

УДК 538.3

ЗЕРКАЛЬНО-ИТЕРАЦИОННЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ ГРАНИЧНЫХ ЗАДАЧ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ

В. А. Николаев, Д. М. Сазонов, Н. Я. Фролов

Рассматривается решение граничной задачи электродинамики о стыке двух волноводов, образованных кусочно-координатными поверхностями произвольной ортогональной системы координат. При шивании тангенциальных полей на общем участке границы раздела используется зеркально-итерационный метод. Показана сходимость итерационного процесса и приводится пример расчета H -соединения двух прямоугольных волноводов различной ширины.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Задачи дифракции и возбуждения электромагнитных волн на сложных телах, форма которых состоит из правильных участков координатных поверхностей, допускающих разделение переменных в уравнениях Гельмгольца, могут быть успешно решены вычислительными методами, основанными на использовании решения более частной задачи о дифракции электромагнитных волн на стыке двух однородных линий передачи. В связи с этим рассмотрим электродинамическую задачу о стыке двух произвольных линий передачи, у которых боковые поверхности и поверхность стыка совпадают с координатными поверхностями ортогональной криволинейной системы координат ζ, η, ξ (рис. 1).

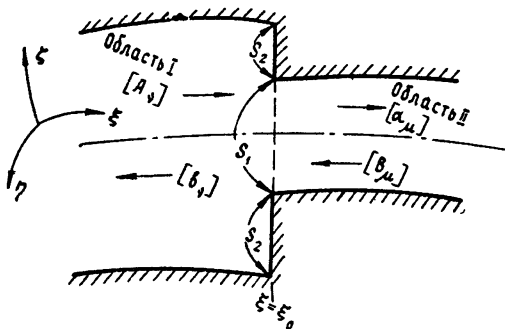


Рис. 1. Стык двух линий передач с различными поперечными сечениями.

Предположим, что распространение волн в волноводе происходит в направлении ξ . В сечении $\xi = \xi_0$ происходит скачкообразное изменение поперечных размеров сечения, вызывающее отражения и порождающее связь между различными ортогональными типами волн каждого из волноводов. В связи с этим оказывается удобным использовать метод частичных областей, предполагающий разложение электромагнитных полей каждого волновода по полной системе соответствующих собственных функций с последующим шиванием тангенциальных ком-

понент электрического и магнитного полей на границе раздела, т. е. при $\xi = \xi_0$.

Для первого волновода электрическое и магнитное тангенциальные поля в любом поперечном сечении $\xi < \xi_0$ могут быть представлены в виде

$$E_{ig}^I = \sum_{\nu}^{\infty} [A_{\nu} f_{\nu}^{+}(k_{\nu} \xi) + b_{\nu} f_{\nu}^{-}(k_{\nu} \xi)] \Phi_{\nu}^E(\zeta, \eta), \quad (1)$$

$$H_{ig}^I = \sum_{\nu}^{\infty} [A_{\nu} g_{\nu}^{+}(k_{\nu} \xi) + b_{\nu} g_{\nu}^{-}(k_{\nu} \xi)] \Phi_{\nu}^H(\zeta, \eta),$$

где A_{ν} и b_{ν} — не зависящие от координат амплитудные коэффициенты, Φ_{ν}^E и Φ_{ν}^H — векторные функции распределения электрического и магнитного тангенциальных полей для волны с собственным числом ν (в общем случае под ν следует понимать комбинацию волновых чисел по координатам ζ и η); функции $f^{+}(k, \xi)$ и $g^{+}(k, \xi)$ описывают процесс распространения волн в направлении возрастания координаты ξ , а функции $f^{-}(k, \xi)$ и $g^{-}(k, \xi)$ соответствуют волнам, движущимся в обратном направлении; k_{ν} — волновое число для ν типа волны.

