

СО Д Е Р Ж А Н И Е

Гершман Б. Н., Григорьев Г. И. Перемещающиеся ионосферные возмущения (обзор)	5
Брук Ю. М., Гончаров Н. Ю., Жук И. Н., Инютин Г. А., Мень А. В., Седин Л. Г., Шарыкин Н. К. Экспериментальные исследования многоэлементных антенн-решеток радиотелескопа УТР-1	28
Буц В. А. Рассеяние плоской волны кусочно-однородной плазмой с нулевым слоем	44
Чугунов Ю. В. О реактансе антенны в магнитоактивной плазме	50
Тамойкин В. В., Фрайман А. А. О статистических свойствах поля, рассеянного шероховатой поверхностью	56
Гурвич А. С., Каллистратова М. А. Экспериментальные исследования флуктуаций угла прихода света в условиях сильных флуктуаций интенсивности	66
Полищук Ю. М. Корреляция пространственных флуктуаций амплитуды и фазы волны, дифрагированной на неровном экране	72
Беспалов В. И., Дауме Э. Я. Энергетические характеристики излучения неодимового ОКГ с переключением добротности	84
Буц В. А., Калмыкова С. С., Курилко В. И. Рассеяние электромагнитных волн кусочно-однородным диэлектриком	92
Седин Л. Г. Параметры антенн, размещенных над полупроводящей плоской поверхностью раздела	101
Ена А. И., Литвиненко Л. Н., Шестопалов В. П. Дифракционные свойства несимметричных металлических ленточных решеток	110
Авдеев Е. В., Воскресенский Г. В. О характеристиках излучения источника, движущегося вблизи гребенчатой структуры	121
Шейн А. Г. Анализ двумерно-периодической замедляющей системы типа «ячейки» плоскости	132
Афанасов С. Г., Шмелев А. А. О возможности получения высокого КПД в триодах с закатодным управляющим электродом в режиме с отрицательным сопротивлением	139

Краткие сообщения и письма в редакцию

Станкевич К. С. Об одной дифракционной поправке при калибровке антенн по методу «искусственной Луны»	146
Матвеев Ю. Г. О коэффициенте отражения верхнего покрова Луны	147
Андропова И. А., Зайцев Ю. И. Экспериментальное исследование флуктуаций интенсивности одночастотных He-Ne лазеров на волнах 0,63 и 3,39 мк	149
Клибанова И. М. Флуктуации частоты взаимно синхронизованных генераторов	152
Мионов В. Л., Толкачев Л. Д. Дифракция наклонно падающей электромагнитной поверхностной волны на ребре импедансной полуплоскости	154
Адошина А. И. и Полевой В. И. Дифракция H_{10} -волн на металлопластинчатой решетке конечной длины в прямоугольном волноводе	157
Садовой Г. С., Филимонов В. И. Моделирование процессов в диоде СВЧ, описываемых уравнениями с переменным запаздыванием	160

УДК 551.510.535

ПЕРЕМЕЩАЮЩИЕСЯ ИОНОСФЕРНЫЕ ВОЗМУЩЕНИЯ

(о б з о р)

Б. Н. Гершман, Г. И. Григорьев

Перемещающиеся ионосферные возмущения (travelling disturbances) представляют собой одну из разновидностей крупномасштабных неоднородностей электронной концентрации. Они были обнаружены в 40-х годах [1-3]. Вначале обращалось внимание на перемещения этих неоднородностей в горизонтальных направлениях. При этом обычно фиксировалось распространение возмущений в виде волн на значительном расстоянии без существенного искажения формы. Позднее при учащем радиозондировании F -области ионосферы были обнаружены и вертикальные смещения [4, 5]. Далее будут рассматриваться случаи движения неоднородностей как по горизонтали, так и по вертикали. Не исключено, что в обоих случаях мы сталкиваемся с проявлениями одного и того же процесса, а различия связаны лишь с применяемой для регистрации возмущений методикой.

Ниже в разделе 1 будет дан краткий обзор методов наблюдений за перемещающимися возмущениями (для последних далее будем использовать обозначение ПВ). Мы остановимся также на их морфологических особенностях и на связи ПВ с другими геофизическими явлениями. Вопросам теоретической интерпретации посвящены разделы 2 и 3. Здесь наибольшее внимание уделяется гипотезе о распространении в ионосфере гравитационных внутренних волн. Эта точка зрения была впервые высказана Мартином [6], а затем подробно развивалась Хайнсом [7]. В заключение в разделе 4 мы остановимся на недостаточно ясных или нерешенных вопросах и сформулируем ряд задач, решение которых может способствовать пониманию природы ПВ.

1. МЕТОДЫ НАБЛЮДЕНИЙ И ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПЕРЕМЕЩАЮЩИХСЯ ВОЗМУЩЕНИЙ

Методы, применяющиеся для исследований ПВ, довольно многообразны. Отметим основные из них.

Наиболее распространенным способом изучения ПВ является снятие через небольшие интервалы времени (в 1—2 мин или даже чаще) высотно-частотных характеристик на ионосферных станциях. Типичные ионограммы при наличии ПВ приведены на рис. 1 [8]. Начало возмущения сопровождается петлеобразным искажением ионограммы в районе критических частот F -области f_0F (см. ионограмму, снятую в 12 час 24 мин и последующие). Чаще всего, как это видно и из рис. 1, изменения на двух ветвях высотно-частотных характеристик, соответствующих отражениям необыкновенных и обыкновенных волн, происходят одновременно. Затем на характеристике происходит перегиб (см. ионограмму от 12 час 43 мин), который смещается в низкочастотную часть. Иногда приход возмущения в E -область сопровождается появлением

спорадического слоя E_s или увеличением его отражательной способности [9].

Хотя приведенная картина довольно типична для ПВ, следует отметить, что имеются исключения. Есть указания, что аномалии на ионограммах иногда возникают на участках, отвечающих E -области, и смещаются в сторону более высоких частот [10]. Далее помимо описанных выше основных аномалий на ионограммах встречаются связанные с ПВ искажения других видов. Укажем, например, на расщепления, эквивалентные появлению двух отражений (satellite trace), которые наблюдаются в ночные часы [8, 11-13].

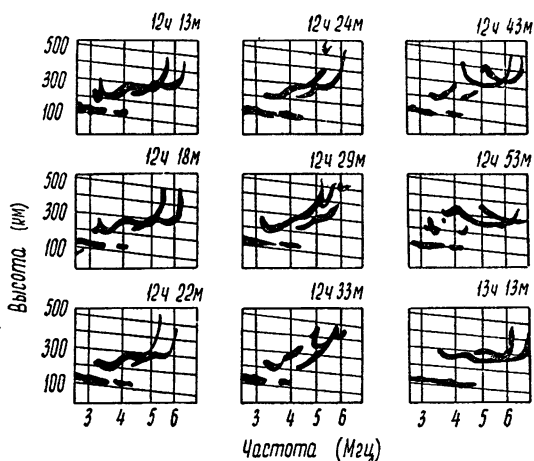


Рис. 1. Высотно-частотные характеристики ионосферы $h'(f)$ при наличии перемещающихся возмущений.

На каждой из ионограмм указано время зондирования. Три ионограммы слева характеризуют состояние ионосферы до появления ПВ.

Анализируя записи отдельных ионосферных станций, можно делать суждения прежде всего о вертикальных перемещениях*. Поэтому часто используется термин «вертикально перемещающиеся возмущения» (ВПВ). Однако следует иметь в виду, что применение такого наименования еще не гарантирует отсутствие горизонтальной составляющей скорости распространения возмущений.

Перемещение неоднородностей в горизонтальных направлениях можно изучать по ионограммам, снятым в достаточно удаленных пунктах [14]. Кроме того, для этой цели удобен метод радиозондирования на фиксированных частотах f , когда на ряде разнесенных станций определяются изменения высот отражения h' во времени t [15].

На рис. 2 приведена характерная зависимость $h'(t)$ при вертикальном зондировании ионосферы в трех пунктах. Ясно прослеживаются подобные изменения h' во всех пунктах. Из записей легко усмотреть, что эти изменения происходят с некоторым временным сдвигом. По величине сдвигов и расстояниям между пунктами определяется горизонтальная скорость ПВ. Мы не будем приводить здесь рисунки, иллюстрирующие другие типы записей $h'(t)$. Соответствующую классификацию ПВ по типам зависимостей $h'(t)$ можно найти в [16].

Попутно заметим, что некоторые авторы связывают величину отклонений отражающей поверхности $\Delta h'$ при прохождении ПВ с вертикальным размером последних [17]. Здесь, однако, следует иметь в виду, что величина $\Delta h'$ характеризует интенсивность ПВ, а не их масштабы.

Измерения h' могут быть произведены при наличии ПВ одновре-

* О горизонтальных перемещениях можно судить по отмеченной ранее неодновременности в появлении возмущений на ветвях ионограмм, соответствующих отражениям волн необыкновенного и обыкновенного типа.

менно на нескольких частотах. Пример таких записей, полученных для пунктов Боулдер (40° с. ш.; 105° в. д.) и Уайт Сэндс (32° с. ш., 106° в. д.),

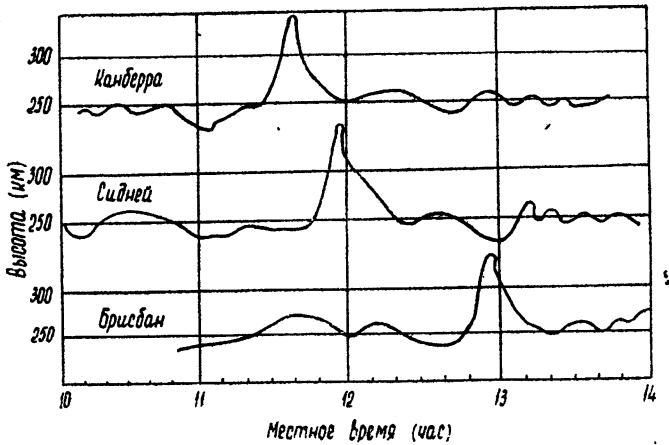


Рис. 2. Изменения во времени высот отражения $h'(t)$ сигналов ($f=5,8$ Мгц) при прохождении ПВ для трех разнесенных пунктов.

приведен на рис. 3 [18]. При подобных измерениях может использоваться как нормальное, так и наклонное падение на ионосферу. Частоты f могут быть как меньше, так и больше критических f_0F . Если передатчики обладают высокой стабильностью по частоте ($\Delta f/f \approx 10^{-10}$ в течение суток), то для определения скоростей движения неоднородностей пригоден доплеровский метод [18, 19]. Дополнительные сведения о ПВ при наблюдениях на фиксированных частотах можно получить с помощью корреляционного анализа сигналов при разнесенном приеме. В этом случае оказывается возможным оценить вертикальные размеры и степень анизотропии неоднородностей [20-23].

Важными дополнениями к перечисленным методам являются радиоастрономические наблюдения за ПВ [24-27]. По изменению угла прихода радиоволн от дискретных источников, интенсивно-

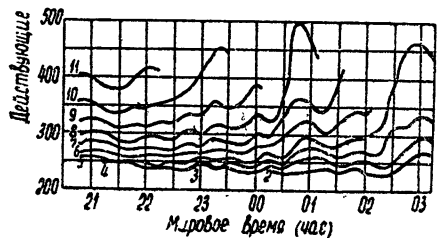
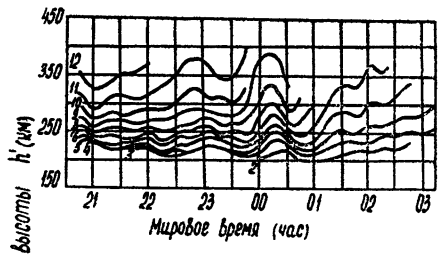


Рис. 3. Характерная картина изменений действующих высот $h'(t)$ отражения сигналов на фиксированных частотах при прохождении в ионосфере ПВ. Цифры у кривых означают частоту зондирования в Мгц. Верхняя запись получена в Боулдере (40° с. ш., 105° з. д.), нижняя в Уайт Сэндсе (32° с. ш., 105° з. д.).

сти принимаемого излучения и по движению дифракционной картины на поверхности Земли можно оценить горизонтальные размеры, относ-

тельную величину неоднородностей $\Delta N/N$ и скорость перемещения. Правда, при этом необходимо делать предположения о расположении слоя с неоднородностями [28]. Аналогичные наблюдения описаны в [29].

Заметим, что ПВ были обнаружены при проведении зондирования ионосферы сверху. Такое зондирование осуществлялось при помощи малогабаритной ионосферной станции, установленной на ИСЗ Алуэтт [30]. Согласно [30] на ионограммах, снятых выше максимума F -области, наблюдались характерные косые следы. В то же время на высотнo-частотных характеристиках наземных станций были обнаружены особенности, типичные для поведения ПВ.

Разумеется, весьма полезны и более эффектные комплексные исследования с одновременным использованием различных средств и методов наблюдения ПВ. С такого рода исследованиями приходится нередко сталкиваться в последнее время [18, 31].

В результате применения разнообразной методики и проведения систематических наблюдений к настоящему времени накоплен большой экспериментальный материал о ПВ.

Ряд основных характеристик ПВ сейчас можно считать надежно установленными.

Величина относительных отклонений электронной концентрации $\Delta N/N$ при наличии ПВ принимает значение от десятых долей % до нескольких % для слабых возмущений и доходит до 10 — 20 % для сильных ПВ [18]. В исключительных случаях возможны отклонения $\Delta N/N \sim 85\%$. На рис. 4 показаны отклонения $\Delta N/N$ в % в зависимости от высоты и времени [32]. В левой части рис. 4 приведен профиль для

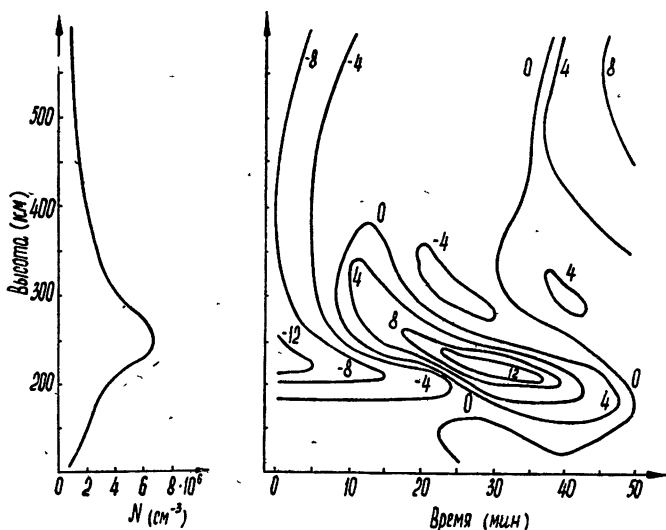


Рис. 4. Линии равных значений относительного отклонения электронной концентрации $\Delta N/N$ (справа) в зависимости от высоты и времени при наличии ПВ.

Построены по данным обратного рассеяния в Пуэрто-Рико на частоте $f = 430$ МГц. Цифрами у кривых обозначена величина $\Delta N/N$ в процентах. Слева приведен регулярный профиль электронной концентрации в ионосфере.

регулярной ионосферы. На этом рисунке линии одинаковых значений N воспроизведены по данным обратного рассеяния высокочастотных радиосигналов ($f = 430$ МГц) на движущихся неоднородностях.

Истинное распределение $N(h)$ в ионосфере можно рассчитать по ионограммам. Проводя обработку последних в течение всего времени

прохождения ПВ, можно проследить за искажениями уровней с постоянными N во всей толще ионосферы. На рис. 5 представлен один из результатов такой обработки [33]. Вместо времени t по оси абсцисс отложено расстояние D в км. ($D = v_r t$, где v_r — горизонтальная скорость распространения возмущений.)

Квазипериоды T для ПВ заключены в пределах от 10 мин до нескольких часов. Наиболее часто встречаются значения $T \approx 20 \div 30$ мин [34]. Длительность τ ПВ при небольших T составляет несколько периодов; при T порядка часа и более $\tau \approx T$ [18, 29].

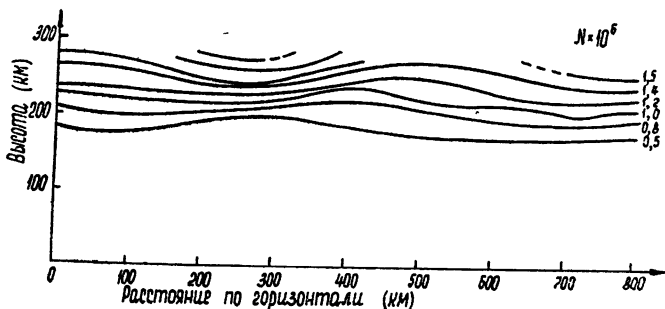


Рис 5. Искажение уровней равной ионизации в ионосфере, вызванное ПВ.

Линии одинаковых значений электронной концентрации N (эл.см⁻³) построены по серии истинных распределений $N(h)$, полученных обработкой ионограмм на разных стадиях эволюции ПВ.

Масштабы λ_r , определяющие периодичность ПВ в горизонтальных направлениях, меняются в пределах от нескольких сотен километров до 1000 км и более. Сложнее выделить основной параметр, характеризующий вертикальную структуру ПВ. Так, например, можно в качестве соответствующего масштаба λ_v принять $\lambda_v = v_v T$, где v_v — вертикальная компонента скорости ПВ. Из ионограмм следует, что кажущаяся скорость \tilde{v}_v порядка 40 — 100 м·сек⁻¹ [14, 35—37]. Иногда приводятся и несколько большие значения, а в отдельных случаях фиксируются даже скорости $\tilde{v}_v = 300$ м·сек⁻¹ [5]. Если учесть, что на ионограммах действующие высоты всегда больше истинных, то истинная вертикальная компонента скорости перемещения будет меньше \tilde{v}_v (ориентировочно в 1,5—2 раза). Предполагая, что перемещения как по вертикали, так и по горизонтали являются результатом одного и того же процесса, мы можем принять $T \approx 20 - 30$ мин. Оценивая λ_v при $v_v \approx 20 \div 50$ м·сек⁻¹, мы грубо получаем, что $\lambda_v \approx 50 \div 100$ км. Таким образом, как правило, вертикальные размеры ПВ должны быть меньше горизонтальных λ_r , так что

$$\lambda_v \ll \lambda_r. \quad (1.1)$$

Необходимо иметь в виду, что неравенство (1.1) может выполняться с не очень большим запасом. В отдельных случаях, вероятно, $\lambda_v \leq \lambda_r$.

Ранее указывалось, что иногда для характеристики перемещений по вертикали используют величину Δh , определяющую амплитуду деформации плоскости с постоянным N , которая ответственна за отражение радиоволн данной частоты f [38]. При таком определении масштаба получаются значения $\Delta h \leq 5 \div 15$ км, что меньше приведенных выше оценочных величин для λ_v .

В работах [23, 39] содержатся сведения о форме крупномасштабных ионосферных неоднородностей, связанных с ПВ. Наиболее важным и

обоснованным здесь представляется вывод о наличии ориентации неоднородностей в направлении геомагнитного поля H_0 . Указания на анизотропный характер распределения N имеются и в ряде других работ [29, 30, 32].

Скорости распространения ПВ в горизонтальном направлении v_r имеют значительный разброс по величине. Они меняются от $50 \text{ м} \cdot \text{сек}^{-1}$ до $300 - 400 \text{ м} \cdot \text{сек}^{-1}$ [40-43]. Наиболее часто регистрируются ПВ со скоростями $v_r \approx 150 \text{ м} \cdot \text{сек}^{-1}$. Преимущественное направление v_r — в область ионосферы, освещенную Солнцем: с севера на юг в северном полушарии и в противоположную сторону — в южном [8]. В некоторых случаях обнаруживается и восточно-западная компонента, меняющая свое направление на противоположное в течение суток [42-46]. О вертикальной скорости v_v речь уже шла выше. В большинстве случаев v_v направлена вниз.

ПВ наиболее часто встречаются в зимние месяцы в светлое время дня [8, 47]. Частота появления ПВ заметно уменьшается при переходе от дня к ночи (от зимы к лету) [48-50].

Из наблюдений ПВ на сильно удаленных станциях следует, что одни и те же возмущения без существенного уменьшения амплитуды нередко перемещаются на расстояния в несколько тысяч километров [51]. Такого же порядка может быть ширина фронта.

При обсуждении вида ионограмм, связанных с ПВ, уже указывалось, что проникновение возмущений из F -области в E -область сопровождается возникновением спорадического слоя E_s . При наличии такого слоя под действием ПВ может увеличиться степень ионизации в нем, что приводит к увеличению отражательной способности E_s в радиодиапазоне. В то же время однозначной связи между появлением ПВ и E_s не обнаружено [9].

ПВ не регистрируются на высоких широтах [52], что может быть обусловлено сильной диффузностью полярной ионосферы. Эта диффузность может затруднить распознавание ПВ. Есть указания, что ПВ не обнаруживаются и в узкой приэкваториальной зоне (в районе, занятом токовой струей). Это утверждение нуждается в дальнейшей проверке, поскольку регистрация ПВ вблизи экватора не является весьма редким событием [33].

Анализ данных систематических наблюдений за ПВ показывает, что связь этих возмущений с проявлениями магнитной активности практически отсутствует. В [50] имеется указание, что появляемость ПВ увеличивается с ростом солнечной активности. Указывается на связь некоторых ПВ с началом фотоионизации в F -области ионосферы под влиянием солнечного излучения [13].

В заключение этого раздела укажем на полезность сопоставления процессов, сопровождающих ПВ, с рядом явлений, возникающих при создании искусственных ионосферных неоднородностей. Такие неоднородности образуются при выбросах в ионосферу химических веществ при взрывах и т. п. [53-55]. В результате возникают ионизированные облака с заранее контролируемыми свойствами. Полученные при наличии таких образований ионограммы имеют много сходного с характеристиками, снятыми при наличии ПВ.

2. О ПРИРОДЕ ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССОВ, СВЯЗАННЫХ С ПЕРЕМЕЩАЮЩИМИСЯ ВОЗМУЩЕНИЯМИ

Обнаружение ПВ поставило перед теорией задачу объяснить возможность появления в ионосфере крупномасштабных неоднородностей электронной концентрации N волнового характера. В слабо ионизированном газе типа ионосферы, когда $N_m \gg N$ (N_m — концентрация моле-

кул), можно выделить, хотя иногда и несколько условно, два вида возмущений. Первый из них связан с движением плазмы и зависит прежде всего от ее параметров. При этом нейтральная компонента возмущается слабо. Основная роль этой компоненты заключается в демпфировании плазменных колебаний. Второй вид возмущений связан в первую очередь с нейтральной компонентой, а плазменная часть газа в грубом приближении не оказывает влияния на движение всей среды в целом.

Начнем с рассмотрения возмущений плазменного типа. Имея в виду сопоставление с ЦВ, мы должны принять во внимание, что нас интересуют лишь низкочастотные волны (с частотой $\omega = 2\pi f \leq 10^{-3} \text{ сек}^{-1}$) в плазме, находящейся во внешнем геомагнитном поле H_0 . Представляют интерес лишь случаи, когда эти волны будут дозвуковыми и слабозатухающими.

При указанных выше значениях частот ω в условиях ионосферы всегда хорошо выполняются неравенства

$$\omega \ll \Omega_H, \quad \omega \ll \omega_{0i}, \quad (2.1)$$

где $\Omega_H = eH_0/Mc$ — гирочастота и $\omega_{0i} = (4\pi e^2 N/M)^{1/2}$ — ленгмюровская частота ионов (M — масса ионов, которые предполагаются одного сорта и однократно ионизированными, e — абсолютное значение заряда электрона и c — скорость света в вакууме). Условия (2.1) сильно сужают выбор возможных волн. Так сразу же отпадают как электромагнитные, так и плазменные волны, для которых можно не учитывать движение ионов.

В интервал частот (2.1) попадают магнитогидродинамические волны. В связи с этим существенно, что при $\omega \simeq 10^{-3} \text{ сек}^{-1}$ в условиях F -области ионосферы выполнено неравенство

$$\omega^2 \gg \nu_{im}^2 \frac{N^2}{N_m}, \quad (2.2)$$

где ν_{im} — эффективное число столкновений ионов с молекулами, N_m — концентрация молекул. При условии (2.2) для комплексного показателя преломления \tilde{n}^2 при распространении вдоль внешнего магнитного поля H_0 имеет место соотношение [57]

$$\tilde{n}^2 = \frac{4\pi c^2 MN}{H_0^2} - i \frac{4\pi c^2 MN}{H_0^2} \frac{\nu_{im}}{\omega}. \quad (2.3)$$

Здесь мы имеем дело с плазменным типом возмущений (в (2.3) входит плотность ионной компоненты $\rho_i = NM$). В ионосфере, где $\nu_{im} \gg \omega^*$, из (2.3) следует вывод о сильном затухании волн. Практически те же результаты получаются при произвольной ориентации волнового вектора k по отношению к H_0 . Из дисперсионного уравнения для волн в магнитоактивной плазме и выражений для компонент тензора диэлектрической проницаемости ([57], стр. 121) легко показать, что формула (2.3) для одного из типов магнитогидродинамических волн верна при любых направлениях волнового вектора k . Для другой волны (альфвеновского типа) при тех же ограничениях нужно просто заменить в (2.3) H_0 на $H_0 \cos \alpha$, где α — угол между векторами k и H_0 . Правда, эта замена незаконна при $\alpha \simeq \pi/2$, когда возникают некоторые особенности [58]. Для нас, однако, последние не представляют интереса.

* В F -области частота столкновений ν_{im} меняется в зависимости от высоты грубо от $\nu_{im} \sim 50 \text{ сек}^{-1}$ до 1 сек^{-1} . Напомним, что $\omega \leq 10^{-3} \text{ сек}^{-1}$.

В результате мы приходим к выводу о невозможности связывать ПВ с распространением магнитогидродинамических волн в ионосфере.

Можно указать еще на один тип волн, которые могут существовать в F -области ионосферы. При наличии дрейфа, возникающего под действием электрических полей и магнитного поля H_0 , перемещение неоднородностей можно связать с волнами, для которых [59]

$$\omega \simeq (ku_{i0}),$$

где u_{i0} — упорядоченная скорость перемещения ионов. Фазовые скорости таких волн могут быть порядка скорости распространения ПВ. Однако следует иметь в виду, что в ионосфере эти волны сильно затухают, если направление распространения заметно отклоняется от поперечного по отношению к магнитному полю H_0 . Поэтому основную роль должны играть возмущения с $\alpha \simeq \pi/2$. Но из раздела I ясно, что никаких подтверждений такой закономерности у ПВ не наблюдается. Этот аргумент и ряд других соображений приводят к заключению о нереальности дрейфового механизма распространения ПВ.

Следует заметить, что для интерпретации ПВ в работах [60, 61] привлекался еще один вид волн в плазме. Если альфвеновская скорость $v_A = H_0/\sqrt{4\pi NI}$ настолько велика, что $v_A \gg C_{oi}$, где C_{oi} — скорость ионного звука, то в пренебрежении столкновениями можно получить, что $\omega/k = C_{oi} \cos \alpha$ [61]. Для достаточно малых значений $\cos \alpha$ фазовая скорость этих волн может быть заметно меньше C_{oi} и соответствовать скоростям распространения ПВ. Однако в то же время хорошо известно, что эти волны в изотермической плазме очень сильно затухают из-за черенковского механизма поглощения [62]. Здесь мы отвлекаемся от влияния столкновений, которые могут привести к еще большему ослаблению.

Из предшествующего анализа следует бесперспективность использования при интерпретации ПВ возмущений плазменного типа. Более успешным оказывается другой путь, состоящий в отыскании волновых процессов в нейтральной части газа. Далее можно рассмотреть и возмущения ионосферной плазмы, вызванные взаимодействием заряженных частиц с нейтральными.

Один из самых убедительных механизмов такого рода основывается на тесной связи между появлением ПВ и возбуждением в ионосфере внутренних гравитационных волн [7]. Исследованию свойств этих волн посвящено немало работ [7, 63–66]. Рассмотрим основные характеристики внутренних волн, учитывая, что их распространение происходит в проводящей среде в присутствии геомагнитного поля H_0 . Исходим из линеаризованных уравнений магнитной гидродинамики для слабо ионизированного газа* [57, 67]

$$\rho_0 \left[\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u}_0 \nabla) \mathbf{u} + (\mathbf{u} \nabla) \mathbf{u}_0 \right] = -\nabla p + \rho \mathbf{g} + \eta \Delta \mathbf{u} +$$

$$+ (\eta/3 + \zeta) \text{grad div } \mathbf{u} + \frac{1}{c} [\mathbf{j} H_0]; \quad (2.4)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div} (\rho_0 \mathbf{u} + \rho \mathbf{u}_0) = 0; \quad (2.5)$$

* Предполагается, что $N_m \gg N$. Тогда можно в первом приближении не делать различия между значениями ρ, ρ' и других параметров для нейтральной компоненты или для всей среды в целом,

$$T\rho_0 \left[\frac{\partial S}{\partial t} + (\mathbf{u}_0 \nabla) S \right] = \text{div} (\delta \nabla T). \quad (2.6)$$

В (2.4)—(2.6) и далее невозмущенные значения ряда величин снабжены значком «0», а их возмущенные значения не содержат никаких индексов. В этих уравнениях ρ — плотность газа, p — давление, S — энтропия, T — температура, \mathbf{u} — скорость, η и ζ — 1-й и 2-ой коэффициенты вязкости, δ — коэффициент теплопроводности. Скорость $\mathbf{u}_0 \neq 0$ при наличии ветра в ионосфере. Система уравнений (2.4)—(2.6) должна быть дополнена соотношением для плотности тока \mathbf{j} , представляющим обобщение закона Ома на случай анизотропных сред:

$$\frac{m\omega_H}{e^2 N} \frac{[\mathbf{j}H_0]}{H_0} + \mathbf{j}/\sigma - \frac{1}{\sigma_{\perp}} \frac{(\mathbf{j}H_0)H_0}{H_0^2} = E + \frac{1}{c} [\mathbf{u}H_0], \quad (2.7)$$

где E — напряженность электрического поля, m — масса электрона, $\omega_H = eH_0/mc$ — электронная гирочастота, $\frac{1}{\sigma} = \frac{1}{\sigma_{\parallel}} + \frac{1}{\sigma_{\perp}}$, σ_{\parallel} и σ_{\perp} — продольная и поперечная (по отношению к H_0) проводимости.

При исследовании распространения внутренних волн в ионосфере нужно иметь в виду, что они должны быть слабо затухающими. Тогда можно в первом приближении пренебречь влиянием диссипативных процессов. В том же приближении можно, как правило, не учитывать наличие ветра, полагая $\mathbf{u}_0 = 0$, и действие геомагнитного поля H_0 . В отсутствие теплопроводности уравнение (2.6) совпадает с условием адиабатичности. При $\delta = 0$ и $\mathbf{u}_0 = 0$ часто вместо (2.6) пишут эквивалентное уравнение $\frac{\partial p}{\partial t} + (\mathbf{u} \nabla) p_0 = C_0^2 \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} + (\mathbf{u} \nabla) \rho_0 \right]$, где C_0 — адиабатическая скорость звука.

