ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XII, № 4 *РАДИОФИЗИКА* *1969*

УДК 621.317.757 3

АНАЛИЗАТОР СПЕКТРА МОЩНОСТИ СО СЧЕТЧИКОМ НУЛЕЙ ДЛЯ СЛАБЫХ ПЕРИОДИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ, СКРЫТЫХ ШУМОМ

Ю. С. Захаров

Рассматривается способ анализа спектра мощности слабого периодического сигнала, скрытого белым нормальным шумом. Способ состоит в том, что подсчитываются числа нулевых пересечений смеси сигнала с шумом на выходе УПЧ приемника, перестраиваемого по частоте скачками. Приводятся формулы для расчета спектральных составляющих и оцениваются чувствительность и разрешающая способность анализатора.

СПОСОБ ВЫЧИСЛЕНИЯ СПЕКТРА

Принцип действия анализатора спектра со счетчиком нулей основан на статистических свойствах аддитивной смеси сигнала с шумом. Смесь сигнала с шумом на выходе линейного фильтра может быть записана в следующем виде [1]:

$$U(t) = \sqrt{X^2 + Y^2}\cos\left(2\pi f_0 t - \operatorname{arctg}\frac{Y}{X}\right), \tag{1}$$

где $X(t) = \alpha(t) + x(t)$, $Y(t) = \beta(t) + y(t)$, f_0 — средняя частота фильтра. Здесь шум представлен независимыми случайными функциями $x(t)$ и $y(t)$ с нормальным распределением и спектром, определяемым частотной характеристикой фильтра, а полезный периодический сигнал—в виде двух ортогональных составляющих

$$C(t) = \alpha(t)\cos\omega_0 t + \beta(t)\sin\omega_0 t. \tag{2}$$

Частоту колебаний (1) можно определить с помощью соотношения

$$\omega(t) = \frac{d}{dt}\left(2\pi f_0 t - \operatorname{arctg}\frac{Y}{X}\right) = 2\pi f_0 + \frac{Y\dot{X} - X\dot{Y}}{X^2 + Y^2}.$$

Математическое ожидание величины $\omega(t)$ дается выражением

$$\overline{\omega(t)} = 2\pi f_0 + \frac{\beta\dot{\alpha} - \alpha\dot{\beta}}{\alpha^2 + \beta^2}\left(1 - e^{-(\alpha^2+\beta^2)/2M_ш}\right), \tag{3}$$

где $(\alpha^2 + \beta^2)/2M_ш = M_с/M_ш$ — отношение мощности сигнала $M_с$ к мощности шума $M_ш$.

Усреднив (3) за время $t \gg 1/f_0$ и положив $M_с/M_ш \ll 1$, получим приближенное значение средней частоты смеси сигнала с шумом

$$\overline{\overline{\omega}} \simeq 2\pi f_0 + \frac{\overline{\beta\dot{\alpha} - \alpha\dot{\beta}}}{2M_ш}. \tag{4}$$

Предположим, что анализируемый периодический сигнал состоит из суммы гармонических составляющих с известным периодом повторения:

$$C(t) = \sum_{i=1}^{k} A_i \cos\left[(\omega_0 + \omega_i)t + \varphi_i\right].$$

Средняя частота смеси этого сигнала и шума согласно (4) равна

$$\overline{\omega} \simeq 2\pi f_0 + \sum_{i=1}^{k} d_i \omega_i, \tag{5}$$

где $d_i = A_i^2/2M_ш$ — отношение мощности сигнала к мощности шума для i-й компоненты.

При измерениях частоты удобно оперировать с числом нулей. Можно показать, что уравнение, определяющее число нулей смеси исследуемого сигнала и шума имеет вид

$$N(\Delta t) \simeq f_0 \Delta t + \Delta t \sum_{i=1}^{k} d_i f_i. \tag{6}$$

Анализ спектра сигнала производится следующим образом. Спектр исследуемого сигнала перемещают по частоте скачками через равные промежутки времени, как показано на рис. 1, и измеряют числа нулей

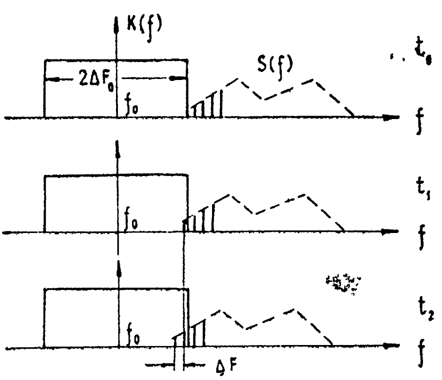

Рис. 1. Положение спектра сигнала на оси частот в различные моменты времени ($K(f)$—частотная характеристика фильтра, $S(f)$—спектр сигнала).

