

ПРИНЦИП ПОДОБИЯ ДЛЯ ВЫСОКОЧАСТОТНЫХ ПРИБОРОВ С УЛЬТРАРЕЛЯТИВИСТСКИМИ ЭЛЕКТРОННЫМИ ПОТОКАМИ

М. И. Петелин.

Появившиеся в последнее время экспериментальные методы получения электронных пучков с напряжением $1-10$ Мв и импульсной мощностью $10^{10}-10^{12}$ вт [1-3] создали предпосылки для разработки новых разновидностей мощных генераторов и усилителей электромагнитных волн. Такие устройства могут быть основаны на различных типах индуцированного излучения электронов—черенковском (приборы типа ЛБВ и оротрона), переходном (монотрон), а также тормозном (убитрон, синхротронные генераторы) излучении, — однако должны отличаться от своих слаборелятивистских аналогов рядом особенностей, обусловленных спецификой движения электронов с энергиями E , значительно превышающими их энергию покоя $E_{\text{пок}}$:

$$m = E/E_{\text{пок}} \gg 1. \quad (1)$$

Некоторые из этих особенностей можно пояснить, рассматривая взаимодействие высокочастотного поля с прямолинейным пучком электронов.

1. Одномерное движение электронов в поле $F = \text{Re}[F(z)e^{it}]$ будем описывать уравнением

$$\frac{d}{dt}(mv) = F, \quad (2)$$

где z и t — безразмерные координата и время (соответствующие размерные величины z' и t' связаны с z и t соотношениями $z' = zc/\omega$, $t' = t/\omega$, c — скорость света, ω — частота поля), $m = (1-v^2)^{-1/2}$ — безразмерная энергия — масса электрона, $v = \frac{dz}{dt}$ — его скорость.

Запишем уравнение (2) в виде системы двух уравнений первого порядка

$$\frac{dm}{dz} = \text{Re}[F(z)e^{it}]; \quad (3)$$

$$\frac{dt}{dz} = (1-1/m^2)^{-1/2}, \quad (4)$$

считая m и t функциями их входных значений и координаты z . Предположим, что на входе в рабочее пространство прибора, при $z = 0$, электроны образуют стационарный моноэнергетический поток, т. е. равномерно распределены по времени влета $t = t_0$ и обладают одинаковой энергией $m = m_{\text{вх}}$. Изменение энергии электронов $m(z, t_0)$ в результате их взаимодействия с переменным полем в рабочем пространстве, имеющем длину L , определяет электронный КПД прибора

$$\eta = (m_{\text{вх}} - 1) - 1 \left[m_{\text{вх}} - \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} m(L, t_0) dt_0 \right]. \quad (5)$$

Уравнения движения электронов (3), (4) необходимо решать совместно с уравнениями для комплексной амплитуды высокочастотного электромагнитного поля $F(z)$, дополненными системой граничных условий, конкретный вид которых зависит от типа электронного прибора. С точки зрения последующих рассуждений существенно, однако, лишь то, что в вакуумных приборах уравнения высокочастотного поля обычно являются линейными (исключение могут составлять, в частности, приборы, основанные на взаимодействии электронных пучков с собственными волнами плазмы) и сохраняют свою структуру при линейных преобразованиях координат и времени.

2. В ультрарелятивистском пределе (1) в правой части уравнения (4) можно пренебречь членами высокого порядка малости по параметру $1/m$:

$$\frac{dt}{dz} = 1 + 1/2m^2. \quad (4a)$$

После линейной замены переменных

$$z = 2m_{\text{вх}}^2 \zeta, \quad m = m_{\text{вх}} \mu, \quad t - z = \tau \quad (6)$$

система уравнений (3), (4a), граничные условия для электронов и выражение для электронного КПД приобретают вид

$$\frac{d\mu}{d\zeta} = \text{Re}[\Phi(\zeta)e^{i\tau}], \quad (7)$$

$$\frac{d\tau}{d\zeta} = \frac{1}{\mu^2},$$

$$\mu(0) = 1, \quad \tau(0) = \tau_0; \quad (8)$$

$$\eta = 1 - \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \mu(\Delta, \tau_0) d\tau_0, \quad (9)$$

где

$$\Delta = L/2m_{\text{вх}}^2.$$

$$\Phi(\zeta) = 2m_{\text{вх}} F(2m_{\text{вх}}^2 \zeta) \exp(i 2m_{\text{вх}}^2 \zeta). \quad (10)$$

3. Отыскание функций $\Phi(\zeta)$, обеспечивающих максимальный КПД для приборов данного типа, в общем случае должно производиться на основании системы уравнений (7), дополненной уравнениями высокочастотного поля, путем подбора параметров, пропорциональных электронному току, а также величинам, характеризующим электродинамическую систему (диаметру и поверхностному импедансу волновода и т. п.).

