 1)}{(N_1 + N_2 - k_1 - k_2)(k_1 + k_2) N_1 N_2} \approx 8,05.$$

Функция распределения χ^2 для случая одной степени свободы совпадает с гауссовой, поэтому сразу найдем $w(\sqrt{8,05}) = 0,996$, $W = (1-w)/2 = 0,002$.

Автор благодарит И. Н. Бернштейна, Г. С. Бисноватого-Когана, В. Л. Гинзбурга, Я. Б. Зельдовича, Б. В. Комберга, С. И. Сыроватского, за замечания и советы.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Ф. Шварцман, Астрон. ж., 47, 660 (1970).
2. F. Pacini, Nature, 219, 145 (1968).
3. J. E. Gunn, J. P. Ostriker, Nature, 221, 454 (1969).
4. T. Gold, Nature, 218, 731 (1968); 221, 25 (1969).
5. P. Goldreich, Proc. Astron. Soc. Australia, 1, 227 (1969).
6. F. C. Michel, W. H. Tucker, Nature, 223, 277 (1969).
7. J. P. Ostriker, J. E. Gunn, Nature, 223, 813 (1969).
8. F. Pacini, Nature, 224, 160 (1969).
9. В. Ф. Шварцман, Астрон. ж., 47, 824 (1970).
10. Я. Б. Зельдович, Е. В. Левич, Письма в ЖЭТФ, 11, 57 (1970).
11. Е. В. Левич, Р. А. Сюняев, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 13, № 12, 1873 (1970).
12. E. E. Salpeter, Astrophys. J., 140, 796 (1964).

13. Г. С. Бисноватый-Коган, А. М. Фридман, Астрон. ж., 46, 721 (1969).
14. П. Р. Амнуэль, О. Х. Гусейнов, Астрон. циркуляр, № 524 (1969).
15. Я. Б. Зельдович, И. Д. Новиков, Релятивистская астрофизика, изд. Наука, М., (1967).
16. В. Л. Гинзбург, В. В. Железняков, В. В. Зайцев, УФН, 98, 201 (1969); *Astrophys. Sp. Sci.*, 4, 464 (1969).
17. В. В. Железняков, УФН, 99, 524 (1969).
18. V. Sapiro, *Astrophys. J.*, 159, 61 (1970).
19. В. И. Векслер, Докл. АН СССР, 118, 263 (1958).
20. R. D. Ekers, A. G. Moffet, *Nature*, 220, 756 (1969).
21. G. S. Downs, G. A. Morris, P. E. Reichley, *Nature*, 222, 1257 (1969).
22. A. G. W. Cameron, Preprint 1969.
23. P. E. Boynton, E. J. Groth III, R. B. Partridge, D. T. Wilkinson, *Astrophys. J. Lett.*, 157, L 197 (1969).
24. D. W. Richards, J. M. Raukin, C. C. Counselman, IAU Circular № 2164 (1969).
25. J. P. Ostriker, J. E. Gunn, *Astrophys. J.*, 157, 1395 (1969).
26. В. Ф. Шварцман, Астрон. циркуляр, № 563 (1970).
27. G. Baum, C. Pethick, D. Pines, M. Ruderman, *Nature*, 224, 872 (1969).
28. И. С. Шкловский, Астрон. ж., 46, 715 (1969).
29. В. В. Железняков, ЖЭТФ, 51, 570 (1966); Астрон. ж., 44, 42 (1967).
30. V. L. Ginzburg, S. I. Syrovatskii, *Ann. Rev. Astron. and Astrophys.*, 7, (1969).
31. В. Ф. Шварцман, Астрофизика, 6, № 1, 123; № 2, 209 (1970).
32. Я. Б. Зельдович, Н. И. Шакура, Астрон. ж., 46, 225 (1969).
33. D. N. Buell, M. L. Scott, *Commec. Utiliz. Space. Proc., 13-th Annu. Meet. Amer. Astronaut. Soc.*, Dallas: Washingt., D. C., 1968, p. 234.
34. Б. Л. Ван дер Варден, Математическая статистика, ИЛ, Л., 1960.
35. V. Terzian, Cornell Univ., СССР, Feb. 27, 1970.
36. F. D. Drake, H. D. Craft, *Nature*, 220, 231 (1969).
37. Ю. И. Алексеев, В. В. Виткевич, В. Ф. Журавлев, Ю. П. Шитов, УФН, 99, 522; 523 (1969).
38. J. M. Sutton, D. H. Staelin, R. M. Price, R. Weimer, *Astrophys. J. Lett.*, 159, L 89 (1970).

Государственный астрономический институт
им. П. К. Штернберга при Московском
университете

Поступила в редакцию
11 мая 1970 г.

TWO GENERATIONS OF PULSARS

V. F. Shvartsman

In 10^7 — 10^8 years after the pulsar has been born, the ejection of the material from the neutron star is probably changed into the process of interstellar gas accretion. Under these conditions pulsar, which is already almost dead, once again flashes up brightly, but this time owing to accretion.

If the magnetic fields of neutron stars decay, then the change of ejection by accretion takes place when $H_0(t) \sim 10^6$ — 10^8 gauss. Plasma oscillations are driving on the shock wavefront arising from the accretion. The conversion of the oscillations into electromagnetic waves produces the coherent radio emission with a fan-shaped directivity diagram and linear polarization. Conditions for generation of coherent radiation arise also from precipitating plasma at the sub-polar regions. This corresponds to a pencil-beam pattern. However, if the magnetic field near the surface of the star does not decay and is sufficiently large ($H_0 \gg 10^8$ gauss), the incident plasma will be carried away by the rotating magnetosphere and ejected along the equator back into the interstellar space. The corresponding $v_{ej} \sim c$, and the whole picture looks like Gold's model [4] for young pulsar.

The statistics of observations speak well for the fact that the pulsars observed at the present time represent themselves two groups, i. e. refer to two "generations", corresponding to the material ejection and accretion processes.

УДК 523.164.4

ПУЛЬСАР КАК НЕЙТРОННАЯ ЗВЕЗДА И СЛАБЫЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Г. С. Бисноватый-Коган

Предполагается, что быстрое уменьшение периода пульсаров в Веле и Крабе можно объяснить процессом нейтронизации в оболочке нейтронной звезды, который наступает при потере момента вращения и увеличения плотности.

Представление о пульсаре как о вращающейся нейтронной звезде основано на факте быстрого, строго периодического изменения его светимости. Период $T = 0,033$ сек пульсара в Крабе не может принадлежать ни одному рассматриваемому теорией астрономическому объекту, кроме нейтронной звезды. Самые плотные из известных до сих пор звезд — белые карлки, их центральная плотность не превышает $\rho_c \sim 10^9 \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$ [1]. Поэтому минимальный период колебания или вращения белого карлка можно легко оценить, $T_{\min} \approx 2\pi/\sqrt{4\pi G \rho_c} \approx 0,25$ сек. На самом же деле у невращающегося белого карлка минимальный период колебаний достигается только на высоких гармониках, а не на первой, из-за близости показателя адиабаты γ к $4/3$ [2]; минимальный период на основной гармонике может быть получен только у вращающегося белого карлка [3, 4].

В то же время у нейтронной звезды $\rho_c \sim 10^{15} \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$ и минимальный период колебаний или вращения есть

$$T_{\min \text{ нз}} \approx 2\pi/\sqrt{4\pi G \rho_c} \approx 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ сек.}$$

Сопоставление этих величин с периодами изменения светимости пульсара в Крабе или в Веле ($T = 0,087$ сек) приводит к заключению, что только нейтронная звезда, вращающаяся с небольшой для себя скоростью (много меньше скорости, необходимой для истечения вещества с экватора), или колеблющаяся нейтронная звезда малой массы могут являться пульсарами. Так как вторая возможность не реализуется по энергетическим соображениям [5], то остается только вращающаяся нейтронная звезда. Исходя из представления о пульсарах как объектах одной природы, приходят к выводу, что все пульсары, в том числе и долгопериодические, — это вращающиеся нейтронные звезды.

Обнаружение пульсаров в двух остатках сверхновых — в Крабе и Веле — говорит в пользу нейтронной звезды, так как, согласно теории [6–8], нейтронная звезда может образоваться в результате взрыва сверхновой. Однако трудность объяснения некоторых наблюдательных фактов увеличивается, если считать пульсар нейтронной звездой, а не более протяженным объектом. В первую очередь это относится к очень большой яркостной температуре пульсара в радиодиапазоне, $T_{\text{эфф}} \sim 10^{21} \text{ K}$, что требует когерентных плазменных механизмов радиоизлучения в магнитном поле с коэффициентом конверсии плазменных волн в электромагнитные порядка единицы [9].

1. ИЗМЕНЕНИЕ ПЕРИОДА ПУЛЬСАРА СО ВРЕМЕНЕМ

Наблюдения пульсаров в течение трех лет после их открытия обнаружили медленное увеличение их периода. Скорость этого изменения различна и меняется от 10^{-8} сек·год $^{-1}$ у первого из открытых пульсаров *CP 1919* до $4 \cdot 10^{-8}$ сек·день $^{-1}$ у самого короткопериодического пульсара в Крабе. Причиной увеличения периода может быть уменьшение вращательной энергии пульсара за счет излучения электромагнитных [10] либо гравитационных [11] волн. Кроме того, замедление вращения может происходить из-за передачи момента от нейтронной звезды в окружающий газ за счет натяжения магнитных силовых линий, что может также являться причиной выхода ударной волны и ускорения частиц [12]. Замедление за счет гравитационного излучения требует сильного отклонения от сферической симметрии и очень большого магнитного поля.

По оценкам [11], достаточная для гравитационного излучения разность полуосей нейтронной звезды ~ 10 м, т. е. $\Delta R/R = 10^{-3}$. Считая $\Delta R/R \sim \epsilon_{\text{н},3}/\epsilon_{\text{грав}}$, $\epsilon_{\text{н},3}$ — энергия магнитного поля в нейтронной звезде, $\epsilon_{\text{грав}} = 3 \cdot 10^{52}$ — гравитационная энергия нейтронной звезды с $M = M_{\odot}$, получим (V — объем звезды)

$$H \approx (8\pi V^{-1} \epsilon_{\text{н},3})^{1/2} = (8\pi 10^{-8} V^{-1} \epsilon_{\text{грав}})^{1/2} = 8 \cdot 10^{15} \text{ эрст.}$$

Изменение периода вращения нейтронной звезды связано как с потерей момента вращения, так и с изменением момента инерции:

$$\frac{1}{T} \frac{dT}{dt} = - \frac{J}{M} \frac{d}{dt} \left(\frac{M}{J} \right) = \frac{dJ}{dt} J^{-1} - \frac{dM}{dt} M^{-1}. \quad (1)$$

Если момент инерции уменьшится быстрее, чем произойдет потеря вращательного момента, то период тоже уменьшится. Наблюдения двух короткопериодических пульсаров в остатках сверхновых Краб и Веле обнаружили кратковременные уменьшения их периодов — $\Delta T \approx \approx 1,5 \cdot 10^{-7}$ сек у пульсара в Веле [13, 14] и $\Delta T/T \approx 2,3 \cdot 10^{-9}$ у пульсара в Крабе [15]. Скорость потери момента определяется интегральными характеристиками нейтронной звезды и вряд ли может быстро изменяться. Поэтому быстрое уменьшение периода можно объяснить только за счет быстрого изменения момента инерции. Одна из возможных причин [16] может быть связана с наличием сверхпроводящих или сверхтекущих состояний в нейтронной звезде, уменьшением момента инерции из-за «звездотрясений» в кристаллической коре.

В работе [17] быстрое уменьшение периода пульсара в Веле объяснялось слабым взаимодействием в оболочке нейтронной звезды. Остановимся на этом механизме более подробно.

2. НЕЙТРОНИЗАЦИЯ В ОБОЛОЧКЕ НЕЙТРОННОЙ ЗВЕЗДЫ

Оболочка нейтронной звезды состоит из различных элементов, от нормальных, стабильных элементов на поверхности до переобогащенных нейтронами ядер при плотностях $10^{10} \div 10^{12}$ г·см $^{-3}$. В холодном веществе захват электрона ядром происходит скачкообразно при определенной плотности ρ_0 и сопровождается скачком молекулярного веса на один электрон от μ_0 до μ_1 . В интервале плотностей $\rho_0 < \rho < \rho_0 \mu_1 / \mu_0$ давление постоянно и запас устойчивости мал, $\gamma = \frac{\partial \ln p}{\partial \ln \rho} \approx 0$, вещество

стреится в поле тяжести перейти в более плотное, более устойчивое состояние. Поэтому, если при медленном сжатии нейтронной звезды

плотность достигает величины ρ_0 какого-либо перехода, то сжатие ускорится на период времени, соответствующий процессу нейтронизации. Каждая реакция нейтронизации четно-четного ядра, например,



сопровождается дальнейшей реакцией захвата:



причем плотность, необходимая для реакции (3), меньше, чем для реакции (2), из-за меньшей устойчивости нечетно-нечетных ядер по отношению к захвату электрона, поэтому второй этап реакции является существенно неравновесным и сопровождается нагревом [18]. Этот нагрев способствует увеличению давления и увеличивает устойчивость. Таким образом, после начала нейтронизации из-за нагрева сжатие может снова замедлиться. Существенно также, что двухступенчатая нейтронизация является необратимым процессом, так как распад Cr^{56} идет уже при значительно меньших плотностях ($\rho \approx 10^8 \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$), чем начинается реакция (2) ($\rho_0 = 1.2 \cdot 10^9 \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$).

В процессе потери момента вращения происходит медленное сжатие звезды. Оценим величину этого сжатия, воспользовавшись энергетическим методом [1]. Если масса нейтронной звезды меньше массы Солнца, то эффектами общей теории относительности можно пренебречь и считать нейтроны нерелятивистскими. Тогда полная энергия такой звезды ϵ с учетом вращения при заданном профиле плотности $\rho = \rho_c \varphi (m/M)$ есть (m — лагранжева масса)

$$\epsilon = - A \rho_c^{1/3} + B \rho_c^{2/3} + C \rho_c^{2/3}. \quad (4)$$

Здесь первый член — гравитационная энергия $\epsilon_{\text{грав}}$, второй — энергия вырожденных нерелятивистских нейронов ϵ_n , третий — энергия вращения ϵ_p , считаем ее много меньше первых двух.

Равновесное состояние определяется экстремумом ϵ , т. е. из условия $\frac{\partial \epsilon}{\partial \rho_c^{1/3}} = 0$. Тогда

$$\rho_c^{1/3} = - \frac{\epsilon_{\text{грав}} / \rho_c^{1/3}}{2(\epsilon_n / \rho_c^{2/3} + \epsilon_p / \rho_c^{2/3})}. \quad (5)$$

С учетом малости ϵ_p по сравнению с ϵ_n и $\epsilon_{\text{грав}}$ получим

$$\rho_c = \left(\frac{A}{2B} \right)^3 \left(1 - 3 \frac{\epsilon_p}{\epsilon_n} \right). \quad (6)$$

Следовательно, радиус вращающейся звезды R связан с радиусом не врачающейся звезды R_0 соотношением [17]

$$R = R_0 \left(1 + \frac{\epsilon_p}{\epsilon_n} \right). \quad (7)$$

Так как на самом деле оболочка деформируется вращением сильнее, чем вся звезда в среднем, то увеличение радиуса будет еще больше.

Предположим, что при образовании нейтронной звезды — пульсара в результате взрыва сверхновой прохождение ударной волны по веществу оболочки сопровождалось сильным перемешиванием [19]. Тогда плотность вещества из элементов с избыточным количеством нейронов из-за необратимости после установления стационарного состояния может оказаться меньше той, при которой начинается β -захват (но все

же больше плотности β -распада), например, Cr^{56} может иметь плотность $10^8 < \rho < \sim 10^{10} \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$. Распределение различных элементов может быть в общем случае не сферически симметричным. В результате потери момента и медленного сжатия достигается плотность для β -захвата какого-либо элемента, занимающего некоторый объем. Начиная с этого момента, увеличивается скорость сжатия до тех пор, пока весь встречающийся объем не перейдет в новую фазу или произойдет разогрев, препятствующий сжатию.

Число β -захватов и скачков молекулярного веса составляет $n \sim 13$ для ядер, начиная с Fe^{56} и до последнего переобогащенного нейтрона-ми ядра, и имеет большее значение для более тяжелых ядер. Укажем причины, по которым число скачков может отличаться от указанного: хаотичность распределения элементов в оболочке, различные значения величины скачка μ , различные скорости нагрева в неравновесной фазе реакции (3). В результате возможны сбои периода, число которых больше n , хотя более точное значение их определить трудно: скачки периода, скачки производных разной величины и различные времена выхода на более или менее стационарный темп увеличения периода, который может и отличаться от предыдущего. В этом смысле предложенный механизм отличается наблюдательно от механизма «звездотрясений» [16], где считается, что величина скачка должна быть приблизительно равной для одинаково вращающихся звезд. Производная от периода по времени в этом случае должна сначала увеличиться, а затем уменьшиться до прежнего значения [20], это может объяснить изменение периода пульсара в Веле. При наличии асимметрии в распределении элементов и асимметричном фазовом переходе характер изменения производной периода пульсара в Веле можно, по-видимому, объяснить за счет излучения гравитационных волн, следуя работе [21].

Величину скачка периода при условии быстрой нейтронизации некоторой доли оболочки α легко оценить [17]. Очевидно, что относительное изменение периода при постоянном моменте вращения и увеличении плотности на $\delta\rho$ в массе m , занимающей радиус r в оболочке, есть

$$\frac{\delta T}{T} = -\frac{m}{M} \frac{\delta\rho}{\rho} \frac{r}{R}. \quad (8)$$

Для звезды с массой, равной $0.6 M_{\odot}$, масса оболочки [22] $m_1/M = 1.4 \cdot 10^{-4}$, $r_1/R = 0.32$. Тогда, если фазовый переход произошел для части α оболочки, занимающей по радиусу часть β , то

$$\frac{\delta T}{T} = -\alpha\beta \frac{\delta\rho}{\rho} (4.5 \cdot 10^{-5}). \quad (9)$$

При $\delta\rho/\rho \approx 10^{-1}$ и $\delta T/T = 10^{-6}$ для Велы имеем $\alpha\beta = 0.2$, для Краба при $\delta T/T = 2 \cdot 10^{-9}$ $\alpha\beta = 4 \cdot 10^{-4}$. Если масса нейтронной звезды меньше, то доля оболочки как по массе, так и по величине радиуса еще больше, и для скачка той же интенсивности требуется относительно меньшая масса оболочки. Отметим, что скачок в Веле гораздо сильнее, чем в Крабе, и может быть объяснен только за счет переходов в глубоких слоях, состоящих из переобогащенных нейтронами ядер, составляющих основную долю оболочки.

Выражаю благодарность В. Ф. Шварцману за полезные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Я. Б. Зельдович, И. Д. Новиков, Релятивистская астрофизика, изд. Наука М., 1967.
2. D. Melzger, K. Thorpe, Astrophys. J., 145, 514 (1966).

