

УДК 538.62

## МАГНИТНЫЙ РЕЗОНАНС В ЭФФЕКТИВНОМ ПОЛЕ

Л. Н. Новиков, В. Г. Показаньев, Л. И. Якуб

Приводится теоретическое и экспериментальное изучение недавно обнаруженного параметрического резонанса во вращающейся системе координат. Эксперименты выполнены на оптически ориентированных атомах  $\text{Cs}^{133}$ . Теоретическое предсказание резонансов в эффективном поле на частотах, кратных частоте модуляции эффективного поля, а также зависимость сигнала резонанса от индекса модуляции хорошо подтверждаются экспериментально

1. Поведение спиновой системы, взаимодействующей с постоянным магнитным полем  $H_0 \parallel Oz$  и переменным (частоты  $\omega$ ) полем  $H_1 \perp Oz$ , описывается с помощью эффективного поля  $H_e = [(H_0 - \omega/\gamma)^2 + H_1^2]^{1/2}$ , которое определяет движение спинов в системе координат, вращающейся с частотой поля вокруг оси  $Oz$ . Физическая реальность этого поля была доказана многочисленными экспериментами [1, 2], в которых наблюдался магнитный резонанс в эффективном поле на частоте  $\omega_e = \gamma H_e$ . В частности, в работе Редфильда [1] параллельно полю  $H_0$  накладывалось второе радиочастотное магнитное поле  $H_2(\omega_2 t)$ , а обнаруженные на частотах  $\omega_0 \pm \omega_2$  боковые резонансные линии были обусловлены резонансом во вращающейся системе координат. Основным условием наблюдения этого резонанса является создание когерентности в системе магнитных подуровней спинов, находящихся в эффективном поле  $H_e$ . В работе [1] предполагалось, что когерентность в прецессию спинов в поле  $H_e$  вносится лишь компонентой поля  $H_2$ , перпендикулярной к  $H_e$ , а влиянием продольной компоненты пренебрегалось. В работе [3] было показано, что указанное допущение не является полностью оправданным и что компонента, осциллирующая в направлении  $H_e$ , также приводит к созданию когерентности движения спинов в эффективном поле (параметрический резонанс). Там же на примере частного случая  $\Delta\omega = 0$  была рассмотрена возможность создания когерентности в поле  $H_e = H_1$  с помощью амплитудно-модулированного радиочастотного поля:

$$H_1(t) = 2H_1[1 + \varepsilon \cos(\Omega t)] \cos(\omega t). \quad (1)$$

В настоящей работе излагаются результаты теоретического анализа в общем случае  $\Delta\omega \neq 0$  с учетом влияния как компоненты поля, перпендикулярной к  $H_e$ , так и компоненты поля, параллельной  $H_e$ , а также приводятся результаты эксперимента, подтверждающего выводы теории.

2. Пусть на спин-систему действует постоянное магнитное поле  $H_0$  и радиочастотное магнитное поле  $H_1(t)$ , определяемое выражением (1), причем в общем случае  $\omega_0 - \omega \neq 0$ . Разложим осциллирующее поле  $H_1(t)$  на две вращающиеся с частотой  $\omega$  компоненты и учтем только ту из них, направление вращения которой совпадает с направлением прецессии спинов вокруг поля  $H_0$ . Тогда во вращающейся си-

стеме координат на спин-систему кроме постоянного эффективного поля  $H_e$  будет действовать переменное магнитное поле  $\varepsilon H_1 \cos(\Omega t)$ , направленное вдоль  $H_1$  и составляющее с полем  $H_e$  угол  $90^\circ - \theta$ , где  $\theta$  определяется соотношениями

$$\sin \theta = \frac{\omega_1}{\omega_e}, \quad \cos \theta = \frac{\Delta\omega}{\omega_e}, \quad (2)$$

а  $\omega_1 = \gamma H_1$ ,  $\omega_e = \gamma H_e$ ,  $\Delta\omega = \omega_0 - \omega$ .

