

УДК 621.396.677.493

МАТРИЦА РАССЕЯНИЯ АНТЕННОЙ РЕШЕТКИ

Д. М. Сазонов, Б. А. Мишустин

Для произвольной антенной решетки из N излучателей без омических потерь устанавливается базисная система ортонормированных парциальных диаграмм направленности и вводится матрица рассеяния, имеющая порядок $2N$. Элементы матрицы рассеяния определены через собственные и взаимные скрещивления излучателей антенной решетки. Доказана инвариантность суммы КНД по всем парциальным диаграммам направленности при переходе от одной системы ортонормированных парциальных диаграмм к другой. Рассмотрены примеры применения матрицы рассеяния в задаче синтеза антенной решетки.

Известно [1], что произвольная система излучателей позволяет совместно с реактивной диаграммообразующей схемой построить многолучевую антенную решетку с развязанными и согласованными входными зажимами. Дальнейшее строгое исследование произвольных антенных решеток со взаимодействующими элементами может быть существенно упрощено и формализовано, если антенную решетку рассматривать как многополюсную систему и характеризовать ее матрицей рассеяния.

Первые попытки применения матрицы рассеяния для анализа антенных систем были предприняты в [2] (стр. 85), а затем продолжены в [3] и [4]. Основная идея анализа заключалась в этих работах в разложении поля излучения антенны по сферическим гармоникам, вследствие чего матрица рассеяния имела бесконечный порядок и оказывалась неудобной, если не сказать бесполезной, для практического применения. В настоящей работе матрица рассеяния вводится на основе конечного числа парциальных диаграмм направленности антенной решетки, определяемых конкретной конструкцией излучателей и их расположением в решетке. В результате оказывается возможным в предположении отсутствия омических потерь в излучателях вычислить все элементы матрицы рассеяния, а затем для решения задачи оптимального возбуждения антенной решетки применить методы теории цепей СВЧ.

1. ОРТОГОНАЛЬНЫЕ ПАРЦИАЛЬНЫЕ ДИАГРАММЫ НАПРАВЛЕННОСТИ

Пусть имеется система излучателей (рис. 1 а), относительно которой известно следующее.

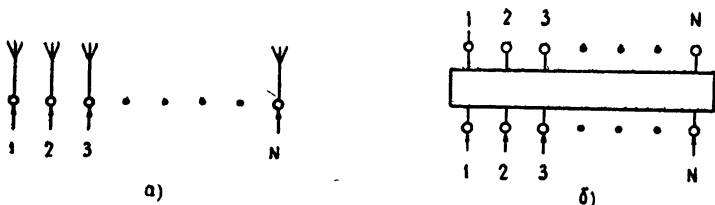


Рис. 1. Антенная решетка (а) и эквивалентный ей многополюсник (б).

1) Входные зажимы излучателей характеризуются симметричной матрицей собственных и взаимных сопротивлений, нормированных относительно характеристических сопротивлений питающих линий:

$$[z] = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} & \dots & z_{1N} \\ z_{21} & z_{22} & \dots & z_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ z_{N1} & z_{N2} & \dots & z_{NN} \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Матрица (1) предполагается известной из расчетов или измерений.

2) Поле излучения каждого элемента антенной решетки при разомкнутых входных зажимах остальных излучателей описывается нормированной векторной диаграммой направленности

$$f_m(\theta, \varphi) = \sqrt{\frac{D_m \operatorname{Re} \{z_{mm}\}}{4\pi}} F_m(\theta, \varphi), \quad (2)$$

где z_{mm} — нормированное входное сопротивление возбужденного излучателя, D_m — максимальное значение КНД и $F_m(\theta, \varphi)$ — векторная диаграмма направленности излучателя, причем максимальное значение модуля $|F_m(\theta, \varphi)| = 1$.

