УДК 533.95

О ПОВЕДЕНИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ В ОКРЕСТНОСТИ ПРОСТОГО НУЛЯ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ ПЛАЗМЫ

В. А. Пермяков

Как известно [1], при падении электромагнитной волны E-поляризации на неоднородную плазму в окрестности нуля диэлектрической проницаемости плазмы возникает резонансное возрастание электрического поля, причем этот рост оказывается неограниченным при пренебрежении соударениями, нелинейными эффектами и возбуждением плазменных волн.

Впервые характер роста компонент электрического поля в области $\varepsilon \sim 0$ был исследован для линейного слоя: $\varepsilon(z) = \varepsilon'(0)z$ (см библиографию в [1], § 20), причем выяснилось, что компонента электрического поля, параллельная градиенту плотности электронов, ведет себя как z^{-1}, а ортогональные ей компоненты имеют логарифмическую особенность Затем в работе [2] появилось утверждение, что сколь угодно малое отклонение закона $\varepsilon(z)$ от линейного, точнее, учет второй производной ε, приводит к изменению характера роста тангенциальных компонент электрического поля: при $\varepsilon''(0) \neq 0$ они растут как z^{-1}. Из утверждения работы [2] логически следует вывод о непригодности линейной аппроксимации реальных плазменных слоев в непосредственной окрестности простого нуля ε, поскольку поведение определенных компонент электрического поля неустойчиво при $\varepsilon \to 0$ по отношению к малым возмущениям линейного закона изменения ε.

Ниже мы покажем, что утверждение работы [2] не соответствует истине — отклонение закона изменения ε от линейного не приводит к изменению характера роста тангенциальных компонент электрического поля В связи с тем, что метод эталонных уравнений, примененный в [2], громоздок и носит приближенный характер, мы используем более простой и строгий метод степенных рядов

Приведем необходимые соотношения для компонент электрического и магнитного полей E-поляризации в плоско-слоистой среде (все линейные размеры считаются умноженными на волновое число свободного пространства)

$$H_x = U(z)e^{-i\alpha y}, \quad E_y = -\frac{i}{\varepsilon(z)}\frac{\partial H_x}{\partial z}, \tag{1}$$

$$L(U) = \frac{d^2U}{dz^2} - \frac{1}{\varepsilon(z)}\frac{d\varepsilon(z)}{dz}\frac{dU}{dz} + [\varepsilon(z) - \alpha^2]U = 0.$$

Для линейного закона $\varepsilon(z) = \varepsilon'(0)z$

$$U(z) = 1 + \frac{\alpha^2}{2}z^2 \ln z + O(z^2), \tag{2}$$

так что $\dfrac{\partial H_x}{\partial z} = O(\alpha^2 z \ln z)$, $E_y = O(\alpha^2 \ln z)$. Для законов ε, отклоняющихся от линейного, необходимо выяснить, не появляются ли в решении $U(z)$ члены порядка z, поскольку только появление этих членов способно изменить характер поведения E_y при $\varepsilon \to 0$. При этом достаточно исследовать влияние второй производной ε на поведение компонент полей, так как можно показать, что высшие производные ε, начиная с третьей, дают в решение $U(z)$ дополнительные члены порядка z^2 и выше и при $\varepsilon'(0) \neq 0$ не способны изменить характер поведения E_y.

Будем искать решение уравнения $L(U) = 0$ в окрестности $\varepsilon \sim 0$ методом степенных рядов, полагая

$$\varepsilon(z) = \varepsilon'(0)z + \frac{\varepsilon''(0)}{2}z^2 + O(z^3). \tag{3}$$

Решение $U_1(z)$, аналитическое при $z=0$, ищется в виде ряда $U_1(z) = \sum\limits_{k=0}^{\infty} A_k z^{k+2}$.
Подставляя $U_1(z)$ в уравнение (1) и оставляя первые члены ряда, получим

$$U_1(z) = z^2 + \frac{\varepsilon''(0)}{3\varepsilon'(0)}z^3 + O(z^4). \tag{4}$$