на выходе фильтра Ф. Затем производят расчеты. Число нулей смеси шума и первой спектральной составляющей сигнала ($f_c = f_0 + \Delta F$ см. рис. 1), попавшей в полосу пропускания фильтра, равно

$$N(t_1 - t_0) - f_0 \Delta t = d_1 \Delta F_0 \Delta t; \tag{7}$$

здесь $\Delta t = t_1 - t_0$ — интервал времени измерения.

В процессе анализа измеряют число нулей и на основании (7) определяют оценку $\hat{d}_1$ величины d (все остальные величины, входящие в (7), известны). Для второго интервала времени $\Delta t = t_2 - t_1$, когда спектр сигнала переместился еще на величину ΔF и две спектральные составляющие сигнала попали в полосу фильтра, можно записать

$$N(t_2 - t_1) - f_0 \Delta t = \hat{d}_1(\Delta F_0 - \Delta F)\Delta t + d_2 \Delta F_0 \Delta t.$$

Из этого уравнения находят оценку величины d_2. Поступая аналогичным образом, найдем последовательно оценки величин $d_1, \dots, d_k$ и тем самым спектр мощности сигнала, так как мощность шума считается известной. Уравнение для определения величины d_k имеет вид

$$
N(t_k - t_{k-1}) - f_0 \Delta t = \hat{d}_1 [\Delta F_0 - (k-1)\Delta F] \Delta t + \\
+ \hat{d}_2 [\Delta F_0 - (k-2)\Delta F] \Delta t + \ldots + \hat{d}_{k-1} (\Delta F_0 - \Delta F) \Delta t + d_k \Delta F_0 \Delta t. \tag{8}
$$

Величина перемещения спектра ΔF выбирается так, чтобы при перестройке анализатора на один шаг не захватывались одновременно две спектральные линии сигнала. Поэтому, если расстояние между спектральными линиями сигнала равно ΔF_i, то должно выполняться условие $\Delta F \simeq \Delta F_i$. Если при перемещении спектра сигнала по частоте его составляющие выходят из полосы пропускания фильтра, то соответствующие слагаемые уравнения (8) следует положить равными нулю.

ПАРАМЕТРЫ АНАЛИЗАТОРА И ЕГО БЛОК-СХЕМА

Чувствительность анализатора определяется минимальной величиной отношения $(M_с/M_ш)_i$, достаточной для выделения одной спектральной составляющей сигнала из шума. Приращение числа нулей, вызванное действием спектральной составляющей сигнала с частотой $f = f_0 + \Delta F_0$, равно

$$
N_с = \Delta t \Delta F_0 \frac{M_с}{M_ш}.
$$

Дисперсия числа нулей одного шума определяется следующим соотношением [2]:

$$
\sigma^2 = 2\Delta F_0 \Delta t a,
$$

где a — постоянный коэффициент, зависящий от формы частотной характеристики фильтра.

Положим, что для уверенной оценки мощности спектральной составляющей необходимо, чтобы полезное приращение числа нулей было больше среднеквадратичного отклонения числа нулей одного шума в q раз, тогда

$$
\left(\frac{M_с}{M_ш}\right)_{i\,\min} = q \sqrt{\frac{2a}{\Delta t \Delta F_0}}.
$$

Минимальная величина этого отношения определяется допустимым временем измерения Δt.

Если, однако, общее время анализа $\Delta t k$ очень велико, может произойти изменение формы частотной характеристики фильтра из-за температурной нестабильности его элементов. При этом изменится среднее число нулей одного шума, т. е. произойдет смещение «нуля». Для устранения влияния этого смещения необходимо, чтобы за время измерения Δt приращение числа нулей, вызванное спектральной составляющей сигнала, было бы на порядок больше, чем изменение числа нулей шума из-за нестабильности частотной характеристики фильтра, т. е.

$$
\left(\frac{M_с}{M_ш}\right)_{i\,\min} \geqslant \frac{1}{10 \Delta F_0} \frac{N_T}{\Delta t}, \tag{9}
$$

где N_T — изменение числа нулей одного шума из-за температурной нестабильности характеристики фильтра за время Δt. Но отношение $N_T/\Delta t$ примерно равно Δf_0 — изменению средней частоты f_0, поэтому можно записать неравенство (9) следующим образом:

$$\left(\frac{M_с}{M_ш}\right)_{i\,min} \geqslant \frac{1}{10}\,\frac{f_0}{\Delta F_0}\,\gamma,$$

где $\gamma = (\Delta f_0/f_0)_{1^\circ C}\,\Delta T^\circ C$ — относительная температурная нестабильность резонансной частоты фильтра. Таким образом, реальная предельная чувствительность анализатора определяется температурной нестабильностью резонансной частоты фильтра.