3. J. Ostriecker, I. Tassoul, *Nature*, **219**, 577 (1968).
4. В. С. Имшенник, З. Ф. Сейдов, Астрофизика, **6**, 301 (1970).
5. K. Thorne, J. Ipser, *Astrophys. J. Lett.*, **152**, 71 (1968); **153**, 1215 (1968).
6. S. Colgate, S. White, *Astrophys. J.*, **143**, 626 (1966).
7. D. Arnett, *Can. J. Phys.*, **45**, 1621 (1967).
8. Л. И. Иванова, В. С. Имшенник, Д. К. Надежин, Научн. информ. Астрон. Совета АН СССР, № 13 (1969).
9. В. Л. Гинзбург, В. В. Железняков, В. В. Зайцев, УФН, **98**, 201 (1969).
10. J. Ostriecker, J. Gunn, *Astrophys. J.*, **157**, 1395 (1969).
11. И. С. Шкловский, Астрон. циркуляр, № 494 (1969).
12. Г. С. Бисноватый-Коган, Астрон. ж., **47**, 813 (1970).
13. V. Radhakrishnan, R. N. Manchester, *Nature*, **222**, 228 (1969).
14. P. Roichley, G. Downs, *Nature*, **222**, 229 (1969).
15. B. Richards, IAV Circular, № 2181 (1969).
16. M. Ruderman, *Nature*, **223**, 597 (1969).
17. Г. С. Бисноватый-Коган, Астрон. циркуляр, № 529 (1969).
18. Г. С. Бисноватый-Коган, З. Ф. Сейдов, Астрон. ж., **47**, 139 (1970).
19. Л. Э. Гуревич, А. А. Румянцев, Астрон. ж., **46**, 1158 (1969).
20. G. Baum, C. Pethick, D. Pines, M. Ruderman, *Nature*, **224**, 872 (1969).
21. В. Ф. Шварцман, Астрон. циркуляр, № 563 (1970).
22. Г. С. Саакян, Ю. Л. Вартания, Астрон. ж., **41**, 193 (1964).

Институт прикладной математики
АН СССР

Поступила в редакцию
2 марта 1970 г.

PULSAR AS A NEUTRON STAR AND WEAK INTERACTIONS

G. S. Bisnovatii-Kogan

A rapid decrease of the period of pulsars in Vela and Crab is explained due to the neutronization processes in the envelope of the neutron star during the loss of the rotational momentum and increasing of density.

УДК 523.164.4

НАГРЕВ ГАЗА В БЛИЗИ ПУЛЬСАРОВ В СЛЕДСТВИЕ ИНДУЦИРОВАННОГО КОМПТОН-ЭФФЕКТА

E. B. Левич, P. A. Сюняев

Нагрев тепловых электронов низкочастотным излучением вследствие индуцированного комптон-эффекта оказывает существенное влияние на тепловой баланс газа вокруг пульсаров. В непосредственной близости к пульсарам газ должен быть релятивистским.

В этой статье обращается внимание на механизм комптоновского нагрева электронов низкочастотным излучением. Вблизи пульсаров, где, как известно, высока интенсивность низкочастотного излучения, тепловой баланс газа, по-видимому, определяется нагревом и охлаждением вследствие комптон-эффекта.

1. В работах [1-7] была исследована роль комптоновского рассеяния во взаимодействии между излучением высокой интенсивности и ионизованной плазмой. В частности, в [2, 4-7] рассматривались процессы спонтанного и вынужденного комптоновского рассеяния квантов сравнительно низких частот на свободных электронах. При этом оказалось, что последний процесс имеет особенно существенное значение.

Была рассмотрена следующая система: газ свободных нерелятивистских электронов с достаточно низкой плотностью взаимодействует с полем излучения высокой интенсивности. Поле излучения считается при этом стационарным. В таких условиях обмен энергией и импульсом в каждом индивидуальном акте соударения электронов с фотоном приводит лишь к малому изменению первоначального состояния электронов. Последнее означает, что электроны можно рассматривать как тяжелую примесь в газе фотонов. Частицы тяжелой примеси должны совершать броуновские блуждания в пространстве импульсов. Кроме того, существует систематическое торможение электронов об излучение. При этом в стационарном состоянии функция распределения тяжелой примеси (электронов) по импульсам $f(p)$ оказывается случайной (гауссовой) функцией. Если вся система — излучение и электроны — может считаться изотропной, то гауссово распределение по импульсам тождественно совпадает с максвелловской функцией распределения по энергиям с эффективной температурой T_e . В случае анизотропного поля излучения, когда электроны облучаются внешним источником, модули гауссового распределения, которые по своему смыслу являются продольной и попечерной температурами, оказываются различными. Эти температуры убывают с расстоянием от источника по различным законам.

Соударения электронов между собой, естественно, не изменяют максвелловского распределения и его эффективную температуру в изотропном случае. В анизотропном случае соударения стремятся изотропизовать систему электронов, придав ей единую температуру. Расчет показывает, однако, что для такой изотропизации требуется в некоторых рассмотренных ниже случаях слишком длительное время, и она не реализуется.

В изотропном случае, предполагая с самого начала, что функция распределения электронов максвелловская, можно легко получить стационарную температуру электронов в произвольном неравновесном поле излучения. Для этого воспользуемся хорошо известным кинетическим уравнением [1, 3] для числа заполнения фотонов $n = (c^3/8\pi h\nu^3)\epsilon$:

$$\frac{dn}{dt} = \frac{\sigma_t N_e h}{m_e c} \frac{1}{\nu^2} \frac{\partial}{\partial \nu} \nu^4 \left(\frac{kT_e}{h} \frac{\partial n}{\partial \nu} + n + n^2 \right). \quad (1)$$

Здесь σ_t — томсоновское сечение рассеяния, N_e и T_e — соответственно плотность и температура электронов. Умножая (1) на $h\nu$ и интегрируя по фазовому пространству фотонов, мы находим для изменения плотности энергии излучения следующее соотношение:

$$\frac{d\epsilon}{dt} = \sigma_t N_e \frac{8\pi h}{m_e c^4} \left[4kT_e \int n \nu^3 d\nu - h \int \nu^4 n(1+n) d\nu \right], \quad (2)$$

где $\epsilon = (8\pi h/c^3) \int n \nu^3 d\nu = \int \epsilon_\nu d\nu$ — плотность энергии излучения. Интегрирование правой части производилось по частям при следующих предположениях: $\nu^5 n \rightarrow 0$ при $\nu \rightarrow \infty$ и $\nu^5 n^2 \rightarrow 0$ при $\nu \rightarrow 0$. Первый член в скобках описывает комптоновское охлаждение газа, а второй — нагрев.

В стационарном состоянии $\frac{d\epsilon}{dt} = 0$, тогда (2) определяет стационарную температуру электронов

$$kT_e = \frac{\int (h\nu)^2 n(1+n) \nu^2 d\nu}{4 \int h\nu n \nu^3 d\nu} \approx \frac{h\bar{\nu}}{4} + \frac{c^3}{32\pi} \int \frac{\epsilon_\nu^2 d\nu}{\nu^2}. \quad (3)$$

В числителе первое слагаемое выражает обычное спонтанное комптоновское рассеяние. Второе слагаемое, пропорциональное n^2 или ϵ_ν^2 , характеризует явление вынужденного комптоновского рассеяния. Пренебрежение вынужденным рассеянием допустимо лишь тогда, когда плотность излучения не велика или излучение является жестким и $n < 1$.

В случае анизотропного излучения ситуация становится более сложной. Как показано в [7], для температур T_\perp и T_\parallel получается:

$$kT_\perp \approx \frac{h\bar{\nu}}{4} + \frac{3c^3}{128\pi} \frac{\int (\epsilon_\nu^2/\nu^2) d\nu}{\epsilon} \left(\frac{R}{r} \right)^2, \quad (4)$$

$$kT_\parallel \approx \frac{h\bar{\nu}}{4} + \frac{3c^3}{128\pi} \frac{\int (\epsilon_\nu^2/\nu^2) d\nu}{\epsilon} \left(\frac{R}{r} \right)^4.$$

Здесь R — характерный размер источника излучения, r — расстояние между излучающей поверхностью и точкой наблюдения. Формула (4) получена при условии $r \gg \kappa$. Заметим, что с удалением от источника ϵ_ν уменьшается пропорционально $(R/r)^2$.

Используя (2), нетрудно оценить время установления стационарного состояния электронов вследствие комптоновского рассеяния. Для поперечной компоненты легко получить

$$t_c = \frac{3}{4} \frac{m_e c}{\sigma_t \epsilon}. \quad (5)$$

Для установления изотропной температуры в анизотропном поле излучения должно выполняться условие $t_c \gg t_{ee}$, где $t_{ee} =$

$= T_e^{3/2} / 3,8 N_e \ln \Lambda$ ($\ln \Lambda$ — кулоновский логарифм) представляет собой характерное время максвеллизации электронов из-за столкновений.

Для электронов, находящихся в поле изотропного излучения ϵ' и анизотропного ϵ'' , стационарная температура, определяемая комптон-эффектом, дается следующей формулой:

$$kT_e \approx \frac{c^3}{32\pi} \frac{\int \epsilon'_v \epsilon''_v / v^2 dv}{\epsilon' + \epsilon''}. \quad (6)$$

В газе, окружающем источник низкочастотного излучения, присутствует изотропная компонента $\epsilon'_v = \epsilon''_v \tau_t$, где $\tau_t = \int_r^R \sigma_t N_e dr < 1$ — оптическая толщина газа по томсоновскому рассеянию. При этом наличие изотропной компоненты мало влияет на процесс торможения—охлаждения электронов в поле излучения.

Особо отметим, что хотя процесс вынужденного рассеяния вызывает нагрев электронов, он не приводит к увеличению изотропной компоненты излучения, которая целиком определяется спонтанным рассеянием.

2. Плотность энергии излучения вблизи пульсаров ($R \sim 10^8 \text{ см}$) чрезвычайно велика ($10^2 \div 10^8 \text{ эрг} \cdot \text{см}^{-3}$). К тому же в старых пульсарах основная энергия излучается в радиодиапазоне на низких частотах $v < 100 \text{ МГц}$. Поэтому должно быть велико влияние комптоновских процессов на тепловой баланс плазмы в окрестностях пульсаров. Мы предполагаем, что вблизи источников излучения давление света на электроны уравновешено электростатическим притяжением их к протонам и ядрам, которые в свою очередь удерживаются гравитационными силами. Для удобства оценок примем, что пульсар имеет в радиодиапазоне степенной спектр $\epsilon_v = a v^{-\alpha}$ и $\alpha > 1$, т. е. радиосветимость $L_0 (\text{эрг} \cdot \text{сек}^{-1})$ определяется минимальной частотой. Полная светимость пульсара во всех диапазонах частот $L \geq L_0$. Нужно учесть также, что в период импульса интенсивность излучения в $\tau/\Delta\tau$ раз превышает среднюю. Здесь τ — период пульсара.

Тогда из (4) и (6) легко получить удобную формулу для температуры электронов (или для ее поперечной компоненты):

$$kT_e = \frac{3}{128\pi} A \frac{(\alpha - 1)}{2\alpha + 1} \frac{\tau}{\Delta\tau} \frac{L_0^2 c^2}{4\pi r^2 L v_{\min}^3}, \quad (7)$$

где $A = \max \{ (R/r)^2, (4/3) \tau < 1 \}$. При любом другом виде спектра температуру электронов можно найти непосредственно по (4) или (6).

а) *Пульсар NP 0532*. Примем $L_0 = 10^{31} \text{ эрг} \cdot \text{сек}^{-1}$, $L = 10^{36} \text{ эрг} \cdot \text{сек}^{-1}$, $\Delta\tau/\tau \sim 0,3$, $\alpha = 2$ [$|v|, v_{\min} = 40 \text{ МГц}$]. Исходя из формулы (7), имеем $T_e \approx (4 \cdot 10^{36}/r^2) (R/r)^2 \text{К}$. Так как при $kT_e \gg m_e c^2$ не применимы приведенные выше формулы, температура электронов вблизи пульсара остается неизвестной; можно, однако, констатировать, что все электроны при $r < 10^8 R \sim 10^{11} \text{ см}$ должны быть релятивистскими. Время нагрева электронов намного меньше времени изотропизации распределения из-за столкновений, поскольку $T_e \gg 10^9 \text{ К}$ и N_e едва ли превышает 10^8 см^{-3} , следовательно, температура должна быть анизотропной.

Присутствие релятивистской максвелловской плазмы делает пульсар источником тормозного γ -излучения с γ -светимостью $L_\gamma \sim 3 \cdot 10^{11} N_e^2 \text{ эрг} \cdot \text{сек}^{-1}$, где N_e — плотность электронов в зоне с радиусом в 10^{11} см .

Следует отметить, что предыдущие рассуждения применимы лишь в том случае, если электроны удерживаются в зоне нагрева магнитным полем и в то же время малы потери на синхротронное излучение, т. е. выполнено условие $\epsilon > 2\pi/8\pi > N_e k T_e$. В противном случае зона релятивистской плазмы уменьшается. Вместе с тем зона эффективного нагрева плазмы низкочастотным излучением расширяется.

В. Ф. Шварцман любезно обратил наше внимание на важность учета движения газа. Если газ движется относительно пульсара со скоростью v и время прохождения зоны радиуса r порядка $t_v \sim r/v$, то отношение времени нагрева $t_{\text{нагр}} = kT_e/L^+$ к времени пролета равно

$$\frac{t_{\text{нагр}}}{t_v} = \left(\frac{kT_e}{m_e c^2} \right) \left(\frac{v}{c} \right) \left(\frac{r}{R} \right)^5 \frac{v_{\text{min}}^3}{L_0^2} \frac{m_e c^3 (4\pi R^2)^2}{\sigma_i R} \left(\frac{\Delta\tau}{\tau} \right)^2 \frac{64\pi}{3} \frac{2\alpha + 1}{(\alpha - 1)^2}.$$

Скорость нагрева $L^+ = (3/64\pi)(\sigma_i c^2/m_e)(R/r)^2 \int (\epsilon_v/v^2) d\nu$ легко найти из уравнения (2). Если даже $v \sim 0,1 \text{ с}$, то $kT_e \geq m_e c^2$ в зоне с $r < < 2 \cdot 10^5 R \sim 2 \cdot 10^{10} \text{ см}$.

При $r > 2 \cdot 10^5 R$ температура падает до $3 \cdot 10^7 \text{ К}$ и главную роль в разогреве газа вблизи $NP 0532$ начинает играть спонтанное комптоновское рассеяние рентгеновских квантов, поддерживающее температуру

$kT_e = (1/4) \left(\int h v \epsilon, d\nu / \int \epsilon, d\nu \right) = \frac{h v}{4}$. Рентгеновское излучение пульсара, определяющее его светимость, измерено лишь до $h\nu \sim 10 \text{ кэв}$, поэтому можно считать, что $T_e \geq 3 \cdot 10^7 \text{ К}$ поддерживается до тех пор, пока комптон-эффект определяет охлаждение плазмы. Затем температура падает по закону $T_e \geq 3 \cdot 10^7 (L_c/L_{\text{полн}})$, где $L_c^- = 2\sigma_i kT_e \epsilon / m_e c$ — скорость комптоновского охлаждения электронов в анизотропном поле излучения, а $L_{\text{полн}}^-$ — скорость охлаждения, обусловленная всеми возможными процессами. Если учитывать только тормозное излучение, то $L_c^-/L_{ff}^- = 2 \cdot 10^4 T_e^{1/2} \epsilon / N_e$ и при $N_e \sim 1 \text{ см}^{-3}$ вплоть до $r \sim 2 \cdot 10^{16} \text{ см}$ $T_e > 3 \cdot 10^7 \text{ К}$.

б) *Радиопульсары*. Принимая $L_0 = L = 10^{29} \text{ эрг} \cdot \text{сек}^{-1}$, $v_{\text{min}} = 40 \text{ МГц}$, $\Delta\tau/\tau \sim 1/20$, $R \sim 10^8 \text{ см}$ и $\alpha = 2$, имеем $T_e \approx 3 \cdot 10^{11} (1/r^2) (R/r)^2 \text{ К}$, т. е. зона с релятивистской плазмой больше, чем у рентгеновских и оптических пульсаров и доходит до $r \sim 8 \cdot 10^3 \approx 8 \cdot 10^{11} \text{ см}$, а зона с $T_e \geq 10^{10} \text{ К}$ — до $r \sim 2 \cdot 10^5 R = 2 \cdot 10^{13} \text{ см}$. В зоне ионизации распределение электронов по скоростям изотропно (из-за соударений между собой) при $N_e > 1 \text{ см}^{-3}$. В зоне с релятивистской плазмой оно изотропно при $N_e(r/R)^2 > > 2 \cdot 10^7 \text{ см}^{-3}$. Не исключено, что интенсивное рождение позитронов в релятивистской максвелловской плазме с $T_e \sim 20 \text{ Мэв}$ [9] должно приводить к увеличению светового давления на газ и к устранению равновесия между гравитацией и давлением света. Такой газ должен выметаться из области, близкой к пульсару.

3. Можно дать верхнюю оценку на допустимую плотность газа за пределами релятивистской зоны. Нагрев электронов при достаточно высокой их плотности сопровождается изменением спектрального распределения квантов.

Как показано в (10), кванты диффундируют в область малых частот, стремясь перейти в состояние бозе-конденсации. При выводе уравнения для изменения функции распределения квантов из-за комптоновского рассеяния в стационарном анизотропном случае нужно учитывать два важных обстоятельства:

а) если n — локальная функция распределения квантов, то $\frac{\partial}{\partial r} \int n r^2 v^2 d r = 0$. Это означает, что одинаков поток квантов через любую

поверхность радиуса r . При этом мы пренебрегаем рассеянной изотропной компонентой излучения;

б) фактор, описывающий процессы вынужденного рассеяния, должен быстро убывать с расстоянием пропорционально $(R/r)^2$, поскольку в анизотропном потоке, где все кванты имеют одинаковое направление, вынужденные процессы отсутствуют.

Этим требованиям отвечает следующее уравнение, являющееся распространением уравнения (1) на случай стационарного анизотропного потока излучения:

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial n r^2}{\partial r} = \frac{\sigma_t N_e h}{m_e c^2} \frac{1}{v^2} \frac{\partial}{\partial v} v^4 \left[\frac{\partial n}{\partial v} \frac{kT_e}{h} + n + n^2 \left(\frac{R}{r} \right)^2 \right]. \quad (8)$$

При больших числах заполнения n — вплоть до некоторого R_{\max} — выполняются неравенства $n^2 \gg n(r, R)^2$, $n^2 \gg \frac{kT_e}{h} \frac{\partial n}{\partial v} \left(\frac{r}{R} \right)^2$. В этой области уравнение (8) принимает вид

$$\frac{\partial f}{\partial r} = \frac{\sigma_t N_e}{m_e c^2} \frac{\partial f^2}{\partial v} \left(\frac{R}{r} \right)^4, \quad (9)$$

где $f = h n v^2 (r/R)^2 = (c^3 / 8\pi v) \epsilon_v (r/R)^2$.