Аналогичным образом для второго волновода электрическое и магнитное тангенциальные поля в любом поперечном сечении при $\xi > \xi_0$ могут быть представлены разложениями:

$$E_{ig}^{II} = \sum_{\mu}^{\infty} [a_{\mu} f_{\mu}^{+}(k_{\mu} \xi) + B_{\mu} f_{\mu}^{-}(k_{\mu} \xi)] \Phi_{\mu}^E(\zeta, \eta), \quad (2)$$

$$H_{ig}^{II} = \sum_{\mu}^{\infty} [a_{\mu} g_{\mu}^{+}(k_{\mu} \xi) + B_{\mu} g_{\mu}^{-}(k_{\mu} \xi)] \Phi_{\mu}^H(\zeta, \eta),$$

где μ — собственные числа второго волновода. Остальные обозначения в (2) соответствуют аналогичным в (1).

Волны с амплитудами A_{ν} и B_{μ} связаны с наличием сторонних электрических или магнитных токов и распространяются в направлении стыка; a_{μ} и b_{ν} соответствуют распространяющимся от стыка волнам, обусловленным дифракцией заданного падающего поля на стыке.

Наиболее общее решение задачи о произвольном возбуждении стыка эквивалентно отысканию обобщенной матрицы рассеяния R , связывающей матрицы-столбцы амплитудных коэффициентов отраженных от стыка волн с матрицами-столбцами амплитудных коэффициентов первичного падающего поля:

$$\begin{bmatrix} [b_{\nu}] \\ [a_{\mu}] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [R_{\nu\nu'}] & | & [R_{\nu\mu'}] \\ \hline [R_{\mu\nu'}] & | & [R_{\mu\mu'}] \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} [A_{\nu'}] \\ [B_{\mu'}] \end{bmatrix}. \quad (3)$$

При этом A_{ν} и B_{μ} определяются из задач возбуждения бесконечных регулярных волноводов заданными сторонними источниками.

Как видно из (3), обобщенная матрица рассеяния стыка состоит из четырех блоков. Блоки $[R_{\nu\nu'}]$ и $[R_{\mu\mu'}]$ могут быть названы матрицами отражений для I и II областей, а блоки $[R_{\nu\mu'}]$ и $[R_{\mu\nu'}]$ — матрицами трансформации в направлениях $I \rightarrow II$ и $II \rightarrow I$. Порядок этих блоков-матриц теоретически является бесконечным, однако в практических расчетах количество учитываемых типов волн может быть выбрано ограниченным, исходя из требуемой точности решения при учете

конкретных соотношений между размерами поперечного сечения и длиной волны, с одной стороны, и электрическим расстоянием до точек наблюдения и места расположения источника поля, с другой стороны.

Традиционный путь решения поставленной задачи обычно предполагает предварительное составление интегральных уравнений относительно тангенциальных составляющих электрического или магнитного полей в плоскости стыка с последующим решением этих уравнений каким-либо приближенным методом [1]. Наиболее часто применяются методы Галеркина или Рунге, метод моментов, а также вариационный метод Швингера—Левина [2]. Во всех этих случаях интегральные уравнения сводятся к системе линейных алгебраических уравнений, решение которой находится с использованием ЭВМ. Из-за ограниченности оперативной памяти ЭВМ порядок решаемых систем уравнений оказывается не слишком большим, что затрудняет получение высокой точности расчета устройств с большим электрическим размером (многоволновые волноводы) или вычисление полей в непосредственной близости от границы раздела.

Ниже рассматривается зеркально-итерационный метод решения задачи о стыке двух волноводов, который не требует предварительного составления интегральных уравнений и в ряде случаев позволяет исключить непосредственное решение системы линейных алгебраических уравнений [3, 4].

2. ВСПОМОГАТЕЛЬНЫЕ РЕШЕНИЯ

Сложность исходной задачи состоит в необходимости одновременного сшивания как электрических, так и магнитных тангенциальных полей на общем участке S_1 поверхности раздела S при соблюдении граничного условия $E_{tg} = 0$ на металлической части стыка S_2 . Однако можно сравнительно просто найти такие условия, при которых сшивание тангенциальных компонент E и H осуществляется независимым образом. С этой целью рассмотрим две вспомогательные задачи.