Разрешающая способность анализатора определяется формой скатов частотной характеристики фильтра. Если считать, что частотная характеристика фильтра имеет трапецеидальную форму и размеры верхней и нижней параллельных сторон соответственно равны $\Delta F_в$ и $\Delta F_н$, то за меру избирательности можно принять величину ΔF_p, которая должна быть меньше ΔF:

$$\Delta F_p = \frac{\Delta F_н - \Delta F_в}{2}.$$

(При перемещении спектра на величину ΔF_p спектральная составляющая сигнала, входящая в полосу пропускания фильтра, изменится от нуля до своего максимального значения.)

В реальных фильтрах в качестве $\Delta F_н$ и $\Delta F_в$ нужно принять ширину полосы пропускания фильтра на различных уровнях усиления $K(f)_н$ и $K(f)_в$. Верхний уровень можно взять соответствующим границам полосы пропускания:

$$K(f)_в = \frac{K(f_0)}{\sqrt{2}}.$$

Нижний уровень следует выбирать так, чтобы изменение усиления по мощности при расстройке за полосу пропускания на величину ΔF_p было бы примерно равно допустимой величине минимального отношения $(M_с/M_ш)_{i\,min}$:

$$\left[\frac{K(f)_н}{K(f)_в}\right]^2 \simeq \left(\frac{M_с}{M_ш}\right)_{i\,min}.$$

Таким образом, требования к скатам частотной характеристики фильтра не очень жесткие.

Блок-схема цифрового измерительного устройства, реализующего рассмотренный метод анализа, приведена на рис. 2. Анализатор пред-

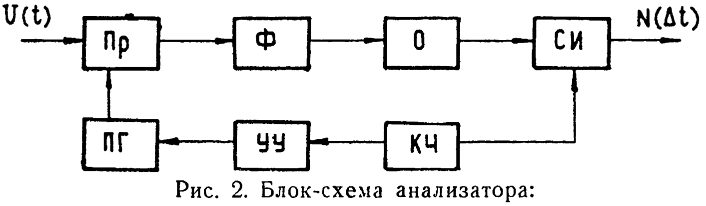

Рис. 2. Блок-схема анализатора:
Пр—преобразователь, Ф—УПЧ, О—обостритель, СИ—счетчик импульсов, ПГ—перестраиваемый гетеродин, УУ—управляющее устройство, КЧ—кварцевые часы

ставляет собой приемное устройство с широкополосным УПЧ и перестраиваемым по частоте гетеродином, на выходе которого установлен обостритель и счетчик импульсов. Обостритель вырабатывает стандартные импульсы в моменты перехода входного напряжения через нулевой уровень. Импульсы подсчитываются счетчиком за фиксированный интервал времени, определяемый кварцевыми часами, В заключение отметим, что к достоинствам анализатора можно отнести большое время накопления и, следовательно, возможность анализа спектра очень слабых скрытых шумом периодических сигналов с широким спектром, простоту измерительного устройства и малое влияние изменений его коэффициента усиления на результаты измерений, большой динамический диапазон входных сигналов, цифровой выход.

ЛИТЕРАТУРА

1. Пороговые сигналы, изд Сов. радио, М, 1952
2. Ю. С. Захаров, В П. Тихомиров, Изв высш. уч. зав. — Радиотехника, 7, № 5, 603 (1964).

Московский авиационный институт
имени Серго Орджоникидзе

Поступила в редакцию
29 марта 1968 г.

POWER SPECTRUM ANALYSER WITH THE COUNTER OF ZEROES FOR WEAK PERIODIC SIGNALS CONCEALED BY NOISE

Yu. S. Zakharov

A method of analysing the power spectrum of a weak periodic signal concealed by white normal noise is considered. The method is that the numbers of zero crossings of the mixture of signal and noise at the output of IF amplifier the frequency of which is tuned by jumps are calculated. The formulae are given to calculate the spectral component. The analyser sensitivity and resolution are estimated.