Для ряда приборов — генераторов с высокодобротными резонаторами, где пространственную структуру высокочастотного поля можно считать фиксированной — подбор оптимальных функций $\Phi(\zeta)$ может быть осуществлен и непосредственно на основании соотношений (7)–(9). Так, например, в резонансной ЛБВ и оротроне электронный КПД может достигать — в зависимости от выбора конкретного класса функций $\Phi(\zeta)$ — 23–48%, а в релятивистском монотроне [4] — 22%.

4. Существенно, что соотношения (7) — (9) не содержат релятивистского параметра $m_{\text{вх}}$ в явном виде. Поэтому, если оптимальная функция $\Phi(\zeta)$ для приборов данного типа найдена, то тем самым согласно (10) определена оптимальная структура электромагнитного поля при любой энергии электронов, удовлетворяющей условию (1). В ультрарелятивистском пределе ($m_{\text{вх}} \rightarrow \infty$) оптимальная величина переменного поля падает обратно пропорционально $m_{\text{вх}}$, оптимальная длина приборов растет пропорционально $m_{\text{вх}}^2$, а максимальный электрический КПД, определяемый из (7) — (9), остается постоянной величиной.

Уменьшение оптимальной величины напряженности высокочастотного поля с ростом энергии электронов обеспечивает ограничиваемую возникновением высокочастотного пробоя возможность продвижения приборов, основанных на индуцированном излучении ультрарелятивистских электронных пучков, в диапазон все более коротких волн — тенденция, противоположная соответствующей тенденции генераторов и усилителей со слабoreлятивистскими электронными пучками.

Увеличение оптимальной длины приборов при $m_{\text{вх}} \rightarrow \infty$ приводит, как это ясно из кинематических соображений, к необходимости обеспечивать все более высокую точность изготовления электродинамических систем, а также к все более жестким ограничениям на разброс $\Delta v_{\text{вх}}$ начальных скоростей электронов: $\Delta v_{\text{вх}} \bar{v}_{\text{вх}} \lesssim 1/(\bar{m}_{\text{вх}})^2$ ($\bar{v}_{\text{вх}}$ и $\bar{m}_{\text{вх}}$ — средние значения начальных скоростей и энергий). При этом, однако, допустимая величина относительного разброса энергий $\Delta m_{\text{вх}}/m_{\text{вх}}$ в силу соотношения $\Delta m_{\text{вх}}/\bar{m}_{\text{вх}} = (\bar{m}_{\text{вх}})^2 (\Delta v_{\text{вх}}/\bar{v}_{\text{вх}})$ сохраняется постоянной.

5. Найденный здесь принцип подобия применим непосредственно лишь к приборам, основанным на индуцированном черенковском и переходном излучении электронов. Однако использованный метод может быть применен при получении аналогичных соотношений и для высокочастотных генераторов и усилителей, основанных на индуцированном тормозном излучении электронов, движущихся по криволинейным траекториям. Законы подобия приборов с криволинейными электронными пучками оказываются, вообще говоря, отличными от приведенных выше (такие же различия имеют место и для приборов со слабoreлятивистскими электронными пучками, как это видно, например, из сравнения МЦР [5] и обычных приборов типа «О»). В частности, в убитроне при $m_{\text{вх}} \rightarrow \infty$ оптимальная длина растет пропорционально $m_{\text{вх}}^2$, а произведение амплитуды высокочастотного поля на амплитуду фокусирующего периодического магнитоэстатического поля остается постоянной величиной; электронный КПД убитрона в ультрарелятивистском пределе составляет (при некоторых частных видах функций, описывающих структуру высокочастотного поля) 20–45%.

Приношу благодарность А. В. Гапонову, В. К. Юлпатову, Л. В. Родыгину и А. В. Сморгонскому за обсуждение результатов работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. W. T. Link, IEEE Trans. Nucl. Sci., 14, № 3, 777 (1967).
2. S. E. Graybill, S. V. Nablo, IEEE Trans. Nucl. Sci., 14, № 3, 782 (1967).
3. F. C. Ford, D. Martin, D. Sloan, W. Link, Bull. Am. Phys. Soc., 12, 961 (1967).
4. В. К. Юлпатов, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика (в печати).
5. А. В. Гапонов, М. И. Петелин, В. К. Юлпатов, Изв. высш. уч. зав. Радиофизика, 10, № 9–10, 1414 (1967).