Выполнив двойное преобразование координат (переход во вращающуюся систему, а затем переход в систему, повернутую относительно оси  $Oy$  на угол  $\theta$  так, чтобы новая ось  $Oz'$  совпала с полем  $H_e$ ), можно записать уравнения Блоха для компонент макроскопической намагниченности спин-системы в повернутой и вращающейся системе координат  $x'y'z'$ :

$$\dot{m}_{\pm} = \pm i[\omega_e + \omega_1 \varepsilon \sin \theta \cos(\Omega t)] m_{\pm} - \frac{1}{T} m_{\pm} \mp i\omega_1 \varepsilon^* \cos \theta \cos(\Omega t) m_{z'} - \frac{M_0 \sin \theta}{T}, \quad (3)$$

$$\dot{m}_{z'} = \frac{1}{2i} \omega_1 \varepsilon \cos \theta \cos(\Omega t) (m_+ - m_-) - \frac{m_{z'}}{T} + \frac{M_0 \cos \theta}{T},$$

где  $m_{\pm} = m_x \pm im_y$ ,  $M_0$  — равновесная стационарная намагниченность спин-системы в отсутствие радиочастотного поля, а времена продольной и поперечной релаксации считаются равными ( $T_1 = T_2 = T$ ).

3. Решение системы уравнений (3) было найдено методом, аналогичным [4], при условии, что

$$\frac{\varepsilon\omega_1}{\Omega} \cos \theta < 1. \quad (4)$$

Поскольку  $\varepsilon \leq 1$ , а  $\omega_1 \leq \Omega$ , то условие (4) обычно выполняется. Для составляющей  $m_+(t)$  имеем

$$m_+(t) = - \sum_{k, n=-\infty}^{\infty} \frac{J_k(z) J_{k+n}(z)}{1/T - i(k\Omega + \omega_e)} e^{in\Omega t} \left[ \frac{M_0 \sin \theta}{T} + ik\Omega \operatorname{ctg} \theta m_{z'} \right], \quad (5)$$

где  $J_k(z)$  — функции Бесселя первого рода, а  $z = \varepsilon\omega_1 \sin \theta / \Omega$ . Подставив (5) в уравнение для  $m_{z'}$  и усреднив затем по времени, найдем стационарное решение для  $m_{z'}$ , которое вблизи  $k$ -го резонанса в эффективном поле принимает вид

$$m_{z'}^{(k)} = M_0 \cos \theta \frac{1/T^2 + (k\Omega + \omega_e)^2}{1/T^2 + (k\Omega)^2 \operatorname{ctg}^2 \theta J_k^2(z) + (k\Omega + \omega_e)^2}. \quad (6)$$

Поскольку  $m_x = \operatorname{Re} \{m_+\}$ , а компонента намагниченности  $M_z$  в лабораторной системе координат связана с  $m_x$  и  $m_{z'}$  соотношением

$$M_z = -m_x \sin \theta + m_{z'} \cos \theta, \quad (7)$$

получим окончательно

$$M_z^{(k)} = M_0 \cos^2 \theta \frac{1/T^2 + (k\Omega + \omega_e)^2}{1/T^2 + (k\Omega)^2 \operatorname{ctg}^2 \theta J_k^2(z) + (k\Omega + \omega_e)^2} + M_0 \sin^2 \theta \sum_{n=-\infty}^{\infty} \{A_n^{(k)} \cos n\Omega t + B_n^{(k)} \sin n\Omega t\}, \quad (8)$$

где

$$A_n^{(k)} = \frac{J_k(z) J_{k+n}(z)}{1/T^2 + (k\Omega + \omega_e)^2} \left[ \frac{1}{T^2} - k\Omega(k\Omega + \omega_e) \operatorname{ctg}^2 \theta \times \right. \\ \left. \times \frac{1/T^2 + (k\Omega + \omega_e)^2}{1/T^2 + (k\Omega)^2 \operatorname{ctg}^2 \theta J_k^2(z) + (k\Omega + \omega_e)^2} \right]; \quad (9)$$

$$B_n^{(k)} = -\frac{1}{T} \frac{J_k(z) J_{k+n}(z)}{1/T^2 + (k\Omega + \omega_e)^2} \left[ k\Omega + \omega_e + k\Omega \operatorname{ctg}^2 \theta \times \right. \\ \left. \times \frac{1/T^2 + (k\Omega + \omega_e)^2}{1/T^2 + (k\Omega)^2 \operatorname{ctg}^2 \theta J_k^2(z) + (k\Omega + \omega_e)^2} \right]. \quad (10)$$