Задача 1 с электрическим «зеркалом». Найдем решение, в котором полное касательное электрическое поле на всей поверхности раздела $S_1 + S_2$ двух волноводов обращается в нуль:

$$E_{tg} |_{S_1+S_2} = 0 \quad (\text{при } \xi = \xi_0), \quad (4)$$

после чего осуществим сшивание полных касательных магнитных полей на общем участке поверхности раздела S_1 :

$$H_{tg}^I |_{S_1} = H_{tg}^{II} |_{S_1}, \quad (\text{при } \xi = \xi_0). \quad (5)$$

Из (4) получаем

$$\begin{aligned} b_v^{\circ} &= p_v^{\circ} A_v^{\circ}, & p_v^{\circ} &= -\frac{f_v^+(k_v, \xi_0)}{f_v^-(k_v, \xi_0)}, \\ \alpha_{\mu}^{\circ} &= p_{\mu}^{\circ} B_{\mu}^{\circ}, & p_{\mu}^{\circ} &= -\frac{f_{\mu}^-(k_{\mu}, \xi_0)}{f_{\mu}^+(k_{\mu}, \xi_0)}. \end{aligned} \quad (6)$$

С учетом (6) условие (5) после подстановки (1) и (2) принимает вид

$$\sum_v A_v^{\circ} \beta_v \Phi_v^H(\zeta, \eta) = \sum_{\mu} B_{\mu}^{\circ} \frac{1}{\alpha_{\mu}} \Phi_{\mu}^H(\zeta, \eta) \quad (\text{на } S_1), \quad (7)$$

где

$$\beta_\nu = g_\nu^+(k_\nu, \xi_0) - \frac{f_\nu^+(k_\nu, \xi_0)}{f_\nu^-(k_\nu, \xi_0)} g_\nu^-(k_\nu, \xi_0),$$

$$\frac{1}{\alpha_\mu} = g_\mu^-(k_\mu, \xi_0) - \frac{f_\mu^-(k_\mu, \xi_0)}{f_\mu^+(k_\mu, \xi_0)} g_\mu^+(k_\mu, \xi_0). \quad (8)$$

Умножим (7) на комплексно-сопряженную функцию Φ_μ^{H*} и проинтегрируем по переменным η и ζ в пределах S_1 . Это дает следующее соотношение:

$$B_\mu^0 = \alpha_\mu \sum_\nu \beta_\nu L_{\mu\nu} A_\nu^0, \quad (9)$$

в котором $L_{\mu\nu}$ обозначает нормированное скалярное произведение функций Φ_ν^H и Φ_μ^H :

$$L_{\mu\nu} = \int_{S_1} \Phi_\nu^H \Phi_\mu^{H*} ds / \int_{S_1} \Phi_\mu^H \Phi_\mu^{H*} ds. \quad (10)$$

Таким образом, соотношение (9) связывает амплитуду любой набегающей на стык волны во II области со всеми амплитудами набегающих на стык волн в I области. При этом на поверхности электрического «зеркала» возникают отраженные волны, амплитуды которых определяются из (6).

Задача 2 с магнитным «зеркалом». Потребуем обращения в нуль полного касательного магнитного поля на всей поверхности раздела $S_1 + S_2$ двух волноводов, после чего осуществим сшивание полных касательных электрических полей на общем участке поверхности раздела с добавлением граничного условия $E_{tg} = 0$ на участке S_2 , т. е.

$$H_{tg}|_{S_1+S_2} = 0 \quad (\text{при } \xi = \xi_0); \quad (11)$$

$$E_{tg}|_{S_1+S_2} = \begin{cases} 0 & (\text{на } S_2) \\ E_{tg}^{\text{II}} & (\text{на } S_1) \end{cases} \quad (\text{при } \xi = \xi_0). \quad (12)$$

Из (11) следует

$$b_\nu^M = p_\nu^M A_\nu^M, \quad p_\nu^M = - \frac{g_\nu^+(k_\nu, \xi_0)}{g_\nu^-(k_\nu, \xi_0)},$$

$$a_\mu^M = p_\mu^M B_\mu^M, \quad p_\mu^M = - \frac{g_\mu^-(k_\mu, \xi_0)}{g_\mu^+(k_\mu, \xi_0)}. \quad (13)$$