Системе излучателей (рис. 1 а) поставим в соответствие эквивалентный многополюсник (рис. 1 б), который будем характеризовать матрицей рассеяния $[s]$. В качестве группы входных зажимов естественно выбрать реально существующие входы излучателей антенной решетки, тогда блок матрицы рассеяния, описывающий передачу энергии между входными зажимами, будет полностью определяться матрицей сопротивлений $[z]$.

Поскольку антенна осуществляет прием и излучение электромагнитных волн, группа выходных зажимов эквивалентного многополюсника должна характеризовать собой каналы, по которым происходит обмен электромагнитной энергией со свободным пространством. В качестве таких каналов мы примем N (по числу излучателей) ортогональных сферических волн, которым соответствуют N ортогональных парциальных диаграмм направленности антенной решетки. Тем самым зона излучения антенной решетки представляется в виде своеобразного многоволнового волновода, допускающего распространение N ортогональных типов волн. Каково бы ни было распределение возбуждения излучателей антенной решетки, поле излучения решетки всегда может быть представлено в виде суперпозиции ортогональных сферических волн аналогично тому, как любой N -мерный вектор может быть разложен по системе N ортогональных векторов.

Для построения системы ортогональных парциальных диаграмм направленности антенной решетки может быть применен, например, метод ортогонализации (см. [5], стр. 233) исходных диаграмм направленности $f_m(\theta, \varphi)$ ($m = 1, 2, \dots, N$) ее излучателей. При этом следует предположить линейную независимость функций $f_m(\theta, \varphi)$. (В противном случае число излучателей решетки может быть уменьшено без всякого ущерба.)

Пусть матрица-столбец $\langle e_1(\theta, \varphi), e_2(\theta, \varphi), \dots, e_N(\theta, \varphi) \rangle$ есть построенная тем или иным способом система нормированных ортогональных парциальных диаграмм направленности антенной решетки:

$$\int_0^\pi \int_0^{2\pi} e_m(\theta, \varphi) e_p^*(\theta, \varphi) \sin \theta d\theta d\varphi = \begin{cases} 1 & \text{при } m = p \\ 0 & \text{при } m \neq p \end{cases}. \quad (3)$$

Каждой диаграмме направленности $e_m(\theta, \varphi)$ соответствует определенный набор токов в излучателях; эти токи можно рассматривать как компоненты N -мерного вектора $\langle i_{1m}, i_{2m}, \dots, i_{Nm} \rangle$. Если токи i_{pm} считать нормированными относительно характеристических сопротивлений питающих линий, то парциальные диаграммы $\langle e_m \rangle$ легко связать с диаграммами излучателей $\langle f_m \rangle$. Системе парциальных диаграмм направленности $\langle e_m \rangle$ соответствует N -мерная матрица токов

$$[i] = \begin{bmatrix} i_{11} & i_{12} & \dots & i_{1N} \\ i_{21} & i_{22} & \dots & i_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ i_{N1} & i_{N2} & \dots & i_{NN} \end{bmatrix}. \quad (4)$$

и соотношение между диаграммами $\langle e_m \rangle$ и $\langle f_m \rangle$ имеет вид

$$\langle e_1, e_2, \dots, e_N \rangle = [i]_t \langle f_1, f_2, \dots, f_N \rangle, \quad (5)$$

где $[i]_t$ — матрица, транспонированная по отношению к $[i]$.

Антенная решетка не имеет однозначно определенной системы ортонормированных парциальных диаграмм направленности. Нетрудно убедиться, что умножение матрицы $[i]$, реализующей ортонормированные парциальные диаграммы, на произвольную унитарную матрицу $[U]$ имеет своим результатом матрицу токов

$$[i'] = [i] [U], \quad (6)$$

которой также соответствует система ортонормированных парциальных диаграмм направленности.

Это обстоятельство позволяет установить очень важное свойство ортогональных парциальных диаграмм направленности антенной решетки: сумма КНД по всем парциальным диаграммам ортонормированной системы не меняется при переходе от одной системы ортогональных диаграмм к другой.