Предположим, что излучение проходит через слой плазмы, находящийся на расстоянии R_1 от пульсара. Тогда, решая (9) совместно с соответствующим граничным условием $f = b v^{-1-\alpha}$ при $r = R_1$, получаем следующий закон для изменения функции распределения:

$$v = \left(\frac{b}{f} \right)^{1/(1+\alpha)} - \frac{2}{3} \frac{\sigma_t N_e}{m_e c^2} R \left[\left(\frac{R}{R_1} \right)^3 - \left(\frac{R}{r} \right)^3 \right] f,$$

где $b = (c^3 / 8\pi) a(R)$. При $r > R_1$ окончательно получим

$$v = \left(\frac{b}{f} \right)^{1/(1+\alpha)} - \frac{2}{3} \frac{\sigma_t N_e}{m_e c^2} R \left(\frac{R}{R_1} \right)^3 f. \quad (10)$$

Это решение показывает, что каждая точка на плоскости (f, v) двигается с изменением параметра $N_e (R/R_1)^3$ по характеристике в сторону малых частот параллельно оси v , причем величина сдвига пропорциональна высоте этой точки на плоскости (f, v) . Переходя от функции f к спектральной функции излучения ϵ_v , находим, что, начиная с некоторой критической частоты v_{kp} , ϵ_v уменьшается с уменьшением частоты, стремясь к нулю пропорционально v , т. е. $\epsilon_v \sim v$, причем

$$v_{kp} = \left[\frac{a(R)}{12\pi} \frac{\sigma_t c N_e}{m_e} R \left(\frac{R}{R_1} \right)^3 \right]^{1/(2+\alpha)}. \quad (11)$$

При $v = v_{kp}$ сравниваются время пролета кванта через слой газа и характерное время существенного изменения частоты кванта при индуцированных комптоновских столкновениях.

Для пульсара $NP~0532$ известно, что при $v \sim 40$ Мегц спектральная функция еще не имеет тенденции изменить свой ход. Воспользовавшись этим обстоятельством, с помощью (11) находим неравенство, ограничивающее величину N_e на расстоянии R_1 от пульсара:

$$N_e < \frac{12\pi m_e v_{min}^2}{\epsilon_v (v_{min}, R) \sigma_t c R} \left(\frac{R_1}{R} \right)^3 = \frac{48\pi^2(\alpha-1) m_e R v_{min}^3}{\sigma_t L_0} \left(\frac{R_1}{R} \right)^3. \quad (12)$$

Для $R = 10^{11} \text{ см}$, где $kT_e \leq m_e c^2$ и применимо (12), окончательно получим

$$N_e < 10^8 \text{ см}^{-3}. \quad (13)$$

Подобную оценку легко получить из энергетических соображений. Потери энергии газом вокруг пульсара при комптоновском охлаждении $\int 4\pi r^2 N_e (2\sigma_T k T_e \epsilon / m_e c) dr$ не могут превышать радиосветимость L_0 , отсюда

$$N_e < \frac{L_0}{L} \frac{m_e c^3}{2\sigma_T R_1 k T_e}. \quad (14)$$

Оценки (13) и (14) не интересны, так как их нельзя применять в непосредственной окрестности пульсара, при $r \sim 10^8 - 10^9 \text{ см}$, где плазма должна быть релятивистской и неприменимы полученные выше формулы. Заметим, что некорректная подстановка в (12) $R_1 \sim 10^9 \text{ см}$ приводит к $N_e < 10^2 \text{ см}^{-3}$. Последнее указывает на важность развития релятивистской теории.

Авторы благодарны Я. Б. Зельдовичу за внимание к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. С. Компанеец, ЖЭТФ, 31, 876 (1956).
2. H. Dreicer, Phys. Fluids, 7, 735 (1964).
3. R. Weutapp, Phys. Fluids, 8, 2112 (1965).
4. В. Н. Цытович, Нелинейные эффекты в плазме, изд. Наука, М., 1967.
5. J. Reugaard, J. Phys., 29, 88 (1968).
6. Я. Б. Зельдович, Е. В. Левиц, Письма в ЖЭТФ, 11, 57 (1970).
7. Е. В. Левиц, Диссертация, Институт теоретической физики, 1970.
8. В. Л. Гинзбург, УФН, 99, 514 (1969).
9. Г. С. Бисноватый-Коган, Я. Б. Зельдович, Р. А. Суняев, Письма в ЖЭТФ, 12, 64 (1970).
10. Я. Б. Зельдович, Е. В. Левиц, ЖЭТФ, 55, 2423 (1968).

Институт прикладной математики
АН СССР

Поступила в редакцию
21 апреля 1970 г.

GAS HEATING IN THE VICINITY OF PULSAR DUE TO INDUCED COMPTON-EFFECT

E. V. Levich, R. A. Syunyaev

The heating of thermal electrons by low-frequency radiation due to induced Compton-effect has a considerable influence on the thermal balance of the gas around the pulsar. In the close vicinity of pulsars the gas must be relativistic.

УДК 523.164.4

О САМОВОЗБУЖДАЮЩИХСЯ НИЗКОЧАСТОТНЫХ КОЛЕБАНИЯХ МАГНИТНОЙ ВРАЩАЮЩЕЙСЯ НЕЙТРОННОЙ ЗВЕЗДЫ

Ю. В. Вандакуров

В рамках ньютоновской теории тяготения рассматриваются нерадиальные низкочастотные колебания врачающейся нейтронной звезды с торoidalным магнитным полем. Предполагается, что давление является функцией только плотности. Развивается приближенный способ решения уравнений колебаний путем разложения по сферическим функциям. Показано, что имеются самовозбуждающиеся собственные колебания, несимметричные относительно оси вращения. Обсуждается, может ли рассматриваемая неустойчивость привести к появлению пульсирующего источника излучения.

1. В настоящее время общепринята точка зрения, что пульсары являются вращающимися нейтронными звездами с магнитным полем дипольного типа. Теоретическое рассмотрение свойств таких звезд проводилось в работах [1-4].

Однако вопрос о характере собственных колебаний магнитной врачающейся нейтронной звезды изучен еще недостаточно. Между тем, именно в звездах этого типа возможно самовозбуждение нерадиальных низкочастотных колебаний. Как будет объяснено ниже, два фактора имеют кардинальное значение для существования неустойчивости: 1) наличие торoidalного магнитного поля (или другого дестабилизирующего фактора) и 2) специфический характер уравнения состояния среды при плотностях, соответствующих нейтронным звездам. Важно не только то, что давление p определяется лишь плотностью ρ , но и то, что вид функции $p(\rho)$ не зависит от того, происходят в среде макроскопические движения или нет. Из-за малого времени релаксации (времени установления равновесного состава элементарных частиц и т. п.) последнее утверждение принимается справедливым даже для случая высокочастотных колебаний нейтронной звезды [5, 6]*. Для рассматриваемой ниже задачи достаточно принять, что время релаксации много меньше периода вращения звезды.

Если $p = p(\rho)$, то в критерии конвективной устойчивости Шварцшильда левая часть обращается в нуль [7], поэтому немагнитная нейтронная звезда оказывается нейтрально устойчивой относительно возбуждения низкочастотных нерадиальных колебаний конвективного типа. Магнитное поле (даже если его напряженность невелика) может привести к тому, что безразличное равновесие сменится неустойчивым. Например, если среда идеально проводящая и конфигурация такова, что взаимозамещение двух магнитных силовых трубок приводит к вытеснению магнитного поля из внутренних зон звезды, то будет возникать неустойчивость, как в тяжелой жидкости, поддерживаемой легкой. Подробно этот вопрос рассматривался в работах [7, 8]. Кроме магнитного поля, к неустойчивости могут приводить также другие факторы. Например, большая концентрация углового момента к центру может быть при-

* Эти колебания устойчивы, если масса звезды меньше предельной.

чиной неустойчивости, подобной той, которая наблюдается в жидкости между вращающимися цилиндрами при достаточно большой скорости внешнего цилиндра. Однако представляется маловероятным, чтобы угловая скорость нейтронной звезды значительно отличалась от однородной (см. ниже п. 2).

В нейтронной звезде с тороидальным полем может возбуждаться еще один тип неустойчивости, впервые обнаруженный на модели бесконечного гравитирующего цилиндра [8]. Именно, оказывается, что условия возбуждения несимметричных относительно оси цилиндра возмущений совсем не такие, как для симметричных. Например, симметричные возмущения устойчивы, если взаимозамещение двух магнитных силовых трубок не приводит к изменению распределений поля и плотности. При тех же условиях несимметричные возмущения неустойчивы. Исследование колебаний цилиндрически симметричной модели показывает, что наличие тороидального поля является, по всей вероятности, необходимым условием для неустойчивости, в то время, как характер распределения магнитного поля не играет существенной роли. Рассмотрение аналогичной неустойчивости для шаровой модели еще не проводилось, и этому вопросу посвящена настоящая работа.

Сформулируем основные исходные положения и приближения. Считаем, что звезда вращается и имеет внутреннее тороидальное магнитное поле, но вращение и поле являются малыми возмущениями. Вещество звезды — идеально проводящее и описывается уравнением состояния $p = p(\rho)$. Предполагаем еще, что эффекты общей теории относительности можно не учитывать. Тогда основная система уравнений записывается в виде

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} + \nabla \left(\int \frac{dp}{\rho} + \Phi + \frac{H^2}{8\pi\rho} \right) - \frac{1}{4\pi\rho} \left[(H \nabla) H - \frac{H^2}{2\rho} \nabla \rho \right] = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \text{rot}(\mathbf{v} \times \mathbf{H}), \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} = -\text{div} \rho \mathbf{v}, \quad \nabla^2 \Phi = 4\pi G \rho,$$

где Φ — гравитационный потенциал, G — постоянная тяготения, а \mathbf{H} — магнитное поле.

2. Равновесное состояние. В равновесии p , ρ и другие величины являются функциями только от r и ϑ (r , ϑ , φ — сферические координаты). Приближенное решение уравнений (1) можно получить при помощи разложения по малому параметру λ , равному отношению магнитной или центробежной силы к силе тяготения. Случай произвольного распределения поля $\mathbf{H}(r, \vartheta)$ и угловой скорости $\Omega(r, \vartheta)$ был исследован в работе [9]. Ввиду $p = p(\rho)$ имеется еще условие, что сумма центробежной и магнитной сил должна иметь потенциал.

Обозначим через $p_0(r)$, $\rho_0(r)$, ... решение уравнений (1) в нулевом приближении, т. е. при отсутствии поля и вращения. Одно частное решение уравнений первого приближения (в которых учтены только линейные по λ члены) имеет вид

$$\dot{\mathbf{H}} = \{0, 0, \sqrt{4\pi} r f(r) \sin \vartheta\}, \quad \mathbf{v} = \{0, 0, r \Omega(r) \sin \vartheta\}, \quad (2)$$

$$\Omega^2 = \int \rho_0 d(\rho_0^{-2} f^2),$$

где Ω — угловая скорость, а f — произвольная функция от r . Другие решения (для которых только H_r и v_φ отличны от нуля) характеризуются более сложной зависимостью от угла ϑ .

Заметим, что немагнитная вращающаяся звезда с заданным угловым моментом и равной нулю энтропией имеет наименьшую энергию при условии $\Omega = \text{const}$. В случае твердотельного вращения магнитной звезды в формулы (2) нужно подставить

$$f(r) = f_c \rho_0(r)/\rho_{0c}, \quad \Omega = \text{const}, \quad (2a)$$

где $\rho_{0c} = \rho(0)$ и т. п. Такая конфигурация так же, как и при отсутствии поля, является нейтрально устойчивой относительно возмущений с осевой симметрией, поскольку при $f/\rho = \text{const}$ взаимозамещение любых двух магнитных силовых трубок не приводит к изменению распределения поля. В связи со сказанным можно ожидать, что конфигурация с однородной угловой скоростью является наиболее вероятной. Именно такая модель будет рассматриваться ниже.

3. Задача колебаний. Пусть теперь на равновесное состояние $p(r, \vartheta), v(r, \vartheta)$ и т. д. наложено малое возмущение, эйлеровы компоненты которого равны p^*, v^*, \dots Зависимость последних от φ и t возьмем в виде $\exp i(m\varphi + \omega t)$. Изменение магнитного поля описывается уравнением $\frac{\partial H}{\partial t} = \text{rot}(v \times H)$, линеаризация которого при выполнении условий (2), (2a) дает

$$\nabla H^* = \sqrt{4\pi} (m/v^* + ie_\varphi r \sin \vartheta \text{div } v^*),$$

где $v = \omega + m\Omega$ — частота во вращающейся вместе со звездой системе координат, e_φ — единичный вектор. Возмущение давления будет $p^* = p^* \frac{dp}{d\rho}$.

Рассмотрим теперь линеаризованные уравнения движения и непрерывности. Заметим, что интересующая нас ветвь колебаний имеет малые частоты. При $\lambda = 0$ (т. е. в отсутствие поля и вращения) в связи с нейтральной устойчивостью звезды $\omega = 0$. Этот результат остается справедливым также с учетом эффектов общей теории относительности [6]. Если же $\lambda \neq 0$, то оказывается, что $\omega^2 \sim \lambda G_F$ (т. е. $\omega \sim \Omega$ или $\omega^2 \sim H_\varphi^2/4\pi\rho R^4$). Здесь R — радиус звезды. Сравнивая в уравнении движения инерционный или магнитный член с членом, содержащим ∇p^* , найдем, что возмущения p^* и ρ^* малы. Для ρ^* получается оценка $\rho^* \sim \lambda \rho H_\varphi^2 / H_\varphi$. Отбрасывая поправки порядка λ^2 , приведем уравнения движения и непрерывности системы (1) к виду

$$\begin{aligned} ixv_r^* - (y - d)v_\varphi^* \sin \vartheta + v\nabla_r \Pi &= 0 & \left(\nabla_r = \frac{\partial}{\partial r} \right), \\ ixv_\vartheta^* - yv_\varphi^* \cos \vartheta + v\nabla_\vartheta \Pi &= 0 & \left(r\nabla_\vartheta = \frac{\partial}{\partial \vartheta} \right), \\ ixv_\varphi^* + (y - d)v_r^* \sin \vartheta + yv_\vartheta^* \cos \vartheta + (imv/r \sin \vartheta)\Pi &= 0, \\ \text{div } \rho_0 v^* &= 0, \end{aligned} \quad (3)$$

где

$$\Pi = \Phi^* + p^*/\rho + H_\varphi H_\varphi^*/4\pi\rho, \quad x = v^2 - ma\rho_0, \quad y = 2(v\Omega - a\rho_0),$$

$$d = ar \frac{dp_0}{dr}, \quad a = mf_c^2/\rho_{0c}^2, \quad v = \omega + m\Omega.$$

Уравнения (3) представляют собой полную систему для неизвестных Π и v^* , условие существования решения дает возможность определить

лить собственные значения ω . Для нахождения Φ^* и ρ^* нужно еще использовать уравнение Пуассона $\Delta^2\Phi^* = 4\pi G\rho^*$.

В рассматриваемом приближении изменение равновесных распределений, вызванное полем и вращением, не сказывается на колебаниях звезды, а отношение ω/Ω зависит только от одного параметра, в качестве которого можно выбрать отношение магнитной энергии к энергии вращения q . В последующем будем принимать, что $\rho_0(r)$ является политропой с индексом* $n = 1.5$. Такая модель соответствует нейтронной звезде небольшой массы. С учетом политропной структуры и выражений (2), (2 а) получим следующие формулы для магнитной и вращательной энергии $\mathcal{E}_H = 0.027 R^3 H_{\max}^2$, $\mathcal{E}_\Omega = 0.071 \rho_0 c R^5 \Omega^2$, где $H_{\max} = (H_\varphi)_{r \sim 0.37 R}$ — максимальное поле, $\mathcal{E}_H = q\mathcal{E}_\Omega$.

Будем искать решение системы (3) по методу разложения в ряды по присоединенным полиномам Лежандра

$$\Pi = \left[\sum_{k=1}^{k=l} \Pi_k(r) P_{l+2(k-1)}^m(\cos \vartheta) \right] e^{i(m\varphi + \omega t)}, \quad (4)$$

где $m = 0, 1, \dots$, а параметр l равен либо m , либо $m + 1$ (см. Приложение)**. Задаваясь некоторым числом j ($j = 1, 2, \dots$), получим решение в j -м приближении. Аналогичный метод применялся при изучении колебаний немагнитной вращающейся нормальной звезды [10]. На одном численном примере было показано, что метод дает удовлетворительную точность уже в первом приближении (смещение собственного значения при переходе от j -го приближения к $j + 1$ -му для $j = 1, 2, 3$ было соответственно равно -4.5% ; $+0.3\%$ и -0.2%).

Результаты численного расчета на ЭВМ собственных значений ω системы (3) даны на рис. 1. Входящие в формулу (4) параметры l и m

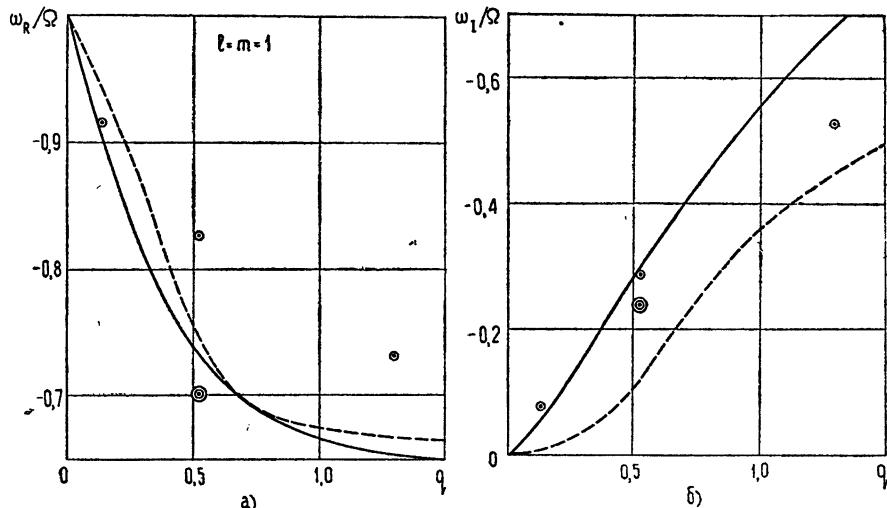


Рис. 1. Действительные ($\omega_R = \text{Re } \omega$) и мнимые ($\omega_I = \text{Im } \omega$) части частоты колебаний звезды в единицах угловой скорости Ω в зависимости от отношения магнитной энергии к энергии вращения q при $l=m=1$. Точки, обведенные j раз кружками, — частоты в j -м приближении для моды с наименьшим числом узлов по радиусу. Сплошные кривые — значения ω по формулам работы [8] (см. Приложение). Штрихи соответствуют моде с одним дополнительным узлом по радиусу (по формулам работы [8]).