Как видно из (8)—(10), имеют место резонансы в эффективном поле на частотах модуляции  $\Omega = \omega_e/|k|$ ; где  $k = -1, -2, \dots$ , при любом значении расстройки  $\Delta\omega$ . Существенным отличием рассмотренного выше общего случая от описанного в [3] случая  $\Delta\omega = 0$  является следующее: а) поскольку в общем случае поле  $\varepsilon H_1 \cos(\Omega t)$  во вращающейся системе координат имеет как параллельную, так и перпендикулярную к  $H_e$  компоненту, зависимость амплитуды  $k$ -го резонанса от индекса модуляции  $\varepsilon$  должна иметь существенно иной характер; б) перпендикулярная к  $H_e$  компонента поля  $\varepsilon H_1 \cos(\Omega t)$  будет вызывать уширение и насыщение линий магнитного резонанса в эффективном поле, тогда как при  $\Delta\omega = 0$  реализуется чисто параметрический резонанс, и насыщение линии отсутствует; в) в предельном случае, когда  $\omega_1 \ll \Delta\omega$ , из выражений (8)—(10) следует появление боковых линий резонанса, положение которых соответствует значениям магнитного поля  $H_0 \pm (\Omega/\gamma)$ . Полная величина сигнала магнитного резонанса во вращающейся системе координат определяется соотношением амплитуд обычного и параметрического резонансов, причем их относительный вклад зависит только от угла  $\theta$  между полями  $H_0$  и  $H_e$ . В предельных случаях  $\theta = 0$  и  $\pi/2$  выражение (8) описывает либо обычный резонанс, либо параметрический резонанс в эффективном поле. Поскольку наше рассмотрение проведено на основе макроскопических уравнений Блоха, описанные эффекты должны иметь место, по крайней мере, в таких спин-системах, которые удовлетворительно описываются этими уравнениями.

4. Следствия теории были проверены экспериментально в оптически ориентированном ансамбле атомов  $\text{Cs}^{133}$ . Методика эксперимента аналогична описанной в [3], за исключением того, что величина расстройки  $\Delta\omega$  и средняя амплитуда радиочастотного поля  $H_1$  выбирались произвольными. С целью упрощения обработки результатов измерений были рассмотрены два случая: а)  $\omega_1 = \Delta\omega$ , т. е.  $\theta = 45^\circ$ , и б)  $\omega_1 \ll \Delta\omega$ . В обоих случаях сигнал магнитного резонанса был обнаружен на частотах модуляции, полностью соответствующих выводам теорий. На рис. 1 представлена кривая резонанса в эффективном поле, полученная при плавном изменении частоты модуляции  $\Omega$  в условиях  $\omega_1/2\pi = \Delta\omega/2\pi = 1,067$  кГц,  $H_e = 4,27$  мэ, что соответствует  $\omega_e = 1,5$  кГц. На рис. 2 приведена запись сигнала магнитного резонанса при  $\omega_1 \ll \Delta\omega$  и  $\Delta\omega/2\pi = \Omega/2\pi = 1,5$  кГц, полученная методом медленного прохождения при линейном изменении магнитного поля  $H_0$ .