Действительно, согласно (5) и (6), любые две системы ортогональных парциальных диаграмм $\langle e_m \rangle$ и $\langle e'_m \rangle$ можно связать унитарной матрицей $\langle U \rangle$:

$$\langle e'_1, e'_2, \dots, e'_N \rangle = [U] \langle e_1, e_2, \dots, e_N \rangle. \quad (7)$$

Значения КНД для каждой из парциальных диаграмм, участвующих в (7), могут быть представлены в соответствии с нормировкой (3) в следующем виде:

$$E'_m(\theta, \varphi) = 4\pi e'_m(\theta, \varphi) e'^*_m(\theta, \varphi); \quad E_m(\theta, \varphi) = 4\pi e_m(\theta, \varphi) e^*_m(\theta, \varphi). \quad (8)$$

Следовательно,

$$\begin{aligned} \frac{1}{4\pi} \sum_{m=1}^N E'_m(\theta, \varphi) &= \\ &= \langle e'_1, e'_2, \dots, e'_N \rangle_t \langle e'^*_1, e'^*_2, \dots, e'^*_N \rangle = \\ &= \langle e_1, e_2, \dots, e_N \rangle_t [U]_t [U^*] \langle e^*_1, e^*_2, \dots, e^*_N \rangle. \end{aligned}$$

Поскольку

$$[U]_t [U^*] = [E],$$

Будем считать, что антенная решетка и окружающая ее среда удовлетворяют условиям теоремы взаимности и не имеют потерь энергии. Тогда матрица $[s]$ оказывается унитарной, ее блоки $[s_{11}]$ и $[s_{22}]$ —симметричными и $[s_{12}] = [s_{21}]^*$. Из унитарности и симметричности $[s]$ следует

$$[s_{11}] [s_{11}^*] + [s_{21}] [s_{21}^*] = [E]; \quad (11)$$

$$[s_{11}^*] [s_{21}] + [s_{21}^*] [s_{22}] = [0], \quad (12)$$

где $[E]$ —единичная, а $[0]$ —нулевая матрицы порядка N .

Значения элементов матрицы $[s]$ зависят от выбора системы ортогональных парциальных волн излучения антенной решетки. (Аналогичную в этом смысле матрицу рассеяния в технике СВЧ имеет многоволновый волновод с вырожденными собственными волнами.) Исключение составляет блок $[s_{11}]$, относящийся к входным зажимам излучателей решетки и зависящий только от их взаимных сопротивлений. Поэтому мы определим матрицу рассеяния антенной решетки, задавшись какой-либо конкретной системой ортогональных парциальных диаграмм или матрицей возбуждающих токов $[i]$.

Матрице токов $[i]$ на входных зажимах излучателей антенной решетки соответствует матрица напряжений $[u]$, связанная с $[i]$ матрицей $[z]$:

$$[u] = [z] [i]. \quad (13)$$

Каждому распределению нормированных токов и напряжений на входах излучателей можно сопоставить распределение падающих и отраженных волн в питающих линиях. Совокупность падающих и отраженных волн будет характеризоваться матрицами

$$[u_n] = \frac{1}{2} [[u] + [i]] = \frac{1}{2} [[z] + [E]] [i]; \quad (14)$$

$$[u_o] = \frac{1}{2} [[u] - [i]] = \frac{1}{2} [[z] - [E]] [i]. \quad (15)$$

В режиме свободного излучения антенной решетки матрицы $[u_n]$ и $[u_o]$ связывает блок $[s_{11}]$ матрицы рассеяния:

$$[u_o] = [s_{11}] [u_n], \quad (16)$$

поэтому

$$\begin{aligned} [s_{11}] &= [u_o] [u_n]^{-1} = [[z] - [E]] [[z] + [E]]^{-1} = \\ &= [[z] + [E]]^{-1} [[z] - [E]]. \end{aligned} \quad (17)$$

Формула (17) в технике СВЧ известна как соотношение между матрицами нормированных сопротивлений и матрицами рассеяния (см. [2], стр. 156).