* Любое распределение плотности является нейтрально устойчивым, если поле отсутствует. Поэтому ограничение на вид $\rho_0(r)$ для рассматриваемой проблемы не существует.

** Параметр m можно выбрать положительным, поскольку вместо случая $m < 0$ достаточно рассмотреть конфигурацию с измененным направлением вращения.

были выбраны равными единице. В интервале $0 < q < \infty$ найденные значения ω оказались комплексными, причем попарно комплексно-сопряженными. На рис. 1 знак мнимой части $\omega_1 = \text{Im } \omega$ выбран так, чтобы при $\Omega > 0$ колебания были самораскачивающимися. При вычислении ω использовался как метод наискорейшего спуска, так и метод Ньютона.

Некоторые данные рис. 1 относятся к одному и тому же первому приближению, но вычисленному при помощи различных уравнений (см. Приложение). Эти результаты даны либо точками с одним кружком, либо сплошной кривой. Отношение модуля разности частот к модулю частоты характеризует погрешность первого приближения. Последняя колеблется от 3 до 18%. Для значения $q = 0,519$ (или $f_c^2 = 2\rho_0/\Omega^2$) было найдено решение в первом и втором приближениях: $\omega/\Omega = -0,827 \pm i0,288$ и $-0,701 \pm i0,238$ (точки с кружками на рис. 1). В этом случае отношение $2|\omega_2 - \omega_1|/|\omega_2 + \omega_1|$ (где индекс—номер приближения) равно 17%. По-видимому, собственное значение третьего приближения находится между значениями двух предыдущих приближений.

На рис. 2 приведены коэффициенты $\Pi_k(r)$ ряда (4) для только что рассмотренного примера $q = 0,519$, $l = m = 1$. Видно, что первый член в среднем на порядок величины больше поправочных, именно по этой

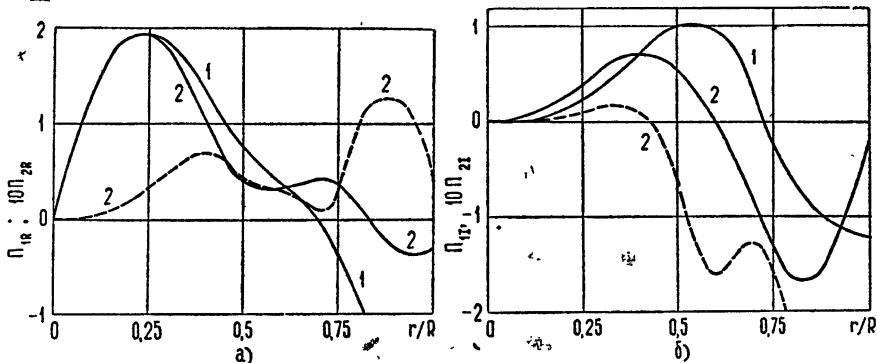


Рис. 2. Коэффициенты $\Pi_k(r) = \Pi_{kR}(r) + i\Pi_{kI}(r)$ ряда (4) в некоторых относительных единицах: $k=1$ —сплошные кривые, $k=2$ —штрихи. Число у кривых указывает номер приближения j (т. е. наибольшее k). Параметры $l=m=1$, $q=0,519$. Значения частот приведены в тексте и отмечены точками на рис. 1. Вблизи поверхности функции $(\Pi_{1R})_{j=1}$ и $(\Pi_{2R})_{j=2}$ монотонно убывают соответственно до значений $-2,36$ и $-0,851$ при $r=R$.

причине первое приближение дает неплохую точность. По всей вероятности, погрешность третьего приближения (а при отсутствии поля—второго) значительно меньше предыдущих приближений, поскольку в дальнейшем с увеличением номера j добавляются новые уравнения, не содержащие главного члена $\Pi_1(r)$.

Заметим еще, что существуют другие моды колебаний, характеризующиеся тем же числом узлов по радиусу и угловым переменным, что и рассмотренные выше. Эти моды, по-видимому, имеют действительные частоты. Для одной модели немагнитной звезды приближенная формула для частоты выведена в Приложении.

4. Обсуждение. Приведенные результаты вычислений позволяют сделать заключение, что вращающаяся нейтронная звезда с внутренним магнитным полем тороидального типа является неустойчивой относительно возбуждения нерадиальных низкочастотных колебаний, слабо возмущающих давление, плотность и гравитационный потенциал. Радиальная компонента смещения равна нулю на поверхности звезды

в том приближении, когда справедливы уравнения (3). За неимением данных о всех типах неустойчивости, рассмотрим найденную выше неустойчивость, для которой после перехода к действительным величинам главный член ряда (4) будет равен

$$-\exp(t/\tau) \sin \vartheta [\Pi_{1R}(r) \cos(\varphi + \omega_R t) - \Pi_{1I}(r) \sin(\varphi + \omega_R t)].$$

Здесь положено $\omega = \omega_R + i\omega_I$, $\omega_I = -1/\tau$, $\Pi_1 = \Pi_{1R} + i\Pi_{1I}$. Величины ω_R , Π_{1R} и т. п.—те же, что на рис. 1 и 2. Неустойчивость является колебательной с временем развития τ и с периодом повторения $P = 2\pi/(-\omega_R)$ (или с периодом $2\pi/(\omega_R + \Omega)$, если перейти в систему координат, вращающуюся вместе со звездой). Здесь принято, что $\Omega > 0$.

Время развития τ определяется в основном магнитным полем. С учетом способствующих затуханию процессов вместо τ^{-1} войдет $\tau^{-1} - \tau_{\text{зат}}^{-1}$. Оценим, например, время $\tau_{\text{зат}}$, обусловленное излучением гравитационных волн. При помощи известной формулы [11] получим по порядку величины $\tau_{\text{зат}} \sim -\frac{dt}{d \ln \mathcal{E}} \sim 45 c^5/\omega^4 GM R^2$, где \mathcal{E} —энергия колебаний.

Эта оценка согласуется с данными расчета затухания нерадиальных высокочастотных колебаний нейтронной звезды [6]. Если $M \sim M_\odot$, $R \sim 10^6 \text{ см}$, $\omega \sim \Omega \sim 200 \text{ сек}^{-1}$, то $\tau_{\text{зат}} \sim 10^7 \text{ сек}$, так что по данным рис. 1 инкремент неустойчивости будет превышать декремент затухания при $q \geq 10^{-8}$ или $H_{\max} \geq 10^{12} \text{ эрст}$. Для звезды с периодом вращения порядка 1 сек необходимое для неустойчивости поле будет порядка 10^9 эрст . Таким образом, самовозбуждение колебаний может происходить при сравнительно умеренных магнитных полях.

Трудным является вопрос о том, может ли рассматриваемая неустойчивость привести к появлению пульсирующего источника излучения (пульсара). Вследствие неустойчивости система стремится перейти в какое-то новое состояние, характеризующееся отсутствием симметрии относительно оси вращения. Однако при $\Omega \neq 0$ нарастание возмущения происходит колебательным образом, и не видно других факторов, которые могли бы остановить это нарастание, кроме явлений типа выбросов пучков частиц вместе с захваченным полем. Место выброса, по-видимому, соответствует области максимального радиального смещения в подповерхностных слоях. Главный максимум смещения находится в экваториальной зоне. Если пятна эжеции действительно образуются, то они будут вращаться с угловой скоростью $-\omega_R$, которая несколько меньше угловой скорости звезды и направлена в ту же сторону. При наличии выбросов вращение звезды будет замедляться и период повторения P будет расти. Впрочем, в рассматриваемой модели период P зависит не только от угловой скорости, но и от соотношения между магнитной и вращательной энергией. В связи с более сильной концентрацией магнитной энергии к центру следует ожидать, что выбросы будут сопровождаться увеличением параметра q , тогда P будет расти (см. рис. 1). В предельном случае, когда в процессе торможения магнитная энергия не меняется, до одной трети общего удлинения периода может объясняться возрастанием параметра q .

Приведенная картина развития неустойчивости представляется довольно вероятной, поэтому вращающаяся нейтронная звезда с торoidalным полем может рассматриваться как возможная модель пульсара. Оценки времени жизни источника, периодов повторения сигналов и скорости удлинения периодов такие же, как в общепринятой модели пульсара, в которой предполагается, что повторение сигналов диктуется вращением звезды. Отметим еще, что обсуждаемое явление самовозбуждения может также иметь место в нейтронных звездах с небольшой

твёрдой оболочкой. При наличии такой коры можно естественным образом объяснить скачки в периодах повторения [12]. Не исключено, что в некоторых случаях рост толщины коры приводит к прекращению неустойчивости в медленно вращающихся старых нейтронных звездах.

В заключение заметим, что рассматриваемая неустойчивость может возбуждаться в однородных по составу белых карликах небольшой массы, имеющих достаточно сильное внутреннее тороидальное магнитное поле. Низкочастотные колебания такой конфигурации описываются теми же уравнениями (3).

ПРИЛОЖЕНИЕ

Из первых трех уравнений системы (3) следует

$$\mathbf{v}^* \cdot \mathbf{r} \sin \vartheta / i\nu = [(zQ + r_{\nabla_\vartheta} \Pi) \sin \vartheta, \quad yQ \cos \vartheta + r \sin \vartheta_{\nabla_\vartheta} \Pi, \quad ixQ],$$

$$\Lambda Q = mx\Pi + r \sin \vartheta (y \cos \vartheta_{\nabla_\vartheta} \Pi + z \sin \vartheta_{\nabla_\vartheta} \Pi),$$

$$\Lambda = c + g \sin^2 \vartheta, \quad c = x^2 - y^2, \quad g = (2y - d)d, \quad z = y - d.$$

После подстановки выражений для \mathbf{v}^* и Q в равенство $\operatorname{div} \rho_0 \mathbf{v}^* = 0$ получим одно уравнение для Π . Пусть теперь Π представляется в виде ряда (4). Умножим уравнение для Π на $\Lambda^2 P_{l_h}^m(\cos \vartheta) \sin \vartheta d\vartheta$ и проинтегрируем по ϑ от 0 до π . Здесь $l_h = l + 2(h-1)$ ($h = 1, 2, \dots$). Члены с $\sin \vartheta$ в знаменателе сокращаются, и в результате получим

$$\sum_{(k)} \{ A_{hk} [r(r\Pi'_k)' + sr\Pi'_k] - B_{hk} r\Pi'_k - C_{hk} \Pi_k \} = 0, \quad (5)$$

$$A_{hk} = c^2 N_{hk}^{(0)} + c(y^2 + g) N_{hk}^{(1)} + y^2 g N_{hk}^{(2)}, \quad \Pi'_k = d\Pi_k / dr,$$

$$B_{hk} = -cu(N_{hk}^{(0)} + M_{hk}^{(1)}) - (cw - z^2\varepsilon) N_{hk}^{(1)} - (gw + z\delta) N_{hk}^{(2)} - gu M_{hk}^{(2)},$$

$$C_{hk} = [cx^2 l_k(l_k + 1) + mx\eta - c\beta] N_{hk}^{(0)} - [(cz^2 - gx^2) l_k(l_k + 1) + mx\delta + g\beta] N_{hk}^{(1)} - gz^2 l_k(l_k + 1) N_{hk}^{(2)} - [c\gamma - y(2cy + \eta)] M_{hk}^{(1)} - (g\gamma - 2y\psi) M_{hk}^{(2)},$$

$$s = 1 + r(\ln \rho_0)' + md/x, \quad u = 2yz, \quad w = z(4z - 7y - 2rd'),$$

$$\beta = mx[z(s-1) - 3d - rd'] - m^2yz, \quad \gamma = syz - 2g - yrd',$$

$$\delta = 2(gy - \psi), \quad \varepsilon = (2y - mx)2d, \quad \eta = ze + 2gy, \quad \psi = z(zrd' - 2d^2),$$

$$N_{hk}^{(n)} = \left(l_h + \frac{1}{2} \right) \frac{(l_h - m)!}{(l_h + m)!} \int_0^\pi P_{l_h}^m(\cos \vartheta) P_{l_k}^m(\cos \vartheta) \sin^{2n+1} \vartheta d\vartheta,$$

$$l_k = l + 2(k-1),$$

а $M_{hk}^{(n)}$ отличается от $N_{hk}^{(n)}$ тем, что под интегралом вместо $P_{l_k}^m \sin \vartheta$ стоит $\frac{\partial P_{l_k}^m}{\partial \vartheta} \cos \vartheta$. Все интегралы выражаются через элементарные функции, если учесть, что $N_{hk}^{(0)}$ равно единице при $h = k$ и нулю при $h \neq k$, а остальные интегралы приводятся к $N_{\alpha\beta}^{(0)}$ при помощи рекуррентных формул:

$$\sin^2 \vartheta P_{l-2}^m = -J_{l-2}^{(+)} P_{l-2}^m + K_l P_l^m - J_{l+2}^{(-)} P_{l+2}^m,$$

$$\sin \vartheta \cos \vartheta \frac{dP_l^m}{d\vartheta} = -(l+1) J_{l-2}^{(+)} P_{l-2}^m + \left(\frac{3}{2} K_l - 1 \right) P_l^m + l J_{l+2}^{(-)} P_{l+2}^m,$$

$$K_l = \frac{2 [l(l+1) + m^2 - 1]}{(2l-1)(2l+3)}, \quad J_l^{(\pm)} = \frac{(l \pm m \pm 1)(l+1 \pm m \pm 1)}{(2l \pm 3)(2l+2 \pm 3)}.$$

Полагая в уравнении (5) $h = 1, 2, \dots, j$, получим систему j уравнений второго порядка для Π_j . Будем принимать, что параметр l равен m или $m+1$, тогда с учетом выражения для $J_l^{(-)}$ найдем, что функции Π_k с индексом $k \leq 0$ из системы выпадают, и любое уравнение содержит не более пяти функций Π_j (а первое уравнение—не более трех). Общее число функций Π_j равно числу уравнений.

Вблизи особой точки $r = 0$ $\Pi_k = r^\alpha T_k$, где $T_k = \text{const}$, а α определяется соотношениями

$$(N_{hh}^{(1)} - 1 + x_c^2/y_c^2)(\alpha - l_h)(\alpha + l_h + 1)T_h + \\ + \sum_{(k \neq h)} \{[\alpha(\alpha - 2) + l_k(l_k + 1)]N_{hk}^{(1)} + (2\alpha - 1)M_{hk}^{(1)}\}T_k = 0 \quad (h = 1, 2, \dots).$$

Отсюда находим $\alpha = l, l+2, \dots, l+2(j-1)$, так что вблизи центра можно построить j линейно независимых решений. Такое же количество решений имеется в области $|R-r| \ll R$, поскольку в случае политропного с индексом $n > 1$ шара из уравнения (5) следует

$$\left[(1 - x^2/y^2)r\Pi'_h - (mx/y)\Pi_h - \sum_{(k)} (N_{hk}^{(1)}r\Pi'_k + M_{hk}^{(1)}\Pi_k) \right]_{r=R} = 0.$$

Условие сшивания решений от центра и от поверхности является уравнением для собственных значений ω .

В случае немагнитного шара решение уравнения (5) первого приближения (когда $j = k_{\max} = 1$) может быть найдено в аналитическом виде для некоторых распределений $\rho_0(r)$. Пусть, например, $\rho_0(r) = \rho_{0c}[1 - (r/R)^\chi]^\zeta$, где χ и ζ —положительные постоянные (при $\chi = 2$ и $\zeta = 3$ эта функция довольно близка к политропе $n = 1,5$). Решение для Π_1 выражается через гипергеометрическую функцию (см. аналогичное решение для цилиндра в работе [8]). Собственные значения ω соответствуют полиномиальным решениям $\Pi_1(r) = C_0 + C_1(r/R)^\chi + \dots + C_b(r/R)^{b\chi}$, тогда

$$\frac{\omega + m\Omega}{\Omega} = -\frac{m\zeta}{\sigma} \pm \frac{1}{\sigma} \sqrt{m^2\zeta^2 - 2\sigma [\zeta - (1 - N_{11}^{(1)}) (2\sigma + 3\zeta)]}, \quad (6)$$

где $\sigma = b(l+1) + (\zeta + b)(l+b\chi)$, а параметр $b = 1, 2, \dots$ определяется числом узлов по радиусу. Так как при l , равном m или $m+1$, будет $(2l+3)N_{11}^{(1)} = 2(m+1)$, то видно, что все частоты немагнитного вращающегося шара являются действительными. Заметим, что некоторые нулевые решения $\nu = \omega + m\Omega = 0$ формулой (6) не описываются.

Уравнения, несколько отличающиеся от (5), были выведены в работе [8], в которой в ряды вида (4) разлагались выражения как Π , так и v_r^* . Решения этих уравнений в первом приближении построены на рис. 1, однако исследование более высоких приближений из-за сложного поведения функций вблизи центра провести не удалось, и задача была переформулирована.

ЛИТЕРАТУРА

1. T. Gold, Nature, 218, 731 (1968); 221, 25 (1969).
2. F. Pacini, Nature, 219, 145 (1968).
3. В. Л. Гинзбург, В. В. Железняков, В. В. Зайцев, УФН, 98, № 2, 201 (1969).
4. J. P. Ostriker, J. E. Gunn, Astrophys. J., 157, № 3, 1395 (1969).

5. D. W. Meltzer, K. S. Thorne, *Astrophys. J.*, **145**, № 2, 514 (1966).
6. K. S. Thorne, *Astrophys. J.*, **158**, № 1, 1 (1969).
7. Ю. В. Вандакуров, Письма в ЖЭТФ, **9**, № 2, 133 (1969).
8. Ю. В. Вандакуров, Труды 6-й Всесоюзной ежегодной зимней школы по космофизике, г. Апатиты, 1969, стр. 49.
9. Ю. В. Вандакуров, Астрон. ж., **45**, № 1, 103 (1968).
10. B. Durgapal, A. Skumanich, *Astrophys. J.*, **152**, № 1, 255 (1968).
11. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Теория поля, Физматгиз, М., 1962.
12. G. Baum, C. Pethick, D. Pines, M. Ruderman, *Nature*, **224**, 872 (1969).

Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе
АН СССР

Поступила в редакцию
24 февраля 1970 г.

SELF-EXCITED LOW-FREQUENCY OSCILLATIONS OF THE MAGNETIC ROTATING NEUTRON STAR

Yu. V. Vandakurov

The non-radial low-frequency oscillations of the neutron star with toroidal magnetic field are considered within the framework of the Newton theory of gravitation. The pressure is assumed to be the function of the density only. An approximative method of solving the oscillation equations is developed by means of expansion in spherical functions. It is shown that there exist self-exciting oscillations asymmetrical with respect to the rotation. It is discussed whether the instability in question may lead to the occurrence of the pulsating source of radiation.

УДК 523.164.4

НОВЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ МЕЖЗВЕЗДНОЙ ПЛАЗМЫ ПОСРЕДСТВОМ «ПРОСВЕЧИВАНИЯ» ЕЕ ПУЛЬСАРАМИ

B. B. Виткевич, Ю. П. Шитов

В работе излагаются результаты исследований характеристик межзвездной плазмы, полученных при наблюдениях просвечивания ее пульсарами. Приводятся данные тонкой структуры спектра пульсаров *CP 0808* и *CP 0950* по наблюдениям авторов на частотах 60 и 86 *Mгц* и найденные на основании их параметры неоднородной структуры межзвездной плазмы.

