ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XII, № 8 РАДИОФИЗИКА 1969

УДК 533 951

# О ДВИЖЕНИИ ЗАРЯДОВ В ЗВУКОВОЙ ВОЛНЕ, РАСПРОСТРАНЯЮЩЕЙСЯ В СЛАБОИОНИЗИРОВАННОЙ ПЛАЗМЕ

*С. Б. Бирагов*

В квазигидродинамическом приближении рассмотрено движение заряженных частиц в слабоионизированной плазме, вызванное колебаниями нейтралов в звуковой волне Произведено вычисление появляющихся при этом электрических полей и токов В изотропной плазме указанный эффект связан с различным увлечением электронов и ионов нейтралами. Найдены условия, при которых получаются наибольшие поля и токи

Как известно, звук в газе может распространяться без заметного затухания лишь в том случае, когда частота столкновений частиц между собой много больше частоты звука*. По этой причине при распространении звука в многокомпонентной плазме частицы всех сортов в первом приближении движутся вместе. Однако уже в изотропной плазме происходит слабое разделение зарядов в звуковой волне. Оно связано с различием эффективных частот столкновений электронов и ионов с молекулами. В магнитоактивной плазме появляется дополнительный механизм разделения зарядов из-за различия электронной и ионной гирочастот. Ниже рассматривается распространение звуковой волны перпендикулярно магнитному полю, когда указанный эффект оказывается наиболее заметным. Для этого случая вычислены плотность тока и напряженность электрического поля в звуковой волне.

1. Будем исходить из следующей линейной системы уравнений для электронов и ионов:

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + N_0 \operatorname{div} \boldsymbol{v}_e = 0, \qquad \frac{\partial n_i}{\partial t} + N_0 \operatorname{div} \boldsymbol{v}_i = 0; \tag{1}$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{v}_e}{\partial t} + \frac{\varkappa}{m}\left(\frac{T_0}{N_0}\nabla n_e + \nabla T_e\right) + \frac{eE}{m} + \frac{e}{mc}\,[\boldsymbol{v}_e H] = \nu_{em}(\boldsymbol{v}_m - \boldsymbol{v}_e),$$
$$\frac{\partial \boldsymbol{v}_i}{\partial t} + \frac{\varkappa}{M}\left(\frac{T_0}{N_0}\nabla n_i + \nabla T_i\right) - \frac{eE}{M} - \frac{e}{Mc}\,[\boldsymbol{v}_i H] = \nu_{im}(\boldsymbol{v}_m - \boldsymbol{v}_i); \tag{2}$$

$$\frac{\partial T_e}{\partial t} + \frac{2}{3}\,T_0 \operatorname{div} \boldsymbol{v}_e = \nu'_{em}(T_m - T_e), \qquad \frac{\partial T_i}{\partial t} + \frac{2}{3}\,T_0 \operatorname{div} \boldsymbol{v}_i = \nu'_{im}(T_m - T_i). \tag{3}$$

* Мы не рассматриваем здесь ионно-звуковые колебания, которые могут возбуждаться в неизотермической плазме в отсутствие столкновений.

В этих уравнениях мы не учитывали «трение» между электронами и ионами, которое несущественно при выполнении неравенств

$$\nu_{ei} \ll \nu_{em}, \quad \nu_{ei} \ll \frac{\omega_{0e}^2}{\omega}.$$

Кроме того, предполагалось, что имеются ионы только одного сорта, и $N_{0e} = N_{0i} = N_0$, а равновесные температуры электронов, ионов и молекул одинаковы и равны $T_0$. Входящие в уравнения (3) величины $\nu'_{em}$ и $\nu'_{im}$ описывают релаксацию температур между заряженными частицами и молекулами. По порядку величины $\nu'_{em} \sim m\nu_{em}/M$, $\nu'_{im} \sim \nu_{im}$.

Пусть постоянное магнитное поле $H_0$ направлено по оси $z$, а движение молекул задано в виде плоской волны, распространяющейся вдоль $x$, т. е.

$$v_m, T_m, n_m \sim \exp(i\omega t - ikx),$$

где $\omega/k = \sqrt{5\varkappa T_0/3M}$ *. Вынужденные решения для $n_e$, $n_i$, $v_e$, $v_i$, $T_e$ и $T_i$ естественно искать также в виде плоских волн. Исключая из системы (1)—(3) электрическое поле при помощи соотношения

$$E = i\frac{4\pi e(n_i - n_e)}{k} = i\frac{4\pi e N_0}{\omega}(v_{ix} - v_{ex}), \tag{4}$$