При упомянутых пренебрежениях для изотермической атмосферы, когда давление p_0 и плотность ρ_0 меняются по барометрическому закону $p_0, \rho_0 \sim \exp(-z/H)$ ($H = \kappa T/Mg$ — высота однородной атмосферы, κ — постоянная Больцмана, M — масса молекулы), можно искать решение системы (2.4)—(2.6), полагая все переменные изменяющимися по закону $\exp(i\omega t - iK_x x - iK_z z)$. Тогда получим следующее дисперсионное уравнение [68]

$$\omega^4 - C_0^2 \omega^2 (K_x^2 + K_z^2) + i\gamma g K_z \omega^2 + K_x^2 g^2 (\gamma - 1) = 0. \quad (2.8)$$

Заметим, что скорость звука $C_0 = \sqrt{\gamma g H}$ (γ — отношение теплоемкостей при постоянном давлении и постоянном объеме). Считая ω и K_x действительными ($K_x = k_x$), легко установить, что K_z можно представить в виде

$$K_z = k_z + i/2H, \quad (2.9)$$

где k_z — действительная величина. При использовании комплексных K_z задача о распространении волн в неоднородной изотермической атмосфере формально сводится как бы к случаю однородной среды. Мнимая часть (2.9) соответствует увеличению амплитуды волны при уменьшении плотности ρ_0 . При этом плотность энергии $\rho_0 u^2$ с высотой z остается постоянной. Из (2.8), (2.9) получаем соотношение, в которое входят только действительные величины:

$$\omega^4 - \omega^2 C_0^2 (k_x^2 + k_z^2 + 1/4H^2) + (\gamma - 1) g^2 k_x^2 = 0. \quad (2.10)$$

Разрешая (2.10) относительно ω^2 , получаем:

$$\omega^2 = \frac{C_0^2}{2} \left\{ k_z^2 + k_x^2 + 1/4H^2 \pm [(k_z^2 + k_x^2 + 1/4H^2)^2 - 4(\gamma - 1)g^2k_x^2/C_0^4]^{1/2} \right\}. \quad (2.11)$$

По терминологии [69] в (2.11) знак плюс отвечает акустическим (звуковым) волнам, а минус — гравитационным. При $k_x = 0$ дисперсионное уравнение (2.11) описывает звуковые волны, распространяющиеся в неоднородной атмосфере ($\omega^2 = C_0^2k_z^2 [1 + 1/4k_z^2H^2]$) [70]. В другом предельном случае, когда волновой вектор \mathbf{k} направлен по горизонтали ($k_z = 0$), из (2.10) получаем

$$k_x^2 = \frac{\omega^2}{C_0^2} \frac{\omega^2 - \omega_a^2}{\omega^2 - \omega_g^2}, \quad (2.12)$$

где

$$\omega_a^2 = \gamma^2 g^2 / 4C_0^2, \quad \omega_g^2 = (\gamma - 1) g^2 / C_0^2.$$

Рис. 6 характеризует зависимость $\omega(k_x)$. Сплошными линиями изображены кривые $\omega(k_x)$ согласно (2.12) (при $k_z = 0$). Заштрихованные области на рис. 6 отвечают случаю $k_z^2 > 0$. В этом случае имеет место распространение по вертикали гравитационных волн (область I) или звуковых волн (область II). В незаштрихованной области $k_z^2 < 0$. Заметим, что в области II фазовые скорости больше звуковых, а в области I — дозвуковых. В применении к ПВ в связи с этим представляют интерес только гравитационные волны.

Заметим, что приведенные результаты могут быть легко обобщены на случай наличия не меняющегося во времени ветра со скоростью, не зависящей от координат. Нужно лишь заменить в (2.10) частоту ω на $\omega - \mathbf{k}\mathbf{u}_0$ (для горизонтального ветра на $\omega - k_x u_{0x}$). На рис. 6 пунктирной линией отмечены изменения границ областей с $k_z^2 > 0$ при $k_x u_{0x} > 0$.

Существенной особенностью гравитационных внутренних волн является наличие некоторой предельной частоты ω_g , такой, что $\omega < \omega_g$. Последнее видно из рис. 6. Частота $\omega_g = \sqrt{\gamma - 1}g/C_0$ уже фигурировала в формуле (2.12). Из условия

$\omega < \omega_g$ следует ограничение на период $T = 2\pi/\omega$ в форме $T > T_g$, где $T_g = 2\pi\sqrt{\gamma H/(\gamma - 1)g}$.

В F-области при $H \approx 30$ км, $g = 10^3$ см·сек⁻² и $\gamma = 1,4$ имеем оценку: $T_g = 10$ мин. Из данных раздела 1 следует, что периоды ПВ удовлетворяют требованию $T > T_g$.

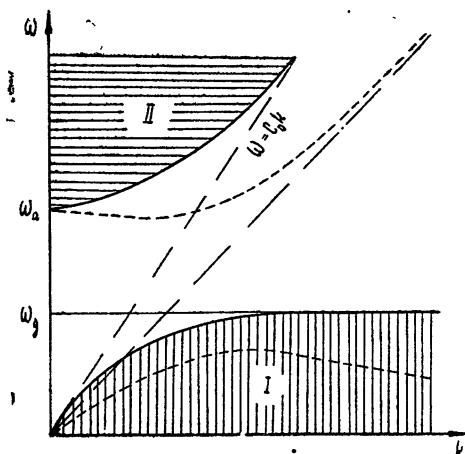


Рис. 6. Области возможного распространения внутренних гравитационных (I) и акустических (II) волн в изотермической атмосфере.

Пунктиром указано изменение границ ($k_z^2 = 0$) областей возможного распространения при наличии однородного горизонтального ветра ($k_x u_{0x} > 0$).

Из уравнений (2.10) или (2.11) можно определить фазовую скорость $v_\phi = \omega k/k^2$ и групповую скорость $v_{гр} = \partial\omega/\partial k$. Можно также указать на скорость $v'_{\phi г}$, характеризующую движение фазового фронта в горизонтальном направлении, которая равна по величине $v'_{\phi г} = \omega/k_x$ [7]. В общем случае формулы для v_ϕ и $v_{гр}$ довольно громоздки [69]. Мы их в полном виде здесь приводить не будем. Существенные упрощения имеют место при ограничениях

$$k_z^2 \gg k_x^2; \quad (2.13)$$

$$k_z H \gg 1. \quad (2.14)$$

Эти условия означают, что длина волны в вертикальном направлении λ_z значительно меньше по сравнению с масштабом λ_x (при $\lambda_x < 2\pi H$) или $2\pi H$ ($\lambda_x > 2\pi H$). При выполнении неравенств (2.13), (2.14) из (2.11) для гравитационных волн имеем

$$\omega = \omega_g k_x/k_z, \quad (2.15)$$

откуда

$$v_{гр x} = \omega_g/k_z, \quad v_{гр z} = -\omega_g k_x/k_z^2; \quad (2.16)$$

$$v_{\phi x} = \omega_g k_x^2/k_z^3, \quad v_{\phi z} = \omega_g k_x/k_z^2. \quad (2.17)$$

Из этих соотношений при учете (2.13) следует, что направление фазовой скорости близко к вертикальному, а групповая скорость почти горизонтальна.

Вычисление v_ϕ и $v_{гр}$ при наличии однородного ветра проведено в [71, 72]. Формулы для этих скоростей в общем случае довольно громоздки. В приближении (2.15) наличие скорости u_0 сказывается только на величине компоненты $v_{гр x}$, так что

$$v_{гр x} = \frac{\omega_g}{k_z} + u_0 \quad (k_x u_{0x} > 0). \quad (2.18)$$

Компоненты фазовой скорости $v_{\phi x}$ и $v_{\phi z}$ по отношению к случаю $u_0 = 0$ увеличиваются на фактор $(1 + k_x u_{0x}/\omega_g)$.

Поляризация внутренних волн в случаях, когда справедливо уравнение (2.10), определяется из соотношения.

$$u_x/u_z = \frac{C_0^2 k_x K_z - i k_x' g}{\omega^2 - C_0^2 k_x^2}, \quad (2.19)$$

откуда для низкочастотных волн $\omega \ll \omega_g$, когда справедлива формула (2.15), имеем

$$\frac{u_x}{u_z} \simeq -\frac{K_z}{k_x} = -\frac{k_z + i/2H}{k_x} \simeq -k_z/k_x. \quad (2.20)$$

Согласно (2.19) волны в общем случае эллиптически поляризованы и имеют продольную по отношению к k компоненту скорости. В грубом приближении, когда согласно (2.20) $k_x u_x \simeq -k_z u_z$, поляризация становится линейной, а продольная компонента скорости u достаточно малой. Эллиптический характер поляризации и наличие выделенного направления (вдоль вектора g) позволяют провести аналогию между внутренними волнами и электромагнитными волнами в анизотропных средах [72].

Обсудим вопрос о влиянии диссипативных процессов, что позволит

установить степень применимости адиабатического приближения и оценить поглощение гравитационных волн.

Только что упомянутое предположение об адиабатичности встречается во многих работах. В то же время очевидно, что при наличии сильной теплопроводности процессы становятся изотермическими и при $\gamma = 1$ гравитационные волны вырождаются (становится возможным лишь распространение звука). В связи с этим представляет интерес критерий справедливости адиабатического подхода. Анализ этого вопроса при учете теплопроводности показал, что в дисперсионном уравнении (2.10) нужно сделать при $\delta \neq 0$ замену γ на $\gamma_{эфф}$ [73]:

$$\gamma_{эфф} = 1 + (\gamma - 1) \frac{\omega^2 \tau^2}{1 + \omega^2 \tau^2}, \quad (2.21)$$

где $\tau = \rho c_v / k^2 \delta$ (c_v — удельная теплоемкость при постоянном объеме). Из (2.21) получаем условие адиабатичности $\omega \tau \gg 1$, откуда следует неравенство

$$\frac{v_\phi}{\gamma k \nu} \gg 1, \quad (2.22)$$

где ν — кинематическая вязкость. При переходе от (2.21) к (2.22) учтено, что отношение $\nu \rho_0 c_v / \delta$ порядка единицы [69]. Оценим степень выполнимости (2.22) в условиях F -слоя. Сразу же нужно оговориться, что эти оценки имеют качественный характер, так как основаны на расчетах [73], не учитывающих изменений ν или $\delta / \rho_0 c_v$ с высотой [74]. При $\gamma = 1,4$, $H = 30$ км и $k_z H = 3$ для скорости v_ϕ в соответствии с (2.17) имеем $v_\phi \approx 10^3$ см·сек⁻¹. Имея в виду, что на высоте $h = 200$ км $\nu \approx 10^9$ см²·сек⁻¹, а при $h = 300$ км $\nu \approx 9 \cdot 10^9$ см·сек⁻¹, приходим к выводу, что в первом случае неравенство (2.22) выполняется ($\nu_{эфф} \approx 1,32$), а во втором случае условие (2.22) уже несправедливо.

Помимо влияния на адиабатичность, теплопроводность приводит к затуханию внутренних волн. К поглощению примерно того же порядка приводит вязкая диссипация. В [69] проведен детальный расчет такого затухания в случае, когда коэффициенты вязкости ν и температуропроводности $\chi = \delta / c_p \rho_0$ (c_p — теплоемкость при постоянном давлении) не меняются с высотой z .

Для декремента затухания гравитационных волн Γ получено соотношение [69]

$$\Gamma = \frac{H^{-1} g k_x^2 [(\gamma - 5/3) \nu + \nu_2] - C_0^2 K^4 [\nu/6 + \nu_2/2 - (2 - \gamma) \chi/2\gamma]}{2 [C_0^4 K^4 - 4(\gamma - 1) g^2 k^2]^{1/2}} + \frac{K^2}{4} \left(\frac{7}{3} \nu + \nu_2 + \chi \right), \quad (2.23)$$

где

$$K^2 = k_x^2 + k_z^2 + 1/4H^2, \quad k^2 = k_x^2 + k_z^2, \\ \nu = \eta / \rho_0, \quad \nu_2 = \zeta / \rho_0.$$

Пространственное ослабление определяется вдоль группового пути. При слабом затухании волн для энергетического коэффициента поглощения q справедлива формула

$$q = Q / v_{гп} E, \quad (2.24)$$

где Q — энергия, диссипируемая в 1 сек в единице объема, E — плотность энергии, связанная с волной. Выражение для q приведено в [69], где рассмотрены наиболее важные частные случаи. Численные оценки q показывают, что гравитационные волны с длиной волны $\lambda \gg 4\pi H$ затухают на высотах $h \simeq 100$ км незначительно ($q \simeq 5 \cdot 10^{-12}$ см⁻¹). Однако волны меньших масштабов поглощаются более эффективно. Расчеты [75] показывают, что диссипация внутренних волн может внести заметный вклад в тепловой баланс верхней атмосферы, особенно в периоды магнитных бурь.

Несомненный интерес представило бы обобщение проведенных расчетов Γ (2.23) или q (2.24) [69] на случай учета зависимостей ν и χ от высоты. Это позволило бы сделать более обоснованные оценки поглощения. Нужно также иметь в виду следующие два обстоятельства. Для безграничной изотермической атмосферы в отсутствие диссипации при уменьшении с высотой плотности $\rho_0(z)$ возрастает амплитуда A внутренних волн (по закону $A \sim \rho_0^{-1/2}$). В связи с этим линеаризация уравнений гидродинамики может в принципе оказаться незаконной. При постоянных ν и χ скомпенсировать рост A вряд ли возможно. Однако при нарастании ν и χ с высотой (например, по закону $\exp(z/H)$) такая компенсация вполне вероятна. Далее корректный учет вязкости и теплопроводности очень важен в связи с сильным возрастанием выше максимума F -области длины свободного пробега $l_{св}$, которая становится соизмеримой с длиной волны λ . В настоящее время детальные расчеты поглощения при $\nu = \nu(z)$ и $\chi = \chi(z)$ отсутствуют. Задача здесь усложняется в связи с невозможностью отыскания решений системы (2.4) — (2.6) в виде плоских неоднородных волн. Некоторые результаты, полученные численно, содержатся в [76].

Для крупномасштабных возмущений может быть существенным магнитогидродинамическое поглощение, связанное с омическими потерями. Для внутренних волн в ионосфере такое поглощение рассматривалось в [77, 78], где исходной была система (2.4) — (2.7) при $\eta = \zeta = \delta = 0$. При характерных для F -области ограничениях выражение для поперечного тока, определяемое (2.7), принимает вид $J_{\perp} = \sigma_{\perp} |uH_0|/c$ [77]. Исходная система может быть сведена к уравнению

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = C_0^2 \text{grad div } u - g \nabla u_z + (1 - \gamma) g z_0 \text{div } u + \frac{\sigma_{\perp}}{\rho_0 c^2} \frac{\partial}{\partial t} [|uH_0| H_0], \quad (2.25)$$

где z_0 — единичный вектор в направлении оси z . Существенно, что слагаемое с σ_{\perp} в (2.25) можно приближенно (на расстояниях порядка масштаба H) считать не меняющимся с высотой. Такие изменения имели бы место при наличии зависимости σ_{\perp}/ρ_0 от концентрации молекул N_m . Имея в виду, что $\sigma_{\perp} = e^2 N \nu_{im} / M \Omega_H^2 \sim N_m (\nu_{im} \sim N_m)$ и $\rho_0 = N_m M_m$ (M_m — масса молекулы), мы, однако, приходим к выводу, что в отношении σ_{\perp}/ρ_0 концентрация N_m не входит. Изменения σ_{\perp} , связанные с электронной концентрацией N , малосущественны, так как происходят на расстояниях, заметно превышающих H .

Используя (2.25) и соотношение для компонент групповой скорости (2.16), можно вычислить коэффициент поглощения q . При этом воспользуемся соотношениями $Q \simeq \sigma_{\perp} |uH_0|/c^2$ и $E = \rho_0 u^2$. В результате из (2.24) получаем [78].

$$q = \frac{NM_{\nu im}}{N_m M_m} k_x \left[1 + \frac{k_x^2}{k_z^2} - \left(\cos \alpha - \frac{k_x}{k_z} \cos \beta \right)^2 \right], \quad (2.26)$$

где α и β — углы между вектором H_0 и осями x и z^* .

Оценки величины q при использовании параметров, характерных для распространения ПВ в средних широтах, приводят к значениям $q \simeq 5 \cdot 10^{-9} \text{ см}^{-1}$. Это соответствует расстояниям $D = 1/q$, проходимым ПВ без существенного затухания, $D = 2000 \text{ км}$. В работе [77] на основе (2.26) проведен анализ зависимости поглощения от времени суток и направления распространения. Укажем здесь только, что поглощение минимально при прохождении возмущений в с. ю. направлении.

Ограничения на дальность распространения можно также получить, исходя из находящегося в соответствии с данными наблюдений (раздел 1) требования, чтобы пакеты внутренних волн не очень сильно изменяли свою форму. Последнее будет иметь место, если характерное время расплывания квазимонохроматического сигнала τ много меньше их длительности T_1 . В случае однородной** анизотропной диспергирующей среды согласно [57]

$$\tau = \sqrt{\pi \left(\frac{\partial^2 k}{\partial \omega^2} r \right)_{\omega=\omega_0}}, \quad (2.27)$$

где ω_0 — несущая частота сигнала, для которого предполагается, что $\Delta\omega \ll \omega_0$. Определим расстояние D , на котором возникают заметные искажения, полагая $\tau = T_1$. После вычисления τ (2.27) получаем [79].

$$D \simeq \left(\frac{T_1}{T_0} \right)^2 \lambda_x, \quad (2.28)$$

где $T_0 = 2\pi/\omega_0$. При $T_1/T_0 = 2 \div 3$ и $\lambda_x = 150 \text{ км}$ находим, что $D \simeq 600 \div 1500 \text{ км}$. Здесь мы получаем дальности D того же порядка, что и выше (из требования малости магнитогидродинамического поглощения).

Остановимся на некоторых особенностях распространения гравитационных волн в неизотермической атмосфере, когда $T = T(z)$ [80]. Даже в отсутствие диссипации система (2.4) — (2.6) не имеет решений в виде плоских волн. Отыскивая эти решения в виде $F(\omega, k_x, z) \exp[i(\omega t - k_x x)]$, можно свести (2.4) — (2.6) к двум дифференциальным уравнениям 1-го порядка для переменных $\text{div } u$ и u_z [80]. После приведения этих уравнений к безразмерному виду получаем

$$\frac{dY}{ds} = (\gamma/\alpha_1 - 1/\beta_1) Y - (\beta_1 - 1/\beta_1) X/\alpha_1; \quad (2.29)$$

$$\frac{dX}{ds} = (1 - \alpha_1/\beta_1) Y + X/\beta_1, \quad (2.30)$$

где

$$Y = \text{div } u/\Omega, \quad X = k_x u_z/\Omega, \quad s = k_x z, \\ \alpha_1 = \gamma H k_x, \quad \beta_1 = \Omega^2/gk_x, \quad \Omega = \omega - k_x u_{0x}(z).$$

* Аналогичное соотношение, отличающееся лишь фактором 2, получено в [77] другим способом. Расчет на основе формулы (2.24) более корректен.

** Ранее уже отмечалось, что задача о внутренних волнах в изотермической атмосфере может быть фактически сведена к случаю распространения в однородной среде.

При не зависящих от высоты T и u_{0x} , полагая $Y, X \simeq \exp(Qs)$, получаем дисперсионное уравнение

$$\alpha_1 Q^2 = \beta_1 + (\gamma - 1)/\beta_1 - \alpha_1 - \gamma^2/4\alpha_1, \quad (2.31)$$

которое сводится к (2.8) (в последнем нужно лишь заменить ω на $Q = \omega - k_x u_{0x}$). Если изменения T и u_{0x} по z медленные (α_1 и β_1 слабо зависят от s), применимо приближение геометрической оптики. Это приближение нарушается, если $Q = 0$. Тогда из (2.31) имеем равенство

$$\beta_1 + (\gamma - 1)/\beta_1 = \alpha_1 + \gamma^2/4\alpha_1, \quad (2.32)$$

Соотношение (2.32) иллюстрируется на рис. 7. Заштрихованные области I и II относятся к распространению по вертикали волн акустического и гравитационного типов соответственно. В незаштрихованной области вертикальное распространение невозможно. Из рис. 7 нетрудно усмотреть, что даже в случае увеличения температуры с высотой по линейному закону возможно волноводное распространение внутренних волн.

В цитированной выше работе [80] получены решения, описывающие распространение внутренних волн в ВКБ приближении. Расчет проведен для линейного и экспоненциального профилей температуры. Скорость ветра u_0 считалась горизонтальной и не зависящей от z . Показана возможность (для обоих распределений $T(z)$) волноводного распространения волн гравитационного типа. При этом $v_{грx} \leq \omega/k_x$ [80].

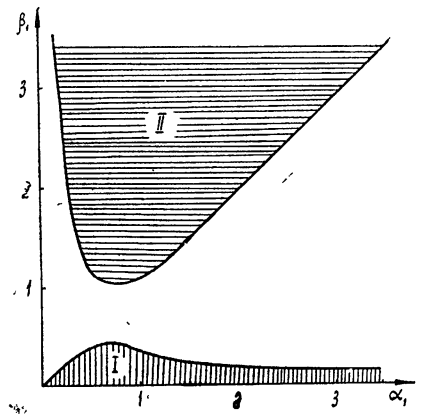


Рис. 7. Области возможного распространения внутренних гравитационных (I) и акустических (II) волн в неизотермической атмосфере при наличии горизонтального ветра, меняющегося с высотой.

При наличии горизонтальных градиентов плотности ρ_0 и давления p_0 возникает необходимость обобщения теории распространения внутренних волн на случай двумернонеоднородных сред. Пусть ρ_0 и p_0 могут быть представлены в виде

$$p_0, \rho_0 \sim \exp(-z/H) f(x), \quad (2.33)$$

где высота однородной атмосферы H считается постоянной величиной. Отыскивая решение уравнений (2.4)–(2.6) в отсутствие диссипации в виде $\Phi(x) \exp(i\omega t - iK_z z)$, приходим к дифференциальному уравнению

$$\frac{d^2\Phi}{dx^2} + \frac{1}{f} \frac{df}{dx} (1 + b/a) \frac{d\Phi}{dx} + \left[\frac{\omega^2}{a} \frac{\rho_0}{p_0} + \frac{b}{a} \frac{1}{f} \frac{d^2f}{dx^2} \right] \Phi = 0, \quad (2.34)$$

где

$$a = \frac{\gamma\omega^2 - g(\gamma - 1)/H}{\omega^2 - (\gamma g/4H)(1 + 4k_z^2 H^2)}, \quad b = \frac{\omega^2 + g(\gamma - 1)(ik_z - 1/2H)}{\omega^2 - (\gamma g/4H)(1 + 4k_z^2 H^2)}$$

Напомним, что $K_z = k_z + i/2H$, где k_z — действительная величина. После замены переменных $\Phi = \psi f^{-(a+b)/2a}$ получаем уравнение

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \psi \left\{ \frac{\omega^2}{a} \frac{\rho_0}{\rho_0} + \frac{b}{a} \frac{1}{f} \frac{d^2f}{dx^2} - \right. \quad (2.35)$$

$$\left. - \frac{1}{2} \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{f} \frac{df}{dx} \right) (1 + b/a) - \frac{1}{4} \left(\frac{1}{f} \frac{df}{dx} \right)^2 (1 + b/a)^2 \right\} = 0.$$

Можно записать решение (2.35) в ВКБ приближении и исследовать возможность волноводного распространения при конкретных видах $f(x)$. Этот анализ в достаточно полной форме еще не производился. Его значение могло бы возрасти, если бы удалось показать, что существуют ВПВ, не сопровождающиеся значительными горизонтальными перемещениями. Пока для такого заключения нет веских экспериментальных и теоретических оснований.

3. О НЕОДНОРОДНОСТЯХ ЭЛЕКТРОННОЙ КОНЦЕНТРАЦИИ, ВОЗНИКАЮЩИХ ПРИ РАСПРОСТРАНЕНИИ ВНУТРЕННИХ ВОЛН. СРАВНЕНИЕ С ДАННЫМИ НАБЛЮДЕНИИ

В этом разделе мы остановимся на вопросе об определении параметров ионосферных неоднородностей электронной концентрации, обусловленных внутренними волнами. После этого можно в определенных рамках провести сравнение теоретических и экспериментальных данных.

При решении задачи о появлении неоднородностей необходимо учитывать столкновения электронов и ионов с нейтральными частицами. Кроме того, необходимо учитывать воздействие на заряженные частицы магнитного поля Земли H_0 , а также внутреннего электрического поля E , возникающего при разделении зарядов в плазме.

В качестве исходной можно использовать систему квазигидродинамических уравнений движения для электронов и ионов:

$$\rho_e \frac{du_e}{dt} + \rho_e (u_e \nabla) u_e + \rho_e v_{em} (u_e - u) = -\nabla p_e + \rho_e g - eN_e E - \quad (3.1)$$

$$- \frac{eN_e}{c} [u_e H_0];$$

$$\rho_i \frac{du_i}{dt} + \rho_i (u_i \nabla) u_i + \rho_i v_{im} (u_i - u) = -\nabla p_i + \rho_i g + eN_i E + \frac{eN_i}{c} [u_i H_0] \quad (3.2)$$

и уравнений непрерывности

$$\frac{\partial \rho_e}{\partial t} + \text{div}(\rho_e u_e) = 0, \quad \frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \text{div}(\rho_i u_i) = 0, \quad (3.3)$$

где u_e и u_i — упорядоченные скорости электронов и ионов, $\rho_e = mN_e$ и $\rho_i = MN_i$ — их плотности, а N_e и N_i — концентрации; v_{em} — эффективная частота столкновений электронов с молекулами, скорость которых обозначена u . Для парциальных давлений p_e и p_i имеем $p_e = N_e k T_e$ и $p_i = N_i k T_i$, где T_e и T_i — температуры электронов и ионов. В уравнениях (3.1), (3.2) пренебрежено соударениями между заряженными частицами и не учитывается вклад электронной и ионной вязкостей, малосущественных для крупномасштабных возмущений.

В интересующих нас условиях при анализе системы (3.1) — (3.3) возможны существенные упрощения. Так в (3.1), (3.2) можно опустить слагаемые $\rho_e du_e/dt$ и $\rho_i du_i/dt$, которые малы по сравнению с членами $\rho_e v_{em} u_e$ и $\rho_i v_{im} u_i$. Плазму будем считать изотермической ($T_e = T_i = T$) и квазинейтральной $N_e = N_i = N$. Отклонения от квазинейтральности

$(N_e - N_i)/N \sim (r_D/L)^2$ (r_D — дебаевский радиус, L — характерный масштаб) для интересующих нас возмущений должны быть очень малы. Принимая квазинейтральность, мы должны в то же время ввести электрическое поле $E = -\nabla\varphi$, препятствующее возникновению значительных пространственных зарядов.

С учетом указанных пренебрежений и характерного для F -слоя неравенства $\Omega_H \gg \nu_{im}$ из системы (3.1)–(3.3) для избыточной электронной концентрации N' при заданном движении нейтральных частиц получаем* [81]

$$\frac{\partial N'}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial z'} \left(D \frac{\partial N'}{\partial t} \right) + g_{z'} \frac{\partial}{\partial z'} \left(\frac{N'}{\nu_{im}} \right) = -N_0 \frac{\partial u_{z'}}{\partial z'}, \quad (3.4)$$

где $D = 2\kappa T/M\nu_{im}$ — коэффициент амбиполярной диффузии вдоль поля H_0 (ось z' ориентирована по этому полю).

Принимая экспоненциальную зависимость частот столкновений ν_{im} и ν_{em} от высоты z ($\nu_{im} = \nu_{i0} \exp(-z/H)$ и $\nu_{em} = \nu_{e0} \exp(-z/H)$) и считая, что скорость u обусловлена прохождением внутренней волны (см. соотношения (2.10), (2.19)), для N' получаем уравнение

$$\begin{aligned} \exp(-z/H) \frac{\partial N'}{\partial t} - D_0 \frac{\partial^2 N'}{\partial z'^2} - \left(\frac{D_0}{H} + g/\nu_{i0} \right) \frac{\partial N'}{\partial z'} - \\ - (g/\nu_{i0}) H N' = iN_0 (k_x \cos \alpha + K_z \cos \gamma) u_{z0} \times \\ \times [\cos \gamma - \cos \alpha (K_z/k_x)] \exp \{ i\omega t - ik_x x - iK_z z \}. \end{aligned} \quad (3.5)$$

При записи (3.5) следует иметь в виду, что в системе координат x, y, z магнитное поле H_0 имеет компоненты $H = H_0(\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma)$. Уровень $z = 0$, которому соответствуют величины ν_{i0}, ν_{e0} и $D_0 = 2\kappa T/M\nu_{i0}$, будем считать расположенным в F -области ионосферы, в которой имеет место распространение ПВ.

Полное исследование решений уравнения (3.5) довольно затруднительно. Мы рассмотрим упрощенный случай, когда направление поля H_0 близко к вертикальному. Здесь можно приближенно совместить оси z и z' , используя ту же систему координат, что и в разделе 2.

Представим $N'(z, t)$ в виде суммы $N' = N_1(z, t) + N_2(z, t)$. Слагаемое $N_2(z, t)$ будет соответствовать установившемуся распределению N' , возникающему в случае достаточно долго действующего «источника» — $N_0 \partial u_{z0} / \partial z$, причем $N_2(z, t)$ должно меняться по волновому закону с периодом T_0 и горизонтальным масштабом таким же, как и в самой внутренней волне. Слагаемое $N_1(z, t)$ описывает установление указанного стационарного режима после включения источника. Можно дать приближенную оценку амплитуды $N_2(z, t)$ [81]:

$$\frac{|N_2|}{N_0} \simeq \frac{|u_{z0}|}{D_0 k_z}. \quad (3.6)$$

Если принять $|N_2|/N_0 \simeq 0,1$, что согласуется с данными наблюдений ПВ, то при $D_0 \simeq 10^9 \text{ см}^2 \text{ сек}^{-1}$ и $k_z = 3 \cdot 10^{-6} \text{ см}^{-1}$ из (3.6) получаем $|u_{z0}| \simeq 8 \text{ м} \cdot \text{сек}^{-1}$. Это значение величины скорости u_{z0} представляется правдоподобным. Более детальное решение задачи требует знания значений неполной гамма-функции при комплексных аргументах [78] и ос-

* Условие $\Omega_H \gg \nu_{im}$ позволяет пренебречь влиянием поперечной диффузии, которая много меньше продольной. Помимо того, не учитываются относительно слабые изменения регулярных значений N с высотой z .

ложняется в связи с отсутствием таблиц этой функции в комплексной области.