Указывается на нарушение закона четвертой степени зависимости радиуса частотной корреляции от длины волны.

На основании эффекта Фарадея в межзвездной плазме определены величины продольных магнитных полей, соответственно равные 2,7 и 1,6 *мкгс* по результатам наблюдений пульсаров *CP 0328* и *MP 0628*.

Открытие радиоизлучающих источников на небесной сфере создало принципиально новые возможности для исследования околосолнечной и межпланетной плазмы, а в последнее время и межзвездной плазмы посредством «просвечивания» их радиоволнами. При этом развитие исследований плазмы указанным методом тесно связано с этапами открытия новых типов источников. Источники сравнительно больших угловых размеров, например, Крабовидная туманность, использованная [1, 2] для изучения солнечной короны, привели к открытию неоднородной структуры околосолнечной плазмы.

Уже при ранних исследованиях, кроме рассеяния, отмечались отдельные случаи мерцания радиоволн [2, 3]. Однако 15 лет тому назад эти эффекты, из-за ограниченной чувствительности аппаратуры, можно было наблюдать лишь при приеме таких мощных радиоисточников, каким является Крабовидная туманность. Затем мерцания радиоволн на неоднородностях космической плазмы наблюдались австралийским ученым Сли [4].

Следующий этап связан с использованием для просвечивания источников радиоизлучения, имеющих угловые размеры порядка угловой секунды (обычно это квазары), благодаря чему стало возможным наблюдать их мерцания на мелкомасштабных неоднородностях [5]. Началось изучение мерцаний на тех неоднородностях сверхкороны Солнца, которые в первых исследованиях создавали рассеяние радиоволн при ее просвечивании. Постановка наблюдений мерцаний одновременно в трех пунктах позволяет однозначно найти характерные размеры указанных образований и электронные концентрации неоднородностей [6–9]. Ряд работ, выполненных за последние 10 лет советскими, английскими и американскими учеными, привел к весьма полному представлению об этих неоднородностях.

Открытие пульсаров знаменует новый этап в исследованиях космической плазмы посредством просвечивания ее радиоволнами. Импульсный характер радиоизлучения пульсаров дал возможность определить, и притом с высокой степенью точности, общее число электронов между источником и наблюдателем. Применительно к изучению околосолнеч-

ной плазмы это дает возможность найти среднее значение электронной концентрации в сверхкороне Солнца. Что касается межзвездной плазмы, исследования запаздывания импульсов на разных волнах позволяют с высокой степенью точности (порядка 10^{-3}) найти общее количество электронов по лучу зрения, а пользуясь измеренными расстояниями до пульсаров в линии радиопоглощения 21 см, определить среднюю электронную концентрацию межзвездной плазмы, которая, согласно последним измерениям равна около $0,03 \text{ эл} \cdot \text{см}^{-3}$. Далее, малости угловых размеров пульсаров ($10^{-7} - 10^{-9} \text{ угл. сек}$) создали условия для исследования мерцаний радиоволн на неоднородностях межзвездной плазмы. Наконец, обнаруженная у ряда пульсаров высокая степень линейной поляризации и данные о вращении плоскости поляризации привели к оценке величин магнитных полей в межзвездной плазме.

Здесь можно напомнить, что первые высказывания о возможности исследования межзвездной плазмы посредством просвечивания ее радиоволнами были сделаны еще в 1951 г. [1]. В работе [10] теоретически исследовано формирование дифракционной картины на Земле от неоднородностей межзвездной плазмы. В работе [11] была предпринята первая попытка объяснения наблюдаемых вариаций интенсивности радиоисточников как результата мерцаний на неоднородной межзвездной плазме; весьма важно, что в этой работе рассматривался толстый фазовый экран.

После открытия пульсаров появился ряд работ, трактующих отдельные типы вариаций их радиоизлучения как мерцания на неоднородностях межзвездной плазмы. Развитие экспериментальных работ в этом направлении интенсивно проводилось за последние два года, в частности, в ФИАНе, о чем пойдет речь ниже.

1. ТОНКАЯ СТРУКТУРА СПЕКТРА ПУЛЬСАРОВ CP 0808 И CP 0950

Вскоре после открытия пульсаров, естественно возникли задачи более детального изучения структуры импульсов радиоизлучения и, в частности, их спектров. Первые работы [12, 13] были выполнены в диапазоне метровых волн и показали хорошую корреляцию амплитуд импульсов, возникающих на близких частотах. В работе [12] приведены данные о наблюдениях пульсара CP 1919 на двух частотах, 92 и 93 Мгц, с полосами приема $\Delta f = 440 \text{ кгц}$ в каждом канале. Коэффициент корреляции значений амплитуд оказался весьма высоким—около 0,8, а отношение средних значений интенсивности близко к единице. Схожие результаты были получены в работе [13], в которой были приведены данные о результатах наблюдения пульсара CP 1919 на частотах 150 Мгц и 150,9 Мгц и выявлена высокая степень корреляции амплитуд импульсов на этих частотах (полосы пропускания 0,5 Мгц и 0,15 Мгц). Эти исследования указывали на два обстоятельства. Во-первых, отношение амплитуд на двух частотах в последовательности импульсов в пределах сеанса наблюдений (время порядка минут) остается неизменным. Во-вторых, при достаточно широких полосах оно было близко к единице, что указывало на отсутствие глубокой тонкой структуры спектра данных пульсара. Дальнейшие исследования показали, что указанные черты присущи и другим пульсарам.

Однако при сужении полосы приема выявляется новое обстоятельство. Отношение амплитуд импульсов разных каналов в течение сеанса наблюдений оказывается довольно постоянным, как и при широких полосах, однако это отношение даже для весьма близких частот может существенно отличаться от единицы. Таким образом, выявляется тонкая структура частотных характеристик импульсов пульсаров.

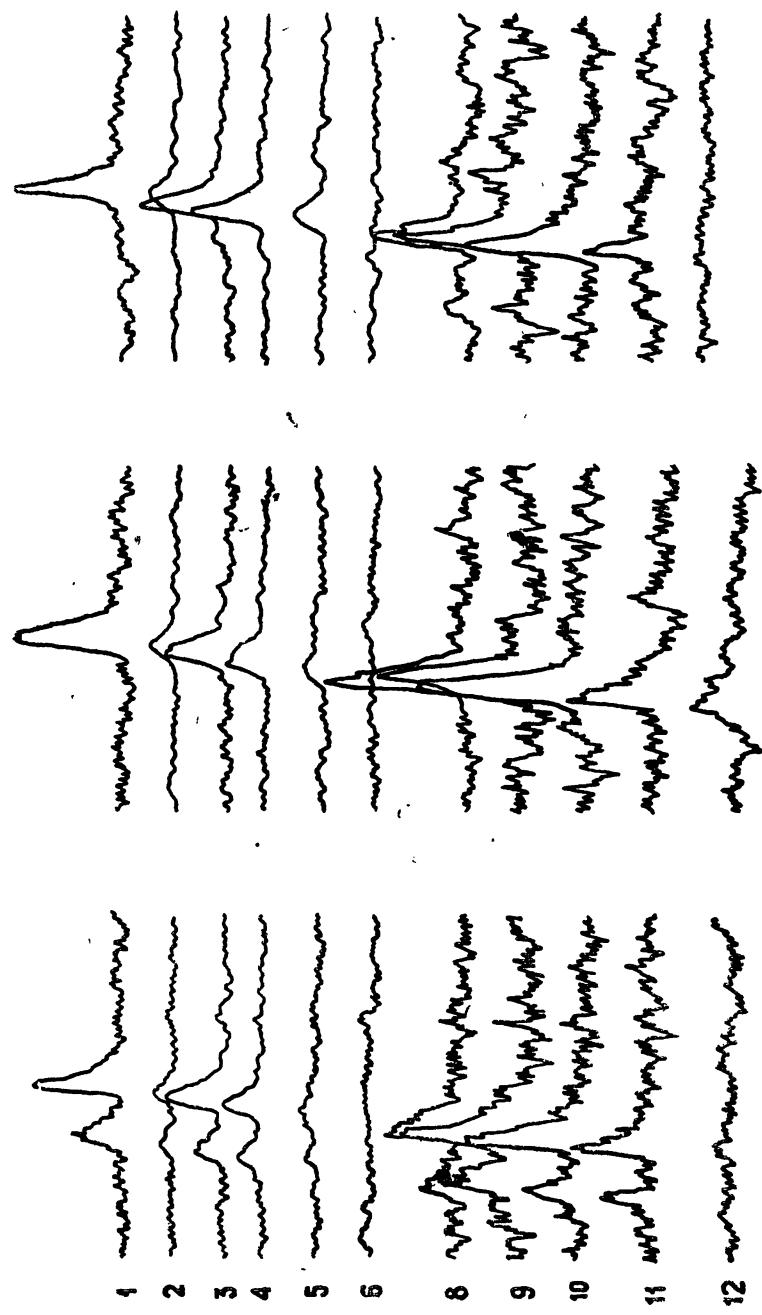


Рис. 1. Примеры записей импульсов пульсара CR 0808 на 12-канальной установке (15.11.69). Расстояние между каналами равно 70 км; $\nu = 84,0$ МГц.

Первые прямые данные по тонкой структуре спектра импульсов, были получены австралийскими учеными и сообщены Болтоном [14]. Наблюдения проводились за пульсаром *CP* 1919 на частоте 150 *Mгц* с помощью многоканальной установки с шириной полосы каналов, равной 0,1 *Mгц*. Далее подобного рода исследования тонкой структуры спектра проводились в нескольких местах, в том числе и на радиоастрономической станции ФИАН в г. Пущино.

Наши первые исследования в этом направлении были выполнены при наблюдении пульсара *CP* 0808 на простых установках, но в широком диапазоне 60—110 *Mгц* [15, 16]. Была четко выявлена тонкая структура спектра с характерным расстоянием между максимумами интенсивности излучения $\Delta\nu_{\text{макс}} = 600 - 700 \text{ кгц}$ при $\nu = 86 \text{ Мгц}$. Для расширения этого круга исследований необходима была разработка и создание специализированной спектральной установки, что и было осуществлено в 1969 г.

Указанная установка имеет 12 каналов с разностью частот между ними и с шириной канала равными 70 *кгц*; таким образом, непрерывно перекрывается диапазон 840 *кгц*. Средняя частота настройки установки может изменяться в широких пределах (60—120 *Mгц*) диапазона метровых волн, чем обеспечивается возможность проведения спектральных исследований на разных частотах и выявления зависимости ширины спектральных линий от длины волны. На этой установке, прежде всего, были проведены исследования импульсов пульсара *CP* 0808. Наблюдения показывают весьма сильное различие амплитуд импульсов этого пульсара в разных каналах, что и является проявлением тонкой структуры спектра (рис. 1). При этом в течение всего сеанса наблюдений довольно устойчиво сохраняется соотношение амплитуд одного и того же импульса в различных каналах, что говорит о постоянстве спектра за время наблюдений (порядка одной минуты).

На рис. 2 приведены данные распределения амплитуд импульсов пульсара *CP* 0808 между разными каналами для одного сеанса наблю-

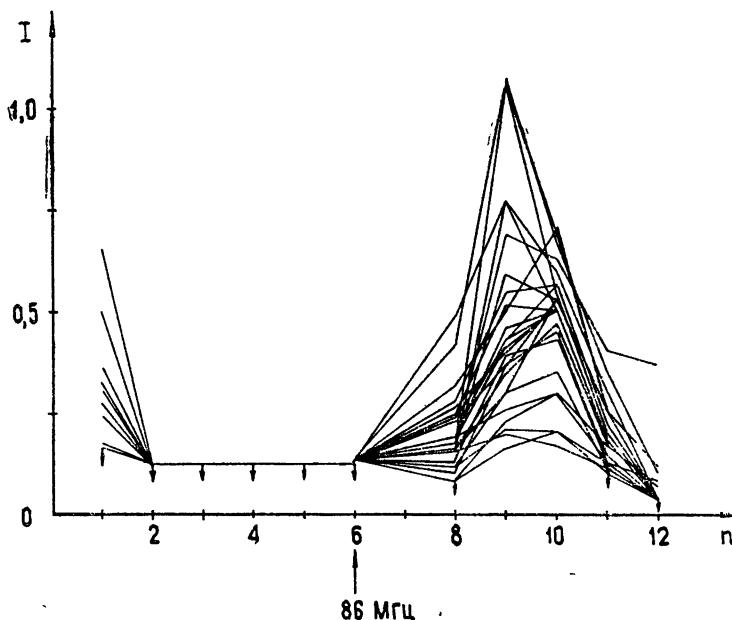


Рис. 2. Спектры импульсов пульсара *CP* 0808 в области частоты 86 *Mгц*, полученные за один сеанс наблюдений (12.11.69). Разность частот между каналами равна 70 *кгц*.

дений; каждая кривая соответствует одному импульсу. Анализ записей приводит к заключению, что для этого пульсара $\Delta\nu_{\max} = 700$ кгц на частоте 86 Мгц. На рис. 3 показан аналогичный пример тонкой структуры спектра пульсара CP 0950, который также был исследован подобным образом. Для него $\Delta\nu_{\max} \approx 1,5$ Мгц на частоте 86 Мгц. Можно заметить,

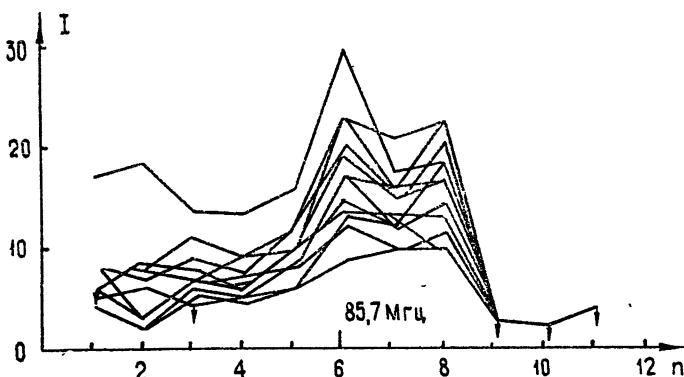


Рис. 3. Спектры импульсов пульсара CP 0950 3. 10. 69.

что форма спектральных кривых в обоих случаях имеет нерегулярный характер и заметно отличается от синусоидальной.

Для характеристики тонкой структуры спектра нами были использованы величины: $\Delta\nu_{\max}$ — характерный интервал частот между максимумами интенсивности, Bh — полоса частот, которая слаживает тонкую структуру спектра, измеренного с бесконечно узкой полосой, до половинного значения минимальной интенсивности по отношению к средней, а также радиус частотной корреляции $\Delta\nu$.

Связь между указанными величинами не вполне однозначна и зависит от формы спектральной кривой; однако без большой ошибки можно принять для дальнейших расчетов следующее соотношение:

$$\Delta\nu_{\max} = 2Bh = 6\Delta\nu.$$

Нами были сопоставлены спектральные кривые для соседних дней и установлено, что они мало похожи друг на друга. Таким образом, для характеристического времени τ изменения спектра во всяком случае справедливо неравенство

$$10^2 \text{ сек} < \tau < 10^5 \text{ сек.}$$

2. АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ НАБЛЮДЕНИЙ

Как довольно надежно установлено, если не единственной, то главной причиной наличия тонкой структуры спектра пульсаров является мерцание радиоволн на неоднородностях межзвездной плазмы. Качественно картина проявляется в следующем. Известно, что при распространении радиоволн через неоднородную среду, в случае, если размеры источника достаточно малы, в плоскости, перпендикулярной распространению, возникает дифракционная картина с неоднородным распределением поля. Мера неоднородности распределения поля, или мера мерцания F , при некоторых условиях близка к единице так, что интенсивность варьируется в широких пределах. Если при этом фазовый экран является толстым, т. е. среднеквадратичный набег фазы ΔS на неоднородностях значительно больше единицы, и мы достаточно удалены от фазового экрана, находясь в дальней зоне, то даже на близких волнах корре-

ляция амплитуд весьма мала. Поэтому в данной точке наблюдается тонкая структура спектра, вызванная различием дифракционных картин распределения поля на разных частотах. Эта качественная картина возникновения тонкой спектральной структуры лежит сейчас в основе рассмотрения этого вопроса рядом авторов.

Веским подкреплением точки зрения, согласно которой неоднородная межзвездная среда обусловливает мерцания радиоволн и наблюдавшую тонкую структуру спектра, является работа Риккетса [17], в которой экспериментально установлена, ожидаемая для такого объяснения, квадратичная зависимость между радиусом частотной корреляции тонкой структуры спектра $\Delta\nu$ и общим числом электронов по лучу зрения до пульсара $\int N_e dx$. Однако заметим, что на тонкую структуру спектра возможно влияние и другого фактора — наличия диаграммы радиоизлучения пульсара [18]; поиски иных возможных объяснений необходимы ввиду того, что между данными экспериментов и теорией, рассматривающей только влияние толстого экрана межзвездной плазмы, обнаруживается существенное несоответствие, о чем будет сказано в разд. 3.

Для анализа полученных результатов приведем основные соотношения, которые связывают параметры мерцаний в неоднородной среде, для имеющегося у нас случая толстого экрана [19, 20].

Мера мерцания $F = \sqrt{\overline{(\Delta I)^2}} / I_0$ ($\Delta I = I - I_0$, I_0 — средняя величина интенсивности), как следует из измерений, — порядка единицы в довольно широком диапазоне волн, во всяком случае дециметровых и метровых. Отсюда обязательно следует, что неоднородный экран должен быть толстым, т. е. $\Delta S \gg 1$. При этом характерный размер дифракционной картины l связан с размером неоднородностей a соотношением

$$l = a/\Delta S. \quad (1)$$

Угол рассеяния θ определяется выражением

$$\theta = \Delta S \frac{\lambda}{2\pi a} = \frac{\lambda}{2\pi l}. \quad (2)$$

Однако при этом обязательно должно выполняться условие $\theta > a/Z$, т. е. в пределах угла рассеяния θ должно быть видно большое количество неоднородностей (Z — расстояние до фазового экрана).

