ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XII, № 4 *РАДИОФИЗИКА* *1969*

УДК 621.372.821.2

К ТЕОРИИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ *H*-ВОЛНЫ КОНЕЧНОЙ АМПЛИТУДЫ В КРУГЛОМ ФЕРРИТОВОМ ВОЛНОВОДЕ

Ю. Ф. Филиппов

Рассмотрено распространение в круглом волноводе *H*-волны конечной, но малой амплитуды. Проведен анализ эффекта детектирования и зависимости постоянной распространения от амплитуды волны.

Известно, что в круглом металлическом волноводе радиуса ρ_0, полностью заполненном аксиально намагниченным ферритом, могут распространяться волны круговой поляризации. Теория распространения таких волн в линейном приближении достаточно подробно исследована (см., например, [1,2]). В рамках этой теории, однако, не могут быть рассмотрены такие важные эффекты, как детектирование, зависимость фазовой скорости от амплитуды волны, возникновение гармоник и т. п., проявляющиеся только в нелинейном приближении.

В этой работе мы рассмотрим влияние нелинейных эффектов на распространение в ферритовом волноводе *H*-волны большой частоты, когда $\nu \equiv \gamma M_0/\omega \ll 1$, где M_0 — продольная намагниченность феррита, γ — гиромагнитное отношение, ω — частота. Предположим также, что $M_0 \gg H_0$, где H_0 — внешнее магнитное поле.

Ниже мы пренебрежем эффектами диссипации и внутренними полями анизотропии (вне резонанса их влияние мало). Влияние феррита на волну описывается нелинейным уравнением Ландау—Лифшица, которое предполагается справедливым в рассматриваемом предельном случае:

$$\frac{\partial \boldsymbol{M}}{\partial t} = -\gamma[\boldsymbol{M}\boldsymbol{H}]. \tag{1}$$

Предполагая нелинейные эффекты малыми, будем искать решение этого уравнения методом последовательных приближений. Для этого представим намагниченность $\boldsymbol{M}$ и напряженность магнитного поля $\boldsymbol{H}$ в виде

$$\begin{aligned} \boldsymbol{M} &= \boldsymbol{M}_0 + \boldsymbol{m}_1 e^{i\omega t} + \boldsymbol{m}_2 e^{2i\omega t} + \ldots + \text{к. с.}, \\ \boldsymbol{H} &= \boldsymbol{H}_0 + \boldsymbol{h}_1 e^{i\omega t} + \boldsymbol{h}_2 e^{2i\omega t} + \ldots + \text{к. с.} \end{aligned} \tag{2}$$

Здесь $\boldsymbol{M}_0$ и $\boldsymbol{H}_0$ — не зависящие от времени намагниченность и напряженность магнитного поля, включающие в себя не только заданные $\boldsymbol{M}_0$ и $\boldsymbol{H}_0$, но и стационарные поля, возникающие под влиянием волны конечной амплитуды (эффект детектирования).

Подставляя разложение (2) в уравнение (1) и приравнивая коэффициенты при $\exp(in\omega t)$ с различными n, получим систему уравнений, которая совместно с уравнениями Максвелла определяет $\boldsymbol{M}_0, \boldsymbol{H}_0, \boldsymbol{m}_n, \boldsymbol{h}_n$. В частности, при $n = 0$ находим

$$H_0 M_{0\varphi} - M_0 H_{0\varphi} + m_{\varphi 1} h_{z1}^* + h_{z1} m_{\varphi 1}^* = 0,$$
$$H_0 M_{0\rho} - M_0 H_{0\rho} + m_{\rho 1} h_{z1}^* + h_{z1} m_{\rho 1}^* = 0 \tag{3}$$

(* — комплексное сопряжение). Здесь h_1, m_1 — решение системы (1) в линейном приближении. При больших частотах ($\nu \ll 1$) поперечные компоненты h_1 и m_1 связаны с продольной компонентой напряженности магнитного поля $h_1 \equiv h_{z1}$ соотношениями

$$h_{\rho 1} = -\frac{i\beta_0}{\varkappa_0^2}\frac{\partial h_1}{\partial \rho}, \qquad m_{\rho 1} = -\frac{\gamma M_0}{\omega}\frac{\beta_0}{\varkappa_0^2 \rho}\frac{\partial h_1}{\partial \varphi},$$
$$h_{\varphi 1} = -\frac{i\beta_0}{\varkappa_0^2 \rho}\frac{\partial h_1}{\partial \varphi}, \qquad m_{\varphi 1} = \frac{\gamma M_0}{\omega}\frac{\beta_0}{\varkappa_0^2}\frac{\partial h_1}{\partial \rho}, \tag{4}$$