получим следующие выражения для скоростей ионной и электронной компонент:

$$\begin{aligned} v_{ix} = \frac{v_m}{\Delta}\Bigg[&\left(\nu_{im} + \frac{2}{3}\frac{ik^2}{\omega}\frac{\varkappa T_0}{M}\frac{\nu'_{im}}{i\omega + \nu'_{im}}\right)\left(i\omega - \frac{ik^2}{\omega}\frac{\varkappa T_0}{m} + \right.\\ &\left.+\frac{2}{3}\frac{k^2}{i\omega + \nu'_{em}}\frac{\varkappa T_0}{m} - i\frac{\omega_{0e}^2}{\omega} + \frac{\omega_H^2}{i\omega + \nu_{em}} + \nu_{em}\right) -\\ &-\frac{i\omega_{0i}^2}{\omega}\left(\nu_{em} + \frac{ik^2}{\omega}\frac{\varkappa T_0}{m}\frac{2}{3}\frac{\nu'_{em}}{i\omega + \nu'_{em}}\right)\Bigg],\\ v_{ex} = \frac{v_m}{\Delta}\Bigg[&\left(\nu_{em} + \frac{2}{3}\frac{ik^2}{\omega}\frac{\varkappa T_0}{m}\frac{\nu'_{em}}{i\omega + \nu'_{em}}\right)\left(i\omega - \frac{ik^2}{\omega}\frac{\varkappa T_0}{M} + \right.\\ &\left.+\frac{2}{3}\frac{k^2}{i\omega + \nu'_{im}}\frac{\varkappa T_0}{M} - \frac{i\omega_{0i}^2}{\omega} + \frac{\Omega_H^2}{i\omega + \nu_{im}} + \nu_{im}\right) -\\ &-i\frac{\omega_{0e}^2}{\omega}\left(\nu_{im} + \frac{ik^2}{\omega}\frac{\varkappa T_0}{M}\frac{2}{3}\frac{\nu'_{im}}{i\omega + \nu'_{im}}\right)\Bigg], \end{aligned} \tag{5}$$

где

$$\begin{aligned} \Delta = &\left(i\omega - \frac{ik^2}{\omega}\frac{\varkappa T_0}{m} + \frac{2}{3}\frac{k^2}{i\omega + \nu'_{em}}\frac{\varkappa T_0}{m} - i\frac{\omega_{0e}^2}{\omega} + \frac{\omega_H^2}{i\omega + \nu_{em}} + \nu_{em}\right)\times\\ &\times\left(i\omega - \frac{ik^2}{\omega}\frac{\varkappa T_0}{M} + \frac{2}{3}\frac{k^2}{i\omega + \nu'_{im}}\frac{\varkappa T_0}{M} - \frac{i\omega_{0i}^2}{\omega} + \frac{\Omega_H^2}{i\omega + \nu_{im}} + \nu_{im}\right) - \frac{\omega_{0e}^2\omega_{0i}^2}{\omega^2}, \end{aligned} \tag{6}$$

* Разумеется, в общем случае необходимо написать уравнения движения для молекул и решать совместно систему уравнений для электронов, ионов и молекул. Однако влияние молекул на заряженные частицы будет заметно лишь при $N_{0m} \gg N_0$, поэтому обратным влиянием электронов и ионов на нейтралы обычно можно пренебречь. В результате уравнения для молекул можно решать независимо, а в качестве решения для них взять плоскую волну.

$$v_{iy} = -\frac{\Omega_H}{i\omega + \nu_{im}} v_{ix}, \qquad v_{ey} = \frac{\omega_H}{i\omega + \nu_{em}} v_{ex}.$$

Плотность тока может быть найдена согласно формуле

$$j = eN_0(v_i - v_e),$$

а напряженность электрического поля, возникающего в звуковой волне, можно определить с помощью (4).

2. Довольно громоздкие выражения для скоростей заряженных частиц могут быть упрощены. Как было отмечено выше, звук в слабоионизированной плазме может распространяться, если частота соударений между молекулами много больше частоты звука, а так как $\nu_{im} \sim \nu_{mm}$, то $\nu_{im} \gg \omega$. Заметим, что поскольку $\nu_{em} \sim \sqrt{M/m}\,\nu_{im}$, то заведомо будет выполнено неравенство $\nu_{em} \gg \omega$. Эффективная частота столкновений, определяющая обмен энергией между электронами и молекулами, $\nu'_{em} \simeq m\nu_{em}/M$, т. е. $\nu'_{em} \ll \nu_{im}$. Мы, однако, будем считать, что $\nu'_{em} \gg \omega$.