Равенство (12) с учетом (13) после подстановки (1) и (2) принимает вид

$$\sum_\nu A_\nu^M \frac{1}{\alpha_\nu} \Phi_\nu^E = \begin{cases} 0 & (\text{на } S_2) \\ \sum_\mu B_\mu^M \beta_\mu \Phi_\mu^E & (\text{на } S_1) \end{cases}, \quad (14)$$

где

$$\frac{1}{\alpha_\nu} = f_\nu^+(k_\nu, \xi_0) - \frac{g_\nu^+(k_\nu, \xi_0)}{g_\nu^-(k_\nu, \xi_0)} f_\nu^-(k_\nu, \xi_0),$$

$$\beta_\mu = f_\mu^-(k_\mu, \xi_0) - \frac{g_\mu^-(k_\mu, \xi_0)}{g_\mu^+(k_\mu, \xi_0)} f_\mu^+(k_\mu, \xi_0). \quad (15)$$

Умножим (14) на комплексно-сопряженную функцию Φ_v^{E*} и проинтегрируем по $S_1 + S_2$. Это дает следующее соотношение:

$$A_v^M = \alpha_v \sum_{\mu} \beta_{\mu} L_{v\mu} B_{\mu}^M, \quad (16)$$

в котором $L_{v\mu}$ обозначает нормированное скалярное произведение функций Φ_v^E и Φ_{μ}^{E*} :

$$L_{v\mu} = \int_{S_1} \Phi_v^E \Phi_{\mu}^{E*} ds / \int_{S_1+S_2} \Phi_v^E \Phi_v^{E*} ds. \quad (17)$$

Соотношение (16) связывает амплитуду любой набегающей на стык волны в I области со всеми амплитудами набегающих на стык волн во II области. При этом на поверхности магнитного «зеркала» возникают отраженные волны, амплитуды которых находятся из (13).

В результате рассмотрения вспомогательных задач 1 и 2 оказываются известными такие соотношения между источниками в I и II областях задачи, при которых эти области оказываются как бы разделенными электрическим экраном в первой задаче и магнитным экраном — во второй. Решение вспомогательных задач может быть получено с любой степенью точности при увеличении количества членов в рядах (9) и (16), т. е. каждая из вспомогательных задач решается точно с помощью метода собственных функций.

3 ЗЕРКАЛЬНО-ИТЕРАЦИОННЫЙ ПРОЦЕСС

Используя суперпозицию вспомогательных задач 1 и 2 можно организовать итерационный процесс, направленный на минимизацию величины невязки между исходной задачей и выбранным приближением. При этом целесообразно упростить исходную задачу, представив ее в виде последовательной суперпозиции двух задач: с источником только в I-й области, т. е. $[A_v] \neq 0$, $[B_{\mu}] \equiv 0$, и с источником только во II-й области, т. е. $[A_v] \equiv 0$, $[B_{\mu}] \neq 0$. Символ $[A_v]$ означает матрицу-столбец амплитудных коэффициентов A_v .

Полагая при первом цикле итерационного процесса матрицу-столбец амплитудных коэффициентов первой вспомогательной задачи $[A_v^0]$ равной столбцу амплитудных коэффициентов источника в области I, т. е. $[A_v^0] = [A_v^{\text{ист}}]$, при помощи (9) находим амплитудные коэффициенты некоторого фиктивного источника, который необходимо поместить в области II для выполнения требования (5), а с помощью соотношений (6) одновременно находим амплитудные коэффициенты вторичных полей в областях I и II, соответствующие рассматриваемой вспомогательной задаче.

Приступая к постановке вспомогательной задачи 2, полагаем известными амплитудные коэффициенты некоторого источника в области II. Выберем амплитуды этого источника равными и противоположными по знаку тому фиктивному источнику, который был получен в результате решения вспомогательной задачи 1, с тем, чтобы при суперпозиции этих задач суммарные источники в области II были полностью скомпенсированы, т. е.