В том же режиме свободного излучения антенной решетки блок $[s_{21}]$ матрицы $[s]$ связывает падающие волны в линиях питания и ортогональные волны излучения. Последние мы будем характеризовать матрицей

$$[u'_o] = [s_{21}] [u_n] = \frac{1}{2} [s_{21}] [[z] + [E]] [i]. \quad (18)$$

Поскольку каждому столбцу матрицы $[i]$ соответствует одна из ортонормированных парциальных диаграмм направленности, то

$$[u'_0] = [E].$$

Поэтому из (18) легко находим

$$[s_{21}] = 2\{[z] + [E]\} [i]\}^{-1}. \quad (19)$$

Согласно свойству взаимности,

$$[s_{12}] = [s_{21}]_t = 2\{[i]_t [z] + [E]\}^{-1}. \quad (20)$$

Последний блок $[s_{22}]$ можно найти из условия унитарности матрицы рассеяния антенной решетки. Воспользовавшись равенством (12), получаем

$$[s_{22}] = -[s_{21}^*]_t^{-1} [s_{11}^*] [s_{21}]_t. \quad (21)$$

При вычислении блоков матрицы $[s]$ уравнение (11) не использовалось. Это уравнение является ограничением на матрицу рассеяния антенной решетки и определяет коэффициенты возбуждения излучателей антенной решетки (матрицу токов $[i]$), реализующие ортогональные диаграммы направленности.

3. МАТРИЦА ВОЗБУЖДАЕМЫХ ТОКОВ

Подставив в (11) формулы (17) и (19) для блоков $[s_{11}]$ и $[s_{21}]$ матрицы рассеяния антенной решетки, имеем

$$[[z] + [E]]^{-1} [[z] - [E]] [[z^*] - [E]] [[z^*] + [E]]^{-1} + 4[[z] + [E]]^{-1} [i]_t^{-1} [i^*]^{-1} [[z^*] + [E]]^{-1} = [E].$$

Умножив это равенство справа на матрицу $[[z^*] + [E]]$ и слева на матрицу $[[z] + [E]]$, получим

$$4[i]_t^{-1} [i^*]^{-1} = [[z] + [E]] [[z^*] + [E]] - [[z] - [E]] [[z^*] - [E]].$$

Отсюда

$$[i] [i^*]_t = [r]^{-1} \quad (22)$$

или

$$[i^*]_t [r] [i] = [E], \quad (23)$$

где $[r] = \text{Re} \{[z]\}$ — вещественная матрица активных составляющих собственных и взаимных нормированных сопротивлений излучателей антенной решетки. Элементы матрицы $[r]$ полностью определяются диаграммами направленности излучателей антенной решетки (см. [6], стр. 69).

Решение матричного уравнения (22) может быть найдено только с точностью до унитарного множителя (см. (6)). Каждое из таких решений соответствует определенной системе ортогональных парциальных диаграмм направленности антенной решетки. Из (23) следует, что одним из возможных решений $[i]$ является система соответствующим образом нормированных собственных векторов матрицы $[r]$, для определения которых в линейной алгебре существуют достаточно разработанные численные методы [10].

4. ПРИМЕРЫ

Рассчитаем схему возбуждения антенной решетки, обеспечивающую максимально возможный в заданном направлении КНД. Для простоты выкладок мы будем считать, что поля излучения всех элементов

антенной решетки имеют одинаковую поляризацию, хотя основные результаты легко обобщаются для произвольной поляризации.