В этом случае, как легко видеть, в первом приближении температуру электронов (и тем более ионов) можно считать равной температуре молекул. С учетом указанных неравенств соотношения (5), (6) для скоростей существенно упрощаются:

$$v_{ix} \simeq v_m \frac{\nu_{em}\nu_{im} - i\dfrac{\omega_{0e}^2}{\omega}\nu_{im} + \dfrac{\omega_H^2 \nu_{im}}{\nu_{em}} - i\nu_{im}\dfrac{k^2}{\omega}\dfrac{\varkappa T_0}{m}}{\nu_{em}\nu_{im} - i\nu_{im}\dfrac{\omega_{0e}^2}{\omega} + \dfrac{\nu_{im}}{\nu_{em}}\omega_H^2 + \dfrac{\omega_H^2\Omega_H^2}{\nu_{em}\nu_{im}} - i\dfrac{\omega_{0e}^2}{\omega}\dfrac{\Omega_H\omega_H}{\nu_{em}}},$$

$$v_{ex} \simeq v_m \frac{\nu_{em}\nu_{im} - i\dfrac{\omega_{0e}^2}{\omega}\nu_{im} + \dfrac{\Omega_H^2}{\nu_{im}}\nu_{em} + i\dfrac{2}{3}\nu_{im}\dfrac{k^2}{\omega}\dfrac{\varkappa T_0}{m}}{\nu_{em}\nu_{im} - i\nu_{im}\dfrac{\omega_{0e}^2}{\omega} + \dfrac{\nu_{im}\omega_H^2}{\nu_{em}} + \dfrac{\omega_H^2\Omega_H^2}{\nu_{em}\nu_{im}} - \dfrac{i\omega_{0e}^2}{\omega}\dfrac{\Omega_H\omega_H}{\nu_{em}}},$$

$$v_{iy} \simeq -\frac{\Omega_H}{\nu_{im}} v_{ix}, \qquad v_{ey} \simeq \frac{\omega_H}{\nu_{em}} v_{ex}.$$

После несложных преобразований находим напряженность электрического поля в волне и компоненты плотности тока:

$$E_x \simeq \frac{4\pi eN_0}{\omega} \frac{\left(\nu_{im}\omega\dfrac{M}{m} + i\dfrac{\omega_H^2\nu_{im}}{\nu_{em}}\right) v_m}{\nu_{em}\nu_{im} - i\nu_{im}\dfrac{\omega_{0e}^2}{\omega} + \nu_{im}\dfrac{\omega_H^2}{\nu_{em}} + \dfrac{\omega_H^2\Omega_H^2}{\nu_{em}\nu_{im}} - i\dfrac{\omega_{0e}^2}{\omega}\dfrac{\omega_H\Omega_H}{\nu_{em}}}; \qquad (7)$$

$$j_x \simeq eN_0 v_m \frac{-i\nu_{im}\omega\dfrac{M}{m} + \dfrac{\omega_H^2\nu_{im}}{\nu_{em}}}{\nu_{em}\nu_{im} - i\nu_{im}\dfrac{\omega_{0e}^2}{\omega} + \nu_{im}\dfrac{\omega_H^2}{\nu_{em}} + \dfrac{\omega_H^2\Omega_H^2}{\nu_{em}\nu_{im}} - i\dfrac{\omega_{0e}^2}{\omega}\dfrac{\omega_H\Omega_H}{\nu_{em}}}; \qquad (8)$$

$$j_y \simeq eN_0 v_m \frac{\frac{\omega_H}{\nu_{em}}\left(\nu_{em}\nu_{im} - i\frac{\omega_{0e}^2}{\omega}\nu_{im}\right) + \frac{\Omega_H \omega_H^2}{\nu_{em}}}{\nu_{em}\nu_{im} - i\nu_{im}\frac{\omega_{0e}^2}{\omega} + \nu_{im}\frac{\omega_H^2}{\nu_{em}} + \frac{\omega_H^2\Omega_H^2}{\nu_{em}\nu_{im}} - i\frac{\omega_{0e}^2}{\omega}\frac{\omega_H\Omega_H}{\nu_{em}}}. \qquad (9)$$

Рассмотрим сначала изотропную плазму. Для этого в формулах (7)—(9) положим $\omega_H = \Omega_H = 0$. Компонента тока $j_y = 0$, а для $E_x$ и $j_x$ получаются выражения

$$E_x \simeq \omega_{0e}^2 \frac{\omega M}{e(\omega\nu_{em} - i\omega_{0e}^2)} v_m,$$

$$j_x \simeq \frac{\omega_{0e}^2}{4\pi e}\frac{\omega^2 M}{(\omega_{0e}^2 + i\omega\nu_{em})} v_m,$$