Для анализа характера установления необходимо найти собственное решение уравнения (3.5) без правой части. Будем считать, что ПВ локализованы в слое толщиной L и на границах слоя при $z = 0$ и $z = L$ $N' = 0$. Тогда решение однородной части уравнения (3.5) может быть представлено в виде [78]

$$N_1 = \exp(-z/2H) \sum_{n=1}^{\infty} \exp\left(-\frac{\lambda_n^2 D_0 t}{H}\right) [A(\lambda_n) \sin(\lambda_n \eta) - \operatorname{tg}(2\lambda_n) \cos(\lambda_n \eta)], \quad (3.7)$$

где

$$\lambda_n = n\pi/2(1 - \delta), \quad \delta = \exp(-L/2H), \quad \eta = \exp(-z/2H).$$

Постоянные $A(\lambda_n)$ определяются из начальных условий $N_1(z, 0) + N_2(z, 0) = 0$. Существенно, что слагаемые в (3.7) убывают во времени по экспоненциальному закону, а с ростом номера n это убывание становится все более сильным. Максимальное время установления соответствует $n = 1$. В результате время установления вынужденного решения можно найти из соотношения [78]

$$\tau_1 = \frac{4H^2(1 - \delta)^2}{\pi^2 D_0}. \quad (3.8)$$

На высотах $z = 250$ км можно считать, что $D_0 \approx 7 \cdot 10^9$ см² сек⁻¹ и $H = 30$ км. При $\delta = 0,1$ или $\delta = 0,5$ для τ_1 соответственно получаем значения $\tau_1 = 7,5$ мин или $2,5$ мин. Для слоев большой толщины ($\delta \rightarrow 0$) $\tau_1 = 10$ мин. Итак, в ионосфере под воздействием внутренних волн могут возникать неоднородности N' , период которых T_0 превосходит время τ_1 . Тогда $T_0 \gg 10$ мин. Заметим, что периоды T_0 для ПВ, как указывалось в разделе 1, порядка $T_0 \approx 20 \div 30$ мин. Одновременно при $T_0 \approx 20 \div 30$ мин выполнено условие $T_0 > \tau_g$, обеспечивающее возможность распространения внутренних волн (в F -области $\tau_1 \approx \tau_g$). Эти оценки и другие приведенные ранее соображения несомненно говорят в пользу предположения о связи ПВ с внутренними гравитационными волнами.

Приведем еще несколько оценок, опираясь на только что упомянутую связь. Дальность D распространения ПВ определяется минимальным из двух расстояний L_1 и L_2 . Здесь L_1 — расстояние, на котором происходит значительное ослабление амплитуды волны из-за поглощения (например, магнитогидродинамического). Длина L_2 соответствует пути, на котором становится заметным распыление импульсов внутренних волн. Оценки L_1 и L_2 по формулам (2.26) и (2.28) приводят к дальностям в несколько тысяч километров. Этот вывод находится в согласии с экспериментом. Заметим, что анализ зависимости L_1 для магнитогидродинамического поглощения от направления распространения показывает, что при $k_z \gg k_x$ затухание минимально при распространении по меридиану [77]. На опыте направление с.—ю. также является преимущественным для ПВ. Однако возможно, что последний опытный факт связан не с поглощением, а с другими причинами (например, с условиями возбуждения волн).

Можно дать еще одну оценку для D , исходя из следующих соображений. Считая, что ПВ имеет импульсный характер, можем определить дальность D как

$$D = v_{\text{гг}} \tau_2, \quad (3.9)$$

где τ_2 — время прохождения импульсом всей толщи ионосферы:

$$\tau_2 = \Delta L / v_{гp z}. \quad (3.10)$$

Из (3.9), (3.10) следует, что $D = \Delta L v_{гp x} / v_{гp z}$. Так как $k_z \gg k_x$ и $v_{гp x} \gg v_{гp z}$, то $D \gg \Delta L$, что не противоречит предыдущим оценкам.

Благоприятным моментом при интерпретации ПВ внутренними волнами является и то обстоятельство, что групповая скорость последних (при $k_z \gg k_x$) почти горизонтальна (см. (2.16), (2.17)). Кроме того, при $k_z \gg k_x$ отношение $v_{гp} / v_{\phi} \sim k_z / k_x > 1$. Экспериментально измеряется; видимо, не $v_{\phi} = \omega k / k^2$, а $v'_{\phi x} = \omega / k_x$, которая порядка групповой ($v'_{\phi x} \sim v_{гp}$). Численные оценки по формулам (2.16), (2.17) показывают, что скорости внутренних волн $v_{гp} \leq 10^4$ см·сек⁻¹ при $\gamma = 1,4$, $g = 10^3$ см·сек⁻², $C_0 = 6 \cdot 10^4$ см·сек⁻¹. Напомним, что реальные скорости ПВ изменяются в пределах 30 м·сек⁻¹ $\leq v \leq 300$ м·сек⁻¹, причем имеются измерения, согласно которым $v_{гp} / v_{\phi} \simeq 2$ [51].

В связи с этим ПВ с большими скоростями Хайнс [7] предложил связывать с внутренними волнами, для которых $k_z \simeq k_x$. В этом случае дисперсионное соотношение отличается от (2.15) и имеет вид

$$\omega^2 = \omega_g^2 \frac{k_x^2}{k_x^2 + k_z^2}. \quad (3.11)$$

Этим соотношением описываются волны, у которых $v_{гp} < v_{\phi}$. Таким образом, рассмотренный механизм не согласуется с экспериментом в вопросе о соотношении групповой и фазовой скоростей.

В заключение этого раздела остановимся на связи ПВ с образованием спорадического слоя E_s . В настоящее время причиной возникновения E_s на умеренных широтах считаются так называемые ветровые сдвиги [82–84]. Эта точка зрения, выдвинутая впервые Уайтхедом [82], получила сейчас свое дальнейшее развитие и подтверждение [85–87].

Еще в 1960 г. отмечалось [7], что появление ветровых сдвигов может быть связано с ПВ. В разделе I было упомянуто о наличии корреляции между ПВ и E_s . Эту корреляцию можно довольно естественно объяснить, если учесть характер изменения скорости газа u во внутренних волнах. Это и сделано в работе [88], где образование E_s связывается с вихревым движением нейтральных частиц при прохождении внутренних гравитационных волн.

4. НЕКОТОРЫЕ ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ

Внутренние волны гравитационного типа позволяют объяснить основные особенности ПВ. Однако в последнее время в литературе обсуждаются два механизма, несколько отличающихся от рассмотренного ранее. Один из них предложен Викерсамом [88–91] и состоит в отождествлении ПВ с несколькими модами гравитационно-акустических волн в атмосферном волноводе. Впервые эти волны были предложены для объяснения колебаний давления на Земле, регистрируемых после ядерных взрывов и извержений вулканов [92–94].

Такое название было дано волнам давления, распространяющимся в атмосферном волноводе [95, 96]. Нижней границей его является поверхность Земли, а на некоторой высоте $z = L$ начинается изотермическое полупространство. По существу гравитационно-акустические волны имеют ту же природу, что и описанные в разделе 2 (см. также [97]). Отличие заключается в том, что область распространения ограничена по вертикали. Это приводит к дискретному спектру волн. Во-

вторых, задается модель атмосферы с параметрами, отражающими реальную зависимость от высоты температуры (с одним или двумя минимумами), массы молекул, ускорения силы тяжести и скорости звука. В результате численного решения определяются дисперсионные характеристики (зависимость групповой и фазовой скоростей от частоты) этих волн, а также распределение энергии по высоте. Викерсам отождествляет крупномасштабные неоднородности со скоростями перемещения от $350 \text{ м} \cdot \text{сек}^{-1}$ до $500 \text{ м} \cdot \text{сек}^{-1}$ и выше с несколькими модами гравитационно-акустических волн [89-91]. Основным критерием такого отождествления является возможность теоретического объяснения распределения по скоростям относительной частоты появления ПВ.

Серьезным недостатком в этом механизме является наличие верхнего предела для периода акустически-гравитационных волн, равного примерно, 15 минутам, что противоречит данным наблюдений за ПВ. Более развернутая критика этого механизма содержится в [98].

Отмеченная трудность преодолевается Фридманом путем модификации условий распространения гравитационно-акустических волн [99]. Вместо идеального волновода рассматривается волновод с уткой, в котором имеется поток энергии по вертикали. Следствием этого предположения является комплексность горизонтального волнового числа (даже без учета поглощения) $K_x = k_x + ik_x$. Отыскивается решение в области значений k'_x , ω , ω/k_x , отражающих свойства ПВ, т. е. $10^{-6} \text{ км}^{-1} < k'_x < 10^{-3} \text{ км}^{-1}$, $4 \cdot 10^{-4} \text{ сек}^{-1} < \omega < 7 \cdot 10^{-3} \text{ сек}^{-1}$, $60 \text{ м} \cdot \text{сек}^{-1} < \omega/k_x < 800 \text{ м} \cdot \text{сек}^{-1}$. После численного интегрирования определяются групповая $v_{\text{гр}} = d\omega/dk_x$ и фазовая $v'_\phi = \omega/k_x$ скорости, вертикальное волновое число, которое меняется с высотой, и другие характеристики нормальных волн. Существенным моментом является то обстоятельство, что, как и во всех ранее рассмотренных случаях, групповые скорости нормальных волн меньше, чем $v'_\phi = \omega/k_x$. В целом модель волноводного распространения ПВ не является окончательно разработанной.

Таким образом, из всего вышеизложенного следует вывод о том, что ПВ безусловно могут быть связаны с распространением в ионосфере внутренних гравитационных волн. В рамках этого механизма можно объяснить основные параметры ПВ. То несоответствие между теорией и экспериментом, которое имеется в вопросе о соотношении групповой и фазовой v'_ϕ скоростей, частично может быть отнесено на счет трудностей измерения $v_{\text{гр}}$ и v'_ϕ [8].

В то же время следует указать, что для более детального сопоставления теории с экспериментом необходимы дополнительные данные и решение ряда задач. В частности, важное значение для рассматриваемой проблемы имеют задачи о возбуждении внутренних гравитационных волн [100, 101] и их влиянии на распределение электронов в ионосфере. Известный интерес представляет исследование свойств гравитационных волн в двумерно-неоднородных средах, а также последовательный учет влияния вязкости и нелинейных эффектов в связи с тем, что в отдельных случаях наблюдаются ПВ с почти двукратным изменением электронной концентрации.

Что касается экспериментальных исследований, то весьма желательным является получение данных о форме крупномасштабных неоднородностей, особенно об их вертикальной структуре и пространственной локализации. Последнее обстоятельство важно при выборе модели для численного метода анализа внутренних волн. Не меньший интерес представляет непосредственное измерение концентрации электронов N и нейтральных частиц N_m (или давления p_m) в ПВ зондами на спутни-

ках и ракетах. Мало данных относительно ПВ на высоких широтах и в районе экваториальной токовой струи, а также относительно зависимости дальности распространения ПВ от времени суток и направления скорости.

ЛИТЕРАТУРА

1. G. H. Munro, *Nature*, **163**, 812 (1949).
2. J. A. Pierce, H. R. Minno, *Phys. Rev.*, **57**, 95 (1940).
3. W. J. G. Beynon, *Nature*, **172**, 887 (1948).
4. L. H. Heisler, *Austral. J. Phys.*, **11**, 79 (1958).
5. K. Rawer, *J. Atm. Terr. Phys.*, **15**, 38 (1959).
6. D. F. Martyn, *Proc. Roy. Soc.*, **A201**, 216 (1950).
7. C. O. Hines, *Canad. J. Phys.*, **33**, 1441 (1960).
8. L. H. Heisler, *J. Atm. Terr. Phys.*, **25**, 71 (1963).
9. L. H. Heisler, J. D. Whitehead, *J. Geophys. Res.*, **65**, 2767 (1960).
10. К. Н. Васильев, *Геомagnetизм и астрономия*, **6**, 773 (1966).
11. R. W. E. McNicol, H. C. Webster, G. G. Bowman, *Austral. J. Phys.*, **9**, 247 (1956).
12. Н. Н. Серебренникова, *Тр. СФТИ*, вып. 37, 388 (1959).
13. D. C. Baker, J. A. Gledhill, *J. Atm. Terr. Phys.*, **27**, 1223 (1965).
14. Д. Т. Самарджиев, Ю. В. Кушнеревский, *Сб. Исследования неоднородностей в ионосфере*, изд. АН СССР, М., 1960, № 4, стр. 38.
15. G. H. Munro, *Proc. Roy. Soc.*, **A202**, 208 (1950).
16. G. H. Munro, *Proc. Roy. Soc.*, **A-219**, 447 (1953).
17. В. Д. Гусев, Л. А. Драчев, *Радиотехника и электроника*, **1**, 747 (1956).
18. K. L. Chan, O. G. Villard, *J. Geophys. Res.*, **67**, 973 (1962).
19. J. B. Jones, I. C. Wand, *J. Atm. Terr. Phys.*, **27**, 1111 (1965).
20. В. Д. Гусев, *Вестник МГУ, сер. физ. мат.*, № 6, 87 (1959).
21. В. Д. Гусев, С. Ф. Миркотан, *сб. Исследования неоднородностей в ионосфере*, изд. АН СССР, М., № 4, 7 (1960).
22. В. Д. Гусев, Л. А. Драчев, С. Ф. Миркотан, Ю. В. Березин, М. П. Кияновский, М. Б. Виноградова, Т. А. Гайлит, *ДАН СССР* **123**, 817 (1958).
23. С. Ф. Миркотан, *сб. Исследования неоднородностей в ионосфере*, изд. АН СССР, М., № 4, 20 (1960).
24. Л. М. Ерухимов, *Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика*, **5**, № 5, 839 (1962).
25. R. S. Lawrence, J. L. Jespersen, *Space Res. II*, Holland publ. comp. Amsterdam, 1961, p. 277.
26. A. Hewish, *Proc. Roy. Soc.*, **A214**, 494 (1952).
27. A. Maxwell, C. G. Little, *Nature*, **169**, 746 (1952).
28. Ю. Л. Кокурин, А. Н. Сухановский, Ю. И. Алексеев, *Радиотехника и электроника*, **6**, 738 (1961).
29. J. E. Titheridge, *J. Geophys. Res.*, **68**, 3399 (1963).
30. F. Du Castel, J. M. Faynot, *Nature*, **204**, 984 (1964).
31. J. F. Valverde, *Stanford Radio Propag. Lab., Sci. rep. I*, 1958.
32. G. D. Thome, *J. Geophys. Res.*, **69**, 4047 (1964).
33. G. H. Munro, L. H. Heisler, *Austral. J. Phys.*, **9**, 343 (1956).
34. R. E. Price, *Physics of the Ionosphere*, Cambridge Phys. Soc. London, 1955.
35. Н. М. Боеикова, Ю. В. Кушнеревский, *Ионосферные исследования*, № 9, изд. АН СССР, М., 1961.
36. L. H. Heisler, *Austral. J. Phys.*, **13**, 655 (1960).
37. K. Bibl, K. Rawer, *J. Geophys. Res.*, **64**, 223z (1959).
38. W. Becker, R. Rüster, J. Klostermeyer, *J. NBS*, **69D**, 1083 (1965).
39. В. Д. Гусев, С. Ф. Миркотан, *сб. Дрейфы и неоднородности в ионосфере*, изд. АН СССР, М., 1959, № 1, 7.
40. G. H. Munro, *Austral. J. Phys.*, **11**, 91 (1958).
41. Е. К. Дубровская, *Тр. СФТИ*, вып. 37, 114 (1959).
42. Н. Я. Найденова, *сб. Исследования по geomagnetизму и астрономии*, изд. АН СССР, М., 1963.
43. A. Maxwell, M. Dagg, *Phil. Mag.*, **45**, 551 (1954).
44. J. D. Whitehead, *J. Atm. Terr. Phys.*, **9**, 269 (1956).
45. J. A. Ratcliffe, *Physics of the Ionosphere*, London, 1955.

46. L. H. Heisler, Austral. J. Phys., **13**, 188 (1960).
47. Н. П. Попов, Геомагнетизм и аэрономия, **3**, 576 (1963).
48. L. H. Heisler, Nature, **183**, 383 (1959).
49. M. D. Wright, J. Atm. Terr. Phys., **24**, 857 (1962).
50. Н. П. Попов, О. С. Площенко, Геомагнетизм и аэрономия, **5**, 770 (1965).
51. L. H. Heisler, J. D. Whitehead, Austral. J. Phys., **14**, 481 (1961).
52. F. du Castel, J. M. Faynot, G. Vasseur, C. R. Acad. Sci., **261**, 3443 (1965).
53. E. Spindler, Planet. Space Sci., **14**, 53 (1966).
54. M. A. Macleod, D. Golomb, Air Force Cambr. res. lab. Bedford, 1965.
55. The firefly III project. NBS Techn. News Bull., **49**, 130 (1965).
56. Engineer, **220**, 113 (1965).
57. В. Л. Гинзбург, Распространение электромагнитных волн в плазме, Физматгиз, М., 1960.
58. Б. Н. Гершман, М. С. Ковнер, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, **1**, 19 (1958).
59. Б. Н. Гершман, Геомагнетизм и аэрономия, **3**, 878 (1963).
60. S. I. Akasofu, Sci. Rep. Tohoku Univ., ser. 5, **8**, 24 (1956).
61. S. I. Akasofu, J. Atm. Terr. Phys., **15**, 156 (1959).
62. Б. Н. Гершман, Астр. ж., **36**, 190 (1959).
63. К. Эккарт, Гидродинамика океана и атмосферы, ИЛ, М., 1963.
64. Сб. Внутренние волны, сер. Проблемы астрономии и геофизики, изд. Мир., М., 1964.
65. I. Tolstoy, Rev. Mod. Phys., **35**, 207 (1963).
66. H. R. Raemer, Canad. J. Phys., **44**, 1047 (1966).
67. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Механика сплошных сред, Физматгиз, М., 1954.
68. C. O. Hines, J. Geophys. Res., **64**, 2210 (1959).
69. Г. С. Голицын, Изд. АН СССР, Физика атмосферы и океана, **1**, 136 (1965).
70. Г. Ламб, Гидродинамика, ГИТТЛ, М.—Л., 1947.
71. V. H. Weston, D. B. van Hulsteyn, Canad. J. Phys., **40**, 797 (1962).
72. A. D. Pierce, J. Acoustic Soc. Amer., **39**, 1, 832 (1966).
73. Г. И. Григорьев, Геомагнетизм и аэрономия, **7**, 182 (1967).
74. В. П. Докучаев, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, **4**, 5 (1961).
75. C. O. Hines, J. Geophys. Res., **70**, 177 (1965).
76. L. M. Hocking, Canad. J. Phys., **40**, 1688 (1962).
77. Б. Н. Гершман, Г. И. Григорьев, Геомагнетизм и аэрономия, **5**, 843 (1965).
78. Б. Н. Гершман, Г. И. Григорьев, сб. Исследования ионосферы, № 16, изд. Наука (в печати).
79. Г. И. Григорьев, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, **10**, № 4, 466 (1967).
80. C. O. Hines, M. L. V. Pitteway, Canad. J. Phys., **43**, 2222 (1965).
81. Б. Н. Гершман, Г. И. Григорьев, Геомагнетизм и аэрономия, **6**, 246 (1966).
82. J. D. Whitehead, J. Atm. Terr. Phys., **20**, 49 (1961).
83. W. I. Axford, Canad. J. Phys., **39**, 1393 (1961).
84. D. Layzer, J. Geophys. Res., **69**, 1853 (1964).
85. J. D. Whitehead, Radio Sci., **1**, 198 (1966).
86. W. I. Axford, D. M. Cunnold, Radio Sci., **1**, 191 (1966).
87. S. Matsushita, Radio Sci., **1**, 204 (1966).
88. Б. Н. Гершман, Г. И. Григорьев, Ю. А. Игнатьев, Геомагнетизм и аэрономия (в печати).
89. A. F. Wickersham, J. Geophys. Res., **70**, 1729 (1965).
90. A. F. Wickersham, J. Geophys. Res., **69**, 3235 (1964).
91. A. F. Wickersham, J. Geophys. Res., **69**, 457 (1964).
92. C. L. Pekeris, Phys. Rev., **73**, 145 (1948).
93. R. S. Scober, Proc. Roy. Soc., **A204**, 137 (1950).
94. F. Press, D. Harkrider, J. Geophys. Res., **67**, 3889 (1962).
95. R. L. Pfeffer, J. Zarichny, Geophys. Pura Appl., **55**, 175 (1963).
96. Ю. Л. Газарян, Акустический журнал, **7**, 26 (1961).
97. A. F. Wickersham, J. Geophys. Res., **69**, 2397 (1964).
98. C. O. Hines, J. Geophys. Res., **69**, 2395 (1964).
99. J. P. Friedman, J. Geophys. Res., **71**, 1033 (1966).
100. A. D. Pierce, Trans. Amer. Geophys. Union, **47**, 50 (1966).
101. A. D. Pierce, S. C. Coroniti, Nature, **210**, 1209 (1966).
102. D. W. Moore, E. A. Spigel, Astrophys. J., **139**, 48 (1964).
103. M. Yanovitch, Canad. J. Phys., **45**, № 6, 2003 (1967).
104. M. Yanovitch, J. Fluid Mech., **29**, P2, 209 (1967).

105. Г. С. Голицын, В. И. Кляцкин, Изв. АН СССР, Физика атмосферы и океана, **3**, № 10, 1044 (1967).
106. С. О. Hines, J. Geophys. Res., **72**, № 7, 1877 (1967).
107. R. V. Row, J. Geophys. Res., **72**, № 5, 1599 (1967).
108. R. D. Hunsucker, L. H. Tveten, J. Atm. Terr. Phys., **29**, № 8, 909 (1967).
109. З. С. Шарадзе, Д. К. Квавадзе, Геомагнетизм и аэрономия, **7**, 95, 186 (1967).

Научно-исследовательский радиофизический институт
при Горьковском университете

Поступила в редакцию
13 января 1967 г.

Примечание при корректуре. При подготовке обзора к печати появился ряд работ, связанных с перемещающимися возмущениями. В некоторых из них [103, 104] рассматриваются вопросы диссипации при учете зависимости кинематической вязкости от высоты. Генерации внутренних волн посвящены исследования [105–107]. В работе [108] по-новому освещается вопрос о связи ПВ с магнитной активностью. Результаты наблюдений ВПВ в Тбилиси опубликованы в [109].

УДК 523.164 : 621.396.67

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ МНОГОЭЛЕМЕНТНЫХ АНТЕНН-РЕШЕТОК РАДИОТЕЛЕСКОПА УТР-1*

Ю. М. Брук, Н. Ю. Гончаров, И. Н. Жук, Г. А. Инютин,
А. В. Мень, Л. Г. Содин, Н. К. Шарыкин

Описываются методика, а также результаты измерений импедансов и согласования излучателей с системами фазирования антенн-решеток, используемых в радиотелескопе УТР-1. Проведенные измерения потерь и распределений амплитуд и фаз высокочастотных напряжений (токов) позволили с высокой точностью определить основные характеристики (КПД, КНД, эффективную площадь) радиотелескопа.

Многоэлементные антенны-решетки с электрическим управлением лучом находят широкое применение в радиотелескопах метровых и более длинных радиоволн [1-3], так как при сравнительно простой конструкции позволяют обеспечить высокую разрешающую способность и большую эффективную площадь инструмента. Поскольку основные характеристики фазлируемых решеток зависят от частоты и ориентировки луча, возникает необходимость определять и контролировать в ходе эксперимента коэффициент полезного действия (КПД), коэффициент направленного действия (КНД), уровни боковых лепестков и рассеянного излучения антенн. Данная статья посвящена исследованию всех этих характеристик у двух многоэлементных антенн-решеток, составляющих Т-образный радиотелескоп диапазона 10 — 25 Мгц [1]. Первая антенна длиной 600 м (далее I) — однорядная, вытянута вдоль меридиана и состоит из 80 вибраторов. Вторая длиной 576 м (далее II) — двухрядная, вытянута вдоль линии запад — восток и содержит по 64 вибратора в каждом ряду.

Обе решетки эквидистантные и состоят из одинаковых горизонтальных широкополосных вибраторов, оси которых ориентированы вдоль направления запад — восток. В I антенне электрическое фазирование проводится по одной координате v_0 , во II антенне — по двум координатам v_0, u_0 (v_0, u_0 — косинусы углов между направлением фазирования и осями обеих антенн соответственно: $v_0 = \cos \epsilon_n \cos A_0$, $u_0 = \cos \epsilon_n \sin A_0$, ϵ_0 — угол места, A_0 — азимут направления фазирования). Учитывая размеры обеих антенн и связанные с этим трудности измерений в дальней зоне, которые фактически могут проводиться лишь с помощью значительно более слабого, чем собственные шумы аппаратуры, космического радиозлучения, наиболее полная информация при настройке и исследовании антенн может быть получена измерением распределения амплитуд и фаз высокочастотных токов излучателей. При этом одновременно ставится задача реализации требуемого амплитудно-фазового распределения токов, определяющегося в значительной степени согласованием во всех трактах антенн, в частности, точностью согласования

* Статья является продолжением [1].

систем фазирования с входными сопротивлениями излучателей. Для выполнения этой задачи измерения импедансов (коэффициентов отражения Γ) во всех трактах антенн должны предшествовать измерениям характеристик излучения.

1. ИЗМЕРЕНИЕ ИМПЕДАНСОВ ИЗЛУЧАТЕЛЕЙ И СОГЛАСОВАНИЕ ИХ С СИСТЕМОЙ ФАЗИРОВАНИЯ

Для реализации заданных характеристик на любой частоте диапазона все элементы обеих антенн радиотелескопа, входящие в состав многоярусных схем фазирования и суммирования сигналов (рис. 4 и 6 в [1]) — фазовращатели, сумматоры, симметрирующие устройства и коммуникации, — выполнены широкополосными и согласованными до $|\Gamma| < 0,02 \div 0,05$. Таким образом, основным источником рассогласования в обеих антеннах являлись излучатели. Для уменьшения и учета этого рассогласования проводились импедансные измерения как с уединенными вибраторами при выборе требуемого типа излучателя, так и в «активной» решетке при определении входных сопротивлений вибраторов $Z_{вх}$. Эти измерения велись в режиме передачи с помощью измерителя полных сопротивлений ИПСП-1 при тех же распределениях амплитуд и фаз токов излучателей, что и при работе антенн. Методика эксперимента заключалась в раздельном измерении падающих и отраженных волн высокочастотных напряжений на входных клеммах излучателей. Для этого в тракт каждого излучателя последовательно включался переносной направленный ответвитель с малой электрической длиной и потерями, предварительно хорошо согласованный с выходом системы фазирования. Снимаемые с ответвителя сигналы, пропорциональные падающей и отраженной волнам, с помощью переносного кабеля подавались на ИПСП-1 (рис. 1). Так как направленный ответвитель из-за конструкции антенн не мог быть включен непосредственно на входе измеряемых вибраторов (сечение 1—1), для измерения коэффициентов отражения, соответствовавших именно этому сечению, длина тракта падающей волны была на $2l$ длиннее тракта отраженной волны, где l — расстояние от места включения фазового центра направленного ответвителя (2—2) до входных клемм вибратора. Результирующая точность измерения коэффициентов отражения составляла около $\pm 5\%$ для $|\Gamma|$ и $\pm 3^\circ$ для $\arg \Gamma$. Для обеспечения указанной точности измерения коэффициентов отражения велись при стабилизации амплитуд падающих волн на входе излучателей решетки, что обеспечивалось применением в схеме суммирования сигналов гибридных разветвителей, устраняющих связь между объединяемыми каналами [1]. При отсутствии стабилизации наблюдаются значительные изменения не только отраженных, но и падающих волн, хотя, как показал экспери-

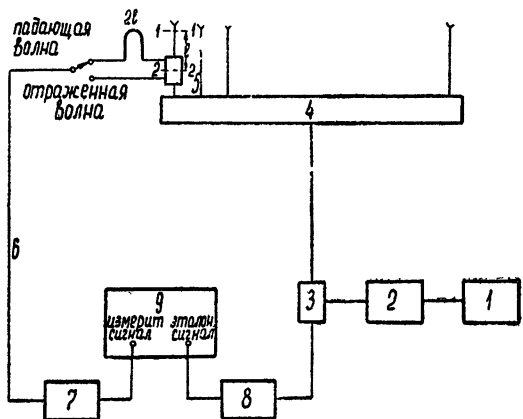


Рис. 1. Блок-схема измерения коэффициентов отражения.

1—генератор ГСС-6; 2,7—усилители У-3—5; 3—согласованный гибридный ответвитель; 4—антенна; 5—согласованный направленный ответвитель; 6—переносный кабель; 8—согласованный аттенюатор; 9—ИПСП-1.

ментов измерения коэффициентов отражения велись при стабилизации амплитуд падающих волн на входе излучателей решетки, что обеспечивалось применением в схеме суммирования сигналов гибридных разветвителей, устраняющих связь между объединяемыми каналами [1]. При отсутствии стабилизации наблюдаются значительные изменения не только отраженных, но и падающих волн, хотя, как показал экспери-

мент, коэффициенты отражения при этом изменяются значительно слабее (распределение импедансов по решетке существенно стабильнее распределения токов).

Проведенные измерения показали, что помещение вибраторов в решетку существенно сказывается на их входных сопротивлениях, хотя качественный вид частотной зависимости $Z_{вх}(f)$ при этом в некоторой степени сохраняется. Типичные зависимости от частоты входных сопротивлений нескольких уединенных вибраторов иллюстрируются рис. 2*. При измерениях $Z_{вх}$ этих же вибраторов, помещенных в решетку, наблюдались значительно меньшие изменения с частотой, особенно при синфазном возбуждении излучателей.

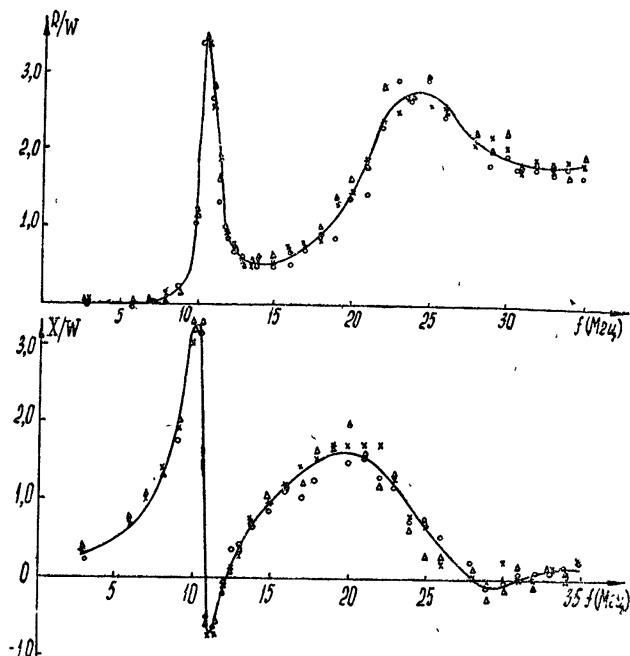


Рис. 2. Входное сопротивление уединенного вибратора антенн радиотелескопа.

Частотные зависимости входных сопротивлений излучателей I и II антенн приведены на рис. 3, 4. Данные получены путем усреднения результатов измерения четырех центральных вибраторов в I и в каждом из рядов II антенны. Из приведенного следует, что, хотя в обеих антеннах использовались одинаковые вибраторы, зависимости от частоты в них несколько различаются. В I антенне, где фазирование проводилось только по v_0 , увеличение v_0 резко сказывалось на зависимости от частоты лишь активной составляющей $Z_{вх}$. Во II антенне, фазированной по v_0 и u_0 , с ростом v_0 усиливалась зависимость от частоты и активной и реактивной составляющих. Данные для II антенны (рис. 4) приведены отдельно для каждого ряда. При синфазном возбуждении рядов ($v_0=0$) импедансы совпадают; с ростом v_0 появляется заметное расхождение, которое вновь уменьшается при приближении к случаю противофазного возбуждения ($v_0 = 13/16$ при $f = 25$ МГц). Заметим, однако, что во всех слу-

* Приведенные здесь и ниже данные нормированы к номинальному сопротивлению системы фазирования $W = 75$ Ом и соответствуют измерениям на входе симметрирующих устройств вибраторов, эквивалентных линии длиной 0,3 м с волновым сопротивлением 75 Ом.