При этих условиях выражение для радиуса корреляции частотного спектра $\Delta\nu$ имеет вид

$$\Delta\nu = \frac{c}{Z\theta^2} = \frac{4\pi^2 c a^2}{Z(\Delta S)^2} = \frac{4\pi^2 c l^2}{Z\lambda^2}, \quad (3)$$

откуда

$$\theta = \sqrt{\frac{c}{Z\Delta\nu}}, \quad l = \frac{\lambda}{2\pi} \sqrt{\frac{\Delta\nu Z}{c}}. \quad (4)$$

Можно заметить, что условием возникновения мерцаний является малость углового размера источника φ_0 , т. е. должно выполняться условие

$$\varphi_0 < \frac{l}{Z} = \frac{\lambda}{2\pi} \sqrt{\frac{\Delta\nu}{Zc}}, \quad (5)$$

что при наблюдении пульсаров безусловно имеет место. Для того, чтобы использовать эти основные соотношения с целью нахождения парамет-

ров неоднородностей, можно поступить следующим образом. Из данных измерений Δv , а также исходя из известной с хорошей достоверностью величины Z , находим θ , а следовательно, и l . Далее, используя результаты измерений τ , определим скорость неоднородностей v . Наконец, встает вопрос о нахождении ΔS и a . Однозначной процедуры их разделения нет, но можно, используя неравенства $\Delta S \gg 1$ и $\theta \gg a/Z$, найти пределы для ΔS и, следовательно, возможные пределы a . Для конкретной модели можно взять некоторые средние значения; так мы далее и поступим.

Прежде всего сведем в таблицу полученные нами экспериментальные данные. Они приведены в табл. 1 для двух изученных нами пульсаров $CP\ 0808$ и $CP\ 0950$ вместе с данными Риккетса [7] на частоте $408\ M\Gamma$. Во втором столбце этой таблицы даны значения меры дисперсии этих пульсаров, в следующем—частоты наблюдений, а далее—измеренная величина радиуса частотной корреляции Δv .

В следующих столбцах приводится расстояние Z до фазового экрана (оно принято равным половине расстояния до пульсара) и значения углов рассеяния θ . Как видно, для этих близких пульсаров на метровых волнах $\theta \sim 10^{-8}\ rad = 2 \cdot 10^{-3}\ \text{угл. сек}$. Можно сопоставить эти значения с истинными угловыми размерами φ_0 излучающих областей. При размере излучающей области $10^6\ cm$ $\varphi_0 \approx 3 \cdot 10^{-15}$ и даже при размере $10^9\ cm$ $\varphi_0 = 3 \cdot 10^{-12}$, так что во всяком случае φ_0 на 4—7 порядка меньше θ и, следовательно, заведомо выполняется неравенство $\varphi_0 \ll \theta$ для близких пульсаров и уж тем более для далеких. В связи с этим заметим, что возможна постановка эксперимента по прямому измерению углового размера рассеяния θ с помощью радиointерферометра со сверхдлинной базой, не выходя за пределы земного шара.

В следующей колонке приведены получающиеся масштабы дифракционной картины, которые, как видно, имеют значение около $2 \cdot 10^4\ km$.

Если принять скорости $v \approx 50\ km \cdot \text{сек}^{-1}$, то найдем $\tau \approx 10^3\ \text{сек}$, что лежит в пределах величин, следующих из эксперимента.

Для оценки величин ΔS и a напишем подробнее известные неравенства: с одной стороны, должно быть $\Delta S > 1$, с другой стороны, $-\theta > a/Z$. Отсюда можно получить, используя (4) и (1), следующую верхнюю оценку ΔS :

$$1 < \Delta S < 2\pi(v/\Delta v). \quad (6)$$

Эти неравенства ограничивают значения среднеквадратичного набега фазы величинами порядка 10 для коротких волн ($v = 408\ M\Gamma$) и порядка $10^3 - 10^4$ на более длинных волнах ($v = 86,60\ M\Gamma$). Далее проведем вычисления для некоторых средних значений ΔS_0 , определяемых как геометрическое среднее из крайних возможных, т. е. для $\Delta S_0 = \sqrt[4]{2\pi(v/\Delta v)}$. Соответствующие значения ΔS_0 приведены в следующем столбце той же табл. 1.

Теперь можно оценить средние значения размеров неоднородностей $a_0 = l\Delta S_0$, найти избыточные концентрации электронов ΔN_e и число неоднородностей m по лучу зрения в предположении, что они заполняют расстояние непрерывно. Как видно, характерными размерами неоднородностей являются величины $\approx 10^6\ km$, а их число по лучу зрения порядка 10^9 .

Далее находим избыточную электронную концентрацию неоднородностей ΔN_e , имея в виду, что $\theta = \theta_1 \sqrt[m]{m}$, где θ_1 — угол рассеяния, приходящийся на одну неоднородность,

$$\theta_1 = \sqrt[4]{\pi} \cdot 4,5 \cdot 10^{-10} \Delta N_e \lambda^2 (m). \quad (7)$$

Соответствующие значения приводятся в последующих столбцах табл. 1; если принять $N_0 = 3 \cdot 10^{-2}\ cm^{-3}$, то можно найти относительное значе-

Таблица 1

Оценка основных параметров неоднородной межзвездной плазмы на основе анализа тонкой структуры спектра пульсаров

Пульсар	M/D	γ	$\Delta\nu$ ($M_{\odot} \text{ Гц}$)	Z (ne)	θ (рад)	I ($c\mu$)	$\frac{\gamma}{\Delta\nu}$	ΔS_0	a_0 ($c\mu$)	m	θ_1 (рад)	ΔN (cm^{-3})	$\frac{\Delta N}{N_0}$
<i>CP</i> 0808	5,8	60	0,040	100	$5,0 \cdot 10^{-8}$	$1,6 \cdot 10^9$	1500	97	$1,5 \cdot 10^{11}$	$2,0 \cdot 10^9$	$1,1 \cdot 10^{-12}$	$7,3 \cdot 10^{-5}$	$2,4 \cdot 10^{-3}$
	86	0,12	$2,9 \cdot 10^{-8}$	$1,9 \cdot 10^9$	720	67	$1,3 \cdot 10^{11}$	$2,3 \cdot 10^9$	$6,0 \cdot 10^{-13}$	$8,2 \cdot 10^{-5}$	$2,7 \cdot 10^{-3}$		
<i>CP</i> 0950	408	6,7	$3,9 \cdot 10^{-9}$	$3 \cdot 10^9$	61	20	$6 \cdot 10^{10}$	$5,0 \cdot 10^9$	$5,5 \cdot 10^{-14}$	$1,7 \cdot 10^{-4}$	$5,7 \cdot 10^{-3}$		
	3	86	0,25	50	$2,8 \cdot 10^{-8}$	$1,9 \cdot 10^9$	340	46	$8,7 \cdot 10^{10}$	$1,7 \cdot 10^9$	$6,8 \cdot 10^{-13}$	$9,3 \cdot 10^{-5}$	$3,1 \cdot 10^{-3}$
	408	6,7	$5,4 \cdot 10^{-9}$	$2,1 \cdot 10^8$	61	20	$4,2 \cdot 10^{10}$	$3,6 \cdot 10^9$	$9,0 \cdot 10^{-14}$	$2,8 \cdot 10^{-4}$	$9,3 \cdot 10^{-3}$		

ние избытка электронов $\Delta N_e/N_0$ в неоднородностях. Видно, что эта величина несколько колеблется относительно ее среднего значения, равного $\approx 0,5\%$.

Указанные значения основных параметров неоднородностей межзвездной плазмы интересно сопоставить с параметрами неоднородностей околосолнечной плазмы, полученных также на основе просвечивания ее радиоволнами от дискретных источников. В прилагаемой табл. 2 приводятся основные сравнительные характеристики. В случае межзвездной плазмы мы имеем дело с толстым экраном и поэтому $\Delta S \gg 1$, в то время как для околосолнечной плазмы $\Delta S < 1$, и, кроме того, мы находим-

Таблица 2

Сравнительные данные основных параметров неоднородной околосолнечной и межзвездной плазмы

Параметр	Околосолнечная плазма	Межзвездная плазма
Характерный размер всей области L (см)	$3 \cdot 10^{13}$	$3 \cdot 10^{20}$
Характерный размер неоднородности a (см)	$2 \cdot 10^7$	10^{11}
Среднеквадратичный набег фазы ΔS_0 на неоднородностях для метровых волн	< 1	~ 100
Размер l дифракционной картины на Земле (см)	$2 \cdot 10^7$	10^9
Избыток электронной концентрации ΔN_e в неоднородностях	$10-10^{-1}$ (для разных расстояний)	$\sim 10^{-4}$
Относительные значения избытка $\Delta N_e/N_0$ электронной концентрации	0,2–10%	$\sim 0,5\%$
Характерное время мерцаний τ (сек)	3	10^3-10^4
Характерные скорости ($км \cdot сек^{-1}$)	300	30

ся в ближней зоне формирования дифракционной картины. Поэтому при «просвечивании» околосолнечной плазмы тонкой структуры спектра не наблюдается. Интересно также отметить, что, согласно этим данным, значения относительного числа электронов $\Delta N_e/N_0$ в неоднородностях межпланетной и межзвездной плазмы по порядку величины одинаковы, хотя, возможно, в межзвездной плазме оно несколько меньше. Эти данные уже сейчас могут послужить основой для построения общих моделей неоднородностей космической плазмы, хотя, конечно, основные ее характеристики должны уточняться.

3. НАРУШЕНИЕ ЗАКОНА ЧЕТВЕРТОЙ СТЕПЕНИ

Из выражений, приведенных выше (см. (3)), следует, в частности, что должна выполняться зависимость $\Delta v \sim v^{-\beta}$, причем $\beta = 4$. Этот закон четвертой степени для толстого экрана (при $\Delta S \gg 1$) должен иметь место не только для неоднородностей данного размера a , но также и при наличии спектра неоднородностей.

Однако наблюдается значительное несоответствие такого предсказания теории с данными эксперимента. Впервые это можно было установить для пульсара CP 0808 при сопоставлении результатов наших наблюдений на частоте 86 Мгц [15], для которых было получено

$\Delta\nu_{\max} = 600 \text{ кГц}$, с данными [17], согласно которым, для $\nu = 408 \text{ МГц}$, $Bh = 20 \text{ МГц}$ и $\Delta\nu_{\max} = 40 \text{ МГц}$. Из сравнения следовало, что $\beta = 2,7$, причем ошибками наблюдений найденное отличие от зависимости 4-й степени не могло быть объяснено. Этот результат нами обсуждался детально в докладе [21], причем к этому времени независимо были проведены исследования Хьюгинена и др. [22], которые также независимо пришли к выводу о том, что $\beta < 4$ для восьми (в том числе *CP 0808* и *CP 0950*) из исследованных ими пульсаров. Результаты наших наблюдений на 12-канальной установке и сопоставление их с данными [17] показаны на графике рис. 4. Как видно, действительно, и для этих новых наблюдений уверенно следует, что $\beta < 4$ для пульсаров *CP 0808* и *CP 0950*. Этот результат еще не нашел своего надежного объяснения, хотя определения суждения на этот счет имеются в работе Шишова [23].

В связи с этим следует отметить, что выводы, изложенные в предыдущем разделе, возможно, претерпят изменения. Может быть, за наличие тонкой структуры спектра ответственна не только межзвездная плазма, но также и другие причины, еще мало изученные. В частности, не исключено, что определенный вклад вносит собственная диаграмма излучения пульсаров. Если мы принимаем излучение через n -й боковой лепесток диаграммы, то при $n \approx 100$ будет наблюдаться тонкая структура спектра с таким же характерным размером $\Delta\nu$. Эта возможность подробно рассмотрена в работе [18], и будущее покажет, получат ли указанные соображения подтверждение при продолжении исследований.

4. ТОНКАЯ СТРУКТУРА СПЕКТРА, ВЫЗВАННАЯ ВРАЩЕНИЕМ ПЛОСКОСТИ ПОЛЯРИЗАЦИИ

Хорошо известно, что у линейно поляризованной волны при распространении ее через межзвездную плазму, имеющую регулярную продольную компоненту магнитного поля, наблюдается вращение плоскости поляризации. Угол вращения прямо пропорционален квадрату длины волны. Поэтому, если проводить, как это мы и делаем, прием такой волны на антенну только с одной линейной поляризацией, то следует ожидать периодическое изменение принимаемого сигнала в зависимости от длины волны. Из известного выражения для угла поворота ψ плоскости поляризации

$$\psi = \frac{0.9 \cdot 10^6 N_e Hl}{\omega^2} \quad (8)$$

следует, что величина периода $\Delta\omega$ — частотное расстояние между максимумами (или минимумами) интенсивности — при этом равна

$$\Delta\omega = \frac{0.55 \cdot 10^{-6} \pi \omega^3}{N_e Hl}, \quad \psi = \frac{\pi \omega}{2\Delta\omega}, \quad (9)$$

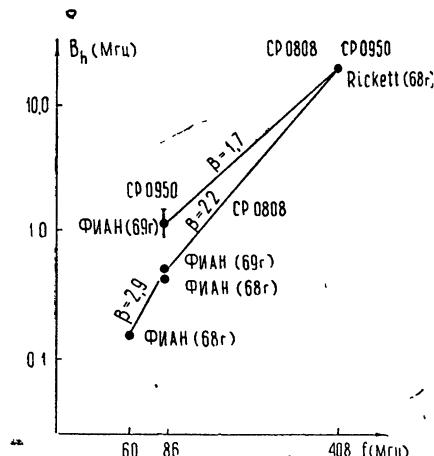


Рис. 4. Значения характерной ширины тонкой структуры спектра на различных частотах для двух пульсаров.

откуда, при данном значении $\Delta\omega$, находим выражение для магнитного поля

$$H = \frac{0,55 \cdot 10^{-6} \pi \omega^3}{\Delta\omega N_e l} \quad (10)$$

(H — магнитное поле вдоль луча в гауссах, N_e — число электронов в 1 см^3 , l — длина пути в сантиметрах).

С помощью 12-канальной установки, данные о которой приводились выше, были проведены исследования спектра пульсара *CP 0328*. Пример результатов наблюдений импульсов за один сеанс дан на рис. 5. Как видно, интенсивность импульсов меняется периодически в зависимости от частоты. Из наблюдений на частоте 105 МГц следует, что $\Delta\omega = 2\pi \cdot 3,5 \cdot 10^5$ (с точностью около 10%), это приводит к значению угла вращения $\psi = 470 \text{ рад}$ на данной частоте и к мере вращения $MR = 58 \text{ рад} \cdot \text{м}^{-2}$. Принимая во внимание значение меры дисперсии для этого пульсара $\int N_e dx = 26,75 \text{ нс} \cdot \text{см}^{-3}$, находим магнитное поле

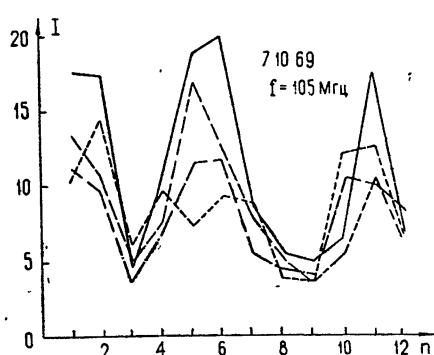


Рис. 5. Периодическая зависимость амплитуд импульсов пульсара *CP 0328* от частоты, вызванная вращением плоскости поляризации (7.10.69). Каждая кривая получена для одного импульса.

$H = 2,7 \text{ мкгс}$, что в пределах ошибок совпадает с величиной $2,8 \text{ мкгс}$ по данным других исследований [24]. Здесь можно отметить, что радиус частотной корреляции тонкой структуры спектра этого пульсара, обусловленной неоднородной межзвездной плазмой, значительно меньше, чем период $\Delta\omega$, вызванный эффектом вращения, поэтому мерцания существенно не влияют на проведенные наблюдения. В полосе одного канала имеется несколько неразрешенных по частоте максимумов и минимумов значений интенсивностей, вызванных межзвездной плазмой. Таким образом, все основные черты явления наблюдаются вполне достоверно и надежно.

Укажем далее, что «глубина модуляции» кривой интенсивности по частоте дает возможность найти степень линейной поляризации, которая для рассмотренного диапазона волн оказывается весьма большой ($p > 80\%$) и повторяется от импульса к импульсу.

Аналогичные исследования были проведены по пульсару *MP 0628*. Подробные данные о нем сообщаются в отдельной работе [25], здесь мы только отметим, что при наблюдениях указанным выше методом нами была обнаружена высокая степень линейной поляризации этого пульсара в диапазоне метровых волн, $p > 80\%$. Найденная мера вращения равна $45 \text{ рад} \cdot \text{м}^{-2}$, мера дисперсии — $34,36 \text{ нс} \cdot \text{см}^{-3}$, определенное по этим данным магнитное поле по лучу зрения $H = 1,6 \cdot 10^{-6} \text{ Гс}$.

Таким образом, осуществлены спектральные исследования радиоизлучения пульсаров, приведшие к новым данным о межзвездной среде. Метод «просвечивания» нашел здесь свое новое развитие.

Авторы признательны В. И. Шишову и Н. А. Лотовой за полезные дискуссии.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. В. Виткевич, ДАН СССР, 77, № 4 (1951).
2. В. В. Виткевич, ДАН СССР, 101, № 3 (1955).
3. В. В. Виткевич, Тр. 5-го совещания по вопросам космогонии, изд. АН СССР, 1956, стр. 203.

4. O. B. Slee, *Austral. J. Phys.*, **123**, 223 (1961).
5. A. Hewish, *Nature*, **203**, 1914 (1964).
6. В. В. Виткевич, В. И. Власов, Астрон. циркуляр, № 396 (1966).
7. A. Hewish, P. Dennison, D. Pilkington, *Nature*, **209**, 1188 (1966).
8. Т. Д. Антонова, В. В. Виткевич, Астрон. ж., **45**, № 5 (1968).
9. В. В. Виткевич, В. И. Власов, ДАН СССР, **181**, № 3, 572 (1968).
10. В. Л. Гинзбург, ДАН СССР, **109**, № 1 (1956).
11. В. В. Виткевич, И. Ф. Малов, Астрон. циркуляр, № 463 (1968).
12. В. В. Виткевич, Природа, № 10, 31 (1968).
13. B. J. Robinson, et al., *Nature*, **218**, 1143 (1968).
14. J. G. Bolton, *Physics today*, **21**, № 8, 46 (1968).
15. Ю. И. Алексеев, В. В. Виткевич, Ю. П. Шитов, Астрон. циркуляр, № 495 (1969).
16. V. V. Vitkevitch, Yu. P. Shitov, *Nature*, **225**, 248 (1970).
17. B. J. Rickett, *Nature*, **221**, 158 (1969).
18. В. В. Виткевич, Препринт ФИАН, № 180, 1968 г.
19. В. Н. Писарева, Астрон. ж., **36**, 119 (1958).
20. E. E. Salpeter, *Astrophys. J.*, **147**, № 2, 433 (1967).
21. В. В. Виткевич, Н. А. Лотова, Ю. П. Шитов, В. И. Шишов, УФН, **99**, 523 (1969).
22. G. R. Huguenin, J. H. Taylor, *Astrophys. Lett.*, **3**, № 4, 106 (1969).
23. В. И. Шишов, Астрон. циркуляр, № 547 (1970).
24. D. H. Staelin, E. C. Reifenstein, *Astrophys. J.*, **156**, (1968).
25. V. V. Vitkevitch, Yu. P. Shitov, *Nature* **226**, 1235 (1970).

Физический институт им. П. Н. Лебедева
АН СССР

Поступила в редакцию
13 апреля 1970 г.