Зависимость амплитуды резонансов в эффективном поле на частотах  $\Omega = \omega_e$  и  $\Omega = \omega_e/2$  от индекса модуляции  $\varepsilon$  при  $\theta = 45^\circ$  приведена на рис. 3. Регистрировались составляющие  $M_2^{(-1)}$  и  $M_2^{(-2)}$ , изме-

няющиеся с частотой  $\Omega$ , причем с помощью синхронного детектора выделялись члены, пропорциональные  $\sin(\Omega t)$ , т. е.  $B_1^{(-1)}$  и  $B_1^{(-2)}$  в выражении (8). Согласно (10), зависимость величины сигнала резонанса при  $\Omega = \omega_e$  и  $\Omega = \omega_e/2$  от  $z = \varepsilon\omega_1 \sin \theta / \Omega$  пропорциональна соответственно  $\Omega T J_0(z) J_1(z) / [1 + (\Omega T)^2 J_1^2(z)]$  и  $\Omega T J_1(z) J_2(z) / [1 + 4(\Omega T)^2 J_2^2(z)]$ . На рис. 3 эти функции представлены сплошными



Рис. 1. Резонанс  $\text{Cs}^{133}$  в эффективном поле  $H_e = 4,27$  мэ при  $\theta = 45^\circ$ .

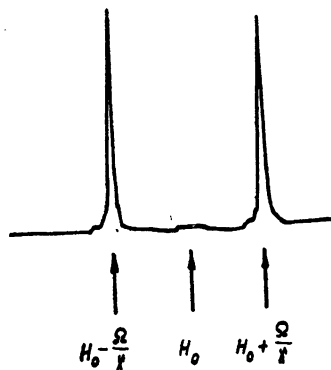


Рис. 2. Резонанс  $\text{Cs}^{133}$  в эффективном поле при условиях  $\omega_1 \ll \Delta\omega$ ,  $\Omega = \omega_e$ .

кривыми, а точками нанесены экспериментально полученные значения сигнала резонанса. Поскольку входящее в эти зависимости время релаксации  $T$  отдельно не измерялось, совмещение теоретических кривых с экспериментальными осуществлялось по двум произвольно выбранным точкам. Как видно из рис. 3, совпадение результатов измерений с теорией вполне удовлетворительное. Наибольшее их расхождение обусловлено, по-видимому, погрешностью в определении  $T$ . Сравнение зависимостей на рис. 3 с аналогичными зависимостями, полученными в [3] для  $\Delta\omega = 0$ , наглядно демонстрирует влияние компоненты поля  $\varepsilon H_1 \cos(\Omega t)$ , перпендикулярной к  $H_e$ , приводящее к насыщению во вращающейся системе координат даже при малых индексах модуляции. Выполненные измерения ширины линии резонанса также подтвердили наличие уширения при  $\Delta\omega \neq 0$ , увеличивающегося с увеличением индекса модуляции.

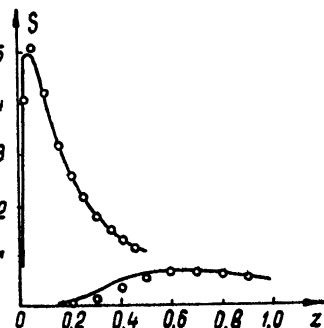


Рис. 3. Зависимость величины сигнала резонанса в эффективном поле на частотах  $\Omega = \omega_e$  (верхняя кривая) и  $\Omega = \omega_e/2$  (нижняя кривая) от  $z$ , равного соответственно  $\varepsilon/2$  и  $\varepsilon$ . По оси ординат отложена величина сигнала резонанса в относительных единицах.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. A. Redfield, Phys. Rev., 98, 1787 (1955).
2. A. Gorney, G. Series, Proc. Phys. Soc., 83, 331 (1964).
3. Л. Н. Новиков, В. Г. Показаньев, Письма в ЖЭТФ, 4, 393 (1966).

4. Е. Б. Александров, О. В. Константинов, В. И. Перель, ЖЭТФ, 49, 97 (1965).

Уральский политехнический институт

Поступила в редакцию  
6 марта 1967 г.

## MAGNETIC RESONANCE IN EFFECTIVE FIELD

*L. N. Novikov, V. G. Pokazan'ev, L. I. Yakub*

There is given theoretical and experimental investigation of parametric resonance recently discovered in a rotating system of coordinates. The experiments are made on the optically oriented atoms  $\text{Cs}^{133}$ . A theoretical prediction of resonances in the effective field at the frequencies multiple to the modulation frequency of the effective field as well as the dependence of the resonance signal on the modulation index is well confirmed by the experiment.

---