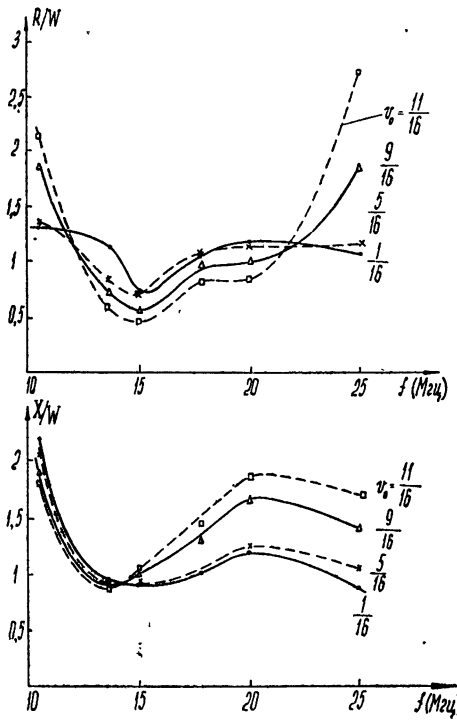


Рис. 3. Входное сопротивление вибраторов I антенны.

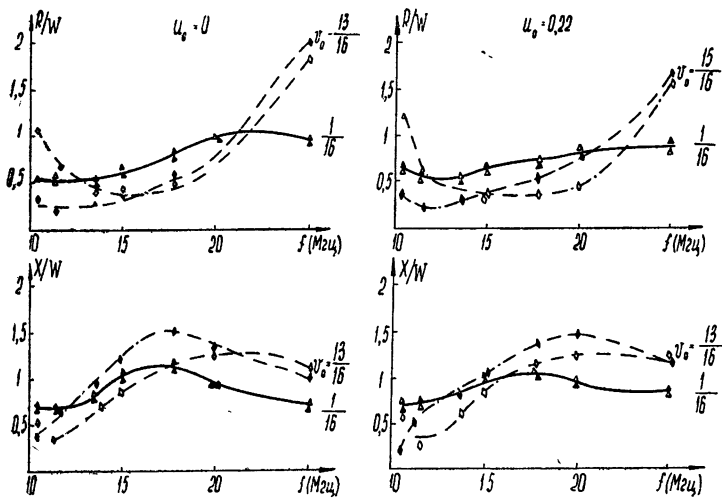


Рис. 4. Входное сопротивление вибраторов II антенны:
 Δ, \diamond — $v_0 = 1/16, 13/16$ (измерения в северном ряду); $\blacktriangle, \blacklozenge$ — $v_0 = 1/16, 13/16$ (измерения в южном ряду).

чаях асимметрия между рядами меньше, чем изменения импедансов, связанные со смещением луча по v_0 . Зависимость $Z_{вх}$ от фазирования по второй координате выражена слабо и лишь при максимальном от-

клонении луча ($u_0 = 0,33$), которое допускалось системой фазирования, изменения $Z_{вх}$ превышали ошибки измерения.

Следует отметить, что усредненные по v_0 и u_0 зависимости $Z_{вх}$ от частоты совпадают у обеих антенн в диапазоне 15 — 25 Мгц для активной и в диапазоне 13,5 — 25 Мгц для реактивной составляющих. На более низких частотах $R_{вх}$ и $X_{вх}$ у вибраторов I антенны заметно возрастают, тогда как у II антенны $X_{вх}$ в этом частотном интервале практически постоянно и с понижением частоты наблюдается лишь слабый рост $R_{вх}$. Измерения, проведенные с большим числом вибраторов, показали, что в многоэлементных решетках, состоящих из идентичных излучателей, входные сопротивления всех вибраторов с точностью до погрешностей измерений (5% — 10%) совпадали. Исключение составляла лишь область краевых эффектов, которая в исследуемых антеннах при $d/\lambda_{max} > 0,3$ ограничивалась одним-двумя вибраторами на краях. Аналогично вне области краевых эффектов совпали данные, полученные при измерениях в полных решетках и их отдельных секциях, что позволяет при подобных измерениях ограничиваться небольшой частью антенны. Влияние положения вибратора в решетке на его входное сопротивление иллюстрируется рис. 5, где для двух частот приведены зависимости $R_{вх}$ и $X_{вх}$ от n (номера вибратора), определенные в 8-элементной секции I антенны. Данные этого рисунка усреднены по 6 положениям луча по v_0 (от 1/16 до 11/16), но аналогичные результаты имеют место для $Z_{вх}$ при любом значении v_0 . Лишь на частоте 10,5 Мгц разброс значений $R_{вх}$ и $X_{вх}$ для центральных вибраторов достигал 30—40%, что могло быть связано как с возрастанием взаимных импедансов из-за уменьшения d/λ , так и с особенностями частотной зависимости входного сопротивления

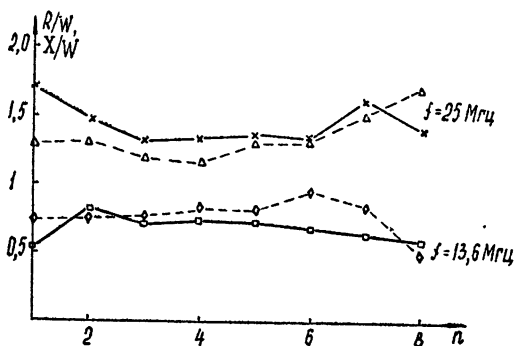


Рис. 5. Зависимость активной и реактивной составляющих входного сопротивления от положения вибратора в 8-ми элементной решетке:

— — $R_{вх}/W$, — $X_{вх}/W$.

ления в районе этой частоты*. Приведенные данные позволяют найти падение КПД антенн из-за рассогласования входных сопротивлений излучателей с номинальным сопротивлением систем фазирования, а также уменьшить эти рассогласования путем включения во входные цепи вибраторов согласующих реактивных четырехполюсников.

Анализ результатов измерений показывает, что в простейшем варианте согласования в первую очередь следует иметь в виду изменения входного сопротивления с частотой без точного учета влияния ориентировки луча. Поэтому выбор согласующих устройств обеих антенн проводился, исходя из усредненных для данного сектора обзора значений входного импеданса $Z_{вх}$. Задача согласующих устройств сводилась к максимальной компенсации на всех частотах реактанса $Z_{вх}$ и оптимальному согласованию активной составляющей $Z_{вх}$ с номинальным сопротивлением системы фазирования. В каждой из антенн согласующие четырехполюсники были выполнены одинаковыми для всех вибраторов, электрические схемы этих устройств приведены на рис. 6а, б.

* Возрастание в районе 10 Мгц активной и реактивной составляющих входного сопротивления уединенного вибратора объясняется влиянием шунта [3].

Оценка эффективности описанных реактивных согласователей для средних значений входных импедансов показывает, что в диапазоне

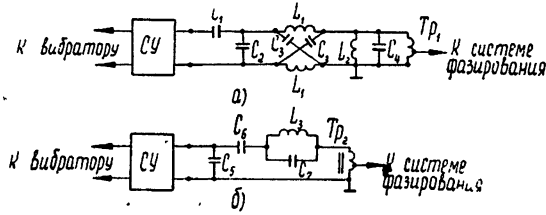


Рис. 6. Схемы согласующих устройств I(a) и II(б) антенн:

СУ — симметрирующее устройство, $C_1 = 270 \text{ пф}$, $C_2 = 59 \text{ пф}$, $C_3 = 73 \text{ пф}$, $C_4 = 24 \text{ пф}$, $C_5 = 82 \text{ пф}$, $C_6 = 180 \text{ пф}$, $C_7 = 47 \text{ пф}$, $L_1 = 1,55 \text{ мкгн}$, $L_2 = 4,1 \text{ мкгн}$.

10—25 Мгц модули коэффициентов отражения уменьшаются в 2—3 раза. Для иллюстрации на рис. 7 показаны усредненные входные сопротивления вибраторов обеих антенн до и после включения согласующих устройств. Отметим, что достигнутые здесь результаты при данной методике компенсации весьма близки к предельным, так как более слож-

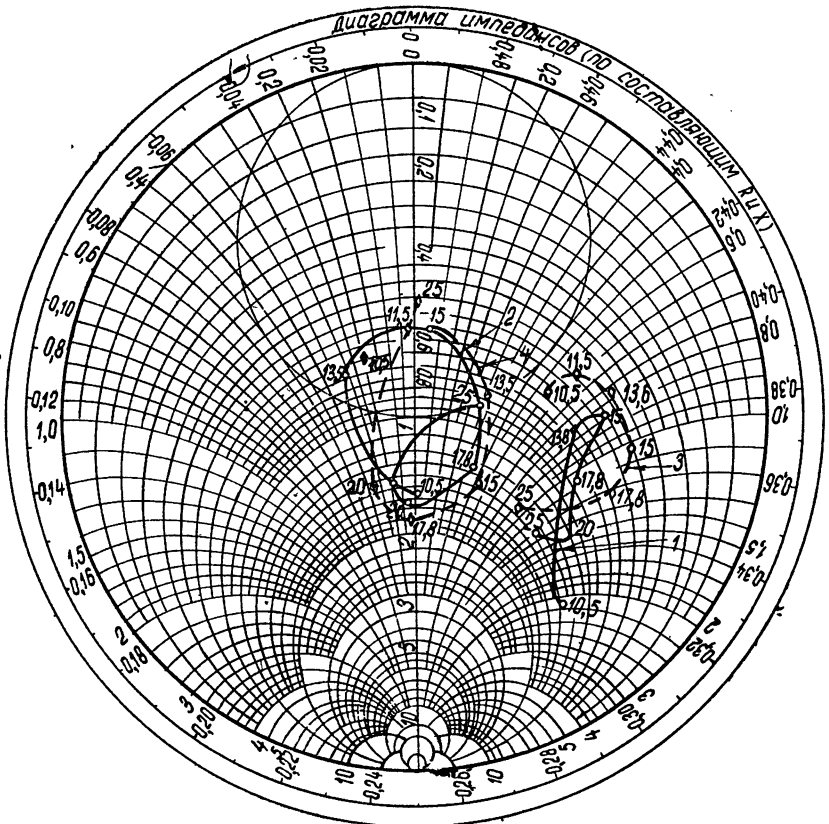


Рис. 7. Трансформация входных импедансов реактивными согласующими устройствами:

1—усредненное входное сопротивление вибраторов I антенны; 2—проводимость на входе согласующего устройства I антенны; 3—усредненное входное сопротивление вибраторов II антенны; 4—сопротивление на входе согласующего устройства I антенны.

ные варианты согласующих устройств в соответствии с общими выводами теории [4] не приводят к сколько-нибудь заметному дополнительному уменьшению рассогласования. Упрощение приведенных схем согласователей, наоборот, сопряжено с возрастанием рассогласования.

Экспериментальная проверка рассогласования между вибраторами и системой фазирования при включении согласующих четырехполосников проводилась в обеих антеннах в диапазоне 10 — 25 МГц при различных положениях луча в секторе $v_0 \leq 1$, $u_0 \leq 0,33$. Результаты измерений в I антенне даны на рис. 8а, б, где приведены усредненные по всем 80 вибраторам модули коэффициентов отражения на их входе до и после включения согласующих устройств. Здесь же для сравнения нанесена зависимость Γ , соответствующая среднему значению входного импеданса.

Как следует из рис. 8б, за исключением частоты 13 МГц, включение согласующих устройств при $v_0 \leq 0,69$ приводит к уменьшению $|\Gamma|$ с 0,4 — 0,6 до 0,1 — 0,3, причем наилучшее согласование соответствует

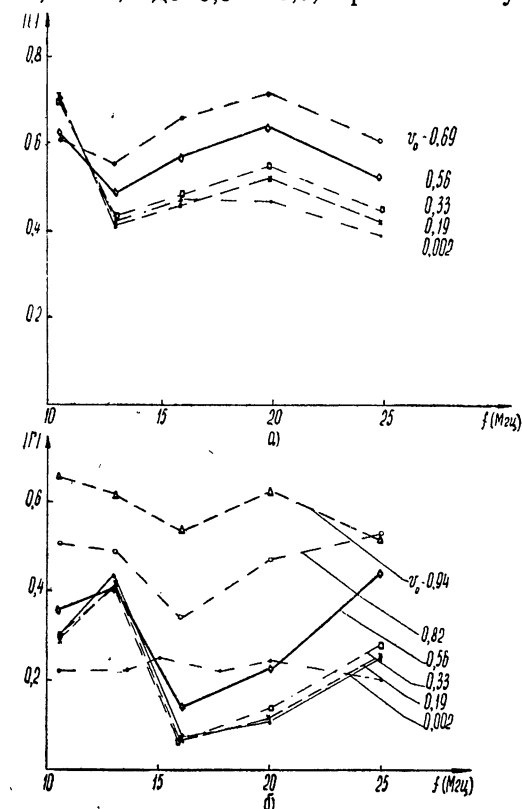


Рис. 8. Коэффициенты отражения на входе излучателей I антенны: а) без согласующих устройств, б) после включения согласующих устройств.

положениям луча, близким к зениту. Этот результат объясняется тем, что усредненные в секторе $v_0 < 0,69$ значения входного импеданса, которые были использованы при расчетах согласующих устройств*, близки к импедансам, измеренным при $v_0 = 0$. С ростом v_0 вне сектора, для которого проводилось согласование, коэффициенты отражения на входе согласующих устройств быстро возрастают и при $v_0 > 0,8$ практически не зависят от их включения.

Эффективность согласования во II антенне была существенно ниже, чем в I — потери из-за отражений при применении согласующих устройств здесь уменьшались для разных положений луча в среднем в 2—3 раза вместо 3—10 раз в I антенне. Это было вызвано не только тем, что управление лучом в этой антенне проводилось по двум координатам, но, главным образом, асимметрией данных, полу-

* По условиям эксплуатации радиотелескопа наиболее точное согласование требовалось в секторе $v_0 < 0,67$, $u_0 < 0,33$.

при изменении v_0 и u_0 . В этом случае, естественно, во II антенне в обоих рядах должны использоваться разные согласующие устройства, которые должны переключаться при смене квадранта по v_0 .

2. ИЗМЕРЕНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ АМПЛИТУД И ФАЗ ПАДАЮЩИХ И ПОЛНЫХ ВОЛН

Экспериментальное определение КПД, КНД и уровня рассеянного излучения проводилось в обеих антеннах путем измерения амплитуд и фаз падающих волн на выходе фазовращателей I этажа фазирования [1] и полных волн напряжений непосредственно на входных клеммах вибраторов. Эти измерения велись с помощью ИПСП-1 и хорошо согласованного переносного кабеля, который подключался либо к соответствующему выходу системы фазирования, либо через симметрирующий переход с большим входным сопротивлением непосредственно к входным клеммам вибраторов (рис. 9). Амплитуды определялись ме-

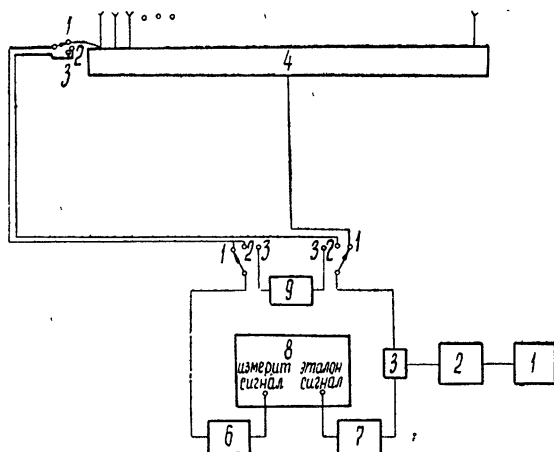


Рис. 9. Блок-схема измерения амплитуд и фаз падающих и полных волн:

1—генератор ГСС-6; 2,6—усилитель У-3-5, 3—гибридный разветвитель, 4—антенна; 5—переносный кабель (двойной); 7—согласованный аттенуатор; 8—ИПСП-1, 9—набор калиброванных аттенуаторов. Положение 1—измерение, положение 2—контроль длины, положение 3—определение ослабления.

тодом замещения с помощью набора согласованных калиброванных аттенуаторов, обеспечивающих точность около 0,1 дБ. Высокая точность фазовых измерений (со среднеквадратичной ошибкой 1—2°) была реализована благодаря периодическому контролю электрической длины переносного фидера. Амплитудные измерения позволили определить КПД антенн (без учета потерь в земле) и снижение КНД из-за экспоненциального распределения и разбросов токов излучателей. Типичные результаты таких измерений на частоте 25 МГц иллюстрируются рис. 10, где приведены распределения амплитуд падающих волн на входе всех излучателей I антенны при шести различных положениях луча по v_0 . Как следует из этого рисунка, изменение падающих волн относительно 80-го (нефазируемого) вибратора носит четко выраженный экспоненциальный характер, хотя разброс относительно усредненных зависимостей, найденных методом минимальных средних квадратов (пунктир), в отдельных случаях достигает до ± 1 дБ. Наклон усредненных зависимостей относительно исходной, соответствующей $v_0 = 0,002$, хорошо согла-

суется с расчетом, учитывающим только потери в высокочастотных кабелях, которые применяются в фазовращателях в качестве линий за-

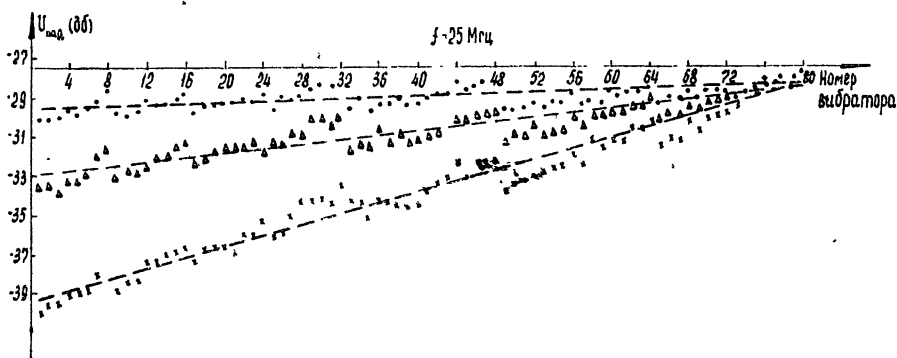


Рис. 10. Амплитуды падающих волн на входе излучателей I антенны:

• — $v_0=0,002$; \triangle — $v_0=0,33$; \times — $v_0=0,94$.

держки. Средний наклон распределения для $v_0 = 0,002$, когда потери в кабелях фазирования малы (на частоте 25 МГц 1,25 дБ на всю антенну), связан с потерями в коммутаторах фазовращателей (контактах реле) и объясняется этажно-параллельной схемой фазирования, при которой число коммутируемых элементов на пути высокочастотного сигнала увеличивается с удалением вибратора от нефазированного конца антенны. Эти же потери, наряду с рассогласованными во всех трактах антенны, вызывают разброс амплитуд*, среднеквадратичная величина которого практически независимо от частоты заключена в пределах 0,04—0,06 *непер*. При измерениях непосредственно на клеммах излучателей из-за неидентичности согласующих устройств и входных коэффициентов отражения разброс амплитуд увеличивался до 0,07—0,11 *непер*, средние же наклоны экспоненциальных распределений сохранялись неизменными.

Во II антенне экспоненциальное распределение амплитуд, также хорошо совпадающее с расчетом, было связано с управлением луча по u_0 . Вследствие более узкого сектора обзора и меньшего числа коммутируемых элементов наклоны усредненных распределений, а также составляющая разброса, связанная с потерями в переключающих элементах, здесь существенно меньше, чем в I антенне. На основании измерения амплитуд может быть найден отдельно КПД системы фазирования η_1 и всей антенны η , определяемый как отношение излученной мощности к мощности, подведенной к антенне:

$$\eta_1 = \sum_{n=1}^N k_{1n}, \quad \eta = \eta_1 \eta_2 (1 - |\Gamma|^2). \quad (1)$$

Здесь k_{1n} — коэффициент передачи (по мощности) падающей волны от входа антенны до входа согласующего устройства n -го вибратора ($k_{1n} = \eta_{1n}/N$, где η_{1n} — КПД тракта n -го вибратора), η_2 — КПД согласующего и симметрирующего устройства, Γ — коэффициент отражения на входе согласующего устройства. Зависимость η_1 и η обеих исследованных антенн от частоты и ориентировки луча по v_0 приведена на рис. 11,

* Это подтверждается наблюдаемой периодичностью разброса, связанной со структурой антенны.

В I антенне (рис. 11а, б), где изменение ориентировки луча обеспечивается включением сравнительно длинных кабелей задержки (до $79 dv_0/\xi$, где ξ — коэффициент укорочения кабеля), с ростом v_0 наблюдается значительное падение η_1 .

Во II антенне фазирование по v_0 проводится между двумя рядами вибраторов кабелями небольшой длины ($\leq dv_0/\xi$); при этом, естественно, зависимость η_1 от v_0 практически отсутствует. Значения η_1 при $v_0 = 0$ определяются потерями в элементах схемы суммирования сигналов, в коммутаторах системы фазирования и коммуникациях, не связанных с фазированием.

При учете только потерь в линиях задержки изменение КПД системы фазирования, связанное с регулировкой v_0 или u_0 , в пренебрежении разбросом токов относительно усредненных экспоненциальных распределений, определяется как

$$\frac{\eta_{1v_0}}{\eta_{1v_0=0}} = \exp[-\alpha_0(N-1)] \times \\ \times \text{sh}(\alpha_0 N) / N \text{sh} \alpha_0, \\ \alpha_0 = \alpha_N / (N-1), \quad (2)$$

где N — число вибраторов, α_N — ослабление (в непах) тока N -го вибратора относительно 1-го, α_0 (в непах на вибратор) — наклон усредненных распределений токов (рис. 10)*. Отметим, что идеализированный расчет в соответствии с (2) достаточно хорошо (с ошибкой менее 1%) согласуется с приведенными результатами экспериментального определения КПД. Из этого следует, что при изменении ориентировки луча можно пренебречь влиянием на КПД рассогласования и других причин, вызывающих разброс токов на выходе системы фазирования. Наоборот, рассогласования на входе согласующих устройств приводят к заметному уменьшению КПД антенн, составляющему на краях сектора обзора 0,7 — 0,8 от максимального. Так как коэффициенты отражения увеличиваются при возрастании v_0 , η падает с ростом v_0 сильнее, чем η_1 . Следует отметить, что рассмотренное влияние потерь на КПД при $\eta \gg T_n/T_\phi$ (T_ϕ — температура космического фона, T_n — эквивалентная шумовая температура приемника) не приводит к заметному уменьшению отношения сигнал/шум.

Распределение токов излучателей влияет также на коэффициент направленного действия антенн. Уменьшение КНД из-за неравномерного токораспределения характеризуется коэффициентом использования апертуры κ :

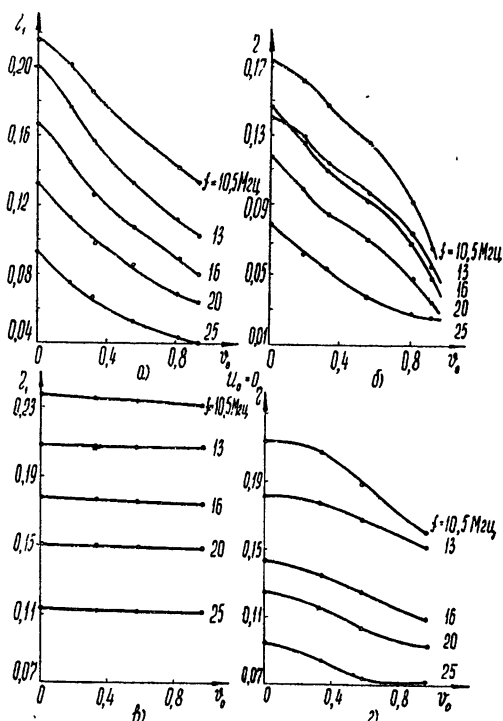


Рис. 11. КПД систем фазирования (η_1) и результирующий КПД (η) антенн (а, б — I антенна, в, г — II антенна).

* Указанный наклон можно определить из формулы $\alpha_0 = dv_0\beta/\xi$, где β — логонное затухание кабеля фазирования.

$$\kappa = \frac{D}{D_{\max}} = \frac{\left(\sum_{n=1}^N I_n \right)^2}{N \sum_{n=1}^N I_n^2} \quad (3)$$

Это уменьшение КНД связано с искажениями диаграммы направленности, сводящимися в основном к росту излучения в области ее минимумов. При учете только усредненных экспоненциальных распределений тока ($I_n = I_0 \exp [-(n-1)\alpha_0]$)

$$\kappa = \frac{2}{N} \operatorname{cth} \frac{\alpha_0}{2} \frac{\operatorname{sh}^2 \alpha_0 N / 2}{\operatorname{sh}(\alpha_0 N)} \quad (4)$$

Результаты расчета κ в соответствии с (4) для I антенны приведены на рис. 12. Как следует из рисунка при $f = 20 \div 25$ МГц и $v_0 = 0,94$ КНД падает до $0,87-0,88 D_{\max}$.

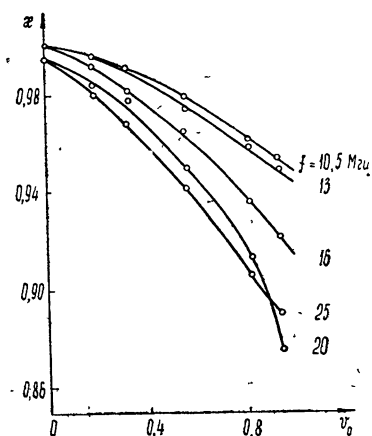


Рис. 12. Снижение КНД I антенны из-за экспоненциального распределения токов излучателей.

Аналогичные расчеты для II антенны показали, что при максимальных изменениях u_0 и v_0 в пределах сектора обзора на всех частотах падение КНД ничтожно ($\kappa > 0,995$). Таким образом, примененное в антеннах фазирование по высокой частоте может приводить к падению эквивалентного КНД радиотелескопа (пропорционального $\sqrt{D_I D_{II}}$) до 6%. Так как изменение усредненного распределения амплитуд по решетке при различных положениях луча относительно распределения, соответствующего синфазному случаю, точно согласуется с расчетом, для определения κ и η_{II} достаточно измерить амплитуды токов вибраторов лишь при синфазном их возбуждении.

Дополнительное снижение КНД обусловливается разбросом (флуктуациями) амплитуд и фаз токов относительно усредненных распределений. В предположении случайности этих разбросов [5]

$$\frac{D}{D_0} = \frac{1}{1 + m(\sigma_{\xi}^2 + \sigma_{\eta}^2)} \quad (5)$$

где D_0 — КНД без учета разбросов, σ_{ξ}^2 — дисперсия разброса амплитуд, σ_{η}^2 — дисперсия разброса фаз, $m = D_0/D_B N$ — коэффициент, который для обеих антенн заключен в пределах $0,5 \leq m \leq 2$, D_B — КНД уединенного вибратора решетки.

Дисперсия флуктуаций амплитуд $[\overline{(I/I)^2}]$ определялась по распределениям амплитуд падающих волн на входе согласующих устройств (рис. 10) и полных волн напряжений непосредственно на входных клеммах излучателей, причем оказалось, что во всех случаях $\sigma_{\xi}^2 \leq 0,01$. Значительно большим был разброс фаз; это объясняется тем, что в отличие от разброса амплитуд разброс фаз определялся не только рассогласованиями, но и разбросом длин фазировочных и коммуникационных кабелей, а также фазовыми ошибками, связанными с используемой мето-

дикой дискретного фазирования обеих антенн по v_0 при асинхронном управлении множителями различных этажей фазирования. Определение разброса фаз велось на основании измерения распределений фаз падающих волн на входе согласующих устройств и фаз полных волн на напряжениях непосредственно на клеммах вибраторов (рис. 9). Результаты одного из таких измерений для I антенны при $v_0 = 0,002$ иллюстрируются рис. 13. Кроме экспериментальных данных на этом рисунке нанесены расчетные значения фаз падающих и полных волн, которые ожидалось при идеальной работе системы фазирования и строго идентичных согласующих устройствах и излучателях решетки. Здесь также показан линейный фазовый фронт, соответствующий $v_0 = 0,002$.

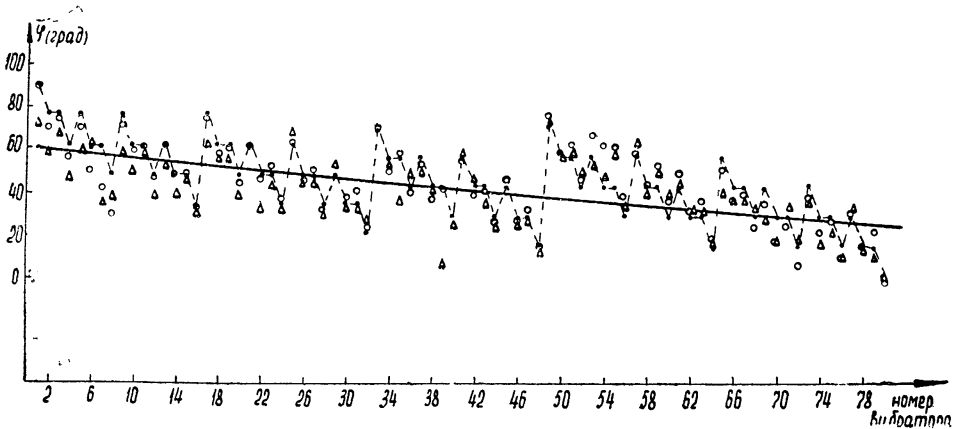


Рис. 13. Фазы падающих и полных волн напряжений на излучателях I антенны ($f=25$ МГц, $v_0=0,002$):

----- — расчетный линейный фронт; * — расчетное значение фаз на выходе системы фазирования;
 ○ — измерение фаз падающих волн на выходе системы фазирования; △ — измерение фаз напряжений на вибраторах.

Различия между расчетными и экспериментальными значениями фаз на выходе систем фазирования (после устранения постоянной составляющей) характеризуют ее точность; аналогично, разница между экспериментальными измерениями на входных клеммах вибраторов и выходе системы фазирования характеризует неидентичность согласующих устройств и излучателей решетки. В соответствии с приведенным ошибки фаз токов излучателей могут быть представлены состоящими из трех компонент: ошибок, возникающих в системах фазирования ($\sigma_{\psi_1}^2$), ошибок, связанных с неидентичностью согласующих устройств и излучателей антенн ($\sigma_{\psi_2}^2$) и отклонений расчетных фаз от линейного фронта из-за дискретной несинхронной методики фазирования ($\sigma_{\psi_3}^2$). Примеры распределения фазовых ошибок падающих волн на выходе систем фазирования обеих антенн приведены на рис. 14а, б. Анализ подобных данных, полученных при различных v_0 , u_0 и f , показывает, что в исследованных системах фазовые ошибки, в основном, связаны не с рассогласованиями, а с разбросом длин коммуникационных кабелей и линий временной задержки фазовращателей. Вследствие этого фазовые ошибки $\sigma_{\psi_1}^2$, возникающие в системах фазирования, несколько возрастают с увеличением f , v_0 и u_0 . Среднеквадратичное значение ошибок σ_{ψ_1} для обеих антенн приведено в следующих таблицах.