Исследуем теперь общее решение уравнения $U(z)$, определив его через решение $U_1(z)$ следующим образом:

$$U(z) = U_1(z) \int\limits_{z_0}^{z} \frac{\varepsilon(t)}{U_1^2(t)}\,dt. \tag{5}$$

Используя разложение диэлектрической проницаемости (3) и решения $U_1(z)$ (4) в степенные ряды, получим

$$\int\limits_{z_0}^{z} \frac{\varepsilon(t)}{U_1^2(t)}\,dt = \left[-\frac{\varepsilon'(0)}{2}z^{-2} + \frac{\varepsilon''(0)}{6}z^{-1} + O(\ln z)\right]\Bigg|_{z_0}^{z}. \tag{6}$$

Хотя в разложениях (4) и (6) присутствуют члены, пропорциональные второй производной ε и способные изменить характер роста E_y, при подстановке (4) и (6) в общее решение (5) эти члены взаимно уничтожаются, так что

$$U(z) = -\frac{\varepsilon'(0)}{2} + O(z^2 \ln z). \tag{7}$$

Таким образом, окончательное выражение (7) общего решения $U(z)$ принципиально не отличается от решения для линейного закона ε, и характер поведения компоненты E_y остается неизменным при отклонении закона ε от линейного

Приведенный результат указывает на пригодность кусочно-линейной аппроксимации реальных плазменных слоев, по крайней мере, при малом шаге аппроксимации всюду, включая окрестность простого нуля диэлектрической проницаемости плазмы. Что касается результатов работы [2], то сделанное нами замечание относится только к исследованию поля в окрестности нуля ε (см. стр. 78—80 в [2]) и не затрагивает основного содержания [2]. Подчеркнем также, что эталонная функция $\varkappa_H(z) = U(z)/\sqrt{\varepsilon(z)}$, введенная в [2], при учете второй производной ε должна, как указано в [2], в окрестности $\varepsilon \sim 0$ приближаться функциями Уиттекера, а не функциями Ханкеля первого рода, тем не менее окончательное выражение для решения $U(z)$ или магнитного поля при этом сохраняет вид (7).

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Л. Гинзбург, Распространение электромагнитных волн в плазме, изд. Наука, М, 1967.
2. Г. И. Макаров, Асимптотические представления решений уравнений Максвелла в гладких ионосферных слоях, сб. Проблемы дифракции и распространения волн, 1, изд. ЛГУ, 1962.

Московский энергетический институт

Поступила в редакцию 25 октября 1968 г.

УДК 538.3

О ВЛИЯНИИ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ДИСПЕРСИИ МАГНИТНОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ НА ИЗЛУЧЕНИЕ ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЫ, ПРОЛЕТАЮЩЕЙ ГРАНИЦУ РАЗДЕЛА ФЕРРОМАГНЕТИКА И ВАКУУМА

К. А. Рязанцев

Излучение Вавилова—Черенкова в гиротропных ферромагнетиках было впервые рассмотрено в работе Барьяхтара и Каганова [1] (см. также [2]), в которой приведены потери энергии частицы на возбуждение как «медленных» (длинноволновых) спиновых волн с частотами $\sim \Omega_0 = \gamma M_0(\beta_0 + H_0/M_0)$, так и «быстрых» (коротковолновых) спиновых волн с $\omega \sim \alpha\gamma M_0 k^2$. Выход в вакуум генерируемого в ферромагнетике черенковского излучения обсуждался в [3] и в [4]. Но и в [3] и в [4] пространственная дисперсия тензора магнитной проницаемости, а следовательно, и возможность возбуждения «быстрых» спиновых волн не учитывались.

В этой заметке рассмотрено излучение заряженной частицы, пролетающей границу вакуум—ферромагнетик, с учетом возбуждения «быстрых» спиновых волн.