$$[B_{\mu}^M] = -[B_{\mu}^0]. \quad (18)$$

С помощью выражения (16) осуществляем обратный переход в область I и одновременно, используя соотношения (13), находим амплитудные коэффициенты вторичных полей в областях I и II задачи 2. Полученное таким образом точное численное решение соответствует задаче с источником в виде

$$[A_v^3 + A_v^M] = [A_v^{\Sigma}].$$

Вводя в полученное решение весовой коэффициент q , выбираемый в соответствии с методом наименьших квадратов [5] из условия минимума квадрата нормы невязки, получим

$$[A_v^{\text{нев}}] = [A_v^{\text{нст}}] - q [A_v^{\Sigma}], \tag{19}$$

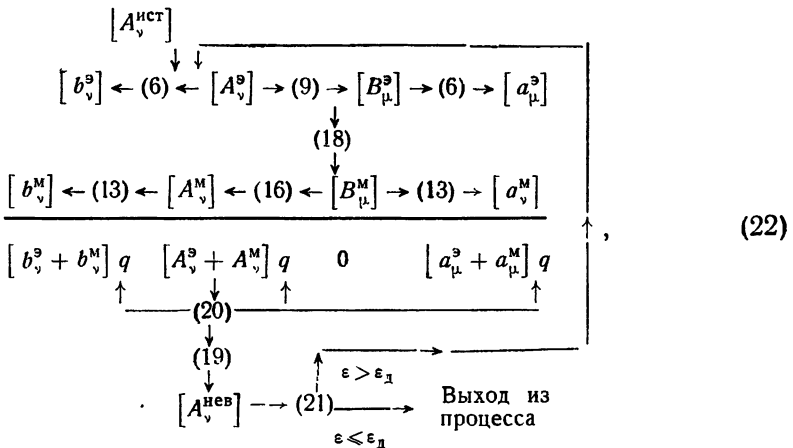
где

$$q = \sum_v A_v^{\text{нст}} A_v^{*} / \sum_v |A_v^{\Sigma}|^2 \tag{20}$$

определяется из условия минимума $\sum_v |A_v^{\text{нев}}|^2$. Относительная квадратичная погрешность решения может быть оценена как

$$\varepsilon^2 = \sum_v |A_v^{\text{нев}}|^2 / \sum_v |A_v^{\text{нст}}|^2. \tag{21}$$

Если окажется, что полученное значение ε превосходит некоторую наперед заданную величину ε_d , то следует осуществить второй цикл итерационного процесса по рассмотренной схеме, но с использованием в качестве исходного источника матрицы-столбца невязки предыдущего цикла, и так поступать до тех пор, пока не будет обеспечена требуемая точность решения. Построенный таким образом зеркально-итерационный процесс характеризуется следующей схемой:



где стрелками показана последовательность вычисления по формулам, номера которых указаны в скобках.

Общее решение задачи определяется соотношениями

$$[b_v^{\Sigma}] = \sum_t^N q^{(t)} [b_v^3 + b_v^M]^{(t)}, \quad [a_{\mu}^{\Sigma}] = \sum_t^N q^{(t)} [a_{\mu}^3 + a_{\mu}^M]^{(t)}, \tag{23}$$

где t — номер итерационного цикла, а N — общее количество циклов.

Сходимость итерационного процесса очевидна из следующих соображений. Раскрывая содержание квадрата нормы невязки (19)

$$\sum_v |A_v^{\text{нев}}|^2 = \sum_v (A_v^{\text{нст}} - q A_v^{\Sigma}) (A_v^{\text{нст}} - q A_v^{\Sigma})^* \tag{24}$$

и подставляя значения q и q^* , согласно (20), получим

$$\sum_v |A_v^{\text{нев}}|^2 = \sum_v |A_v^{\text{нст}}|^2 - |\sum_v A_v^{\text{нст}} A_v^{*} / \sum_v |A_v^{\Sigma}|^2|^2 \sum_v |A_v^{\Sigma}|^2. \tag{25}$$

Второе слагаемое в этом выражении является величиной положительной, что свидетельствует об уменьшении нормы невязки на каждом цикле итерационного процесса.

Скорость уменьшения нормы невязки (сходимость процесса) зависит, прежде всего, от параметров рассматриваемых линий передач, а также от характера источника поля. Если в процессе решения окажется, что $\sum_{\nu} |A_{\nu}^{\nu}|^2 > \sum_{\nu} |A_{\nu}^{\text{ист}}|^2$, то такой процесс будет сходиться медленнее, чем в случае $\sum_{\nu} |A_{\nu}^{\nu}|^2 < \sum_{\nu} |A_{\nu}^{\text{ист}}|^2$. В пределе, при $\sum_{\nu} |A_{\nu}^{\nu}|^2 \gg \sum_{\nu} |A_{\nu}^{\text{ист}}|^2$, процесс может оказаться настолько плохо сходящимся, что потеряет всякую практическую ценность.