из которых следует, что максимальные значения напряженности поля и тока достигаются при $\omega_{0e}^2 \gg \omega\nu_{em}$. В этом предельном случае находим

$$E_x = i\frac{\omega M v_m}{e}, \qquad j_x = \frac{1}{4\pi}\frac{\omega^2 M v_m}{e}.$$

Напомним, что $\omega$ — частота звука, $M$ — масса иона, $v_m$ — амплитуда колебательной скорости молекул в звуковой волне, $e$ — заряд электрона. Для $\omega = 10^5$ *сек*$^{-1}$, $M/m = 10^4$ и $v_m \sim 1$ *см·сек*$^{-1}$ предельное значение $E_x \simeq 0{,}6\cdot 10^{-6}$ *в·см*$^{-1}$ *.

Обратимся теперь к случаю магнитоактивной плазмы. Пусть напряженность магнитного поля и концентрация частиц таковы, что

$$\frac{M}{m} \gg \frac{\omega_H^2}{\nu_{em}^2} \gg 1, \qquad \omega_H \sim \frac{\omega_{0e}^2}{\omega}. \qquad (10)$$

При этих условиях ионы увлекаются молекулами, а движение электронов вдоль оси $x$ сильно тормозится магнитным полем. Максимальные значения $E_x$ и $j_x$, которые получаются при выполнении соотношений (10), даются выражениями

$$E_x \simeq i\frac{\omega_{0e}^2}{\omega}\frac{m}{e} v_m, \qquad j_x \simeq eN_0 v_m = \frac{\omega_{0e}^2}{4\pi}\frac{m}{e} v_m.$$

Интересно отметить, что максимальный ток $j_y$ может в $\nu_{im}/\Omega_H$ раз превышать найденное предельное значение тока $j_x$, если отношение $\omega_{0e}^2/\omega$ много больше остальных частот:

$$j_y \simeq \frac{\nu_{im}}{\Omega_H} eN_0 v_m = \frac{\nu_{im}}{\Omega_H}\frac{\omega_{0e}^2}{4\pi}\frac{m}{e} v_m.$$

Если $M/m = 10^4$, то, принимая во внимание равенство $M/m \gg \omega_H^2/\nu_{em}^2$, получим возможное превышение в 10—15 раз.

Следует сказать, что вопросы увлечения заряженных частиц нейтральной компонентой рассматривались ранее в ряде работ [3, 4]. Однако они отличаются от рассмотренного нами случая спецификой движения нейтралов. Кроме того, в настоящей работе, по-видимому,

* При нормальных условиях такое значение достигается, когда $N_0 \sim 10^7$ *см*$^{-3}$. Как известно (см., например, [2]), в этом случае $\nu_{em} \sim 10^{11}$ *сек*$^{-1}$, а $\nu_{im} \sim 10^9$ *сек*$^{-1}$.

впервые обращается внимание на возможность разделения зарядов из-за различия эффективных частот столкновений электронов и ионов с молекулами. Следует также заметить, что исходная система уравнений (1)—(3) позволяет учесть температурные возмущения, которые могут быть существенными, если $\nu'_{em} \lesssim \omega$.

В заключение выражаю благодарность Б. Н. Гершману за просмотр рукописи и ценные замечания.

## ЛИТЕРАТУРА

1. D. Kahn, Phys. Fluids, **7**, № 6, 918 (1964).
2. В Л. Гинзбург, Распространение электромагнитных волн в плазме, Физматгиз, М, 1960.
3 Б. Н Гершман, Г. И. Григорьев, Геомагнетизм и аэрономия, **6**, № 2, 246 (1966)
4 А. В. Гуревич, Е. Е Цедилина, УФН, **91**, 609 (1967).

Горьковский государственный университет

Поступила в редакцию
11 июля 1968 г.

## THE CHARGE MOTION IN A SOUND WAVE PROPAGATING IN A WEAKLY-IONIZED PLASMA

*S. B. Biragov*

The motion of charged particles in a weakly-ionized plasma due to oscillations of neutral particles in a sound wave is considered in a quasi-hydrodynamics approximation The electric fields and currents occurring in this case are calculated. In isotropic plasma, the indicated effect is associated with different electrons and ions drag by neutral particles. The conditions are obtained under which the greatest fields and currents occurred.