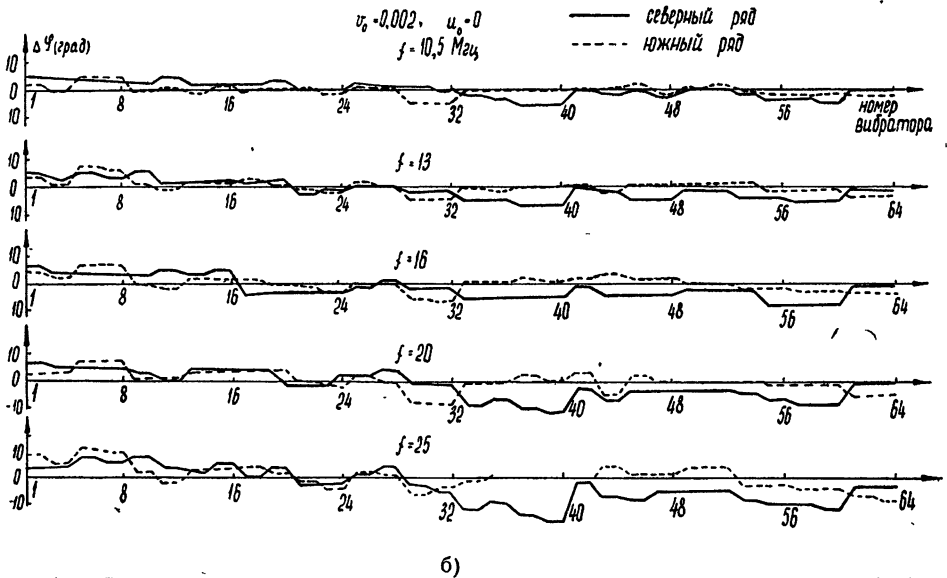
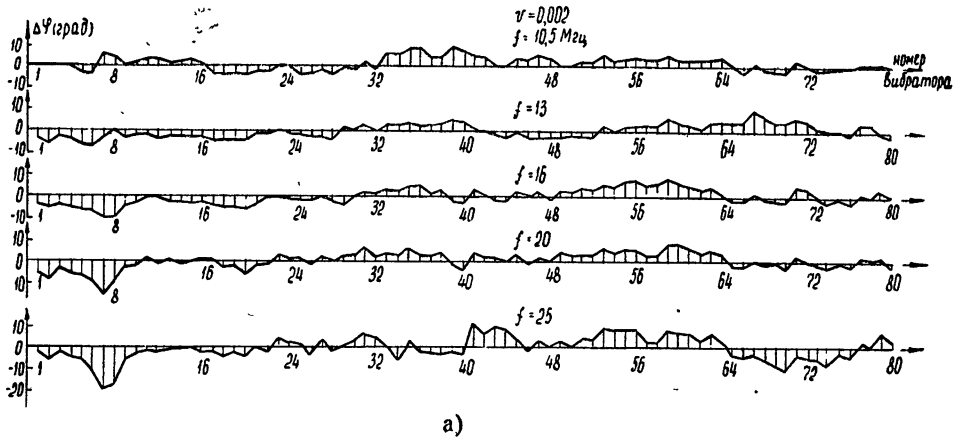


Рис. 14. Распределение фазовых ошибок на выходе систем фазирования I (а) и II (б) антенн.

Таблица 1

		Антенна I σ_{ϕ_1} (в градусах)				
		Частота (МГц)	10,5	13	16	20
Положение луча	0,002	3,3	3,6	4,2	4,6	6
	0,19	4,6	4,8	4,8	6,5	8
	0,33	4,5	5,8	5,2	5,3	7,6
	0,56	4,3	4,8	6,2	4,5	9
	0,82	4,6	4,7	5,7	6,6	10
	0,94	5,4	5,3	5,9	7,5	10,4

Таблица 2

Антенна II σ_{ψ_1} (в градусах)

Частота (Мгц)		10,5		13		16		20		25	
		I ряд	II ряд	I ряд	II ряд	I ряд	II ряд	I ряд	II ряд	I ряд	II ряд
u_0	v_0										
		0	0,002	1,9	2,3	2,8	3,1	3,0	3,5	3,5	4,7
0,94	1,9		2,3	2,8	4,1	2,9	3,9	4,0	5,2	4,6	6,8
0,22	0,002	3,4	4,1	4,7	6,1	4,4	4,8	6,0	6,5	6,7	7,4
	0,94	3,7	4,6	5,0	6,0	4,8	5,2	5,4	7,0	7,6	8,0
0,33	0,002	4,0	5,9	4,2	5,2	4,6	6,0	6,5	6,5	6,6	8,2
	0,94	4,4	7,0	4,9	5,8	4,9	5,9	7,2	6,9	6,5	8,5

Вторая составляющая фазовых ошибок $\sigma_{\psi_2}^2$ имеет еще менее выраженную зависимость от направления ориентировки луча и частоты*, так что для экспериментального определения $\sigma_{\psi_1}^2$ и $\sigma_{\psi_2}^2$ достаточно всего нескольких измерений при различных v_0 , u_0 и f . Для иллюстрации соотношения этих двух составляющих фазовой ошибки на рис. 15а, б,

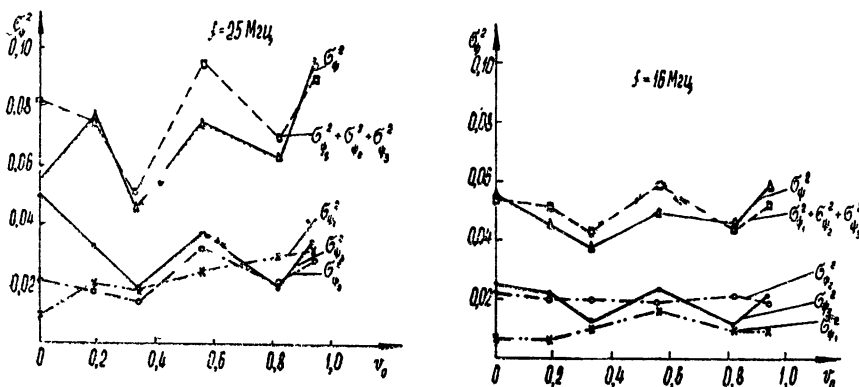


Рис. 15. Зависимость дисперсии фазовых ошибок I антенны от направления ориентировки луча и частоты.

приведены результаты экспериментального определения $\sigma_{\psi_1}^2$ и $\sigma_{\psi_2}^2$ в I антенне на 16 и 25 Мгц. Здесь же даны расчетные зависимости для дисперсии третьей компоненты фазовой ошибки $\sigma_{\psi_3}^2$, определяемой как средний квадрат отклонений расчетных значений фаз на выходе системы фазирования относительно линейного фазового фронта (рис. 13).

* Эта составляющая в первом приближении может считаться для данной антенны постоянной.

Величина этой ошибки может значительно превышать $\sigma_{\psi_1}^2$ и $\sigma_{\psi_2}^2$, например, в I антенне вызываемое ею падение КНД на максимальной частоте при определенных значениях v_0 , v может достигать 12—13%, уменьшаясь при понижении частоты пропорционально $(f/f_{\max})^2$. Во II антенне эта составляющая фазовой ошибки также определяется величиной v_0 и v , так как фазирование по u_0 проводится точно*. Поскольку по v_0 фазируется только один множитель, $\sigma_{\psi_3}^2$ во II антенне существенно меньше, чем в I ($\leq 0,02 - 0,03$). Зависимость $\sigma_{\psi_3}^2$ от v_0 в I антенне имеет немонотонный осциллирующий характер с периодом, равным периоду наименее направленного множителя. Вследствие этого дисперсия результирующей фазовой ошибки, σ_{ψ}^2 также сложным образом зависит от v_0 и поэтому непосредственное определение ее экспериментально нецелесообразно, так как требует большего числа измерений. Учитывая, что ошибка $\sigma_{\psi_3}^2$ вызывается неслучайными причинами и может быть для любого положения луча точно рассчитана в соответствии с [6], более просто дисперсию результирующей фазовой ошибки приближенно определять как сумму дисперсий рассмотренных трех составляющих. Для иллюстрации различия между этими двумя методами на рис. 15 для двух частот приведена зависимость от v_0 дисперсии фазовой ошибки I антенны σ_{ψ}^2 , определенной непосредственно по экспериментальным данным и путем суммирования дисперсий трех составляющих.

Как следует из рисунка, результаты определения σ_{ψ}^2 обоими способами, как правило, хорошо совпадают. Анализ экспериментальных и расчетных данных показал, что падение КНД, обусловленное ошибками фаз токов, может достигать в I антенне 14—15% и во II 4—5%, причем в обеих антеннах снижение КНД только из-за ошибок в системах фазирования и согласования и неидентичности излучателей не превышает 4—5%.

Проведенные измерения позволили с требуемой точностью сфазировать элементы каждой из антенн радиотелескопа. При совместной работе двух антенн кроме этого важно знать сдвиг фаз φ_{12} между полями антенн в дальней зоне, так как результирующий сигнал (при работе в режиме перемножения диаграмм [1]) пропорционален $\cos \varphi_{12}$. Определения сдвига фаз между токами на входе согласующих устройств вибраторов не достаточно для нахождения φ_{12} по следующим причинам.

1. Входные импедансы излучателей и согласующие устройства I и II антенн неидентичны.

2. Из-за различной конфигурации антенн, даже при правильном фазировании токов на входах вибраторов для данного v_0 , u_0 , поля в дальней зоне в этом направлении могут быть несинфазными. Если сдвиги фаз, связанные с первой причиной, могут быть определены измерениями на антенне, то последний фактор требует исследования сигналов, принятых из дальней зоны. При этом заменить эксперимент теоретическим исследованием крайне трудно из-за сложной конфигурации широкополосных вибраторов радиотелескопа.

Измерения φ_{12} заключались в приеме обеими антеннами сигналов дискретных источников космического излучения в режиме перемножения диаграмм. Включением 90° фазовращателя на выходе одной из антенн обеспечивалась одновременная запись двух составляющих, пропорциональных $\cos \varphi_{12}$ и $\sin \varphi_{12}$. Отношение этих записей определяет $\text{tg} \varphi_{12}$,

* При изменении u_0 и u падение КНД из-за синфазного суммирования сигналов соседних пар вибраторов в ряду [1] учитывается по диаграмме направленности эквивалентного излучателя.

причем амплитудные флуктуации на результаты этих измерений не влияют. Измерение φ_{12} велось одновременно на двух частотах в соответствии с блок-схемой, приведенной на рис. 16. Опыты были проведены на 5 частотах в диапазоне 12,6—25 МГц при различных положениях луча по ν_0 и u_0 . Для устранения погрешностей из-за фазовых флуктуаций, возникающих в ионосфере, записи многократно повторялись и усреднялись. Анализ результатов измерений по источникам Дева-А ($\nu_0 = 0,603$), Лебедь-А ($\nu_0 = 0,157$) и Геркулес-А ($\nu_0 = 0,702$) показал, что после учета неидентичности согласующих устройств разброс φ_{12} для разных u_0 не превышал $\pm 20^\circ$, причем зависимость от ν_0 и u_0 связана с изменением импедансов и распределения тока по вибратору при наклоне луча.

Описанные исследования позволили определить КПД антенн (без учета потерь в земле) с точностью около 4% и КНД антенн с погрешностью не более 6%. Результирующая (среднеквадратичная) погрешность определения эффективной апертуры антенн с учетом погрешности расчетного определения влияния земли на КПД и КНД антенн не превышала 13%, что подтверждается измерением радиоизлучения дискретных источников Кассиопея-А, Лебедь-А, Дева-А и Телец-А с известными ранее спектральными плотностями [7].

ЛИТЕРАТУРА

1. Ю. М. Брук, Н. Ю. Гончаров, А. В. Мень, Л. Г. Содин, Н. К. Шарыкин, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 10, № 5, 608 (1967)
2. Л. Л. Базелян, Ю. М. Брук, И. Н. Жук, А. В. Мень, Л. Г. Содин, Н. К. Шарыкин, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 7, № 2, 215 (1964).
3. Л. Л. Базелян, Ю. М. Брук, И. Н. Жук, А. В. Мень, Н. К. Шарыкин, Электросвязь, № 5, 14 (1964)
4. А. Л. Драбкин, В. Л. Зузенко, Антенно-фидерные устройства, изд. Сов. радио, М., 1961.
5. Л. Г. Содин, Радиотехника и электроника, 9, № 7, 1179 (1964)
6. Ю. М. Брук, Л. Г. Содин, Радиотехника, 21, № 7, 16 (1966)
7. Л. Л. Базелян, С. Я. Брауде, Ю. М. Брук, И. Н. Жук, А. В. Мень, Б. П. Рябов, Л. Г. Содин, Н. К. Шарыкин, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 6, № 5, 897 (1963).

Институт радиофизики и электроники
АН УССР

Поступила в редакцию
7 декабря 1966 г.

EXPERIMENTAL INVESTIGATIONS OF MULTI-ELEMENT ARRAYS OF RADIO TELESCOPE UTR-I

*Yu. M. Brouk, N. Yu. Goncharov, I. N. Zhouk, G. A. Inyutin, A. V. Men',
L. G. Sodin, N. K. Sharykin*

The paper describes the methods and measurement results of impedance and radiator matching with a system of phasing of antenna-arrays used in UTR-I radio telescope. The measurements of insertion loss and distribution of amplitudes and phases of high frequency voltages (currents) permitted to estimate precisely the main characteristics (gain, insertion loss and effective area) of radio telescope.

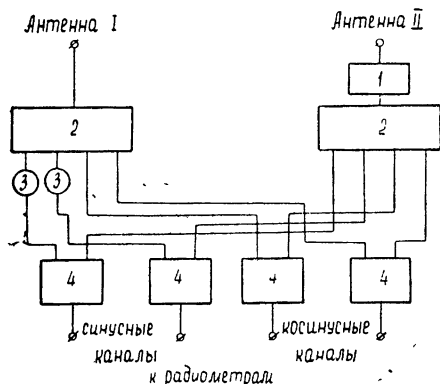


Рис. 16. Блок-схема взаимного фазирования антенн:

1—дискретный фазовый модулятор 0-П; 2—широкополосные гибридные разветвители, 3—90° фазовращатель; 4—широкополосные гибридные сумматоры.

УДК 533.951

РАССЕЯНИЕ ПЛОСКОЙ ВОЛНЫ КУСОЧНО-ОДНОРОДНОЙ ПЛАЗМОЙ С НУЛЕВЫМ СЛОЕМ

В. А. Буц

В данной статье решается задача о рассеянии плоской волны кусочно-однородной плазмой, занимающей нижнее полупространство, при наличии нулевого (резонансного) слоя, которая сводится к граничной задаче сопряжения для аналитических функций и к уравнению Фредгольма второго рода. Рассмотрены простейшие случаи решения этих уравнений.

Задача о распространении электромагнитных волн вдоль однородного плазменного волновода в настоящее время хорошо изучена: найдены дисперсионные соотношения для волн, распространяющихся вдоль такого волновода, исследована картина полей этих волн. В случае ограниченного плазменного волновода (или неограниченного волновода со скачкообразно меняющейся вдоль его оси плотностью) наличие скачка плотности приводит к появлению новых эффектов взаимной трансформации и рассеяния собственных волн волновода, изучение которых представляет существенный интерес для приложений.

В общем случае аналитическое рассмотрение задачи о дифракции электромагнитных волн в плазменном волноводе со скачкообразно меняющейся плотностью затрудняется вследствие необходимости подчинять решения уравнений Максвелла условиям непрерывности тангенциальных компонент полей на скачке плотности плазмы.

В настоящей работе мы рассмотрим случай рассеяния ТМ-волны при условии, что однородные участки плазмы разделены бесконечно тонким магнитным экраном (на таком экране тангенциальная компонента магнитного поля обращается в нуль). Как было показано в [1], свойствами магнитного экрана для ТМ-волны обладает изотропный плазменный слой с резонансной плотностью плазмы ($\omega_p = \omega$, где ω_p — плазменная частота слоя, ω — рабочая частота) при сколь угодно малой его толщине (нулевой слой). Аналогичными свойствами обладает также и однородный резонансный ($\omega_p = \omega$) слой анизотропной плазмы в случае, когда сильное внешнее магнитное поле $\omega_H \gg \omega_p$ направлено перпендикулярно к плоскости слоя (см. Приложение)*. Можно показать, что отражательная способность слоя для углов падения, не слишком близких к $\pi/2$, сохраняется и при отсутствии строгого резонанса $\omega_p = \omega$, если выполнено условие

$$\omega_p \frac{l}{c} \gg \sqrt{\epsilon_{\parallel}}. \quad (1)$$

* Если внешнее магнитное поле ориентировано в плоскости слоя, то, как показано в [2], при плазменном резонансе ($\omega^2 = \omega_H^2 + \omega_p^2$) отражательные свойства слоя существенно зависят от угла падения.

где $\varepsilon_{\parallel} \equiv (1 - \omega_p^2/\omega^2) > 0$, l — толщина слоя. Ниже мы будем предполагать это условие выполненным, а толщину слоя l будем считать малой по сравнению со всеми характерными линейными размерами задачи настолько, что слой можно моделировать бесконечно тонким экраном.

Итак, пусть анизотропная плазма занимает полупространство $x > 0$ и характеризуется следующей зависимостью тензора диэлектрических постоянных от координат:

$$\varepsilon(x, z) = \begin{cases} \varepsilon^{(1)} & (x > 0, z < 0), \\ \varepsilon^{(2)} & (x > 0, z > 0). \end{cases}$$

Будем искать решение уравнений Максвелла в каждой области, где диэлектрическая проницаемость плазмы постоянна, в виде суммы решения, соответствующего приближению геометрической оптики, и суперпозиции плоских волн с неизвестными амплитудами. Например, поле H_y будем искать в следующем виде:

$$H_y^{(3)} = \exp[i(\gamma z + px)] + R \exp[i(\gamma z - px)] + \int_{-\infty}^{\infty} H(t) \exp(itz + vx) dt \quad (x < 0, -\infty < z < \infty). \quad (2)$$

Первое слагаемое в (2) соответствует падающей волне, второе — отраженной, третье представляет собой рассеянные волны.

Поле в плазме запишем в следующем виде:

$$H_y^{(1)} = T \exp[i(\gamma z + g_1 x)] - T \exp[i(-\gamma z + g_1 x)] + \int_{-\infty}^{\infty} h_1(t) \times \times \exp(itz - \beta_1 x) dt \quad (x > 0, z < 0), \quad (2a)$$

$$H_y^{(2)} = \int_{-\infty}^{\infty} h_2(t) \exp(itz - \beta_2 x) dt \quad (x > 0, z > 0).$$

Остальные компоненты полей легко выражаются через H_y из уравнений Максвелла.

Для компонент Фурье полей E_z , например, имеем:

$$e_z^{(3)} = -\frac{v}{ik} H(t), \quad e_z^{(1)} = \frac{\beta_1}{ik\varepsilon_{\parallel}^{(1)}} h_1(t), \quad e_z^{(2)} = \frac{\beta_2}{ik\varepsilon_{\parallel}^{(2)}} h_2(t). \quad (2б)$$

Здесь

$$v \equiv (t^2 - k^2)^{1/2}, \quad -ip \equiv v(\gamma), \quad -ig_s \equiv \beta_s(\gamma), \\ \beta_s \equiv \left[\frac{\varepsilon_{\parallel}^{(s)}}{\varepsilon_{\perp}^{(s)}} (k^2 \varepsilon_{\perp}^{(s)} - t^2) \right]^{1/2} \quad (s = 1, 2).$$

Неизвестные амплитуды $H(t)$, $h_1(t)$ и $h_2(t)$ должны быть определены из граничных условий на поверхности плазмы:

$$H_y^{(1)} = H_y^{(3)}, \quad E_z^{(1)} = E_z^{(3)} \quad (x = 0, z < 0), \\ H_y^{(2)} = H_y^{(3)}, \quad E_z^{(2)} = E_z^{(3)} \quad (x = 0, z > 0), \quad (3) \\ H_y^{(1)} = H_y^{(3)} = 0 \quad (x > 0, z = 0).$$

Подставляя поля в граничные условия (3) с помощью леммы Винера—Пэли [3], получим выражение для компонент Фурье через граничные значения функций, аналитичных в верхней (+) и нижней (−) полуплоскостях комплексной переменной t :

$$\begin{aligned} H - h_1 - f_1 &= \varphi^-(t), & ZH + Y_1 h_1 + Y_0 f_1 &= \psi^-(t), \\ H - h_2 + f_2 &= \xi^+(t), & ZH + Y_2 h_2 - Y_0 f_2 &= \chi^+(t), \\ h_1(t) &= -h_1(-t), & h_2(t) &= -h_2(-t), \end{aligned} \quad (4)$$

где

$$\begin{aligned} f_1 &\equiv \frac{T}{2\pi i(t + \gamma)}, & f_2 &\equiv \frac{T}{2\pi i(t - \gamma)}, & Z &\equiv \frac{v}{ik}, \\ Y_1 &\equiv \frac{\beta_1}{ik\varepsilon_{\parallel}^{(1)}}, & Y_2 &\equiv \frac{\beta_2}{ik\varepsilon_{\parallel}^{(2)}}, & Y_0 &\equiv -\frac{g}{k\varepsilon_{\parallel}^{(1)}}, \end{aligned}$$

а также граничную задачу для определения неизвестных функций

$$\varphi^+(t) = \varphi^-(-t), \quad \psi^+(t) = \psi^-(-t):$$

$$\frac{1}{\Delta_1} [Y_2 \varphi^- + \psi^- + f_1(Y_1 - Y_0)] = \frac{1}{\Delta_2} [Y_2 \varphi^+ + \psi^+ - f_2(Y_2 - Y_0)], \quad (5)$$

$$\Delta_s \equiv Y_s + Z, \quad (s = 1, 2).$$

Эта граничная задача, как и следовало ожидать, полностью совпадает с полученной в [4] для случая рассеяния поверхностной волны (с учетом различия в физическом смысле волнового числа γ).

Ниже мы рассмотрим решение этой задачи в нескольких наиболее интересных предельных случаях.

Прежде всего необходимо отметить, что при слабой пространственной дисперсии импедансов ($\varepsilon_{\parallel}^{(1,2)} \gg 1$, $\varepsilon_{\perp}^{(1,2)} \gg 1$) для не слишком коротких волн ($t \ll k\sqrt{\varepsilon_{\perp}}$, $t \ll k\sqrt{\varepsilon_{\parallel}}$) решение внешней задачи может быть получено с помощью импедансного приближения [5] непосредственно из граничной задачи (5). Однако импедансное приближение не учитывает проникновения поля в плазму, поэтому в этом приближении наличие резонансного слоя не оказывает влияния на отражательные характеристики плазмы.

В общем случае влияние резонансного слоя на отражение электромагнитных волн плазмой можно найти путем численного решения задачи (5).

Аналитическое решение этой задачи можно получить путем сведения ее к уравнению Фредгольма, аналогично тому, как это было сделано в [6] при $\varepsilon_{\parallel}^{(1)} \gg 1$, $\varepsilon_{\parallel}^{(2)} \gg 1$. Так для функции $\varphi \equiv \varphi^+ - \varphi^-$ это уравнение имеет вид

$$\begin{aligned} \varphi(t_0) - \frac{1}{(\pi i)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{W(t) dt}{t - t_0} \int_{-\infty}^{\infty} [U(t') - U(t)] \times \\ \times \frac{\varphi(t') dt'}{t' - t} = f(t_0), \end{aligned} \quad (6)$$

где

$$W \equiv \frac{\Delta_1 + \Delta_2}{2\Delta_1\Delta_2}, \quad U \equiv \frac{Y_1\Delta_2 - Y_2\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2}, \quad f \equiv \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(\Delta_1 + \Delta_2)(Y_0 + Z)\gamma}{(t - t_0)2\Delta_1\Delta_2(t^2 - \gamma^2)} dt \frac{1}{\pi i}.$$

Легко видеть, что при $\varepsilon_{\parallel}^{(1,2)} \gg 1$ интегральный оператор содержит малый параметр. Решая это уравнение методом итераций, в нулевом приближении получим следующие выражения для амплитуд Фурье рассеянного поля, в простейшем случае $\hat{\varepsilon}^{(1)} = \hat{\varepsilon}^{(2)}$:

$$H(t) = -\frac{T}{2\pi i \Delta} \left[\frac{Y - Z}{t + \gamma} + \frac{Y - Y_0}{t - \gamma} \right],$$

$$h_1(t) = -\frac{T}{2\pi i \Delta} \left[\frac{Y_0 + Z}{t + \gamma} + \frac{2Z}{t - \gamma} \right],$$

$$h_2(t) = \frac{T}{2\pi i \Delta} \left[\frac{Y_0 + Z}{t - \gamma} + \frac{2Z}{t + \gamma} \right].$$

(Случай $\hat{\varepsilon}^{(1)} \neq \hat{\varepsilon}^{(2)}$ можно исследовать аналогичным образом.)

Подставляя это решение в выражения для полей (2) и (2а), найдем рассеянные поля и амплитуды поверхностных волн, возбуждаемых в системе. Рассмотрим вначале случай изотропной плазмы ($\varepsilon_{\parallel} = \varepsilon_{\perp}$). В этом случае при больших значениях kr рассеянное поле будет иметь вид

$$\frac{T(\cos \varphi + \cos \varphi_0)}{\pi(\varepsilon)^{3,2}} \sqrt{\frac{2\pi}{ikr}} \exp(ikr),$$

где φ_0 — угол падения, φ — угол наблюдения (угол φ_0 отсчитывается от отрицательной оси z).

Если же анизотропия плазмы существенна ($\varepsilon_{\perp} = 1, \varepsilon_{\parallel} \gg 1$), то рассеянное поле имеет вид

$$\frac{T \operatorname{ctg}[(\varphi + \varphi_0)/2]}{\pi \sqrt{\varepsilon_{\parallel}}} \sqrt{\frac{2\pi}{ikr}} \exp(ikr).$$

Амплитуды поверхностных волн в случае изотропной плазмы равны

$$\frac{T(\gamma_n^2 - k^2)(3\gamma_n - \gamma)}{\gamma_n(\gamma_n^2 - \gamma^2)} \exp[(-1)^s i\gamma_n z - \beta_s(\gamma_n)] \begin{matrix} x > 0 \\ (-1)^s z > 0 \\ (s = 1, 2) \end{matrix}$$

$$\Delta(\gamma_n) = 0.$$

Таким образом, в случае изотропной плазмы амплитуда рассеянного поля пропорциональна $\varepsilon^{-3/2}$; в то время как при наличии анизотропии, когда проникновение поля в плазму облегчается, амплитуда рассеянного поля пропорциональна $\varepsilon_{\parallel}^{-1/2}$.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Рассмотрим задачу об отражении плоской волны, распространяющейся в плазме, помещенной в сильное магнитное поле; от неограниченного слоя с малой нормальной компонентой диэлектрической постоянной, чтобы выяснить условия, при которых такой слой может быть моделирован идеальной отражающей стенкой. (Внешнее магнитное поле перпендикулярно слою.)

Магнитные компоненты распространяющихся электромагнитных волн запишем в виде

$$\begin{aligned} H_y^{(1)} &= \exp [i(\gamma_1 z + px)] + R \exp [i(-\gamma_1 z + px)] & (z < 0), \\ H_y^{(2)} &= T \exp [i(\gamma_2 z + px)] + TR_1 \exp [i(-\gamma_2 z + px)] & (0 < z < a), \\ H_y^{(3)} &= TT_1 \exp [i(\gamma_3 z + px)] & (a < z < \infty), \end{aligned}$$

где $\gamma_s \equiv \sqrt{k^2 - p^2/\epsilon_{\parallel}^{(s)}}$, $p \equiv k \sin \varphi$, φ — угол падения.

Остальные компоненты полей определяются из уравнений Максвелла. Из равенства тангенциальных компонент полных полей при $z = 0$ и $z = a$ получим

$$\begin{aligned} (1 + R) &= T(1 + R_1), \quad [\exp(i\gamma_2 a) + R_1 \exp(-i\gamma_2 a)] = T_1 \exp(i\gamma_3 a), \\ Z_1(1 - R) &= TZ_2(1 - R_1), \quad Z_2[\exp(i\gamma_2 a) - R_1 \exp(-i\gamma_2 a)] = Z_3 T_1 \exp(i\gamma_3 a), \end{aligned}$$

где

$$Z_s \equiv \frac{\gamma_s}{k\epsilon_{\perp}^{(s)}}, \quad \epsilon_{\perp}^{(s)} = 1, \quad \epsilon_{\parallel}^{(s)} = 1 - \left(\frac{\omega_p^{(s)}}{\omega} \right)^2, \quad (s = 1, 2, 3).$$

Отсюда находим

$$R = \frac{Z_1(1 + R_1) - Z_2(1 - R_1)}{Z_1(1 + R_1) + Z_2(1 - R_1)}, \quad (1)$$

где

$$R_1 \equiv \frac{(Z_2 - Z_3)}{(Z_3 + Z_2)} \exp(2i\gamma_2 a).$$

Пусть $\omega_p^{(2)} \rightarrow \omega$, так что $\epsilon_{\parallel}^{(2)} = (1 - \omega_p^{(2)2}/\omega^2) \rightarrow 0$ ($\epsilon_{\parallel}^{(2)} > 0$). В этом случае $\gamma_2 \rightarrow ik \sin \varphi / \sqrt{\epsilon_{\parallel}^{(2)}}$ и при выполнении условия

$$\frac{ka \sin \varphi}{\sqrt{\epsilon_{\parallel}^{(2)}}} \gg 1 \quad (2)$$

коэффициент отражения R TM -волны от плазменного слоя, согласно (1), оказывается равным минус единице и не зависит от угла падения и толщины слоя.

Таким образом, условие (2) является необходимым для того, чтобы тонкий слой конечной толщины, перпендикулярный магнитному полю, можно было моделировать идеальной магнитной стенкой.

Автор благодарен В. И. Курилко за руководство и большую помощь в работе и М. А. Миллеру, обратившему внимание на необходимость рассмотрения задачи дифракции при наличии резонансного слоя.

ЛИТЕРАТУРА

1. И. Г. Кондратьев, М. А. Миллер, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 7, № 1, 124 (1964).
2. И. Г. Кондратьев, М. А. Миллер, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 8, 34 (1965).
3. Н. Винер, И. О. Пэли, Преобразование Фурье в комплексной плоскости, изд. Наука, М., 1964.
4. С. С. Калмыкова, В. И. Курилко, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 7, № 4, 796 (1964).
5. М. А. Миллер, В. И. Таланов, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 4, № 5, 795 (1961).
6. С. С. Калмыкова, В. И. Курилко, ДАН СССР, 154, № 5, 1066 (1964).