где β_0 — постоянная распространения волны в отсутствие магнитного поля ($H_0 = 0$); $\varkappa_0 = [\varepsilon\mu_0 k^2 - \beta_0^2]^{1/2}$ — постоянная, зависящая от геометрии поперечного сечения волновода. Для случая волновода с идеально проводящими стенками $\varkappa_0$ находится из уравнения $\frac{dJ_p(x)}{dx} = 0$ ($x = \varkappa_0 \rho_0$). Подставляя соотношения (4) в (3), приведем последнее к виду

$$H_0 M_{0\rho} - M_0 H_{0\rho} = \frac{\gamma M_0}{\omega}\frac{\beta_0}{\varkappa_0^2 \rho}\frac{\partial}{\partial \varphi}(h_1 h_1^*),$$
$$H_0 M_{0\varphi} - M_0 H_{0\varphi} = -\frac{\gamma M_0}{\omega}\frac{\beta_0}{\varkappa_0^2}\frac{\partial}{\partial \rho}(h_1 h_1^*).$$

Для волн круговой поляризации $M_{0\rho} = H_{0\rho} = 0$. Кроме того, из системы уравнений Максвелла следует равенство нулю $H_{0\varphi}$. Влияние нелинейных эффектов приводит, таким образом, к появлению неоднородной азимутальной намагниченности, зависящей только от радиальной координаты:

$$M_{0\varphi} = -\frac{M_0}{H_0}\frac{\beta_0}{\varkappa_0^2}\frac{\partial}{\partial \rho}\left(\frac{\gamma h_1 h_1^*}{\omega}\right). \tag{5}$$

Так как в нашем случае $M_0 \gg H_0$, из (5) следует, что появление азимутальной намагниченности $M_{0\varphi}$ может играть существенную роль при распространении волн большой частоты.

Явление детектирования рассматривалось многими авторами [1,3]. Однако при исследовании этого эффекта они использовали выражения для полей в неограниченной среде. Так как в последнем случае поля от радиальной и азимутальной координат не зависят, то $M_{0\varphi} = M_{0\rho} = H_{0\varphi} = H_{0\rho} = 0$. Изменение намагниченности наблюдалось лишь для аксиальной компоненты M_{0z}. Для волн большой частоты и $M_0 \gg H_0$ это изменение обратно пропорционально квадрату частоты, т. е. очень мало. Изменение M_{0z} в волноводе—такого же порядка, и влиянием этой компоненты на распространение волны можно пренебречь.

Покажем, что появление $M_{0\varphi}$ будет сказываться на распространении H-волны. Постоянная распространения последней, в частности, будет зависеть от амплитуды волны h_0. Для этого в разложении уравнения (1) по $\exp(in\omega t)$ приравняем коэффициенты при $n = 1$. В результате получим соотношения

$$\begin{aligned} i\omega m_{\rho 1} &= \gamma(M_0 h_{\varphi 1} + m_{z2} h^*_{\varphi 1} - H_0 m_{\varphi 1} - M_{0\varphi} h_{z1} - m^*_{\varphi 1} h_{z2} - h^*_{z1} m_{\varphi 2}), \\ -i\omega m_{\varphi 1} &= \gamma(M_0 h_{\rho 1} + m_{z2} h^*_{\rho 1} - H_0 m_{\rho 1} - m^*_{\rho 1} h_{z2} - h^*_{z1} m_{\rho 2}), \\ i\omega m_{z1} &= \gamma M_{0\varphi} h_{\rho 1}, \end{aligned} \tag{6}$$

где m_2, h_2 — вторая гармоника, возникающая в результате нелинейного самовоздействия волны.