Рассматриваемый нами итерационный процесс относится к категории так называемых «методов скорейшего спуска с минимальными невязками» [6, 7], достаточно хорошо исследованных в линейной алгебре.

Процесс решения задачи при $[A_{\nu}^{\text{ист}}] \equiv 0$, $[B_{\nu}^{\text{ист}}] \neq 0$ аналогичен рассмотренному случаю с той только разницей, что сначала ставится задача 2—с магнитным экраном, а затем уже следует задача 1—с электрическим экраном.

Для построения матрицы рассеяния стыка поступаем следующим образом. Представим матрицу-столбец исходного источника $[A_{\nu}^{\text{ист}}]$ в виде $\{1, 0, 0, \dots, 0\}^T$ и рассмотрим n задач (n —число элементов столбца матрицы-столбца $[A_{\nu}^{\text{ист}}]$) с последовательно изменяемым источником, т. е. для второй задачи берем $[A_{\nu}^{\text{ист}}]$ в виде $\{0, 1, 0, 0, \dots, 0\}^T$, затем $\{0, 0, 1, 0, \dots, 0\}^T$ и т. д., и наконец, для n -ой задачи — $\{0, 0, 0, \dots, 0, 1, \dots\}^T$. Получаемые при этом решения будут определять соответствующие столбцы блоков $[R_{\nu, \nu'}]$ и $[R_{\mu, \nu'}]$ матрицы рассеяния. Переходя к источнику $[B_{\mu}^{\text{ист}}]$ и действуя аналогичным образом, получим соответственно столбцы остальных блоков $[R_{\nu, \mu'}]$ и $[R_{\mu, \mu'}]$ матрицы рассеяния.

Решение задачи о стыке можно построить и сразу, путем обращения матрицы коэффициентов некоторой эквивалентной системы линейных алгебраических уравнений, которая может быть получена из условия точного соответствия суперпозиции вспомогательных задач 1 и 2 исходным задачам уже на первом цикле итерационного процесса, т. е. из условия

$$[A_{\nu}^{\text{э}}] + [A_{\nu}^{\text{м}}] = [A_{\nu}^{\text{ист}}]. \quad (26)$$

Так как $[A_{\nu}^{\text{м}}]$ определяется через $[A_{\nu}^{\text{э}}]$, то можно записать

$$[D_{\nu, \nu'}] [A_{\nu}^{\text{э}}] = [A_{\nu}^{\text{ист}}], \quad (27)$$

где $[D_{\nu, \nu'}]$ — матрица коэффициентов системы, следующая из выражений (9), (16) и (18). В результате получаем

$$[A_{\nu}^{\text{э}}] = [D_{\nu, \nu'}]^{-1} [A_{\nu}^{\text{ист}}]; \quad (28)$$

$$[A_{\nu}^{\text{м}}] = [A_{\nu}^{\text{ист}}] - [A_{\nu}^{\text{э}}]. \quad (29)$$

Однако при подобном подходе к решению поставленной задачи аннулируются все преимущества рассмотренного метода.

4 РАСЧЕТ H -СОЕДИНЕНИЯ ДВУХ ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ВОЛНОВОДОВ

В качестве примера по изложенной выше методике были рассчитаны коэффициенты отражения и прохождения при симметричном стыке в H -плоскости двух регулярных прямоугольных волноводов, при падении на стык волны H_{01} из узкого волновода. Параметры исследуемых волноводов: ширина узкого волновода $b = 0,7 \lambda_0$; для широкого волновода b принимает значения $1,5 \lambda_0$, $1,75 \lambda_0$ и $2,1 \lambda_0$, высота волновода a остается постоянной для обоих волноводов; коэффициент α характеризует относительное изменение размера b в месте стыка, т. е. $\alpha_1 = 0,467$, $\alpha_2 = 0,400$ и $\alpha_3 = 0,333$; λ_0 — длина волны в свободном пространстве.