PLANE WAVE SCATTERING BY A PIECE-UNIFORM PLASMA
WITH A ZERO LAYER

V. A. Boots

The paper deals with the solution of the problem on scattering of a plane wave by piece-uniform plasma located in the lower half-space in the presence of the zero (resonance) layer. The problem is reduced to the boundary conjugate problem for analytical functions and to the Fredholm's equation of the second order. Simple cases of the solution of these equations are considered.

УДК 621.396.67 095 533.9

О РЕАКТАНСЕ АНТЕННЫ В МАГНИТОАКТИВНОЙ ПЛАЗМЕ

Ю. В. Чузунов

В квазистатическом приближении вычислен реактанс эллипсоидальной антенны, помещенной в магнитоактивную плазму. Показано, что в ряде случаев плазма, окружающая антенну, оказывает сильное влияние на величину реактанса. В некоторых областях параметров плазмы реактанс может иметь индуктивный характер. Приведен график зависимости величины реактанса от угла наклона антенны к направлению внешнего магнитного поля в области низких частот.

Многочисленные эксперименты по измерению электрических полей в ионосфере, а также эксперименты, проводимые в лабораторных условиях [9], требуют детального изучения электрических характеристик антенны, помещенной в магнитоактивную плазму. Этому вопросу посвящено значительное количество работ (см. например, [1-6]). Однако в большинстве статей при вычислении импеданса антенны задается определенное распределение тока на поверхности антенны. Между тем, для того, чтобы получить распределение тока, необходимо решать самосогласованную задачу, задавая на поверхности антенны распределение стороннего электрического поля [6, 7].

В настоящей работе в линейном приближении вычисляется реактанс тонкой эллипсоидальной антенны (штыря), помещенной в однородную магнитоактивную плазму. При вычислении реактанса предполагается, что все характерные размеры антенны малы по сравнению с длиной электромагнитной волны в плазме ($k_j L \ll 1$, где L — длина большой полуоси эллипсоида, k_j — волновой вектор, $j = 1, 2$ соответствует обыкновенной и необыкновенной волне). При указанных условиях вблизи антенны в нулевом приближении можно пренебречь полем излучения и ограничиться только квазистационарным полем, т. е. можно считать электрическое поле E потенциальным [8]. Если пренебречь столкновениями и тепловым движением частиц плазмы, то для синусоидальных во времени процессов потенциал $\varphi(E = -\nabla\varphi)$ в рассматриваемом приближении удовлетворяет уравнению*

$$\epsilon \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \epsilon \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \eta_1 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0, \tag{1}$$

где ϵ и η — компоненты тензора диэлектрической проницаемости, причем

$$\epsilon = 1 - \frac{\omega_0^2/\omega^2}{1 - \omega_H^2/\omega^2} - \frac{\Omega_0^2/\omega^2}{1 - \Omega_H^2/\omega^2}, \quad \eta = 1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2} - \frac{\Omega_0^2}{\omega^2},$$

ω_0 и Ω_0 — плазменные частоты электронов и ионов, $\omega_H = eH_0/mc$ и

* Все рассмотрение ведется в системе координат, в которой ось z направлена вдоль внешнего магнитного поля H_0 .

$\Omega_H = eH_0/MC$ — гирочастоты электронов и ионов. Допустим, что большая полуось эллипсоида L ориентирована под углом α к направлению внешнего магнитного поля H_0 и уравнение поверхности эллипсоида

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{(y \cos \alpha - z \sin \alpha)^2}{a^2} + \frac{(y \sin \alpha + z \cos \alpha)^2}{L^2} = 1. \quad (2)$$

К антенне приложена сторонняя ЭДС $E_{\text{стоп}} = E_0 \exp(-i\omega t)$.

Решение уравнения (1) рассматривается в области частот, где ϵ и η имеют одинаковые знаки. В области частот, где ϵ и η имеют разные знаки, возможно возбуждение антенной плазменной волны, причем меняется структура уравнения (1) и следует решать задачу Дирихле для уравнения гиперболического типа. В задачах подобного типа возникают трудности при разделении переменных в координатных поверхностях, соответствующих форме антенны. Если же преобразовать уравнение (1) к уравнению эллиптического типа путем введения мнимой координаты, то меняется вид уравнения поверхности антенны, что приводит к трудностям, связанным, например, с удовлетворением граничным условиям на бесконечности. Вышесказанное означает, что принятое квазистатическое приближение становится несправедливым и необходим учет теплового движения частиц плазмы.

В области частот, где ϵ и η одного знака, задача сводится к решению уравнения (1) эллиптического типа со следующими граничными условиями:

$$\begin{aligned} \varphi(x, y, z) &= \varphi_0 \quad (\text{на поверхности эллипсоида}), \\ \varphi(x, y, z) &= 0 \quad (\text{на бесконечности}). \end{aligned} \quad (3)$$

Положим $z_1 = \sqrt{\epsilon/\eta} z \equiv qz$. Тогда (1) запишется в виде уравнения Лапласа

$$\frac{\partial^2 \varphi(x, y, z_1)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi(x, y, z_1)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi(x, y, z_1)}{\partial z_1^2} = 0. \quad (4)$$

Введем систему координат $x' \equiv x$, $y' \equiv y$, $z' \equiv z_1$, с помощью которой приведем уравнение поверхности эллипсоида (2) к канонической форме. Граничное условие тогда запишется в следующем виде:

$$\varphi(x', y', z') = \varphi_0$$

на эллипсоиде, уравнение поверхности которого

$$\frac{x'^2}{a^2} + \frac{y'^2}{B^2} + \frac{z'^2}{D^2} = 1, \quad (5)$$

$$\varphi(x', y', z') = 0$$

на бесконечности. Здесь

$$\frac{1}{B^2} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{b^2} + \frac{1}{q^2 d^2} - \left[\left(\frac{1}{q^2 d^2} - \frac{1}{b^2} \right)^2 + 4 \frac{p^2}{q^2} \right]^{1/2} \right\},$$

$$\frac{1}{D^2} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{b^2} + \frac{1}{q^2 d^2} + \left[\left(\frac{1}{q^2 d^2} - \frac{1}{b^2} \right)^2 + 4 \frac{p^2}{q^2} \right]^{1/2} \right\},$$

$$\frac{1}{b^2} = \frac{\cos^2 \alpha}{a^2} + \frac{\sin^2 \alpha}{L^2}, \quad \frac{1}{d^2} = \frac{\sin^2 \alpha}{a^2} + \frac{\cos^2 \alpha}{L^2},$$

$$p = \sin \alpha \cos \alpha \left(\frac{1}{L^2} - \frac{1}{a^2} \right).$$

Решение уравнения (4) при граничных условиях (5) легко найти, используя метод разделения переменных [8]. Из решения уравнения (4) находится потенциал поверхности антенны и, следовательно, реактанс $X = \varphi_0 / \omega Q$ (Q — полный заряд на антенне; импеданс антенны равен $Z = R + iX$, где R — сопротивление излучения)*:

$$X = \pm \frac{1}{2\omega \sqrt{\varepsilon\eta}} \int_0^\infty \frac{d\xi}{R_\xi}. \quad (6a)$$

Здесь $R_\xi = [(\xi + a^2)(\xi + B^2)(\xi + D^2)]^{1/2}$. Знак плюс выбирается при $\varepsilon > 0$, $\eta > 0$ и отвечает емкостному характеру реактанса, знак минус — соответственно при $\varepsilon < 0$, $\eta < 0$ и отвечает индуктивному характеру реактанса. В магнитоактивной плазме нормальная компонента D (вектора индукции) на поверхности антенны параллельна вектору E и равна $D_\perp = E(\varepsilon \sin^2\theta + \eta \cos^2\theta)$, где θ — угол между нормалью к поверхности антенны и внешним магнитным полем H_0 . Отсюда видно, что при $\varepsilon < 0$ и $\eta < 0$ D_\perp и E имеют противоположные знаки (индуктивный характер реактанса антенны), а при $\varepsilon > 0$ и $\eta > 0$ D_\perp и E имеют одинаковые знаки, что соответствует емкостному характеру реактанса. Вообще говоря, формула (6a) сводится к эллиптическому интегралу 1-го рода. Рассмотрим, например, случай, когда $\alpha \neq 0$, $\pi/2$, $D \gg a > B$, $q \sim 1$, $L \gg a$. При указанных условиях (6a) запишется в виде

$$X \simeq \pm \frac{F(\pi/2; \sqrt{1 - a^2/D^2})}{\omega \sqrt{\varepsilon\eta} (\sin^2\alpha + q^2 \cos^2\alpha)^{1/2} L}, \quad (6b)$$

где $F(\pi/2; \sqrt{1 - a^2/D^2})$ — эллиптический интеграл 1-го рода.

Более простой вид выражение (6a) приобретает в случаях, когда антенна ориентирована параллельно внешнему магнитному полю H_0 ($\alpha = 0$) или перпендикулярно к нему ($\alpha = \pi/2$).

1. Антенна расположена параллельно магнитному полю, т. е. $\alpha = 0$, $B = a$, $D = qL$. Рассмотрим несколько частных случаев.

а) $qL > a$. При указанных условиях из (6a) легко найти следующее выражение для X :

$$\dot{X} = \pm \frac{\text{Arch}(qL/a)}{\omega \sqrt{\varepsilon\eta} \sqrt{q^2 L^2 - a^2}}. \quad (7)$$

При выполнении неравенства $qL \gg a$

$$X \simeq \pm \frac{\ln(qL/a)}{\omega |\varepsilon| L}. \quad (8)$$

* В данной работе рассматривается реактанс несимметричной антенны (штыря). Следует отметить, однако, что отличие реактанса симметричной антенны от реактанса штыря при $qd > a \frac{a}{qL} \ln(qL/a)$, $d > a$ (d — расстояние между усами антенны) не существенно и сказывается во множителе порядка единицы. Это непосредственно видно, если сравнить результаты, полученные ниже, с результатами работы [9].

Следует отметить, что (8) совпадает с соответствующей формулой для реактанса работы [1].

б) $qL = a$. Распределение поля вблизи антенны таково, что из соотношения (6а) получаем выражение для импеданса сферы радиуса a в среде с изотропной диэлектрической проницаемостью $\epsilon_0 = \pm \sqrt{\epsilon\eta}$, т. е.

$$X = \pm \frac{1}{\omega a \sqrt{\epsilon\eta}}. \quad (9)$$

в) $qL < a$. В этом случае из (6а) следует, что

$$X = \pm \frac{\arccos(qL/a)}{\omega \sqrt{\epsilon\eta} \sqrt{a^2 - q^2 L^2}}. \quad (10)$$

Из соотношений (9), (10) видно, что из-за влияния плазмы распределение поля около диполя сильно отличается от случая изотропной среды. Формула (10) представляет собой реактанс сплюснутого эллипсоида вращения (антенна — вытянутый эллипсоид вращения). Если $a \gg qL$, имеем

$$X \simeq \pm \pi/2 \omega a \sqrt{\epsilon\eta}, \quad (11)$$

что совпадает с импедансом диска радиуса a , лежащего в плоскости yx в изотропной среде с диэлектрической проницаемостью $\epsilon_0 = \pm \sqrt{\epsilon\eta}$.

Заметим, что при $\epsilon \rightarrow 0$ уравнение (1) вырождается в $\partial^2 \varphi / \partial z^2 = 0$, т. е. отмеченный характер реактанса антенны при $q \rightarrow 0$ непосредственно следует из вида уравнения (1). Аналогичная ситуация имеет место и в изотропной плазме. В работе [7] показано, что при наличии слабой пространственной дисперсии ($|\eta| \ll 1$, $a \gg D_0$, $L \gg D_0$, $L \gg a$, где D_0 — дебаевский радиус) и при выполнении условий $\omega \sqrt{|\eta|} L/c \ll 1$, $\sqrt{|\eta|} L/D_0 \ll 1$ импеданс антенны определяется лишь величиной зазора между ее усаями.

2. Антенна расположена перпендикулярно внешнему магнитному полю H_0 , т. е. $\alpha = \pi/2$, $B = L$, $D = qa$. Представляет интерес рассмотреть некоторые частные случаи.

а) $q < 1$, $L \gg a > qa$. В данной области параметров плазмы для реактанса X имеем

$$X \simeq \pm \frac{1}{\omega L \sqrt{\epsilon\eta}} \ln(L/a). \quad (12)$$

б) $q > 1$ и выполнены условия $L > qa > a$. В этом случае легко получить из (6а) следующее выражение для X :

$$X = \frac{1}{\omega \sqrt{\epsilon\eta} \sqrt{L^2 - a^2}} F \left(\arcsin \sqrt{\frac{L^2 - a^2}{L^2}}; \sqrt{\frac{L^2 - q^2 a^2}{L^2 - a^2}} \right), \quad (13)$$

где $F \left(\arcsin \sqrt{(L^2 - a^2)/L^2}; \sqrt{(L^2 - q^2 a^2)/(L^2 - a^2)} \right)$ — эллиптический интеграл 1-го рода. При $L \gg qa > a$, используя асимптотическое значение эллиптического интеграла, из соотношения (13) получаем

$$X = \pm \frac{1}{\omega L \sqrt{\epsilon\eta}} \ln \frac{L}{qa}. \quad (14)$$

в) При $q \gg 1$ влияние среды на распределение поля вблизи поверхности антенны может стать значительным. Например, при $L \simeq qa \gg a$ реактанс антенны равен импедансу диска радиуса L , лежащего в плоскости zy в изотропной среде с $\epsilon_0 = \pm \sqrt{\epsilon\eta}$:

$$X = \pm \frac{\pi}{2\omega L \sqrt{\epsilon\eta}}. \quad (15)$$

В том случае, когда $qa > L$,

$$X = \pm \frac{1}{\omega |\epsilon| a} F\left(\pi/2; \sqrt{1 - L^2/q^2 a^2}\right). \quad (16)$$

Если выполнены неравенства $qa \gg L \gg a$, то, как следует из (16),

$$X \simeq \pm \frac{\ln(qa/L)}{\omega |\epsilon| a}. \quad (17)$$

Необходимо отметить, что в отличие от рассмотрения, приведенного выше, в статьях [1, 2] постулировалось равномерное распределение заряда вдоль поверхности антенны, тогда как следует, как показано выше, решать самосогласованную задачу, составляя для распределения заряда интегральное уравнение.

В области низких частот $\Omega_H < \omega < \sqrt{\omega_H \Omega_H}$, $\omega_0^2/\omega^2 \gg 1$, $\omega_H^2/\omega^2 \gg 1$, $\omega_0^2/\omega_H^2 \gg 1$ параметр $q = \sqrt{m/M} \ll 1$. Изменение величин B и D в зависимости от угла α в этом приближении приведено на рис. 1 (для антенны $L=30$ м и $a=3$ см). Рис. 2 показывает изменение величины реак-

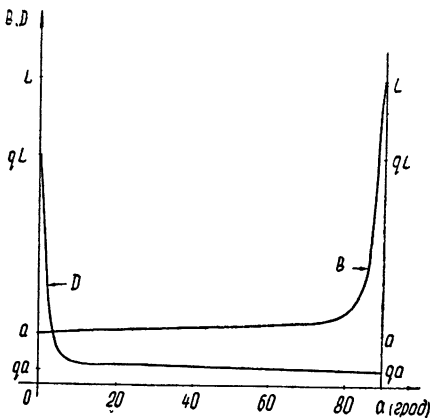


Рис. 1.

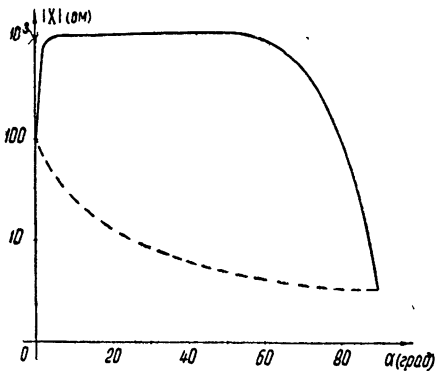


Рис. 2.

танса антенны в ионосфере на высоте $h=1000$ км и на частоте $f=10$ кгц (штриховой линией нанесено изменение реактанса в зависимости от угла α , взятое из работы [1]).

В заключение автор считает своим приятным долгом выразить благодарность А. А. Андронову и В. Я. Эйдману за плодотворные дискуссии.

ЛИТЕРАТУРА

1. K. G. Balmain, IEEE Trans. Ant. Propag., AP-12, N 5, 605 (1964),
2. H. Staras, IEEE Trans. Ant. Propag., AP-12, N 6, 695 (1964).
3. T. R. Kaiser, Planet. Space Sci., 9, 639 (1962).
4. G. L. Johnson, K. R. Cook, IEEE Trans. Ant. Propag., AP-13, 471 (1965).
5. E. N. Bramley, Planet. Space Sci., 9, 445 (1962)
6. V. P. Pyati, H. Weil, Radio Science, 69D, N 2, 291 (1965).
7. А. А. Андронов, В. Я. Эйрман, ЖТФ (в печати).
8. Л. Ландау, Е. Лифшиц, Электродинамика сплошных сред, Физматгиз, М, 1959.
9. Б. П. Кононов, А. А. Рухадзе, Г. В. Солодухов, ЖТФ, 31, № 5, 565 (1961).

Научно-исследовательский радиофизический институт
при Горьковском университете

Поступила в редакцию
19 ноября 1966 г.

ON ANTENNA REACTANCE IN A MAGNETOACTIVE PLASMA

Yu V. Chugunov

The reactance of an ellipsoidal antenna placed in a magnetoactive plasma has been calculated in a quasistatic approximation. It is shown that the charge distribution along the antenna surface may strongly differ from a uniform distribution. The reactance may have an inductive character in some regions of plasma parameters. A plot of the dependence of reactance value on the tilt angle of antenna to the direction of an external magnetic field is given for the region of low frequencies.

УДК 538.56.519.25.621.371.165

О СТАТИСТИЧЕСКИХ СВОЙСТВАХ ПОЛЯ, РАССЕЯННОГО ШЕРОХОВОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

В. В. Тамойкин, А. А. Фрайман

В кирхгофном приближении рассмотрено рассеяние плоской монохроматической волны бесконечной и ограниченной шероховатой поверхностью. Показано, что эта задача эквивалентна известной задаче о прохождении плоской волны через случайный фазовый экран. Отмечается, что статистические свойства поля рассеяния могут быть существенно различными при учете и без учета конечных размеров рассеивающей площадки. Конкретные расчеты корреляционных функций амплитуды, фазы и комплексного поля проведены для случая, когда поверхность имеет два масштаба неровностей. Выяснены условия, при которых наиболее существенным становится тот или другой масштаб.

При изучении рассеяния волн различными телами (метеорные следы, поверхность планет и т. п.) возникает вопрос о том, какая информация о свойствах рассеивающего объекта может быть получена путем корреляционной обработки флуктуаций поля рассеяния. Теоретическому исследованию этого вопроса посвящено достаточно большое количество работ (см., например, [1-3]). В этих работах задача о рассеянии решается либо в приближении метода малых возмущений [2], либо в приближении Кирхгофа [1, 3]. При этом вычисляются лишь среднее поле и средняя энергия рассеянных волн. В настоящей работе в кирхгофовом приближении рассмотрено рассеяние плоской монохроматической волны бесконечной и ограниченной шероховатой поверхностью, причем предполагается, что поверхность имеет два масштаба неровностей. Вычислены средние квадраты и корреляционные функции комплексного поля, а также амплитуды и фазы волны.

1. ПОЛЕ РАССЕЯНИЯ

Пусть на бесконечную поверхность $z = \zeta(x, y)$ со случайными неровностями $\zeta(x, y) = 0$ (черта сверху означает статистическое усреднение) падает плоская монохроматическая волна (см. рис. 1).

В акустическом случае звуковой потенциал u описывается уравнением

$$\Delta u + k_0^2 u = 0. \quad (1)$$

В электродинамике под u будем понимать одну из проекций вектора E .

Решение волнового уравнения (1) запишем по формуле Грина

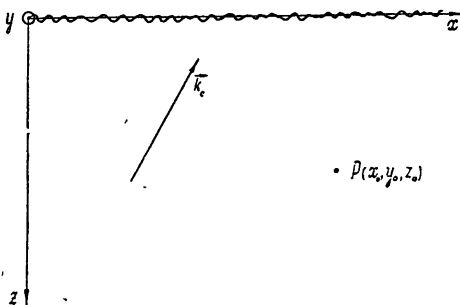


Рис. 1.

$$u(P) = \frac{1}{4\pi} \iint_S \left[u \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{\exp(ik_0 R)}{R} \right) - \frac{\exp(ik_0 R)}{R} \frac{\partial}{\partial n} u \right] dS. \quad (2)$$

Здесь R — расстояние от произвольной точки рассеивающей поверхности до точки наблюдения; интегрирование проводится по неровной поверхности.

При рассеянии звуковых волн во многих случаях можно считать поверхность абсолютно жесткой. Тогда в кирхгофовом приближении в каждой точке поверхности волну можно представить как локально плоскую и воспользоваться приближенными граничными условиями в следующем виде [1, 3]*:

$$u|_S \simeq 2 \exp(ik_0 r), \quad \left. \frac{\partial u}{\partial n} \right|_S = 0. \quad (3)$$

В электромагнитном случае, если считать поверхность идеально проводящей, для тангенциальной составляющей вектора E можно использовать граничные условия

$$u|_S = 0, \quad \left. \frac{\partial u}{\partial n} \right|_S = 2ik_0 n \exp(ik_0 r), \quad (4)$$

а для нормальной составляющей вектора E — граничные условия в форме (3).

Учитывая это, выражение (2) можно преобразовать к виду

$$u(P) = \pm \frac{i}{2\pi} \iint_S \exp(ik_0 r) \frac{\exp(ik_0 R)}{R} nk_0 dS, \quad (5)$$

причем знак «—» соответствует электромагнитной волне, вектор E которой поляризован в плоскости падения, а знак «+» — акустической волне и электромагнитной, вектор E которой лежит в плоскости, перпендикулярной плоскости падения. Ограничиваясь далее случаем нормального падения и пренебрегая краевым эффектом [1], запишем выражение (5) в более удобной форме:

$$u(P) \simeq \pm \frac{ik_0}{2\pi} \iint_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(ik_0 R)}{R} \exp(ik_0 \zeta(x, y)) dx dy. \quad (6)$$

Представим сферическую волну $\exp(ik_0 R)/R$ в (6) в виде разложения по плоским волнам:

$$\frac{\exp(ik_0 R)}{R} = \frac{i}{2\pi} \iint_{-\infty}^{\infty} \exp \left\{ i[x_1(x_0 - x) + x_2(y_0 - y) - k_z(z_0 - \zeta)] \right\} \frac{dx_1 dx_2}{k_z}, \quad (7)$$

где $k_z = \sqrt{k_0^2 - x^2}$, $x^2 = x_1^2 + x_2^2$. Учитывая (7), легко показать, что в случае крупномасштабных неровностей ($\lambda \ll l$) выражение для поля рассеяния можно приближенно записать в виде

* Приближение Кирхгофа требует малости длины волны по сравнению с радиусом кривизны поверхности ($\lambda \ll \rho$). Следовательно, при достаточно пологих неровностях $h \ll l$ (h — высота, l — масштаб неровностей) это неравенство эквивалентно следующему: $\lambda \ll l^2/8h$.

$$u(x_0, y_0, L) = \frac{ik_0 \exp(-ik_0 L)}{2\pi L} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left\{ 2ik_0 \zeta(x, y) - \right. \\ \left. - i \frac{k_0}{2L} [(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2] \right\} dx dy, \quad (8)$$

причем это выражение справедливо лишь при расстояниях, удовлетворяющих неравенству $\lambda^3 L / l^4 \ll 1$.

Формула (8) совпадает с выражением для поля волны, прошедшей случайный фазовый экран [5]. Таким образом, задача о рассеянии волны на шероховатой поверхности свелась к известной задаче о распространении флукутирующего излучения в свободном пространстве.

2. КОРРЕЛЯЦИОННЫЕ СВОЙСТВА КОМПЛЕКСНОГО ПОЛЯ

При изучении корреляционных свойств поля рассеяния удобно ввести в рассмотрение функцию

$$f(x, y, z) = f_1(x, y, z) + if_2(x, y, z) = [u(x, y, z) - \overline{u(x, y, z)}] \exp[-\Phi_0(x, y, z)],$$

где $\Phi_0(x, y, z) = \ln A_0 - ik_0 z$ — регулярная комплексная фаза поля. Пусть $\Phi_1(x, y, z)$ представляет собой случайную комплексную фазу поля. Тогда $f(x, y, z)$ можно представить в виде [5]

$$f(x, y, z) = \exp[\Phi_1(x, y, z)] - \overline{\exp[\Phi_1(x, y, z)]}. \quad (9)$$

Следовательно, при $|\Phi_1| \ll 1$ (слабый фазовый экран [5]) $f_1 = p = \ln(A/A_0)$, $f_2 = s$, где A и A_0 — амплитуды рассеянного и падающего полей соответственно, а s — случайная фаза поля рассеяния. Таким образом, в этом случае статистика амплитуды и фазы поля, рассеянного шероховатой площадкой, совпадает со статистикой действительной и мнимой частей величины $f(x, y, z)$.

Из (8) следует, что величину $f(x, y, z)$ в плоскости $z = L$ можно выразить через ее значение в плоскости $z = 0$ следующим образом:

$$f(x_1, y_1, L) = \frac{ik_0}{2\pi L} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y, 0) \exp \left\{ -i \frac{k_0}{2L} [(x - x_1)^2 + \right. \\ \left. + (y - y_1)^2] \right\} dx dy, \quad (10)$$

причем

$$f(x, y, 0) = \exp[2ik_0 \zeta(x, y)] - \overline{\exp[2ik_0 \zeta(x, y)]}.$$

Введем в рассмотрение следующие корреляционные функции (предполагаем, что случайное поле $f(\mathbf{r})$ однородно):

$$\Gamma_{ff^*}(\xi, \eta) = \overline{f(x, y, L) f^*(x + \xi, y + \eta, L)} = \Gamma_{f_1} + \Gamma_{f_2}, \quad (11) \\ \Gamma_f(\xi, \eta) = \overline{f(x, y, L) f(x + \xi, y + \eta, L)} = \Gamma_{f_1} - \Gamma_{f_2} + 2i\Gamma_{f_1 f_2},$$

причем функция Γ_{ff^*} при удалении от плоскости $z = 0$ сохраняется [5, 6]:

$$\Gamma_{ff^*}(\xi, \eta, L) = \Gamma_{ff^*}(\xi, \eta, 0), \quad (12)$$

а функция $\Gamma_f(\xi, \eta, L)$ связана с $\Gamma_f(\xi, \eta, 0)$ такими же дифракционными формулами, как и поле $f(\mathbf{r})$:

$$\Gamma_f(\xi, \eta, L) = \frac{ik_0}{4\pi L} \iint_{\infty}^{\infty} \Gamma_f(x, y, 0) \exp \left\{ -i \frac{k_0}{4L} [(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2] \right\} dx dy. \quad (13)$$

Легко показать, что

$$\begin{aligned} \Gamma_{ff^*}(\xi, \eta, 0) &= \exp[-4k_0^2 \Gamma_c(0, 0)] \{ \exp[4k_0^2 \Gamma_c(\xi, \eta)] - 1 \}, \\ \Gamma_f(\xi, \eta, 0) &= \exp[-4k_0^2 \Gamma_c(0, 0)] \{ \exp[-4k_0^2 \Gamma_c(\xi, \eta)] - 1 \}. \end{aligned} \quad (14)$$

Отсюда, в частности, видно, что для поверхности с двумя масштабами неровностей l_1 и l_2 и корреляционной функцией вида $\Gamma_c(\rho) = \bar{c}_1^2 \exp(-\rho^2/l_1^2) + \bar{c}_2^2 \exp(-\rho^2/l_2^2)$ при выполнении неравенства $4k_0^2 \Gamma_c(0) \gg 1$ (сильный фазовый экран) коэффициент корреляции комплексного поля приближенно равен

$$\gamma_{ff^*} = \frac{\Gamma_{ff^*}(\rho)}{\Gamma_{ff^*}(0)} \simeq \exp \left(-\frac{\rho^2}{l_{E_1}^2} - \frac{\rho^2}{l_{E_2}^2} \right), \quad (15)$$

где $l_{E_1} = l_1/2k_0 \sqrt{\bar{c}_1^2}$, $l_{E_2} = l_2/2k_0 \sqrt{\bar{c}_2^2}$ — масштабы неоднородностей поля. Следовательно, в случае сильных фазовых флуктуаций, вызванных шероховатостями поверхности, корреляция поля рассеяния определяется главным образом масштабом тех неровностей, наклон которых наибольший. Легко показать, что в обратном предельном случае ($4k_0^2 \Gamma_c(0) \ll 1$) функция γ_{ff^*} существенно спадает на расстояниях порядка наибольшего из масштабов l_1 и l_2 независимо от величины наклона неровностей.

3. КОРРЕЛЯЦИЯ ФЛУКТУАЦИЙ АМПЛИТУДЫ И ФАЗЫ В СЛУЧАЕ МАЛЫХ НЕРОВНОСТЕЙ ($4k_0^2 \Gamma_c(0) \ll 1$)*

Как уже указывалось выше, в случае слабых фазовых возмущений, вносимых рассеивающей площадкой, $f_1 = p = \ln(A/A_0)$, $f_2 = s$. Следовательно,

$$\begin{aligned} \Gamma_p(\xi, \eta, L) &= \frac{1}{2} [\Gamma_{ff^*}(\xi, \eta, 0) + \text{Re } \Gamma_f(\xi, \eta, L)], \\ \Gamma_s(\xi, \eta, L) &= \frac{1}{2} [\Gamma_{ff^*}(\xi, \eta, 0) - \text{Re } \Gamma_f(\xi, \eta, L)], \\ \Gamma_{ps}(\xi, \eta, L) &= \frac{1}{2} \text{Im } \Gamma_f(\xi, \eta, L), \end{aligned} \quad (16)$$

где $\text{Re } \Gamma_f$ и $\text{Im } \Gamma_f$ — действительная и мнимая части функции $\Gamma_f(\xi, \eta, L)$.

Используя формулы (12)–(14) и (16), легко получить выражения для корреляционных функций уровня Γ_p , фазы Γ_s и взаимной корреляционной функции уровня и фазы Γ_{ps} . Здесь мы приведем эти выражения в различных предельных случаях, предполагая, что рассеива-

* Результаты этого параграфа совпадают с результатами, полученными методом возмущений (см., например, [2, 10, 11]).

ющая поверхность характеризуется гауссовой корреляционной функцией неровностей с двумя масштабами l_1 и l_2 , причем $l_1 \gg l_2$.