Нетрудно убедиться в том, что слагаемые в системе (6), содержащие m_{z2}, h_{z2}, $m_{\varphi 2}$ и $h_{\varphi 2}$, будут порядка ν^2. Система (6) при $M_0 \gg H_0$ примет вид

$$\begin{aligned} \omega m_{\rho 1} &= -i\gamma(M_0 h_{\varphi 1} - M_{0\varphi} h_{z1}), \\ \omega m_{\varphi 1} &= i\gamma M_0 h_{\rho 1}, \\ m_{z1} &= -\frac{i\beta_0\gamma}{\omega\varkappa_0^2} M_{0\varphi} \frac{\partial h_{z1}}{\partial\rho}. \end{aligned} \tag{7}$$

Подставляя (7) в уравнения Максвелла, после исключения $h_{\rho 1}$ и $h_{\varphi 1}$ получим дифференциальное уравнение для продольной компоненты напряженности магнитного поля:

$$\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}\rho\frac{\partial h_1}{\partial\rho} + \left(\varepsilon\mu_0 k^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right) h_1 = \frac{\beta_0\gamma}{\omega\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}(\rho M_{0\varphi}) h_1, \tag{8}$$

где $k=\omega/c$. В правую часть (8) перенесено слагаемое, описывающее влияние нелинейных эффектов на волну. Решение (8), конечное на оси волновода, запишется в виде

$$\begin{aligned} h_1 = h_0 \Bigg\{ J_p(\varkappa\rho) + \frac{\pi}{2}\left(\frac{\beta_0\gamma h_0}{\omega\varkappa_0}\right)^2 \frac{M_0}{H_0} \int\limits_0^y [N_p(x) J_p(y) - \\ - J_p(x) N_p(y)] J_p(x) \frac{d}{dx}(xJ_p^2(x))\, dx \Bigg\} \exp[ip\varphi - i(\beta_0 - \beta) z], \end{aligned} \tag{9}$$

где $\varkappa^2 = \varepsilon\mu_0 k^2 - (\beta_0 - \beta)^2$, $y = \varkappa_0\rho$, β — определяет изменение постоянной распространения под влиянием магнитного поля и нелинейных эффектов.

Зависимость постоянной распространения от параметров задачи находится при удовлетворении граничным условиям на стенках волновода. Если стенки волновода идеально проводящие, то при $\rho=\rho_0$ обращаются в нуль тангенциальные компоненты электрического поля. При удовлетворении граничному условию получим явную зависимость величины β от параметров феррита, волновода, амплитуды и частоты волны:

$$\beta = \frac{\beta_0}{\varkappa_0^2\rho_0^2}\frac{\gamma M_0}{\omega}\frac{J_p(y_0)}{J_p^4(y_0)}\left[p + \frac{4\gamma h_0^2}{\omega H_0 J_p^2(y_0)}\int\limits_0^{y_0} xJ_p^2(x) J_p'^2(x)\, dx\right], \tag{10}$$

где $y_0 = \varkappa_0\rho_0$. Из (10) замечаем, что влияние нелинейных эффектов приводит к тому, что постоянная распространения зависит от квадрата амплитуды волны h_0^2. В частности, для H_{11}-волны изменение постоянной распространения, связанное с влиянием нелинейных эффектов, будет порядка

$$\frac{\Delta\beta}{\beta_0} \sim 0{,}1\frac{\gamma M_0}{\omega}\frac{\gamma h_0}{\omega}\frac{h_0}{H_0}.$$

Выбирая $\omega \sim 10 \gamma M_0$, $\omega \sim 10^2 \gamma h_0$, $H_0 \sim 3h_0$, получим $\Delta\beta \sim 10^{-5} \beta_0$.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Г. Гуревич. Ферриты на СВЧ, Физматгиз, М., 1960.
2. А. Л. Микаэлян, Теория и применение ферритов на СВЧ, Госэнергоиздат, М., 1963.
3. Ферриты в нелинейных СВЧ устройствах, ИЛ, М, 1961.

Институт радиофизики и электроники АН УССР

Поступила в редакцию 1 июля 1968 г.

TO THE THEORY OF PROPAGATION OF *H*-WAVE WITH A FINITE AMPLITUDE IN A CIRCULAR WAVEGUIDE

Yu. F. Filippov

The propagation of *H*-wave with a finite but small amplitude is considered. The detecting effect and the dependence of the propagation constant versus the wave amplitude are analized.