При записи полных полей в прямоугольной системе координат использовались соотношения, полученные в работе [8]. При вычислениях на ЭВМ учитывалось до 10 пространственных гармоник высших типов волн. Изменение нормы невязки от цикла к циклу показано на рис. 2. Найденная зависимость коэффициента отражения и коэффициента

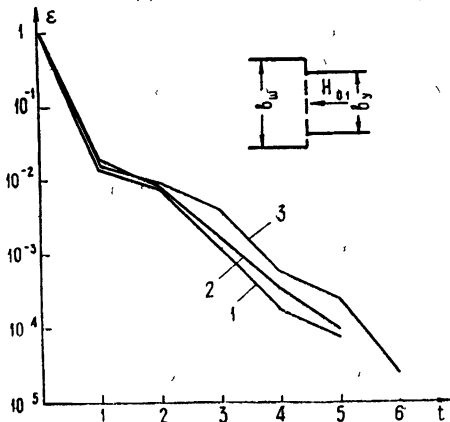


Рис. 2 Уменьшение нормы невязки от числа циклов итерационного процесса ($\alpha = b_y/b_{ш}$, $b_y = 0,7 \lambda_0$): 1) — $\alpha = 0,467$, 2) — $\alpha = 0,4$, 3) — $\alpha = 0,333$

прохождения от параметра α совпадает с графической точностью с результатами, полученными при решении поставленной задачи вариационным методом [9]. Рассмотренный в статье метод решения граничных задач электродинамики в отличие от других известных методов не требует при реализации на ЭВМ запоминания матрицы коэффициентов эквивалентной системы линейных алгебраических уравнений, явным образом не участвующей при решении задачи, но оказывающейся тождественной системам линейных алгебраических уравнений, следующим из решения задачи другими методами, например, методом интегральных уравнений с использованием метода Галеркина, методом неопределенных коэффициентов и др. В результате удастся более оптимально использовать оперативную память машины, что позволяет исследовать объекты с большими электрическими размерами. Точность получаемого решения, а также скорость сходимости итерационного процесса зависят от свойств эквивалентной системы линейных алгебраических уравнений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Д. М. Сазонов, И. Г. Якушкин, Радиотехника и электроника, 11, № 11, 1974 (1966).
2. Л. Левин, Современная теория волноводов, ИЛ, М., 1954.
3. Д. М. Сазонов, IV Всесоюзный симпозиум по дифракции волн, рефераты докладов, изд. Наука, 1964, стр. 180.
4. В. А. Николаев, Тезисы докладов IV Всесоюзного симпозиума по дифракции и распространению волн, Харьков, 1967, стр. 3 [З ВЧ] (АРТА им Л. А. Говорова) депонировано в фонде НИИ ЭИР, (Д-276).
5. С. Г. Михлин, Вариационные методы в математической физике, Гостехиздат, М., 1957.
6. М. А. Красносельский, С. Г. Крейн, Матем. сб., 31, № 2, 315 (1952).

- 7 Д. К. Фадеев, В. Н. Фадеева, Вычислительные методы линейной алгебры, ФМ, М—Л, 1963
- 8 Г. Т. Марков, А. Ф. Чаплин, Возбуждение электромагнитных волн, изд Энергия, 1967
- 9 В. В. Шевченко, Г. Н. Лебедева, Ю. И. Лещанский, Тр. Московского физико-технического ин-та, вып 8 (1962)

Московский энергетический
институт

Поступила в редакцию
15 мая 1968 г

A MIRROR-ITERATION METHOD OF SOLVING THE BOUNDARY

PROBLEMS OF ELECTRODYNAMICS

V. A. Nikolaev, D. M. Sazonov, N. Ya. Frolov

The solution of the boundary problem in electrodynamics on a junction of two waveguides formed by piece-coordinate surfaces of an arbitrary orthogonal coordinate system is considered. A mirror-iteration method is used to solve the tangential fields on a common part of the interface. The convergence of the iteration process is shown and the example of calculating the H -connection of two rectangular waveguides of different width is given.