В случае $\sqrt{\lambda L} \ll l_2 \ll l_1$ (зона геометрической оптики)

$$\begin{aligned} \Gamma_p &\simeq \Gamma_{ps} \simeq 0, \\ \Gamma_s &= 4k_0^2 \Gamma_\zeta(\xi, \eta). \end{aligned} \quad (17)$$

Следовательно, в этой зоне амплитудные флуктуации не возникают, а флуктуации фазы «отпечатывают» неровности поверхности. Этот результат вполне естественен. Действительно, выше мы считали, что коэффициент отражения постоянен по всей поверхности и по модулю равен единице. При этом в непосредственной близости к поверхности в волне возникают, в основном, фазовые флуктуации ($\bar{s}^2 = 4k_0^2 \bar{\zeta}^2$), а амплитудные флуктуации по крайней мере в $\lambda L/l^2$ раз меньше фазовых. Ясно, что при дальнейшем распространении поля рассеяния за счет интерференционных эффектов должны возникнуть и амплитудные флуктуации. Однако при расстояниях, удовлетворяющих неравенству $\sqrt{\lambda L} \ll l$, интерференция отсутствует, поэтому $\Gamma_p = 0$.

Если $l_2 \ll \sqrt{\lambda L} \ll l_1$ («промежуточная» зона),

$$\begin{aligned} \Gamma_p(\xi, \eta) &= 2k_0^2 \bar{\zeta}_2^2 \exp\left(-\frac{\xi^2 + \eta^2}{l_2^2}\right), \\ \Gamma_s(\xi, \eta) &= 2k_0^2 \left[2\bar{\zeta}_1^2 \exp\left(-\frac{\xi^2 + \eta^2}{l_1^2}\right) + \bar{\zeta}_2^2 \exp\left(-\frac{\xi^2 + \eta^2}{l_2^2}\right) \right]. \end{aligned} \quad (18)$$

Следовательно, амплитудные флуктуации в этом случае коррелированы лишь на расстояниях $\rho \simeq l_2$, а фазовые — на расстояниях $\rho \simeq l_1$. При этом функция взаимной корреляции уровня и фазы имеет вид

$$\Gamma_{ps}(\xi, \eta, L) = \frac{k_0^3 l_2^2}{2L} \bar{\zeta}_2^2 \exp\left[-\frac{k_0^2 l_2^2}{16L^2} (\xi^2 + \eta^2)\right] \cos\left[\frac{k_0}{4L} (\xi^2 + \eta^2)\right], \quad (19)$$

т. е. она осциллирует с периодом $\rho_1 \sim \sqrt{\lambda L}$ и спадает на расстояниях $\rho_2 \sim \lambda L/l_2 \gg \sqrt{\lambda L}$.

При выполнении неравенств $\sqrt{\lambda L} \gg l_1 \gg l_2$ (зона Фраунгофера)

$$\begin{aligned} \Gamma_p &= \Gamma_s = 2k_0^2 \left[\bar{\zeta}_1^2 \exp\left(-\frac{\xi^2 + \eta^2}{l_1^2}\right) + \bar{\zeta}_2^2 \exp\left(-\frac{\xi^2 + \eta^2}{l_2^2}\right) \right], \\ \Gamma_{ps} &\simeq \frac{k_0^3}{2L} \left\{ \bar{\zeta}_1^2 l_1^2 \exp\left[-\frac{k_0^2 l_1^2}{16L^2} (\xi^2 + \eta^2)\right] + \bar{\zeta}_2^2 l_2^2 \times \right. \\ &\quad \left. \times \exp\left[-\frac{k_0^2 l_2^2}{16L^2} (\xi^2 + \eta^2)\right] \right\} \cos\left[\frac{k_0}{4L} (\xi^2 + \eta^2)\right]. \end{aligned} \quad (20)$$

При этом в зоне Фраунгофера флуктуации уровня и фазы коррелированы на расстояниях $\rho \leq l_1$, а их взаимная корреляция исчезает на расстояниях $\rho \sim \lambda L/l_1 \gg \sqrt{\lambda L}$, l_1 .

4. КОРРЕЛЯЦИЯ ФЛУКТУАЦИЙ АМПЛИТУДЫ И ФАЗЫ В СЛУЧАЕ БОЛЬШИХ НЕРОВНОСТЕЙ ($4k_0^2\Gamma_\zeta(0) \gg 1$)

Легко показать, что при выполнении указанного неравенства функция $\Gamma_f(\xi, \eta)$ экспоненциально мала, поэтому можно приближенно положить

$$\Gamma_{f,s} \simeq 0, \quad \Gamma_f \simeq \Gamma_s \simeq \frac{1}{2} \exp(-4k_0^2\Gamma_\zeta(0)) [\exp(4k_0^2\Gamma_\zeta(\xi, \eta)) - 1]. \quad (21)$$

Рассмотрим различные предельные случаи.

а) Зона геометрической оптики.

Из формулы (10) видно, что $\exp\{ik_0[(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2]/2L\}$ под знаком интеграла изменяется на расстояниях $\rho \sim \sqrt{\lambda L}$, в то время как функция $f(x, y, 0)$ при условии $4k_0^2\Gamma_\zeta(0) \gg 1$ меняется существенно на расстояниях $\rho \sim l_E$. Поэтому при выполнении неравенства* $\sqrt{\lambda L} \ll l_{E_2}, l_{E_1}$, соответствующего зоне геометрической оптики, функцию $f(x, y, 0)$ можно вынести из-под знака интеграла. В результате получим

$$f(x, y, L) \simeq f(x, y, 0) = \exp[2ik_0\zeta(x, y)]. \quad (22)$$

Следовательно, в этом случае амплитудные флуктуации не возникают, а фаза «отпечатывает» неровности поверхности:

$$\Gamma_s = 4k_0^2\Gamma_\zeta(\xi, \eta). \quad (23)$$

б) «Промежуточная» зона ($l_{E_2} \ll \sqrt{\lambda L} \ll l_{E_1}$).

Предположим, что случайную величину $\zeta(x, y)$ можно представить в виде суммы двух независимых случайных величин

$$\begin{aligned} \zeta(x, y) &= \zeta_1(x, y) + \zeta_2(x, y), \\ \Gamma_{\zeta_1, \zeta_2}(\xi, \eta) &= 0, \end{aligned} \quad (24)$$

причем ζ_1 отвечает неровностям с масштабом l_1 , а ζ_2 — неровностям с масштабом l_2 . Тогда выражение (10) можно записать в виде

$$\begin{aligned} f(x_0, y_0, L) &\simeq \frac{ik_0}{2\pi L} \exp[2ik_0\zeta_1(x_0, y_0)] \times \\ &\times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left\{2ik_0\zeta_2(x, y) - i\frac{k_0}{2L}[(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2]\right\} dx dy. \end{aligned} \quad (25)$$

Последнее перепишем следующим образом:

$$f(x, y) = f^{(1)}(x, y) f^{(2)}(x, y, L) = f_1 + if_2,$$

где $f^{(1)} = \exp(2ik_0\zeta_1)$,

$$f^{(2)} = \frac{ik_0}{2\pi L} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left\{2ik_0\zeta_2(x, y) - i\frac{k_0}{2L}[(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2]\right\} dx dy. \quad (26)$$

* Из этого неравенства видно, что при выполнении условия $4k_0^2\Gamma_\zeta(0) \gg 1$ зона геометрической оптики существенно уменьшается по сравнению со случаем $4k_0^2\Gamma_\zeta(0) \ll 1$, поскольку $l_E = l/2k_0\sqrt{\zeta^2}$ меньше масштаба l .

Следовательно, амплитуда поля равна $A = (f_1^{(2)2} + f_2^{(2)2})^{1/2}$, т. е. определяется лишь величиной $f^{(2)}$, зависящей от меньшего масштаба l_{E_2} . По отношению к этому масштабу точка наблюдения находится в зоне Фраунгофера, поэтому $f_2(x_0, y_0, L)$ так же, как $f_1^{(2)}$ и $f_2^{(2)}$, распределена (в силу центральной предельной теоремы вероятностей) по нормальному закону. При этом фаза поля $s_2 = \text{arctg}(f_2^{(2)}/f_1^{(2)})$ распределена равномерно в интервале от 0 до 2π , амплитуда имеет рэлеевское распределение, а корреляционная функция флуктуаций амплитуды определяется формулой [7, 8]

$$\Gamma_A(\rho) = 2\sigma^2 \left[E(\gamma) - \frac{1}{2} (1 - \gamma^2) K(\gamma) \right], \quad (27)$$

где $E(\gamma)$ и $K(\gamma)$ — полные эллиптические интегралы первого и второго рода, $\sigma^2 = \overline{f_1^{(2)2}} = \overline{f_2^{(2)2}}$, $\gamma(\rho) = \Gamma_{f_1^{(2)}}(\rho)/\Gamma_{f_1^{(2)}}(0)$. Выражение (27) можно также приближенно представить в виде [5]

$$\Gamma_A(\rho) \simeq \frac{\pi\sigma^2}{2} \left(1 + \frac{\gamma^2(\rho)}{4} \right). \quad (28)$$

Следовательно, коэффициент корреляции $\gamma_A(\rho) \sim \gamma^2(\rho)$, т. е. масштаб корреляции флуктуаций амплитуды $l_A \simeq l_{E_2}/\sqrt{2}$.

Вычислим теперь корреляционную функцию фазы. Из (25) следует, что $s = s_1 + s_2$, причем флуктуации s_1 вызваны неровностями масштаба l_1 , а флуктуации s_2 — неровностями масштаба l_2 . В силу независимости величин ζ_1 и ζ_2 s_1 и s_2 также независимы, т. е.

$$\Gamma_s(\rho) = \Gamma_{s_1}(\rho) + \Gamma_{s_2}(\rho), \quad (29)$$

причем $\Gamma_{s_1}(\rho) = 4k_0^2 \Gamma_{\zeta_1}(\rho)$, а $\Gamma_{s_2}(\rho)$ определяется формулой [8]

$$\Gamma_{s_2}(\rho) = \frac{\pi}{2} \Gamma_{f^{(2)}f^{(2)*}} + \frac{1}{4} \Gamma_{f^{(2)}f^{(2)*}}^2 + \dots, \quad (30)$$

где

$$\Gamma_{f^{(2)}f^{(2)*}} = \exp(-\rho^2/l_{E_2}^2).$$

Отсюда можно сделать следующий вывод: корреляция флуктуаций фазы поля рассеяния в «промежуточной» зоне существенно спадает лишь на расстояниях $\rho \gg l_1$.

в) Зона Фраунгофера ($\sqrt{\lambda L} \gg l_{E_1}, l_{E_2}$).

В этой зоне случайное поле $f(\mathbf{r})$ распределено по нормальному закону. При этом корреляционная функция флуктуаций амплитуды совпадает по виду с формулой (28), где в качестве σ^2 нужно брать величину $\sigma^2 = \overline{f_1^2} = \overline{f_2^2} = \frac{1}{2} \Gamma_{ff^*}(0, 0)$, а в качестве $\gamma(\rho)$ — величину

$\Gamma_{f_1}(\rho)/\Gamma_{f_1}(0) = \Gamma_{ff^*}(\rho)/\Gamma_{ff^*}(0)$. В частности, коэффициент автокорреляции амплитудных флуктуаций имеет вид

$$\gamma_A(\rho) = \exp\left(-\frac{2\rho^2}{l_{E_1}^2} - \frac{2\rho^2}{l_{E_2}^2}\right), \quad (31)$$

из которого следует, что масштаб корреляции флуктуаций амплитуды определяется, в основном, теми неровностями, которые имеют наибольший наклон.

Корреляционная функция фазы дается формулой [8]

$$\Gamma_s(\rho) = \frac{\pi}{2} \gamma(\rho) + \frac{1}{4} \gamma^2(\rho) + \frac{7\pi}{12} \gamma^3(\rho) + \dots, \quad (32)$$

т. е. корреляция фазы так же, как и амплитуды, определяется масштабами (l_{E_1} или l_{E_2}) тех неровностей, наклон которых наибольший.

5. ВЛИЯНИЕ КОНЕЧНЫХ РАЗМЕРОВ РАССЕИВАЮЩЕЙ ПЛОЩАДКИ

В большинстве приложений рассеивающую поверхность нельзя считать бесконечной, так как ее площадь либо ограничена естественными размерами (метеорные следы), либо размерами той площадки, которая определяется шириной диаграмм направленности передающей и приемной антенн. В связи с этим возникает задача о рассеянии волн ограниченной шероховатой площадкой. Последняя аналогична задаче о дифракции плоской волны на ограниченном фазовом экране. При этом случайное поле $f(x_0, y_0, L)$ можно записать в виде

$$f(x_0, y_0, L) = \frac{ik_0}{2\pi L} \iint_{-\infty}^{\infty} f(x, y, 0) K(x, y) \exp \left\{ -i \frac{k_0}{2L} \times \right. \\ \left. \times [(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2] \right\} dx dy, \quad (33)$$

где $K(x, y)$ — функция, описывающая регулярную освещенность площадки с линейными размерами d и равная (для плоской волны) единице на площадке и нулю вне ее; $f(x, y, 0)$ — распределение поля на бесконечном шероховатом экране.

Используя выражение (33), легко получить формулы для $\Gamma_{ff^*}(r_0, \rho, L)$ и $\Gamma_f(r_0, \rho, L)$, которые приведены, например, в работе [9]. Укажем лишь на одно существенное обстоятельство. В зоне Фраунгофера, т. е. на расстояниях, удовлетворяющих неравенству $\lambda L \gg ld$ (именно на таких расстояниях формируется диаграмма поля рассеяния), функция Γ_{ff^*} равна произведению двух функций. Одна из них определяется угловым спектром мощности рассеяния на бесконечной шероховатой поверхности:

$$F_{ff^*} \left[\frac{k_0}{L} (r_0 + \rho) \right] = \iint_{-\infty}^{\infty} \Gamma_{f_0 f_0^*}(r) \exp \left[i \frac{k_0}{L} r (r_0 + \rho) \right] dr, \quad (34)$$

а вторая описывает дифракцию плоской волны на отверстии с размерами, равными размерам неровной площадки:

$$\kappa \left(\frac{k_0}{L} \rho \right) \simeq \iint_{-\infty}^{\infty} K^2(r_1) \exp \left(-i \frac{k_0}{L} r_1 \rho \right) dr_1. \quad (35)$$

Поскольку фактически предполагалось, что $l \ll d$, функция F_K является значительно более острой по сравнению с F_{ff^*} . Следовательно, на больших расстояниях* ($\lambda L \gg ld$) корреляция поля рассеяния определяется лишь спектром регулярной освещенности F_K .

* Мы предполагаем, что неровная поверхность вызывает лишь слабые фазовые возмущения в падающей волне: $4k_0^2 \Gamma_f(0) \ll 1$.

Перейдем теперь к рассмотрению корреляционных свойств уровня и фазы в различных предельных случаях. Будем считать, что площадка прямоугольная со стороной d .

а) $\lambda L \ll l^2$. При этом амплитудные флуктуации не возникают ($\Gamma_p = 0$), а корреляционная функция фазы имеет вид

$$\Gamma_s(\mathbf{r}_0, \boldsymbol{\rho}, L) = \overline{s(\mathbf{r}_0) s(\mathbf{r}_0 + \boldsymbol{\rho})} = \frac{1}{4} k_0^2 \Gamma_c(\rho) \operatorname{Re} [\varphi(\mathbf{r}_0 + \boldsymbol{\rho}) \varphi(\mathbf{r}_0)], \quad (36)$$

где

$$\begin{aligned} \varphi(\mathbf{r}_0) = & \left\{ \Phi \left[\sqrt{\frac{k_0}{2iL}} (d - x_0) \right] + \Phi \left[\sqrt{\frac{k_0}{2iL}} (d + x_0) \right] \right\} \times \\ & \times \left\{ \Phi \left[\sqrt{\frac{k_0}{2iL}} (d - y_0) \right] + \Phi \left[\sqrt{\frac{k_0}{2iL}} (d + y_0) \right] \right\}, \end{aligned}$$

$\Phi(z/\sqrt{i})$ — интеграл вероятности.

Для точек x_0, y_0 , лежащих близко к центру площадки ($|x_0|, |y_0| \ll d$), $\operatorname{Re} [\varphi(\mathbf{r}_0 + \boldsymbol{\rho}) \varphi(\mathbf{r}_0)] \approx 16$. Следовательно, $\Gamma_s = 4k_0^2 \Gamma_c(\rho)$ — результат, полученный выше при рассмотрении рассеяния волны бесконечной неровной поверхностью.

Рассмотрим теперь случай, когда $x_0, y_0 = d$. При выполнении неравенства $\rho \ll \sqrt{\lambda L}$ $\operatorname{Re} [\varphi(d + \rho) \varphi(d)] = 1$ и $\Gamma_s = \frac{1}{4} k_0^2 \Gamma_c(\rho)$, т. е. фазовые флуктуации на краю экрана в 16 раз меньше, чем в центре его.

При разное точек приема на расстояние $\rho \gg \sqrt{\lambda L}$ $\operatorname{Re} [\varphi(d + \rho) \varphi(d)] \rightarrow 0$ и $\Gamma_s \rightarrow 0$. Это связано с тем, что в зоне геометрической оптики ($\lambda L \ll l^2$) при смещении от края экрана на расстояние $\rho > \sqrt{\lambda L}$ рассеянное поле резко падает.

б) $l^2 \ll \lambda L \ll ld$. При этом флуктуации уровня и фазы совпадают, а их корреляционные функции равны

$$\Gamma_p(\mathbf{r}_0, \boldsymbol{\rho}, L) = \Gamma_s(\mathbf{r}_0, \boldsymbol{\rho}, L) = \frac{1}{32} \Gamma_{f_0^*}(\rho) \operatorname{Re} [\varphi(\mathbf{r}_0 + \boldsymbol{\rho}) \varphi(\mathbf{r}_0)]. \quad (37)$$

в) $ld \ll \lambda L \ll d^2$. В этом случае корреляционные функции уровня и фазы определяются формулой

$$\Gamma_o(\mathbf{r}_0, \boldsymbol{\rho}, L) = \Gamma_s(\mathbf{r}_0, \boldsymbol{\rho}, L) \sim F_{ff^*} \left[\frac{k_0}{L} (\mathbf{r}_0 + \boldsymbol{\rho}) \right] F_K \left[\frac{k_0}{L} \boldsymbol{\rho} \right], \quad (38)$$

т. е. корреляция уровня и фазы определяется функцией F_K , описывающей регулярную дифракцию. Все полученные результаты легко обобщаются на тот случай, когда поверхность имеет два масштаба неровностей. В частности, оказывается, что при расстояниях, удовлетворяющих неравенствам $l_2 d \ll \lambda L \ll l_1 d$, корреляционная функция поля рассеяния не содержит информации о масштабе l_2 , и рассеяние происходит как от площадки с одним масштабом неровностей l_1 . На рис. 2 и 3 показана зависимость величин $\overline{p^2}$ и $\overline{s^2}$ от расстояния L для поверхности, имеющей два масштаба неровностей, причем графики относятся лишь к центральной области $|\mathbf{r}_0| \ll d$. Аналогичные кривые легко построить для произвольных точек x_0, y_0 .

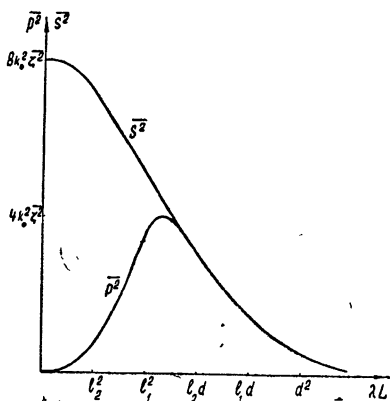


Рис. 2.

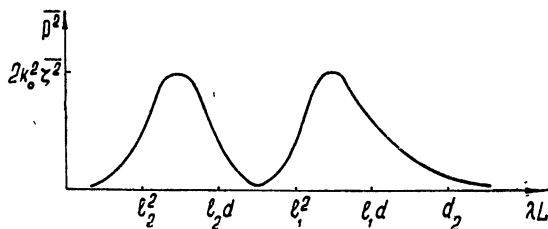


Рис. 3.

ЛИТЕРАТУРА

1. М. А. Исакович, ЖЭТФ, 23, 305 (1952).
2. Э. П. Гулин, Акуст. ж., 8, 2 (1962).
3. Л. М. Бреховских, ЖЭТФ, 23, 275 (1952).
4. Л. М. Бреховских, Волны в слоистых средах, изд. АН СССР, М., 1957.
5. Н. Г. Денисов, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 4, № 4, 630 (1961).
6. Дж. Ратклифф, Проблемы современной физики, 10, 3 (1957).
7. Д. Миддлтон, Введение в статистическую теорию связи, 1, изд. Сов. радио, М., 1961.
8. Б. Р. Левин, Теория случайных процессов и ее применение в радиотехнике, изд. Сов. радио, М., 1957.
9. Н. Г. Денисов, Геомагнетизм и аэрономия, 4, 657 (1964).
10. Э. П. Гулин, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 6, № 6, 1144 (1963).
11. И. М. Фукс, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 8, № 1, 104 (1965).

Научно-исследовательский радиофизический институт
при Горьковском университете

Поступила в редакцию
19 ноября 1966 г.

ON STATISTIC PROPERTIES OF A FIELD SCATTERED BY A ROUGH SURFACE

V. V. Tamoykin, A. A. Fraiman

Scattering of a plane monochromatic wave by an infinite and limited rough surface has been considered in Kirchoff's approximation. It is shown that this problem is equivalent to the known one on a plane wave passing through a random phase screen. It is noted that the statistical properties of the stray field may be considerably different with allowance and without it for finite dimensions of a scattering area. The corresponding calculations of correlation functions of amplitude, phase and complex field are carried out for the case when the surface has two scales of irregularities. The conditions are clarified when one or the other scale becomes preavailable.

УДК 535.3 : 551.51

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ФЛУКТУАЦИЙ УГЛА ПРИХОДА СВЕТА В УСЛОВИЯХ СИЛЬНЫХ ФЛУКТУАЦИЙ ИНТЕНСИВНОСТИ

А. С. Гурвич, М. А. Каллистратова

Проведены измерения случайных смещений изображения удаленного источника света в фокусе линзы из-за флуктуаций показателя преломления в атмосфере. Показано, что в условиях проводимого эксперимента эти смещения вызваны в основном флуктуациями фазы световой волны. Полученные данные свидетельствуют о том, что для оценки дисперсии флуктуаций угла прихода световых волн можно пользоваться результатами первого приближения метода плавных возмущений в условиях сильных флуктуаций интенсивности. Результаты работы могут быть использованы для оценки помех в работе систем, для которых существенны фазовые соотношения в принимаемой световой волне.

Возможность использования когерентного светового излучения для решения технических задач привлекает внимание к изучению помех и искажений световых волн при распространении в атмосфере. Проведенные эксперименты [1] на приземных трассах длиной 4 и 24 км показывают, что при супергетеродинном приеме эффективный диаметр приемного объектива уменьшается до 1 см из-за фазовых флуктуаций в проходящей волне. Эксперименты [2, 3] подтвердили результаты теоретических расчетов [4] спектров флуктуаций фазы, возникающих при распространении световых и звуковых волн в турбулентной атмосфере. Эти эксперименты достаточно надежно подтвердили зависимость дисперсии флуктуаций направления прихода световых волн от длины трассы, интенсивности турбулентности и размера приемного объектива. Измерения [2, 3] проводились при слабых флуктуациях интенсивности, когда дисперсия интенсивности была меньше ее среднего значения.

Теория [4], основанная на приближенном решении методом плавных возмущений волнового уравнения, описывающего распространение света в среде с флуктуациями показателя преломления, применима лишь при условии, что дисперсия интенсивности света много меньше среднего значения интенсивности. Эксперименты [5, 6] показали, что, когда флуктуации интенсивности становятся сравнимыми с ее средним значением, расчеты дисперсии уровня сигнала (натурального логарифма интенсивности) по формуле (1), полученной в [4],

$$\sigma_1^2 = 1,23 k^{7/6} C_n^2 L^{11/6} \quad (1)$$

(C_n — структурная постоянная показателя преломления, $k = 2\pi/\lambda$, λ — длина волны, L — расстояние между источником и приемником), начинают давать неверные результаты: при дальнейшем увеличении σ_1^2 измеренные значения* дисперсии уровня сигнала σ практически не меняются, оставаясь близкими к единице. В [7] при вычислении диспер-

* На приземных трассах $C_n^2 \lesssim 10^{-13} \text{ см}^{-2/3}$ и σ_1 достигает значения порядка единицы при $L \simeq 250 \div 500 \text{ м}$.

сии флуктуаций уровня приближенно были учтены искажения фазы в волне, которая претерпевает рассеяние на турбулентных неоднородностях. Такой подход позволил получить результат, в общем согласующийся с экспериментальными данными [5, 6]. При этом было показано также, что структурная функция фазы S волны $D_s(\rho) = \langle [S(\mathbf{r} + \rho) - S(\mathbf{r})]^2 \rangle$ в плоскости, перпендикулярной направлению распространения, может быть выражена как произведение:

$$D_s(\rho) = D_{s1}(\rho) f_1(\sigma_1), \quad (2)$$

где $D_{s1}(\rho)$ — структурная функция фазы, рассчитанная для данной трассы в первом приближении метода плавных возмущений; $f_1(\sigma_1)$ — некоторая универсальная функция σ_1 , рассчитанная для этой же трассы по формуле (1). Функция $f_1(\sigma_1) = 1$ для $\sigma_1 \ll 1$ и начинает заметно убывать при $\sigma_1 \gtrsim 1$. При выводе окончательных формул в [7] был сделан целый ряд упрощающих предположений без надежной их оценки, поэтому формула (2) не дает окончательного решения задачи о вычислении $D_s(\rho)$ при сильных флуктуациях интенсивности.

В работах [8, 9] расчет флуктуаций амплитуды и фазы был проведен с учетом искривления луча при распространении в турбулентной атмосфере. При этом для структурной функции фазы получен результат, аналогичный (2), но с другой универсальной функцией $f_2(\sigma_1)$, которая заметно уменьшается лишь при $\sigma_1 \gg 1$, $f_2(0) = 1$. Для $\sigma_1 = 1 \div 1_1$ функция f_2 не рассчитана.

В настоящей работе было проведено исследование флуктуаций угла прихода световых волн в условиях, когда флуктуации уровня велики: $\sigma_1 \leq 10$. Как будет показано, флуктуации угла прихода в условиях эксперимента определялись фазовыми флуктуациями. Для измерений использовалась описанная ранее [2] система, которая автоматически с помощью достаточно глубокой обратной связи удерживала «центр тяжести» изображения удаленного источника на щели перед фотоумножителем. Действие обратной связи сводилось к тому, что вызванное флуктуациями угла прихода смещение изображения удаленного источника в фокальной плоскости приемного объектива компенсировалось поворотом зеркальца шлейфового гальванометра, установленного на пути световых лучей между объективом и щелью. Изменявшийся поворот зеркальца гальванометра был пропорционален отклонению α направления распространения пучка от его среднего значения. Измерения проводились на трассе, проходящей в степи над ровным участком подстилающей поверхности на высоте около 2 м. В качестве источника использовался прожектор с ртутной лампой высокого давления. Светящееся тело лампы размером 0,3 мм находилось в фокальной плоскости объектива с фокусным расстоянием 250 мм. Приемник с объективом диаметром 80 мм располагался на расстояниях L , равных 125, 500 и 1750 м от прожектора. При измерениях на объектив прожектора надевалась диафрагма такого диаметра, чтобы угловой размер источника при наблюдении с точки приема при всех расстояниях составлял $\gamma = 5''$. Анализ работы прожектора с применявшимися диафрагмами показывает, что на большей части трассы при всех расстояниях L световую волну можно было считать сферической.

Одновременно с определениями $\langle \alpha_c^2 \rangle$ проводились измерения вертикальных градиентов температуры и скорости ветра на высоте 2 м, которые позволяли определить независимо C_n^2 по методике, описанной в [2].

Поскольку в эксперименте измерялось смещение «центра тяжести» изображения, то необходимо рассмотреть связь между измеряемой величиной и параметрами принимаемой волны. Для этого принимаемую

волну зададим распределением поля на объективе при помощи комплексной амплитуды $\psi(\eta, \zeta) = A_0 \exp\{\chi(\eta\zeta) + iS(\eta, \zeta)\}$, причем уровень χ и фаза S являются случайными функциями координат η, ζ . Плоскость $O\eta\zeta$ совпадает с главной плоскостью приемного объектива. Для простоты будем считать, что источник света и щель перед фотоумножителем лежат на оптической оси приемного объектива. Поскольку щель лежит в фокальной плоскости $O'xy$ объектива, а источник находится далеко, то для нахождения распределения освещенности в плоскости $O'xy$ достаточно вычислить распределение интенсивности $I(\alpha, \beta)$ в зоне Фаунгофера по углам α, β , отсчитываемым от оптической оси в двух перпендикулярных плоскостях $OO'\eta$ и $OO'\zeta$. При этом углы $\alpha, \beta \ll 1$, так как размер неоднородности поля $\psi(\eta, \zeta)$ много больше λ . Определим теперь угловые координаты «центра тяжести» изображения α_c и β_c следующей формулой:

$$\alpha_c = \frac{\iint \alpha I(\alpha, \beta) d\alpha d\beta}{\iint I(\alpha, \beta) d\alpha d\beta}, \quad \beta_c = \frac{\iint \beta I(\alpha, \beta) d\alpha d\beta}{\iint I(\alpha, \beta) d\alpha d\beta}. \quad (3)$$

Обозначим через Σ поверхность объектива. В [8] показано, что*

$$\alpha_c = -\frac{1}{k} \frac{\iint_{\Sigma} \exp(2\chi) (\partial S / \partial \eta) d\eta d\zeta}{\iint_{\Sigma} \exp(2\chi) d\eta d\zeta}. \quad (4)$$

Аналогичная формула имеет место для β_c при замене $\partial/\partial\eta$ на $\partial/\partial\zeta$. Из формул (3) ясно, что, если на объектив падает невозмущенная плоская волна, то $I(\alpha, \beta)$ описывает дифракцию на объективе, а α_c и β_c дают направление на источник. Это обстоятельство и позволяет рассматривать α_c и β_c как углы прихода волны, падающей на объектив.

Вычисления дисперсии $\langle \alpha_c^2 \rangle$ в общем виде представляют большие трудности. Однако, если флуктуации амплитуды невелики ($\langle \chi^2 \rangle \ll 1$), то можно считать, что $\exp \chi \approx 1$; и тогда получаем приближенно:

$$\alpha_c = -\frac{1}{k\Sigma} \iint \frac{\partial S(\eta, \zeta)}{\partial \eta} d\eta d\zeta. \quad (5)$$

Аналогичная формула получается, если размер объектива много меньше радиуса корреляции амплитуды ρ_0 , так как при этом можно считать, что в подынтегральном выражении $\exp \chi$ не зависит от координат η, ζ . В указанном приближении получаем следующую формулу для вычисления $\langle \alpha_c^2 \rangle$:

$$\langle \alpha_c^2 \rangle = \frac{1}{k^2 \Sigma^2} \iint \iint \iint \left\langle \frac{\partial S(\eta, \zeta)}{\partial \eta} \frac{\partial S(\eta', \zeta')}{\partial \eta'} \right\rangle d\eta d\zeta d\eta' d\zeta'. \quad (6)$$

Для круглого приемного объектива диаметром $2R$ вычисления [8] приводят к следующему результату:

$$\langle \alpha_c^2 \rangle = 0,97 \frac{D_s(2R)}{(2kR)^2}. \quad (7)$$

Из (7) видно, что в разобранном случае результат измерений дисперсии флуктуаций угла прихода с помощью круглого объектива практи-

* Формула может быть легко получена путем разложения $\psi(\eta, \zeta)$ в угловой спектр $\varphi(\alpha, \beta)$ [10] и последующего вычисления распределения интенсивности $I(\alpha, \beta) = |\psi(\alpha, \beta)|^2$.