NEW RESULTS IN THE STUDY OF INTERSTELLAR PLASMA USING ITS "RADIORAYING" BY PULSARS

V. V. Vitkevitch, Yu. P. Shitov

The paper deals with the results of investigating the characteristics of the interstellar plasma derived from the analysis of its "lightning" by pulsars. The data on the fine structure of the spectra of the pulsars CP 0808 and CP 0950 from the observations made at the frequencies of 60 and 86 Mc/s are presented as well as the parameters of the inhomogeneous structure of the interstellar plasma. It is pointed to the violation of the forth power law of the dependence of the frequency correlation radius versus the wavelength. The values of the longitudinal magnetic field determined on the basis of the Faraday effect in observing the pulsars CP 0328 and MP 0628 are equal to 2.7 and 1.6 μ Gs, respectively.

ПРОГРАММА

ВСЕСОЮЗНОГО СОВЕЩАНИЯ ПО ФИЗИКЕ ПУЛЬСАРОВ

(Москва, ФИАН, 17—19 декабря 1969 г.)

Вступительное слово Э. Р. Мустеля.

1. Обзорные доклады

- 1) В. В. Виткевич, Радиоизлучение пульсаров.
- 2) И. С. Шкловский, Пульсары как астрофизические объекты.
- 3) В. Л. Гинзбург, В. В. Железняков, Механизмы излучения пульсаров.
- 4) Я. Б. Зельдович, Гравитационное излучение пульсаров и опыты Вебера.

2. Аппаратура и методы наблюдения пульсаров

- 1) В. В. Виткевич, Ю. П. Шитов, Вопросы чувствительности при приеме радиоизлучения пульсаров.
- 2) Н. С. Соломин, Установка для синхронной фотoreегистрации импульсов пульсаров.
- 3) В. Н. Брезгунов, В. А. Удалыцлов, Многоканальная установка для исследования дисперсии и спектров радиоизлучения пульсаров
- 4) Ю. И. Алексеев, Фазовая калибровка поляриметров (для изучения поляризации пульсаров) с помощью неполяризованных источников
- 5) В. Ф. Журавлев, Разностный способ регистрации радиоизлучения пульсаров
- 6) В. В. Виткевич, Ю. П. Илясов, С. М. Кутузов, Антенные системы для наблюдений пульсаров в метровом диапазоне волн
- 7) Г. Н. Лебедева, Г. Т. Касьянов, А. К. Самойлов, В. М. Свитов, Макет установки со свипированием частоты для исследования пульсаров.
- 8) А. Н. Буренин, Т. А. Дементьева, В. А. Зиничев, В. О. Рапорт, Л. И. Тимофеева, В. А. Черновицкий, Аппаратура для приема радиоизлучения пульсаров

3. Результаты наблюдений пульсаров

- 1) В. Н. Брезгунов, В. А. Удалыцлов, Спектры импульсов пульсаров *CP* 1133 и *CP* 0950 в диапазоне 83—115 *Mgц*.
- 2) Ю. И. Алексеев, В. В. Виткевич, В. Ф. Журавлев, В. Н. Кожухов, Ю. П. Шитов, Спектры некоторых пульсаров в диапазоне метровых волн.
- 3) Ю. Н. Брук, Наблюдения радиоизлучения пульсаров *CP* 0808, *CP* 0834, *CP* 1133, *NP* 0532 на частоте 25 *Mgц*.
- 4) Ю. И. Алексеев, В. В. Виткевич, В. Ф. Журавлев, Ю. П. Шитов, Пульсар *PP* 0943.
- 5) В. Н. Брезгунов, В. А. Удалыцлов, О вариациях положения импульсов пульсара *CP* 1133 во времени.
- 6) В. В. Виткевич, Ю. П. Шитов, Обнаружение и результаты исследования колебаний с периодом 2-го класса некоторых пульсаров.
- 7) В. В. Виткевич, Ю. П. Шитов, Исследование диаграмм излучения субимпульсов некоторых пульсаров.
- 8) Т. В. Шабанова, Точное измерение периода пульсара *CP* 1919.

4. Модели и механизмы излучения пульсаров

- 1) И. С. Шкловский, Модель пульсара в Крабовидной туманности
- 2) В. В. Железняков, Когерентный синхротронный механизм радиоизлучения пульсаров.
- 3) В. В. Виткевич, Ю. П. Шитов, Модели радиоизлучающих областей некоторых пульсаров на основе наблюдательных данных.
- 4) Д. А. Киржниц, О сверхтекучести и сверхпроводимости нейтронных звезд—пульсаров.
- 5) В. Ф. Шварцман, Два типа пульсаров
- 6) Г. С. Бисноватый-Коган, Скачки в периоде пульсаров и слабые взаимодействия.
- 7) Г. М. Айвазян, Капельная модель пульсара
- 8) С. А. Каплан, В. Н. Цытович, Плазменная модель пульсаров.
- 9) Е. В. Левич, Р. А. Сюняев, Нагрев газа вблизи пульсаров вследствие индуцированного комптон-эффекта
- 10) Ю. В. Вандакуров, О самовозбуждающихся колебаниях магнитной врачающейся нейтронной звезды.

5. Межзвездная плазма (результаты исследования посредством «просвечивания» ее пульсарами)

- 1) С. Б. Пикельнер, Основные характеристики межзвездной среды (обзор)
- 2) В. В. Виткевич, Ю. П. Шитов, Исследования тонкой структуры спектра в диапазоне метровых волн *CP 0808, CP 0950*.
- 3) Л. М. Ерухимов, О рассеянии радиоволн в «короне» пульсара
- 4) Л. М. Ерухимов, В. В. Писарева, О медленных вариациях радиоизлучения пульсаров.
- 5) В. И. Шишов, Частотная корреляция мерцаний пульсаров

**КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ
И ПИСЬМА В РЕДАКЦИЮ**

УДК 533.922

**К НЕЛИНЕЙНОЙ ТЕОРИИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ МОДУЛИРОВАННОГО
РЕЛЯТИВИСТСКОГО ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА С ПЛАЗМОЙ**

B. B. Красовицкий

Как показано в работе [1], энергия плазменных волн, возбуждаемых электронным пучком в плазме, увеличивается с ростом энергии пучка. Так как релятивистские пучки, получаемые в ускорителях, представляют собой последовательность электронных сгустков, то интересно оценить энергию, передаваемую таким «сильно» модулированным пучком плазме.

Пусть последовательность электронных сгустков, расположенных на расстоянии l друг от друга, движется через плазму с начальной скоростью v_0 . Считая, что размеры каждого сгустка δl малы по сравнению с расстоянием между ними, $\delta l \ll l$, и заменяя каждый сгусток заряженным слоем с поверхностной плотностью заряда σ , получим следующую систему уравнений, описывающих взаимодействие электронного пучка с плазмой [2]:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} + \omega_0^2 E \right) = -4\pi e\sigma \frac{\partial^2}{\partial t^2} \sum_{s=-\infty}^{\infty} \delta [x - sl - x_s(t)],$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\dot{x}_s}{\sqrt{1 - \dot{x}_s^2/c^2}} = -\frac{e}{m} \operatorname{Re} E [t, x_s(t)]. \quad (1)$$

Здесь E — самосогласованное электрическое поле, $x_s(t)$ — координата каждого сгустка, $\omega_0^2 = 4\pi e^2 n_0/m$ — плазменная частота.

Учитывая пространственную периодичность системы, будем искать решение (1) в виде

$$E = \epsilon(t) \exp \{i[\vartheta(t) + \omega_0 t - k_0 x]\}, \quad (2)$$

где $k_0 = 2\pi/l = \omega_0/v_0$, $\epsilon(t)$ и $\vartheta(t)$ — медленно изменяющиеся функции: $\epsilon \ll \omega_0$ и $\vartheta \ll \omega_0$.

Подставляя (2) в (1) и усредняя первое уравнение (1) по пространственному периоду системы, получим

$$\frac{d}{dt} \frac{\dot{x}}{\sqrt{1 - \dot{x}^2/c^2}} = -\frac{e}{m} \epsilon \cos(\psi - \vartheta),$$

$$\dot{\epsilon} = 2\pi e n_1 v_0 \cos(\psi - \vartheta), \quad (3)$$

$$\dot{\vartheta} = 2\pi e n_1 v_0 (1/\epsilon) \sin(\psi - \vartheta),$$

где $\psi = -\omega_0(t - x/v_0)$ и $n_1 = \sigma/l$.

Из первого и второго уравнений (3) следует закон сохранения импульса в системе пучок — плазма:

$$\frac{m\dot{x}}{\sqrt{1 - \dot{x}^2/c^2}} + \frac{\epsilon^2}{4\pi n_1 v_0} = mv_0\gamma_0, \quad (4)$$

где $\gamma_0 = (1 - \beta_0^2)^{-1/2}$.

Переходя с помощью (4) к переменной $\Phi = \vartheta - \psi$, можно понизить порядок системы уравнений (3):

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon} &= 2\pi en_1 v_0 \cos \Phi, \\ \dot{\Phi} &= -2\pi en_1 v_0 \frac{1}{\varepsilon} \sin \Phi + \omega_0 \left\{ 1 - \frac{\gamma_0 - \varepsilon^2/4\pi n_1 m v_0^2}{[1 + v_0^2/c^2 (\gamma_0 - \varepsilon^2/4\pi n_1 m v_0^2)^2]^{1/2}} \right\}. \end{aligned} \quad (5)$$

Интегрируя (5) с начальными условиями $\Phi(0) = \varepsilon(0) = 0$, найдем зависимость Φ от ε :

$$\frac{\omega_1}{\omega_0} w \sin \Phi = w^2 + \frac{c^2}{v_0^2} \left\{ \left[1 + \frac{v_0^2}{c^2} (\gamma_0 - w^2)^2 \right]^{1/2} - \gamma_0 \right\}, \quad (6)$$

где $w^2 = \varepsilon^2/4\pi n_1 m v_0^2$ и $\omega_1^2 = 4\pi n_1 e^2/m$.

Выражая $\cos \Phi$ в правой части уравнения (5) через ε с помощью соотношения (6), получим уравнение для амплитуды поля, согласно которому величина ε периодически изменяется со временем. Уравнение для максимальной амплитуды поля w_{\max} получим, полагая в (6) $\sin \Phi = 1$:

$$w_{\max}^3 + 2 \frac{v_0^2}{c^2} \gamma_0^2 \frac{\omega_1}{\omega_0} w_{\max}^2 - \frac{v_0^2}{c^2} \gamma_0^2 \frac{\omega_1^2}{\omega_0^2} w_{\max} - 2 \gamma_0^3 \frac{\omega_1}{\omega_0} = 0. \quad (7)$$

Решение этого уравнения при $\gamma_0 (\omega_1/\omega_0)^{2/3} \leq 1$ может быть представлено в следующем виде:

$$w_{\max} \approx \gamma_0 \left(\frac{\omega_1}{\omega_0} \right)^{1/3} \left[2^{1/3} - \frac{2}{3} \gamma_0 \left(\frac{\omega_1}{\omega_0} \right)^{2/3} \right]. \quad (8)$$

Согласно (8), максимальная плотность энергии плазменной волны, возбуждаемой пучком, равна

$$\left(\frac{\varepsilon^2}{4\pi} \right)_{\max} \approx n_1 m v_0^2 \gamma_0^2 \left(2 \frac{\omega_1}{\omega_0} \right)^{2/3} \quad (9)$$

и при $\gamma_0 (\omega_1/\omega_0)^{2/3} \geq 1$ сравнивается с плотностью энергии пучка. Характерное время процесса оказывается равным

$$T \sim \frac{\gamma_0}{\omega_0^{1/3} \omega_1^{2/3}} \sim \left(\frac{\omega_0}{\omega_1} \right)^{1/3} \frac{1}{\omega_1} \gg \frac{1}{\omega_0}. \quad (10)$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Я. Б. Файнберг, В. Д. Шапиро, В. И. Шевченко, ЖЭТФ, 57, 966 (1969)
2. В. Б. Красовицкий, В. И. Курилко, М. А. Стржеменчий, Атомная энергия, 24, 545 (1968).

Всесоюзный научно-исследовательский
и проектно-конструкторский институт электроаппаратов

Поступила в редакцию
1 апреля 1970 г.

УДК 538.56 : 535

ОПТИЧЕСКАЯ АКТИВНОСТЬ В ПОСТОЯННОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

M. A. Новиков

Естественная оптическая активность (EOA) наблюдается только в кристаллах, у которых отсутствует центр симметрии [1]. Если среда помещается в постоянное электрическое поле, то центр симметрии снимается. При этом в некоторых кристаллах возникает наведенная оптическая активность (HOA). Разложение тока по степеням поля в виде

$$j_a(\omega) = \gamma_{abcd}(\omega, 0) \frac{\partial E_b(\omega)}{\partial x_c} E_d(0) + \gamma_{abcde}(\omega, 0, 0) \frac{\partial E_b(\omega)}{\partial x_c} E_d(0) E_e(0) \quad (1)$$

позволяет описать эффекты, связанные с НОА. Первый член разложения (1) определяет НОА в постоянном электрическом поле, второй ответственен за квадратичный эффект воздействия электрического поля на оптическую активность. Отметим, что для случая переменного поля квадратичный эффект приводит к ряду новых особенностей [2]. Учет соотношений Онсагера [3] позволяет представить тензоры (1) в виде

$$\gamma_{abcd} = \epsilon_{abf} g_{fcda}, \quad \gamma_{abcde} = \epsilon_{abf} g_{fcde}, \quad (2)$$

где ϵ_{abf} — тензор Леви — Чивита, g_{fcda} , g_{fcde} — псевдотензоры.

Далее целесообразно выделить симметричную и антисимметричную части псевдотензоров g_{fcda} и g_{fcde} по первым двум индексам. Антисимметричная часть g_{fcda} имеет отличные от нуля компоненты для сред любой симметрии. В частности, для изотропных сред и кубических кристаллов, где $g_{fcda} = g^e_{fcda}$, можно показать, что g_{fcda} не вносит вклада в оптическую активность. Она проявляется только при отражении, учет ее приводит к эллиптичности волн, отраженной от прозрачной среды. Эффект имеет очень малую величину.

Симметричная часть этих тензоров описывает НОА. Рассмотрим тензор g^s_{fcda} для различных классов симметрии. Для жидкостей, а также кристаллических классов $m\bar{3}m$, $4\bar{3}m$, 432 симметричная часть g^s_{fcda} равна нулю. Кубические классы $m3$, 23 :

$$g_{xxy} = g_{xzy} = g_{yxz} = g_{zyx} = g_{zxy} = g_{yxz}.$$

Гексагональные классы $6/mmm$, $\bar{6}m2$, $6mm$, 622 , тетрагональные классы $4/mmm$, $\bar{4}m2$, $\bar{4}mm$, 422 ,

$$g_{xxy} = g_{zxy} = -g_{yxz} = -g_{zyx}.$$

Тригональные классы $\bar{3}m$, $3m$, 32 :

$$g_{xxx} = -g_{yyy} = -g_{yxy} = -g_{xyy}, \quad g_{xxy} = g_{zxy} = -g_{yxz} = -g_{zyx},$$

тригональные классы $\bar{3}$, 3 :

$$g_{xxx} = -g_{yyx} = -g_{yxy} = -g_{xyy}; \quad g_{yyy}; \quad g_{zzz},$$

$$g_{xxx} = g_{yyz}; \quad g_{xzx} = g_{zxx} = g_{yzy} = g_{zyy},$$

Орторомбические mmm , $mm2$, $2\bar{2}\bar{2}$:

$$g_{xyz} = g_{yxz}, \quad g_{xxy} = g_{zxy}, \quad g_{yxz} = g_{zyx}.$$

Моноклинные классы $2/m$, m , 2 :

$$g_{zzz}, \quad g_{xxx}, \quad g_{yyz}, \quad g_{xzx} = g_{zxx}, \quad g_{xxy} = g_{zyy},$$

$$g_{xyz} = g_{yxz}, \quad g_{xxy} = g_{zxy}, \quad g_{yxz} = g_{zyx}.$$

Для триклинических классов 1 и $\bar{1}$ тензор g_{fcda} имеет самый общий вид.

В кристаллических классах $m\bar{3}m$, $4/m$, $m3$, $\bar{6}$, $6/m$, $\bar{3}$, $3m$, $4mm$, $4/mmm$ ЕОА отсутствует, а НОА имеет место. При этом возможна такая ситуация, когда НОА возникает при распространении вдоль оптической оси. К таким классам относятся $m3$, $m\bar{3}m$, $2/m$, $\bar{1}$, $\bar{6}$, $\bar{3}$, $4/m$, $6/m$. В этом случае основной помехой для наблюдения является вынужденная анизотропия: эффект Покельса или эффект Керра (электроэстрикция). Для классов $\bar{3}$, $4/m$, $6/m$, $\bar{6}$ наведенная оптическая активность вдоль оптической оси возможна только для продольного эффекта. В этом случае также отсутствует наведенное двойное лучепреломление.

Для классов $m3$, $2/m$, $m\bar{3}m$, $\bar{1}$ возможен также и поперечный эффект. В этих классах возникает наведенное двойное лучепреломление за счет эффекта Керра (электроэстрикция). В связи с этим представляет интерес произвести оценку эффекта НОА и сравнить его с эффектом Керра.

Отношение величин этих эффектов можно оценить величиной $(\lambda/a)(E(0)/E_{kp})$, где $\lambda = 10^{-4}$ см — длина волн, $a = 10^{-8}$ см — размеры молекулы (кристаллической ячейки), $E_{kp} \sim 10^7$ CGSE — эффективное поле, характеризующее нелинейный эффект, $E(0)$ — внешнее электрическое поле. Оценка показывает, что для полей до $\sim 10^3$ CGSE влиянием эффекта Керра можно пренебречь. Псевдотензор g^s_{fcde} имеет отличные от нуля коэффициенты только для сред, у которых отсутствует центр симметрии. Для кристаллических классов $4mm$, $\bar{4}3m$, $3m$, $6mm$, 6 , $\bar{6}m2$ g^s_{fcde} имеет отличные от нуля

компоненты, в то время как ЕОА отсутствует. НОА, связанная с g_{fcde}^s , в общем случае много меньше НОА, связанной с g_{fcd}^s . Поэтому квадратичный эффект имеет смысл рассматривать только в тех средах, где линейный эффект не играет роли. К таким средам относятся оптически активные жидкости и кубические кристаллы класса $\bar{4}3m$.

Для жидкости в случае продольного эффекта нет наведенного двойного лучепреломления, и НОА проявляется здесь в чистом виде. Наибольшую величину эффекта можно ожидать для полярных оптически активных жидкостей, состоящих из анизотропных молекул. Можно показать, что отношение ЕОА к НОА в этом случае имеет величину порядка $(pE(0)/kT)^2$, где p — дипольный момент молекулы, T — температура, k — постоянная Больцмана. Если принять $p \sim 10^{-18}$, $E(0) = 10^3 \text{ CGSE}$, величина этого отношения $\sim 10^{-3} - 10^{-4}$.