Пусть антенная решетка имеет систему ортогональных волн, характеризующихся ортогональными скалярными диаграммами направленности $\langle e_1, e_2, \dots, e_N \rangle$. Коэффициенты возбуждения этих волн $\langle \alpha_m \rangle$ мы определим таким образом, чтобы в выбранном направлении (Θ_0, φ_0) получить максимальное значение КНД $4\pi |F_\theta|^2$, где

$$F(\Theta, \varphi) = \sum_{m=1}^N \alpha_m e_m(\Theta, \varphi), \quad (24)$$

причем должно быть выполнено условие

$$\int_0^\pi \int_0^{2\pi} \left| \sum_{m=1}^N \alpha_m e_m(\Theta, \varphi) \right|^2 \sin \Theta d\Theta d\varphi = \sum_{m=1}^N |\alpha_m|^2 = 1. \quad (25)$$

Рассматривая сумму в (24) как скалярное произведение N -мерного вектора $\langle e_m \rangle$ на вектор $\langle \alpha_m^* \rangle$ фиксированной длины, естественно предположить, что это произведение максимально, когда векторы параллельны:

$$\alpha_m = q e_m^*(\Theta_0, \varphi_0), \quad (26)$$

q — коэффициент пропорциональности. Следовательно,

$$F(\Theta, \varphi) = q \sum_{m=1}^N e_m^*(\Theta_0, \varphi_0) e_m(\Theta, \varphi) = q \langle e_m^*(\Theta_0, \varphi_0) \rangle_t \langle e_m(\Theta, \varphi) \rangle. \quad (27)$$

Из условия нормировки (25) находим

$$q = \{ \langle e_m^*(\Theta_0, \varphi_0) \rangle_t \langle e_m(\Theta_0, \varphi_0) \rangle \}^{-1/2},$$

поэтому

$$F(\Theta, \varphi) = \{ \langle e_m^*(\Theta_0, \varphi_0) \rangle_t \langle e_m(\Theta_0, \varphi_0) \rangle \}^{-1/2} \{ \langle e_m^*(\Theta_0, \varphi_0) \rangle_t \langle e_m(\Theta, \varphi) \rangle \}. \quad (28)$$

Воспользуемся теперь соотношением (5) между диаграммами $\langle e_m \rangle$ и $\langle f_m \rangle$. Учитывая также уравнение (22) для $[i]$, имеем

$$\begin{aligned} \langle e_1^*, e_2^*, \dots, e_N^* \rangle_t \langle e_1, e_2, \dots, e_N \rangle &= \\ &= \langle f_1^*, f_2^*, \dots, f_N^* \rangle_t [r]^{-1} \langle f_1, f_2, \dots, f_N \rangle. \end{aligned} \quad (29)$$

Следовательно, искомая диаграмма направленности $F(\Theta, \varphi)$ может быть записана в следующем виде:

$$\begin{aligned} F(\Theta, \varphi) &= \{ \langle f_m^*(\Theta_0, \varphi_0) \rangle_t [r]^{-1} \langle f_m(\Theta_0, \varphi_0) \rangle \}^{-1/2} \times \\ &\times \{ \langle f_m^*(\Theta_0, \varphi_0) \rangle_t [r]^{-1} \langle f_m(\Theta, \varphi) \rangle \}. \end{aligned} \quad (30)$$

Значение КНД в направлении (Θ_0, φ_0) при этом таково:

$$4\pi |F(\Theta_0, \varphi_0)|^2 = 4\pi \langle f_m^*(\Theta_0, \varphi_0) \rangle_t [r]^{-1} \langle f_m(\Theta_0, \varphi_0) \rangle. \quad (31)$$

Схема возбуждения антенной решетки должна обеспечить такие токи в излучателях, чтобы реализовать диаграмму направленности $F(\Theta, \varphi)$ (30). Требуемое распределение токов однозначно связано с распределениями падающих и отраженных волн в линиях питания. Для определения падающих и отраженных волн мы можем воспользо-

ваться формулами (16) и (18), учитывая, что коэффициенты ортогональных диаграмм направленности представлены в (26). Получаем

$$\begin{aligned}\langle u_n \rangle &= [s_{21}]^{-1} \langle u'_0 \rangle = q [s_{21}]^{-1} \langle e_m^*(\Theta_0, \varphi_0) \rangle, \\ \langle u_0 \rangle &= [s_{11}] \langle u_n \rangle = q [s_{11}] [s_{21}]^{-1} \langle e_m^*(\Theta_0, \varphi_0) \rangle.\end{aligned}\quad (32)$$

Применив затем (17), (19) и (29), находим

$$\begin{aligned}\langle u_n \rangle &= \frac{q}{2} [[z] + [E]] [r]^{-1} \langle f_m^*(\Theta_0, \varphi_0) \rangle, \\ \langle u_0 \rangle &= \frac{q}{2} [[z] - [E]] [r]^{-1} \langle f_m^*(\Theta_0, \varphi_0) \rangle,\end{aligned}\quad (33)$$

где

$$q = \{ \langle f_m^*(\Theta_0, \varphi_0) \rangle_t [r]^{-1} \langle f_m(\Theta_0, \varphi_0) \rangle \}^{-1/2}.$$

Представим матрицу рассеяния $[D]$ искомой схемы возбуждения антенной решетки в блочном виде:

$$[D] = \left[\begin{array}{c|c} d_{11} & \langle d_{21} \rangle_t \\ \hline \langle d_{21} \rangle & [d_{22}] \end{array} \right].$$

Поскольку согласованная возбуждающая схема должна обеспечить в линиях питания излучателей падающие волны $\langle u_n \rangle$ при отраженных $\langle u_0 \rangle$, блоки матрицы $[D]$ удовлетворяют следующим уравнениям:

$$\begin{aligned}d_{11} + \langle d_{21} \rangle_t \langle u_0 \rangle &= 0, \\ \langle d_{21} \rangle + [d_{22}] \langle u_0 \rangle &= \langle u_n \rangle.\end{aligned}\quad (34)$$

Эти уравнения можно объединить в одно, дополнив каждый из векторов $\langle u_0 \rangle$ и $\langle u_n \rangle$ одной компонентой:

$$\begin{aligned}\langle \tilde{u}_0 \rangle &= \langle 1, u_{01}, u_{02}, \dots, u_{0N} \rangle, \\ \langle \tilde{u}_n \rangle &= \langle 0, u_{n1}, u_{n2}, \dots, u_{nN} \rangle.\end{aligned}$$

Тогда система уравнений (34) примет вид

$$[D] \langle \tilde{u}_0 \rangle = \langle \tilde{u}_n \rangle.\quad (35)$$

Таким образом, унитарная симметричная матрица $[D]$ должна осуществлять операцию вращения, преобразуя вектор $\langle \tilde{u}_0 \rangle$ в $\langle \tilde{u}_n \rangle$.

Каждая унитарная матрица, как известно [5], унитарно подобна диагональной матрице. Поэтому можно записать, что

$$[D] = [V] \{\lambda\} [V]^{-1},\quad (36)$$

где $[V]$ —матрица собственных векторов $[D]$, $\{\lambda\}$ —диагональная матрица. Подставив это выражение в (35), приходим к равенству

$$\{\lambda\} [V]^{-1} \langle \tilde{u}_0 \rangle = [V]^{-1} \langle \tilde{u}_n \rangle,\quad (37)$$

из которого можно определить матрицу $[V]$.