Для линейного эффекта это отношение можно оценить величиной E_0/E_{kp} , где E_{kp} — эффективное внутреннее поле, характеризующее нелинейный процесс. Его можно принять равным эффективному полю, ответственному за электрооптический эффект, и равному 10^7 CGSE по порядку величины.

Таким образом, приведенные оценки показывают, что рассматриваемые эффекты имеют достаточно большую величину. Это позволяет надеяться на их экспериментальное наблюдение и практическое применение, например, для модуляции света.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дж. Най, Физические свойства кристаллов, ИЛ, М., 1960.
2. М. А. Новиков, Тезисы доклада на 3-м Всесоюзном симпозиуме по нелинейной оптике, Ереван, 1967
3. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Электродинамика сплошных сред, Гостехиздат, М., 1957

Научно-исследовательский радиофизический институт
при Горьковском университете

Поступила в редакцию
8 апреля 1970 г

УДК 538.56 · 535

САМОФОКУСИРОВКА СВЕТОВЫХ ПУЧКОВ БЕЗ ОСЕВОЙ СИММЕТРИИ

B. B. Воробьев

Обычно при расчете самофокусировки световых пучков в нелинейной среде рассматриваются либо аксиально-симметричные, либо одномерные пучки. В настоящем сообщении отмечаются интересные особенности в изменении формы пучка без аксиальной симметрии при его распространении в нелинейной среде.

Процесс распространения световой волны будем описывать параболическим уравнением

$$\Delta_{\perp} E + 2ik \frac{\partial E}{\partial x} + k^2 \epsilon_2 |E|^2 E = 0, \quad (1)$$

где

$$\Delta_{\perp} = \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}, \quad k = \frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon_0}, \quad \epsilon = \epsilon_0 (1 + \epsilon_2 |E|^2)$$

— диэлектрическая проницаемость.

Предполагая, что на границе среды распределение поля в поперечном сечении пучка имеет гауссову форму, с линиями уровней поля в виде эллипсов

$$E(0, y, z) = A_0 \exp \left(-\frac{y^2}{2a_0^2} - \frac{z^2}{2b_0^2} + \frac{ik}{2F_1} y^2 + \frac{ik}{2F_2} z^2 \right), \quad (2)$$

будем искать решение уравнения (1) в виде гауссового пучка с переменными ширинами по интенсивности и радиусами кривизны фазового фронта также, как в случае приосевого приближения [1].

$$E(x, y, z) = \frac{A(x)}{\sqrt{a(x)b(x)}} \exp \left[-\frac{y^2}{2a^2(x)} - \frac{z^2}{2b^2(x)} + iS_1(x)y^2 + iS_2(x)z^2 + i\varphi(x) \right]. \quad (3)$$

В отличие от приосевого приближения будем учитывать нелинейность энергетическим методом, выбирая параметры $A(x)$, $a(x)$, $b(x)$, $S_1(x)$, $S_2(x)$, $\varphi(x)$ так, чтобы приближенное решение в виде (3) было наилучшим из такого класса решений [2]. Для уравнения (1) можно записать функционал действия

$$L(E, E^*) = \iint_{-\infty}^{\infty} dy dz \int_0^{x_0} dx \left[\nabla_{\perp} E \nabla_{\perp} E^* + ik \left(E \frac{\partial E^*}{\partial x} - E^* \frac{\partial E}{\partial x} \right) - \frac{k^2 \varepsilon_2}{2} (EE^*)^2 \right], \quad (4)$$

который имеет экстремум, если функция E является решением уравнения (1).

Подставляя (3) в (4) и интегрируя по координатам y и z , найдем

$$\begin{aligned} -\frac{2}{\pi} L = & \int_0^{x_0} A^2 \left[\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + S_1^2 a^2 + S_2^2 b^2 + k S_1' a^2 + k S_2' b^2 + \right. \\ & \left. + 4k\varphi' - \frac{k^2 \varepsilon_2 A^2}{2ab} \right] dv = 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Из условия экстремума функционала L получим следующие соотношения между параметрами:

$$\begin{aligned} A^2(x) = A_0^2 a_0 b_0 &= \text{const}, \quad 2k\varphi' = \frac{3\beta}{ab} - \frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2}, \quad S_1' = k \frac{a'}{a}, \quad S_2' = k \frac{b'}{b}, \\ a'' = \frac{1}{k^2 a^3} \left(1 - \beta \frac{a}{b} \right), \quad b'' = \frac{1}{k^2 b^3} \left(1 - \beta \frac{b}{a} \right), \end{aligned} \quad (6)$$

где $\beta = k^2 \varepsilon_2 a_0 b_0 A_0^2 / 4$.

Уравнения (6) отличаются от уравнений приосевого приближения значениями коэффициентов при ε_2 , так что критической мощности, например, для осесимметричного пучка соответствует здесь значение $\beta_{kp} = 1$, в то время как в приосевом приближении $\beta_{kp} = 0,25$, а точное значение, согласно численным расчетам [3], равно $\beta_{kp} = 0,97$.

Переходя в уравнениях (6) к переменным $f = a^2$, $g = b^2$, $x_1 = x/k$ и дифференцируя еще раз по x_1 , получим уравнения

$$f''' = \beta f^{-3/2} g^{-3/2} (f - g), \quad g''' = \beta f^{-3/2} g^{-3/2} (g - f), \quad (7)$$

из которых следуют соотношения

$$f''' + g''' = 0, \quad a^2 + b^2 = c^2(x) = a_0^2 \left(1 + \frac{kx_1}{F_1} \right)^2 + b_0^2 \left(1 + \frac{kx_1}{F_2} \right)^2 + \left(\frac{1}{a_0^2} + \frac{1}{b_0^2} - \frac{2\beta}{a_0 b_0} \right) x_1^2; \quad (8)$$

$$a'' = \frac{1}{a^3} - \frac{\beta}{a^2 \sqrt{c^2(x) - a^2}}. \quad (9)$$

Уравнение (9) несложно проинтегрировать численно, а при условии $F_1 \rightarrow \infty$, $F_2 \rightarrow \infty$ и $\beta = \beta_{kp} = (a_0^2 + b_0^2) / 2a_0 b_0$, когда $c^2(x) = c_0^2 = \text{const}$, можно найти и аналитическое решение этого уравнения. Следует отметить, что в случае эллиптического пучка $\beta_{kp} > 1$ и критическая мощность зависит от формы пучка.

Интегрируя уравнение (9), имеем

$$\frac{2\sqrt{2\beta_{kp}}}{c_0^2} x_1 = \begin{cases} 2E\left(\frac{\pi}{2}, r\right) - F\left(\frac{\pi}{2}, r\right) - 2E(\Delta, r) + F(\Delta, r) & \left(\frac{a^2(x)}{c_0^2} \geq \frac{1}{2}\right) \\ 2E\left(\frac{\pi}{2}, r\right) - F\left(\frac{\pi}{2}, r\right) + 2E(\Delta, r) - F(\Delta, r) & \left(\frac{a^2(x)}{c_0^2} < \frac{1}{2}\right) \end{cases}, \quad (10)$$

где $F(\Delta, r)$ и $E(\Delta, r)$ — эллиптические интегралы первого и второго рода,

$$\Delta(x_1) = \arcsin \left[\frac{\beta_{kp}}{\beta_{kp}-1} \left(1 - 2 \frac{a(x_1)}{c_0} \sqrt{1 - \frac{a^2(x_1)}{c_0^2}} \right) \right]^{1/2}, \quad r = \sqrt{\frac{\beta_{kp}-1}{2\beta_{kp}}}.$$

Функция $a(x_1)$, определяемая соотношениями (10), периодическая с периодом $L_1 = (\sqrt{2} c_0^2 / \sqrt{\beta_{kp}}) [2E(\pi/2, r) - F(\pi/2, r)]$ и принимает значения

$$a(0) = a_0, \quad a\left(\frac{L_1}{4}\right) = b\left(\frac{L_1}{4}\right), \quad a\left(\frac{L_1}{2}\right) = b_0, \quad a(L_1) = a_0.$$

Эти колебания формы пучка при $\beta = \beta_{kp}$ связаны с тем, что дифракционное уширение и нелинейная фокусировка по разным осям не могут одновременно компенсироваться: по большей оси, где дифракционное уширение меньше, будет происходить свачала самофокусировка, по меньшей оси — уширение, пока оси эллипса не поменяются местами, и т. д.

Исходя из этого результата, можно высказать некоторые предположения об изменении формы пучка и при $\beta \neq \beta_{kp}$. В этом случае чистых осцилляций формы пучка не будет, он будет или постепенно уширяться при $\beta < \beta_{kp}$ или склоняться при $\beta > \beta_{kp}$, причем картина склонения может быть сложной, ее нельзя описать с помощью уравнений (6), так как решение уравнения (1) в виде (3), как показывает сравнение с численными расчетами поля в осесимметричном пучке, при $\beta > \beta_{kp}$ не годится.

Несимметричное распределение поля в поперечном сечении пучка является, по-видимому, одной из причин, вызывающих периодические изменения формы пучка, наблюдавшиеся при исследовании самофокусировки наряду с эффектом насыщения нелинейности [1]. Представляет поэтому интерес исследовать это явление в пучках, мощность которых близка к критической, специально диафрагмируя пучок, применив методику измерений, описанную, например, в работе [4].

Автор выражает благодарность В. И. Татарскому за помощь в работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. С. А. Ахманов, А. П. Сухоруков, Р. В. Хохлов, ЖЭТФ, 50, 1537 (1966).
2. С. Г. Михлин, Вариационные методы в математической физике, М., 1959.
3. В. И. Беспалов, А. Г. Литвак, В. И. Таланов, сб. Нелинейная оптика, изд. Наука, Новосибирск, 1968.
4. E. Garmire, R. Chiao, C. Townes, Phys. Rev. Lett., 16, 347 (1966).

Институт физики атмосферы
АН СССР

Поступила в редакцию
23 апреля 1970 г.

УДК 531.35

ОБ ОТСУТСТВИИ РЕЛАКСАЦИИ ОСЦИЛЛЕТОРА, СВЯЗАННОГО С РАВНОВЕСНОЙ СИСТЕМОЙ ОСЦИЛЛЕТОРОВ ТОЙ ЖЕ ЧАСТОТЫ

Ю. З. Эстрин

В работе [1] выяснено, как классический гармонический осциллятор A, связанный слабым взаимодействием с «термостатом», стремится к статистическому равновесию с ним. Термостат моделируется системой N ($N \rightarrow \infty$) невзаимодействующих гармонических осцилляторов, распределенных по частотам и находящихся в момент включения взаимодействия с осциллятором A в заданном извне статистическом равновесии. Следуя модели [1], рассмотрим классически и квантовомеханически зависимость средней энергии осциллятора A от времени в случае, когда частоты всех осцилляторов в термостате одинаковы и равны частоте ω осциллятора A. Как будет показано ниже, релаксации в этом случае не происходит.

1. Классическое рассмотрение

При $t = 0$, когда термостат находится в равновесии при температуре T , а энергия осциллятора A имеет значение E_0 , включается взаимодействие, и гамильтониан системы при $t > 0$ имеет вид

$$H = \frac{1}{2} (p_A^2 + \omega^2 q_A^2) + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N (p_n^2 + \omega^2 q_n^2) + \epsilon \sum_{n=1}^N a_n q_n q_A, \quad (1)$$

массы осцилляторов единичные, q и $p = \dot{q}$ соответственно координата и импульс, индекс A относится к осциллятору A, n нумерует осцилляторы термостата, a_n — константа взаимодействия A с n-м осциллятором, ϵ — малый параметр, такой, что

$$\epsilon \sqrt{I/\omega} \ll 1, \quad I = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{n=1}^N a_n^2 / \omega^2 < \infty. \quad (2)$$

Как показано в [1], решение уравнений Лагранжа дает

$$q_A(t) = q_0 v_N(t) + p_0 v_N(t) - \frac{\epsilon}{\omega} \sum_{n=1}^N a_n \sqrt{2E_n} \int_0^t \cos(\omega\tau + \varphi_n) v_N(t-\tau) d\tau, \quad (3)$$

где φ_n — независимые случайные фазы, равнораспределенные по окружности, E_n — независимые случайные величины, распределенные с плотностью вероятности $(kT)^{-1} \exp(-E_n/kT)$, k — постоянная Больцмана, $v_N(t)$ — решение интегро-дифференциального уравнения, сводящегося в рассматриваемом случае при $N \rightarrow \infty$ к обыкновенному дифференциальному уравнению четвертого порядка

$$\frac{d^4v}{dt^4} + 2\omega^2 \frac{d^2v}{dt^2} + \omega^2 (\omega^2 - E) v = 0 \quad (4)$$

с начальными условиями $v = 0$, $\frac{dv}{dt} = 1$, $\frac{d^2v}{dt^2} = 0$, $\frac{d^3v}{dt^3} = -\omega^2$ при $t = 0$.

Решение (4) при условии (2) есть

$$v(t) = \lim_{N \rightarrow \infty} v_N(t) = \frac{\sin \omega t}{\omega} \cos \frac{\epsilon \sqrt{I}}{2} t. \quad (5)$$

Пользуясь (3), (5) и предельной теоремой Боголюбова для средних значений функций от сумм типа суммы в (3) [1], гл. 2), получим для средней энергии осциллятора А

$$\bar{E}(t) = \frac{1}{2} [\bar{p}_A^2(t) + \omega^2 \bar{q}_A^2(t)] = E_0 \cos^2 \frac{\epsilon \sqrt{I}}{2} t + kT \sin^2 \frac{\epsilon \sqrt{I}}{2} t. \quad (6)$$

2. Квантовомеханическое рассмотрение

Вместо операторов координат и импульсов осцилляторов введем операторы уничтожения $a = (\hat{q}_A + i\hat{p}_A)/(2\hbar\omega)^{1/2}$, $b_n = (\hat{q}_n + i\hat{p}_n)/(2\hbar\omega)^{1/2}$ и рождения $a^+ = (\hat{q}_A - i\hat{p}_A)/(2\hbar\omega)^{1/2}$, $b_n^+ = (\hat{q}_n - i\hat{p}_n)/(2\hbar\omega)^{1/2}$. В гамильтониане системы

$$\hat{H} = \hbar\omega \left(a^+ a + \frac{1}{2} \right) + \hbar\omega \sum_{n=1}^N \left(b_n^+ b_n + \frac{1}{2} \right) + \sum_{n=1}^N \hbar k_n (a^+ + a)(b_n^+ + b_n), \quad (7)$$

где $k_n = \epsilon a_n / 2\omega$, опустим члены типа ab_n и $a^+ b_n^+$, осциллирующие в случае слабого взаимодействия с частотой $\sim \omega$; это можно сделать, если характерное время системы

$$\tau \gg \omega^{-1}. \quad (8)$$

Ниже будет видно, что (8) совпадает с (2) и обобщает на наш случай полученное в [2] условие, позволяющее отбросить аналогичные члены в случае двух взаимодействующих осцилляторов, которое в наших обозначениях имеет вид $\epsilon a / \omega^2 \ll 1$.

Рассмотрим оператор

$$\hat{0} = aa + a^* a^+ = \begin{cases} \hat{q}_A & \text{при } a = (\hbar/2\omega)^{1/2} \\ \hat{p}_A & \text{при } a = -i(\hbar\omega/2)^{1/2} \end{cases}$$

и введем для него квантовую характеристическую функцию [3]

$$C_0(\xi) = \overline{\exp(i\xi \hat{O})} = \text{Sp} [\hat{\rho}(t) \exp(i\xi \hat{O})] = \text{Sp} [\hat{\rho}(0) \exp(i\xi \hat{O}(t))], \quad (9)$$

$\hat{\rho}(t)$ — матрица плотности системы. Переходя к гейзенберговскому представлению и решая уравнения движения, получим

$$\hat{a}(t) = \lambda(t) a + \sum_{n=1}^N \mu_n(t) b_n,$$

где

$$a=a(0), \quad b_n=b_n(0), \quad \lambda(t)=\exp(-i\omega t) \cos \frac{\epsilon \sqrt{T}}{2} t,$$

$$\mu_n(t)=-i(\alpha_n/\omega \sqrt{T}) \exp(-i\omega t) \sin \frac{\epsilon \sqrt{T}}{2} t,$$

$|\lambda(t)|^2 + \sum_{n=1}^N |\mu_n(t)|^2 = 1$, что требуется для выполнения бозевских коммутационных соотношений для $a(t)$ и $a^+(t)$ при $t > 0$. Так как

$$\overline{O_2} = \left. \frac{\partial^2 C_0(\xi)}{\partial(i\xi)^2} \right|_{\xi=0},$$

то для получения $\bar{E}(t)$ требуется лишь вычислить (9). Выбирая в качестве начального состояния осциллятора А его n -е собственное состояние и пользуясь техникой расчета квантовой характеристической функции [3], получим

$$\bar{E}(t)=\left(n+\frac{1}{2}\right)\hbar\omega \cos^2 \frac{\epsilon \sqrt{T}}{2} t + \frac{\hbar\omega}{2} \coth \frac{\hbar\omega}{2kT} \sin^2 \frac{\epsilon \sqrt{T}}{2} t. \quad (10)$$

В классическом пределе (10) переходит в (6).

При $t \rightarrow \infty$ $\bar{E}(t)$ не стремится к равновесной средней энергии осциллятора при температуре T ($(\hbar\omega/2) \coth (\hbar\omega/2kT)$ — в квантовом и kT в классическом случае), т. е. релаксация отсутствует. В моменты времени $t=(2l+1)\tau \equiv (2l+1)(\pi/\epsilon\sqrt{T})$ ($l=0,1,\dots$) средняя энергия равна равновесной средней, а при $t=2l\tau$ ($l=0,1,\dots$) — начальной энергии осциллятора А. Видно, что (8) в самом деле совпадает с (2). Если начальным состоянием осциллятора А является смешанное состояние, отвечающее равновесию при температуре T_0 , то эволюция средней энергии тоже носит безрелаксационный характер:

$$\bar{E}(t)=\frac{\hbar\omega}{2} \coth \frac{\hbar\omega}{2kT_0} \cos^2 \frac{\epsilon \sqrt{T}}{2} t + \frac{\hbar\omega}{2} \coth \frac{\hbar\omega}{2kT} \sin^2 \frac{\epsilon \sqrt{T}}{2} t. \quad (11)$$

Отметим, что точное решение задачи без использования (2) также не приводит к появлению релаксации, если $\epsilon \sqrt{T}/\omega \ll 1$.

Автор благодарен В. М. Аграновичу и В. Л. Инденбому за обсуждение работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Н. Н. Богоявленов, О некоторых статистических методах в математической физике, изд. АН УССР, Львов, 1945.
2. L. E. Estes, T. H. Keil, L. M. Narducci, Phys. Rev., 175, 286 (1968).
3. W. H. Louisell, Radiation and Noise in Quantum Electronics, McGraw Hill Co., N Y, 1965, pp 237, 261.

Институт кристаллографии
АН СССР

Поступила в редакцию
12 января 1970 г.