В качестве первых двух столбцов матрицы $[V]$ следует принять ортонормированные векторы

$$\langle a \rangle = \frac{\langle \tilde{u}_0 \rangle + \langle \tilde{u}_n \rangle}{|\langle \tilde{u}_0 \rangle + \langle \tilde{u}_n \rangle|}, \quad \langle b \rangle = \frac{\langle \tilde{u}_0 \rangle - \langle \tilde{u}_n \rangle}{|\langle \tilde{u}_0 \rangle - \langle \tilde{u}_n \rangle|}.$$

Конкретные выражения для $\langle a \rangle$ и $\langle b \rangle$ легко получить из (33):

$$\langle a \rangle = \frac{\langle 1, q[z] [r]^{-1} \langle f_m^*(\Theta_0, \varphi_0) \rangle \rangle}{|\langle 1, q[z] [r]^{-1} \langle f_m^*(\Theta_0, \varphi_0) \rangle \rangle|},$$

$$\langle b \rangle = \frac{\langle 1, -q[r]^{-1} \langle f_m^*(\Theta_0, \varphi_0) \rangle \rangle}{|\langle 1, -q[r]^{-1} \langle f_m^*(\Theta_0, \varphi_0) \rangle \rangle|}.$$

Другие столбцы матрицы $[V]$ должны составлять ортонормированное дополнение к $\langle a \rangle$ и $\langle b \rangle$; в остальном они могут быть произвольными.

Подставив матрицу $[V]$ в (37), мы определим первые два элемента λ_1 и λ_2 диагональной матрицы $\{\lambda\}$: $\lambda_1 = 1$ и $\lambda_2 = -1$. Матрица рассеяния $[D]$ схемы возбуждения антенной решетки (с точностью до произвольной системы $N-1$ собственных векторов) рассчитывается затем по формуле (36). Синтез конкретной схемы возбуждения по заданной матрице рассеяния может быть осуществлен, например, методами, изложенными в [8] и [9].

В качестве второго примера применения матрицы рассеяния антенной решетки рассчитаем схему возбуждения, реализующую с наилучшей точностью заданную диаграмму направленности.

Так же, как и в первом примере, представим искомую диаграмму направленности в виде линейной комбинации скалярных ортогональных парциальных диаграмм:

$$G(\Theta, \varphi) = \sum_{m=1}^N \beta_m e_m(\Theta, \varphi). \quad (38)$$

Для того, чтобы диаграмма направленности решетки $G(\Theta, \varphi)$ наименее отличалась в среднеквадратичном смысле от заданной диаграммы направленности $g(\Theta, \varphi)$, коэффициенты β_m должны быть определены следующим образом:

$$\beta_m = \int_0^\pi \int_0^{2\pi} g(\Theta, \varphi) e_m^*(\Theta, \varphi) \sin \Theta d\Theta d\varphi. \quad (39)$$

Функцию $g(\Theta, \varphi)$ необходимо нормировать при этом так, чтобы

$$\sum_{m=1}^N |\beta_m|^2 = 1.$$

Если подставить (39) в (38), для $G(\Theta, \varphi)$ получим

$$G(\Theta, \varphi) = \int_0^\pi \int_0^{2\pi} g(\Theta', \varphi') \{ \langle e_m^*(\Theta', \varphi') \rangle_t \langle e_m(\Theta, \varphi) \rangle \} \sin \Theta' d\Theta' d\varphi'. \quad (40)$$

Воспользовавшись затем равенством (29), находим

$$G(\Theta, \varphi) = \int_0^\pi \int_0^{2\pi} g(\Theta', \varphi') \{ \langle f_m^*(\Theta', \varphi') \rangle_t [r]^{-1} \langle f_m(\Theta, \varphi) \rangle \} \sin \Theta' d\Theta' d\varphi'.$$

или

$$G(\Theta, \varphi) = \sum_{m=1}^N \gamma_m \{ \langle f_m(\Theta, \varphi) \rangle_t [r]^{-1} \}_m,$$

где

$$\gamma_m = \int_0^\pi \int_0^{2\pi} g(\Theta, \varphi) f_m^*(\Theta, \varphi) \sin \Theta d\Theta d\varphi. \quad (41)$$

Таким образом, мы определили диаграмму направленности антенной решетки $G(\Theta, \varphi)$, аппроксимирующую заданную функцию $g(\Theta, \varphi)$. Для составления схемы возбуждения, реализующей $G(\Theta, \varphi)$, найдем с помощью соотношений (16), (18) и (38) падающие и отраженные волны в питающих линиях:

$$\langle u_n \rangle = [s_{21}]^{-1} \langle \beta_m \rangle = \frac{1}{2} [[z] + [E]] [i] \langle \beta_m \rangle,$$

$$\langle u_o \rangle = [s_{11}] [s_{21}]^{-1} \langle \beta_m \rangle = \frac{1}{2} [[z] - [E]] [i] \langle \beta_m \rangle.$$

Используя затем формулу (39) для вектора $\langle \beta_m \rangle$ и заменив парциальные диаграммы $e_m(\Theta, \varphi)$ диаграммами излучателей $f_m(\Theta, \varphi)$, получаем

$$\langle u_n \rangle = \frac{1}{2} [[z] + [E]] [r]^{-1} \langle \gamma_m \rangle,$$

$$\langle u_o \rangle = \frac{1}{2} [[z] - [E]] [r]^{-1} \langle \gamma_m \rangle, \quad (42)$$

где вектор $\langle \gamma_m \rangle$ определен в (41).

Последующие этапы составления схемы возбуждения полностью повторяют последовательность выкладок первого примера. Различие заключается в представлении векторов падающих и отраженных волн: вместо (33) в первом примере теперь мы должны принять (42). Интересно отметить, что первый пример можно рассматривать как частный случай второго, если положить $g(\Theta, \varphi) = (q/\sin \Theta_0) \delta(\Theta - \Theta_0) \times \delta(\varphi - \varphi_0)$. Как и в первом примере, мы найдем матрицу рассеяния схемы возбуждения с точностью до произвольной системы $N-1$ ее собственных векторов.

Приведенные примеры наглядно свидетельствуют о плодотворности подхода к расчету антенных решеток с помощью аппарата матрицы рассеяния. Задачу синтеза антенной решетки удастся довести до расчета матрицы рассеяния требуемой распределяющей схемы питания излучателей. Разработанные алгоритмы решения могут быть легко приспособлены к программированию расчетов на ЭВМ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Д. М. Сазонов, Б. А. Мишустин, Радиотехника и электроника, 13, № 8, 1365 (1968).
2. Теория линий передачи сверхвысоких частот, пер. с англ. под ред. А. И. Шпунтова, изд. Сов радио, М., 1951
3. W. K. Kahn, H. Kurss, IEEE Trans., AP-13, № 5, 671 (1965).
4. W. Wasylkiwskyj, W. K. Kahn, IEEE Internat. Convent. Rec., 14, № 5, 161 (1966).
5. Ф. Р. Гантмахер, Теория матриц, изд. Наука, М., 1967.

6. О. Г. Вседик, Антенны с немеханическим движением луча, изд. Сов. радио, М., 1965.
7. R. F. Harrington, IEEE Trans., AP-13, № 6, 886, (1965).
8. В. А. Мишустин, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 10, № 12, 1737 (1967).
9. В. А. Мишустин, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 11, № 12, 1898 (1968).
10. И. С. Березин, Н. П. Жидков. Методы вычислений, 2, ГИФМЛ, М., 1960.

Московский энергетический институт

Поступила в редакцию
21 марта 1968 г.

SCATTERING MATRIX OF ANTENNA ARRAY

D. M. Sazonov, V. A. Mishustin

The basic system of orthonormal partial patterns is established and the scattering matrix of the order of $2N$ is introduced for an arbitrary antenna array of N radiators without ohmic. The scattering matrix elements are determined through the self and mutual impedances of radiators of the antenna array. There is proved the invariant of the directive gain sum along all partial antenna pattern when passing from one system of orthonormal partial patterns to another. The examples of application of the scattering matrix are considered in problem of array synthesis.