чески совпадает с определением флуктуаций направления фазовым пеленгатором, измеряющим разность фаз в двух точках на расстоянии $2R$. Измерения $\langle \alpha_c^2 \rangle$ дают тем самым значение структурной функции фазы принимаемой волны. Для сферических волн, распространяющихся в турбулентной атмосфере при условии малости флуктуаций интенсивности ($\langle \chi^2 \rangle \ll 1$), когда применим метод плавных возмущений для решения волнового уравнения и $2R > \sqrt{\lambda L}$, формула (7) приобретает вид [8]

$$\langle \alpha_c^2 \rangle_1 = 1,06 C_n^2 L (2R)^{-1/3}. \quad (8)$$

При значениях $\rho_0 \simeq R$ и не малых $\langle \chi^2 \rangle$ вычисления наиболее сложны. Однако в условиях проведенных измерений такая ситуация встречалась достаточно часто. Оценку получаемого результата можно дать из следующих соображений. Предполагая, что распределение интенсивности на плоскости приемного объектива представляет собой чередование светлых и темных областей (что, вообще говоря, хорошо видно на глаз при рассмотрении экрана, освещенного удаленным источником), можно для оценки заменить диаметр объектива $2R$ размером светлого пятна ρ_0 , считая тем самым, что работает только соответствующая часть объектива, освещенная равномерно. Из (7) следует, что оценкой будет являться отношение $(\rho_0/2R)^{-1/3}$. Проводившиеся одновременно с измерениями $\langle \alpha_c^2 \rangle$ определения радиуса корреляции флуктуаций интенсивности в наиболее неблагоприятных условиях сильных флуктуаций на расстоянии 1750 м дают значения $\rho_0 \simeq 6 \div 12$ см [6]. Следовательно, при диаметре приемного объектива 8 см можно и при сильных флуктуациях интенсивности интерпретировать результаты измерений $\langle \alpha_c^2 \rangle$ как определение значения структурной функции флуктуаций фазы в смысле формулы (7).

На рис. 1а, б, в представлены значения среднеквадратичной величины флуктуаций угла прихода $\sqrt{\langle \alpha_c^2 \rangle}$, измеренные на трассе длиной 125 м, 500 м и 1750 м соответственно. По оси абсцисс отложено значение величины $\sqrt{\langle \alpha_c^2 \rangle_1}$, рассчитанное по формуле (8). В приведенных значениях $\sqrt{\langle \alpha_c^2 \rangle}$ учтен шум системы. В качестве дисперсии шума $\sqrt{\langle \alpha_c^2 \rangle_{ш}}$ принимался сигнал на выходе системы, полученный на трассе

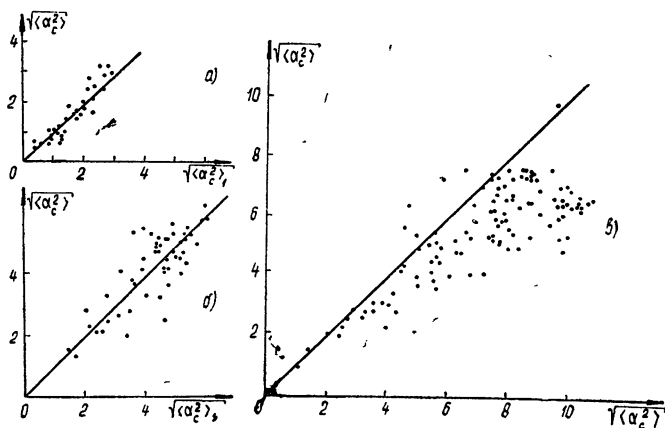


Рис. 1. Зависимости $\sqrt{\langle \alpha_c^2 \rangle}$ от $\sqrt{\langle \alpha_c^2 \rangle_1}$:

а) $L = 125$ м, б) $L = 500$ м, в) $L = 1750$ м.

длиной 125 м в вечерние часы, когда температурные пульсации, рассчитанные по вертикальным профилям температуры, близки к нулю. Величина шума составляла 0,2".

Для зависимостей между $V\langle\alpha_c^2\rangle$ и $V\langle\alpha_c^2\rangle_1$, полученных при длине трассы 125 м и 500 м, можно рассчитать коэффициент регрессии K и коэффициент корреляции r , которые оказались равными:

$$L = 125 \text{ м}, \quad K = 0,97, \quad r = 0,91,$$

$$L = 500 \text{ м}, \quad K = 1,00, \quad r = 0,79.$$

Из рис. 1в, на котором представлены данные, полученные при $L = 1750 \text{ м}$, видно, что при значениях $V\langle\alpha_c^2\rangle = 3''$ рост измеренных флуктуаций угла прихода замедляется. Из сравнения рис. 1а, б с рис. 1в видно, что при одинаковом значении $V\langle\alpha_c^2\rangle$, но при различных значениях L зависимость $\sqrt{\langle\alpha_c^2\rangle}$ от $V\langle\alpha_c^2\rangle_1$ различна. Отсюда следует, что при увеличении длины трассы L величина $\sqrt{\langle\alpha_c^2\rangle}$ перестает быть функцией одного параметра LC_n^2 , который согласно формуле (8), определяет значение $\langle\alpha_c^2\rangle_1$. Этот результат получен теоретически в работах [7-9], из которых следует, что отношение $\langle\alpha_c^2\rangle/\langle\alpha_c^2\rangle_1$ является функцией σ_1 , рассчитанного для той же трассы по формуле (1), и полученные экспериментальные данные позволяют, по-видимому, оценить вид этой функции. Для этого данные, полученные на расстояниях 500 и 1750 м, были разбиты на несколько групп и для каждой группы были рассчитаны средние значения $\sqrt{\langle\alpha_c^2\rangle}$ и $\sqrt{\langle\alpha_c^2\rangle_1}$, а также стандартные отклонения для этих средних. Отношение средних по группам отложено по оси ординат на графике рис. 2. По оси абсцисс отложены осредненные по этим же группам значения σ_1 . Вертикальный и горизонтальный отрезки обозначают стандартное отклонение.

Из рисунка 2 видно, что до $\sigma_1 = 3$, т. е. при достаточно сильных флуктуациях интенсивности света, когда метод плавных возмущений

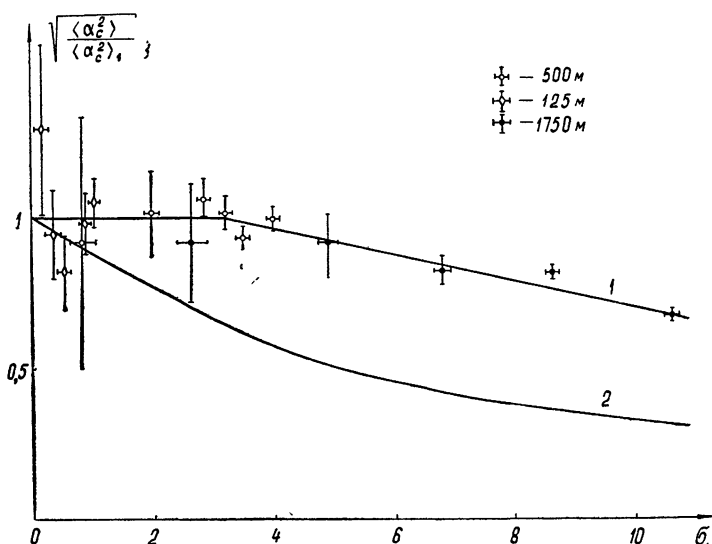


Рис. 2. Зависимость отношения $\sqrt{\langle\alpha_c^2\rangle}/\sqrt{\langle\alpha_c^2\rangle_1}$ от σ_1 :

1—экспериментальная кривая, 2—расчет на основе теории [7].

формально не применим, расчеты флуктуаций угла прихода по формуле (8) дают тем не менее правильный результат. Для $\sigma_1 > 3$ отклонения экспериментальных данных от расчетных по (8) хотя и невелики, но становятся заметными. Отметим, что указанные отклонения существенно меньше, чем это можно было бы ожидать на основании результатов [7]. Тем самым полученные данные, по-видимому, лучше согласуются с оценками, приведенными в [8, 9], где показано, что заметных отклонений $\langle \alpha_c^2 \rangle / \langle \alpha_c^2 \rangle_1$ от единицы можно ожидать лишь при $\sigma_1 \gg 1$. Здесь необходимо отметить, что измерения [1] также проводились в условиях сильных флуктуаций амплитуды: для трассы 4 км значения σ_1 достигали величины порядка 5,5, если воспользоваться приведенными значениями S_n . Тем не менее, вычисления по формулам, полученным на основе метода плавных возмущений, дают согласующиеся с экспериментом результаты.

Можно заключить, что для приближенных оценок флуктуаций фазы можно пользоваться результатами, полученными методом плавных возмущений в области более широкой, чем ограниченная условием $\sigma_1 \ll 1$ область применимости самого метода. В частности, для дисперсии флуктуаций угла прихода можно использовать формулу (8). Отметим также, что изучение частотных спектров флуктуаций угла прихода при $\sigma_1 \simeq 5 \div 10$ дало результаты, близкие к тем, которые получались ранее [2] при $\sigma_1 < 1$.

В заключение авторы выражают глубокую благодарность В. М. Бовшеверову и В. И. Татарскому за большую помощь и внимание к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. J. Goldstein, P. A. Miles, A. Chabot, Proc. IEEE, 53, N 9, 1172 (1965).
2. В. М. Бовшеверов, А. С. Гурвич, М. А. Каллистратова, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 4, № 5, 886 (1961).
3. В. М. Бовшеверов, А. С. Гурвич, М. А. Каллистратова, сб. Оптическая нестабильность земной атмосферы, изд. Наука, М—Л., 1965.
4. В. И. Татарский, Теория флуктуационных явлений при распространении волн в турбулентной атмосфере, изд. АН СССР, М., 1959.
5. М. Е. Грачева, А. С. Гурвич, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 8, № 4, 717 (1965).
6. М. Е. Грачева, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 10, № 6, 775 (1967).
7. В. И. Татарский, ЖЭТФ, 49, № 11, 1581 (1965).
8. В. И. Татарский, Диссертация, г. Горький, НИРФИ, 1964.
9. В. И. Татарский, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 10, № 1, 48 (1967).
10. Дж. Ратклиф, сб. Проблемы современной физики, № 10, 5 (1957).

Институт физики атмосферы
АН СССР

Поступила в редакцию
6 декабря 1966 г.

EXPERIMENTAL INVESTIGATIONS OF FLUCTUATIONS OF ARRIVAL ANGLE OF LIGHT UNDER THE CONDITIONS OF STRONG FLUCTUATIONS OF INTENSITY

A. S. Gurvich, M. A. Kallistratova

Measurements of random displacements of the image of a distant light source in the lens focus due to the fluctuations of the refractive index in the atmosphere are made. During the experiment these shifts are shown to be caused, mainly, by the phase fluctuations of a light wave. The data obtained confirm the idea of using the results of the first approximation of a smooth perturbation method for the estimation of the dispersion of the arrival angle fluctuations under the conditions of the strong fluctuations of the light wave intensity. The results may be used to estimate the interferences in the systems in which the phase relations in the receiving light wave are essential.

УДК 621.391.173 : 621.371.167

КОРРЕЛЯЦИЯ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ФЛУКТУАЦИЙ АМПЛИТУДЫ И ФАЗЫ ВОЛНЫ, ДИФРАГИРОВАННОЙ НА НЕРОВНОМ ЭКРАНЕ

Ю. М. Полищук

Рассмотрена автокорреляция флуктуаций и взаимная корреляция амплитуд и фаз в дифрагированной волне. Задача решена в приближении метода малых возмущений для любых значений волнового параметра. Показано, что в областях Фраунгофера и лучевого приближения корреляция не зависит от средней высоты экрана и увеличивается с удалением приемников от экрана. Корреляция амплитуд и фаз в точке приема с удалением последней от экрана уменьшается и исчезает в зоне Фраунгофера. В области промежуточных значений волнового параметра корреляция определяется соотношением между средним масштабом неровностей и радиусом зоны Френеля в области экрана и зависит от средней высоты экрана.

Ряд задач распространения волн вблизи неровной поверхности раздела приводит к рассмотрению дифракции волн на экранах со статистически неровным верхним краем. Пространственные флуктуации электромагнитного поля при дифракции на таких неровных экранах исследовались в работах [1, 2]. При этом экран предполагался непрозрачным и поле за ним определялось методом Кирхгофа.

Предварительные данные об автокорреляции пространственных флуктуаций амплитуды и фазы в дифрагированной волне приведены в [1]. Однако эти результаты получены лишь для величин радиусов корреляции неровностей, превышающих радиус зоны Френеля. В работе [2] получены выражения для автокорреляционной функции комплексного множителя ослабления без ограничений на величины флуктуаций и соотношения между масштабом неровностей и радиусом зоны Френеля, а также проведен анализ выражений для дисперсии и автокорреляции модуля множителя ослабления при пространственном разnose. Соответствующие выражения для пространственных фазовых флуктуаций в цитируемой работе не приводятся. Вопрос о взаимной корреляции амплитуд и фаз в дифрагированной волне, насколько нам известно, ранее также не рассматривался.

В данной работе рассмотрен вопрос о взаимной корреляции амплитуды и фазы дифрагированного поля в точке приема, а также о поперечной автокорреляции пространственных флуктуаций амплитуды и фазы в сферической волне. При этом не накладывается никаких ограничений на соотношения между величинами радиуса корреляции высот неровностей и радиуса зоны Френеля в области неровного экрана. Однако предполагается малость флуктуаций высот по сравнению с радиусом зоны Френеля.

1. ДИФРАКЦИОННОЕ ПОЛЕ

Рассматриваемый неровный экран расположен в плоскости xy (рис. 1). Верхний край его ограничен случайной функцией $f(x)$, одна

из реализаций которой изображена на этом рисунке. В точке O с координатами $(x_0, y_0, -L_1)$ расположен излучатель — электрический диполь с дипольным моментом p , в точках $P(x_p, y_p, L_2)$ и $S(x_s, y_s, L_2)$ — приемники, разнесенные на расстояние d перпендикулярно к оси z . Предполагается, что $f(x)$ — эргодичная и статистически однородная функция, ее средний уровень параллелен оси x , а приемники не слишком сильно (по сравнению с расстоянием до экрана) удалены от оси z . Случайную функцию $f(x)$ будем характеризовать корреляционной функцией с радиусом корреляции l (средний масштаб неровностей) и средним квадратом $\sigma_{\Delta y}^2$, высот неровностей относительно среднего уровня.

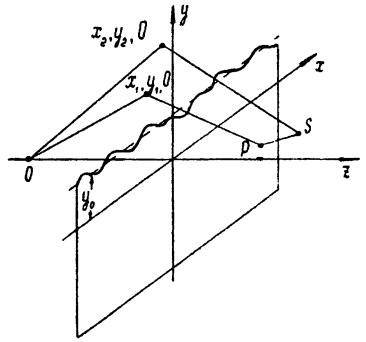


Рис. 1.

Комплексная амплитуда электрического вектора Герца в некоторой точке за неровным экраном определится в приближении Кирхгофа в виде

$$\Pi = -\frac{ikp}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dx \int_{f(x)}^{\infty} \frac{\exp[ik(r+\rho)]}{r\rho} dy, \quad (1)$$

где $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число, λ — длина волны, r и ρ — расстояния от излучателя и приемника до произвольной точки интегрирования в плоскости xy .

Запишем r и ρ в системе координат xyz , разложим их в ряд и, ограничиваясь квадратичными членами, приведем внутренний интеграл (1) к интегралам Френеля C и S [1] от случайного аргумента $[(\sqrt{\pi}/b)(f(x) - \beta)]$, где $b = \sqrt{\lambda L_1 L_2 / (L_1 + L_2)}$ — радиус первой зоны Френеля, $\beta = y L_1 / (L_1 + L_2)$. Функция $f(x)$, входящая в аргумент интегралов Френеля, может быть представлена в виде

$$f(x) = y_0 + \Delta y(x)$$

при учете предположения о параллельности среднего уровня верхнего края экрана оси x . Здесь y_0 — среднее значение функции $f(x)$ (средний уровень неровного края), $\Delta y(x)$ — отклонение от среднего значения случайной кривой.

Разлагая интегралы Френеля в ряд Тейлора по степеням малых величин $\Delta y(x)/b$ и ограничиваясь линейной частью разложения, после ряда преобразований в (1) получаем

$$\begin{aligned} \Pi = & \frac{pb^2 F}{\lambda L_1 L_2} \exp \left[i \left(kL - \frac{\pi}{4} + \psi \right) \right] - \frac{p}{\lambda L_1 L_2} \times \\ & \times \exp \left[i \left(kL - \frac{\pi}{2} \right) \right] \int_{-\infty}^{\infty} \Delta y(x) \exp \left\{ i\pi \left[\left(\frac{x-\alpha}{b} \right)^2 + \left(\frac{H}{b} \right)^2 \right] \right\} dx. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь введены обозначения

$$F = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\left(\frac{1}{2} - C_0 \right)^2 + \left(\frac{1}{2} - S_0 \right)^2},$$

$$\psi = \operatorname{arctg} \frac{1/2 - S_0}{1/2 - C_0},$$

C_0 и S_0 — косинус- и синус-интеграл Френеля от аргумента $\sqrt{\pi} \bar{H}/b$, $\bar{H} = y_0 - \beta$ — средняя высота экрана над линией прямого распространения, $\alpha = xL_1/(L_1 + L_2)$, L_1 и L_2 — расстояния от экрана до излучателя и приемника соответственно, L — расстояние от излучателя до приемника.

В результате статистического усреднения по ансамблю неровных экранов с определенной величиной \bar{H} получим выражения для средних значений амплитуды и фазы

$$\bar{\Pi} = \frac{\rho b^2 F}{\lambda L_1 L_2}, \quad \bar{\varphi} = kL - \frac{\pi}{4} + \psi,$$

совпадающие с соответствующими выражениями [7] для ровного экрана с высотой, равной \bar{H} .

Представив левую часть (2) в виде

$$\Pi = (\bar{\Pi} + \Delta\Pi) \exp [i(\bar{\varphi} + \Delta\varphi)],$$

после деления обеих частей (2) на $\bar{\Pi} \exp(i\bar{\varphi})$ и разделения на мнимую и вещественные части получим при малых флуктуациях поля следующие выражения для относительных флуктуаций амплитуды

$$\frac{\Delta\Pi}{\bar{\Pi}} = -\frac{1}{b^2 F} \int_{-\infty}^{\infty} \Delta y(x) \cos \left[\pi \left(\frac{x - \alpha}{b} \right)^2 + \Phi \right] dx \quad (3)$$

и для флуктуаций фазы

$$\Delta\varphi = -\frac{1}{b^2 F} \int_{-\infty}^{\infty} \Delta y(x) \sin \left[\pi \left(\frac{x - \alpha}{b} \right)^2 + \Phi \right] dx. \quad (4)$$

Здесь обозначено

$$\Phi = \pi \left(\frac{\bar{H}}{b} \right)^2 - \frac{\pi}{4} - \psi.$$

2. АВТОКОРРЕЛЯЦИОННЫЕ ФУНКЦИИ ПОЛЯ

Рассмотрим вопрос об автокорреляции флуктуаций дифрагированного поля в различных точках приема. Допустим, что приемники располагаются в точках P и S (рис. 1). Перемножив выражения для флуктуаций амплитуды и фазы в точках P и S и усреднив произведения по множеству экранов, получим автокорреляционные функции для флуктуаций амплитуды и фазы

$$K_A(d) = \overline{\left(\frac{\Delta\Pi}{\bar{\Pi}} \right)_P \left(\frac{\Delta\Pi}{\bar{\Pi}} \right)_S} = \frac{\sigma_{\Delta y}^2}{F_P F_S b^4} \iint_{-\infty}^{\infty} B \left(\frac{x_1 - x_2}{l} \right) \times \\ \times \cos \left[\pi \left(\frac{x_1 - \alpha_P}{b} \right)^2 + \Phi_P \right] \cos \left[\pi \left(\frac{x_2 - \alpha_S}{b} \right)^2 + \Phi_S \right] dx_1 dx_2, \quad (5)$$

$$K_\varphi(d) = \overline{\Delta\varphi_P \Delta\varphi_S} = \frac{\sigma_{\Delta y}^2}{F_P F_S b^4} \iint_{-\infty}^{\infty} B \left(\frac{x_1 - x_2}{l} \right) \times \quad (6)$$

$$\times \sin \left[\pi \left(\frac{x_1 - \alpha_P}{b} \right)^2 + \Phi_P \right] \sin \left[\pi \left(\frac{x_2 - \alpha_S}{b} \right)^2 + \Phi_S \right] dx_1 dx_2,$$

справедливые при любом виде корреляционной функции неровностей $B(x_1 - x_2)/l$. В частном случае при гауссовом задании этой функции возможно строгое вычисление интегралов (5) и (6). Действительно, эти формулы легко приводятся к виду

$$K_A(d) = \frac{\sigma_{\Delta y}^2}{F_P F_S b^4} \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left(-\frac{x_1^2}{l^2} \right) \cos \left[\pi \left(\frac{x_1 - \alpha_P}{b} \right)^2 + \Phi_P \right] I_1 dx_1, \quad (7)$$

$$K_{\varphi}(d) = \frac{\sigma_{\Delta y}^2}{F_P F_S b^4} \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left(-\frac{x_1^2}{l^2} \right) \sin \left[\pi \left(\frac{x_1 - \alpha_P}{b} \right)^2 + \Phi_P \right] I_2 dx_1, \quad (8)$$

где

$$I_1 = \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left[-\left(\frac{x_2^2}{l^2} - \frac{2x_1 x_2}{l^2} \right) \right] \cos \left[\pi \left(\frac{x_2 - \alpha_S}{b} \right)^2 + \Phi_S \right] dx_2,$$

$$I_2 = \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left[-\left(\frac{x_2^2}{l^2} - \frac{2x_1 x_2}{l^2} \right) \right] \sin \left[\pi \left(\frac{x_2 - \alpha_S}{b} \right)^2 + \Phi_S \right] dx_2$$

— табличные интегралы [4].

Подставив результаты вычисления $I_{1,2}$ в (7) и (8), приведем последние к сумме табличных интегралов типа $I_{1,2}$. В результате выражения (7) и (8) запишутся следующим образом:

$$K_A(d) = k' + k''; \quad (9)$$

$$K_{\varphi}(d) = k' - k'', \quad (10)$$

где

$$k' = \frac{\sigma_{\Delta y}^2}{2F_P F_S b^2} \exp \left[-\left(\frac{\alpha_P - \alpha_S}{l} \right)^2 \right] \cos(\Phi_P - \Phi_S); \quad (11)$$

$$k'' = \frac{\sigma_{\Delta y}^2}{2F_P F_S b^2} \sqrt[4]{\frac{4 + D^2}{4 + 5D^2 + D^4}} \exp \left[-\left(\frac{\alpha_P - \alpha_S}{l} \right)^2 \frac{4 + D^2}{4 + 5D^2 + D^4} \right] \times \quad (12)$$

$$\times \cos \left[\frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} \operatorname{arctg} D + \Phi_P + \Phi_S + \left(\frac{\alpha_P - \alpha_S}{l} \right)^2 \frac{D(4 + D^2)}{4 + 5D^2 + D^4} \right].$$

Безразмерный параметр $D = 2b^2/\pi l^2$, пропорциональный квадрату отношения радиуса зоны Френеля к масштабу неровностей, будем называть волновым параметром (аналогично случаю рассеяния волн в неоднородных средах [3]).

3. ДИСПЕРСИЯ ФЛУКТУАЦИИ

Полагая $d = 0$ в выражениях (11) и (12), получим $F_P = F_S = F$, $\alpha_P - \alpha_S = 0$ и $\Phi_P = \Phi_S = \Phi$. В результате

$$\sigma_A^2 = K_A(0) = \frac{\sigma_{\Delta y}^2}{2F^2 b^2} \left[1 + \sqrt[4]{\frac{4 + D^2}{4 + 5D^2 + D^4}} \cos \left(\frac{\pi}{2} + 2\Phi - \frac{1}{2} \operatorname{arctg} D \right) \right]; \quad (13)$$

$$\sigma_{\Phi}^2 = K_{\Phi}(0) = \frac{\sigma_{\Delta y}^2}{2F^2 b^2} \left[1 - \sqrt[4]{\frac{4 + D^2}{4 + 5D^2 + D^4}} \cos \left(\frac{\pi}{2} + 2\Phi - \frac{1}{2} \operatorname{arctg} D \right) \right]. \quad (14)$$

Проанализируем асимптотические формулы для дисперсий в области лучевого приближения ($D \ll 1$) и в зоне Фраунгофера ($D \gg 1$). Производя при $D \ll 1$ деление многочлена на многочлен в подкоренном выражении

$$\sqrt[4]{\frac{4 + D^2}{4 + 5D^2 + D^4}}, \quad (15)$$

получаем после разложения в ряд

$$\sqrt[4]{\frac{4 + D^2}{4 + 5D^2 + D^4}} = 1 + O(D^2) \quad (D \rightarrow 0). \quad (16)$$

При этом формулы (11) и (12) принимают вид

$$\sigma_A^2 = \frac{\sigma_{\Delta y}^2}{F^2 b^2} \cos^2 \left(\frac{\pi}{4} + \Phi \right); \quad (17)$$

$$\sigma_{\Phi}^2 = \frac{\sigma_{\Delta y}^2}{F^2 b^2} \sin^2 \left(\frac{\pi}{4} + \Phi \right). \quad (18)$$

В случае $D \gg 1$ из (15) получим асимптотическое выражение

$$\sqrt[4]{\frac{4 + D^2}{4 + 5D^2 + D^4}} = \sqrt{\frac{1}{D}} + O(D^{-5/2}) \quad (D \rightarrow \infty) \quad (19)$$

и формулы (13) и (14) упрощаются:

$$\sigma_A^2 = \frac{\sigma_{\Delta y}^2}{2F^2 b^2} \left[1 - \sqrt{\frac{1}{D}} \sin \left(2\Phi - \frac{1}{2} \operatorname{arctg} D \right) \right],$$

$$\sigma_{\Phi}^2 = \frac{\sigma_{\Delta y}^2}{2F^2 b^2} \left[1 + \sqrt{\frac{1}{D}} \sin \left(2\Phi - \frac{1}{2} \operatorname{arctg} D \right) \right].$$

При больших значениях волнового параметра ($D \gg 100$) с погрешностью не более 10% можно использовать следующую формулу для средних квадратов флуктуаций:

$$\sigma_A^2 = \sigma_{\Phi}^2 = \frac{\sigma_{\Delta y}^2}{2F^2 b^2}, \quad (20)$$

т. е. в области больших значений волнового параметра средние квадраты флуктуаций относительной амплитуды и фазы одинаковы и зависят от отношения дисперсии высоты неровностей к площади зоны Френеля и от средней высоты верхнего края экрана.

Для иллюстрации на рис. 2 и 3 приведены графики средних квадратов флуктуаций амплитуды и фазы при разных значениях D в зависи-

мости от средней высоты экрана. Расчеты при $D \gg 1$ и $D \ll 1$ выполнены по приближенным формулам (17), (18) и (20); при значениях D , близких к единице, — по точным формулам (13) и (14).

Анализируя поведение кривых в освещенной области ($\bar{H}/b > 0$), можно отметить, что с изменением средней высоты экрана наблюдаются осцилляции кривых дисперсий флуктуаций. Период осцилляций уменьшается с увеличением просвета, что можно связать с уменьшением ширины колец высших зон Френеля. Амплитуда осцилляций при увеличении D также уменьшается, что обусловлено следующим обстоятельством. При малых D наблюдается обычная для дифракции на полуплоскости интерференционная картина с большой глубиной осцилляций. При больших D существенная область интегрирования «изрезается» «очень неровным» краем экрана и в ней появляется большое количество некоррелированных вторичных излучателей, статистическое действие которых сглаживает регулярный эффект осцилляций кривой дисперсии при открывании очередной зоны Френеля.

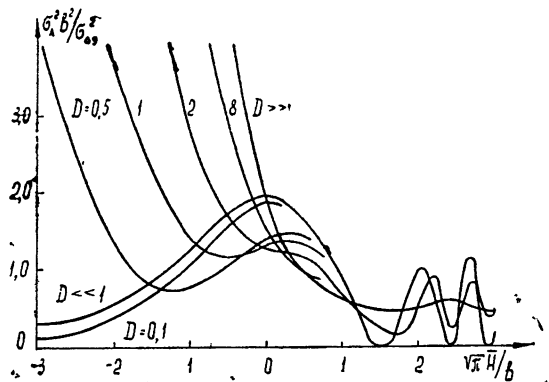


Рис. 2.

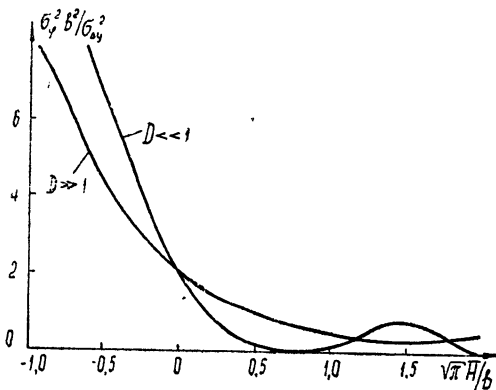


Рис. 3.

параметра $D < 1$ имеют минимумы, наблюдающиеся при

$$\frac{\bar{H}}{b} \approx \sqrt{\frac{2}{D}}.$$

Величина дисперсии амплитуды в этих минимумах уменьшается с уменьшением D и в пределе при $D \rightarrow 0$ можно предполагать, что $\sigma_A^2 \rightarrow 0$ при $\bar{H}/b \rightarrow -\infty$ (см. кривую дисперсии на рис. 2 при $D \ll 1$). После прохождения через минимум все кривые дисперсии амплитуды монотонно возрастают с увеличением \bar{H}/b приблизительно пропорционально $1/F^2$.

4. ПАРАЛЛЕЛЬНАЯ АВТОКОРРЕЛЯЦИЯ

Здесь имеется в виду поперечная автокорреляция в направлениях, параллельных среднему уровню неровного края экрана. В этом случае $F_P = F_S = F$, $\Phi_P = \Phi_S = \Phi$, поэтому

$$k' = \frac{\sigma_{\Delta y}^2}{2F^2 b^2} \exp \left[- \left(\frac{\alpha_P - \alpha_S}{l} \right)^2 \right]; \quad (21)$$

$$k'' = \frac{\sigma_{\Delta y}^2}{2F^2 b^2} \sqrt{\frac{4 + D^2}{4 + 5D^2 + D^4}} \exp \left[- \left(\frac{\alpha_P - \alpha_S}{l} \right)^2 \frac{4 + D^2}{4 + 5D^2 + D^4} \right] \times \quad (22)$$

$$\times \cos \left[\frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} \operatorname{arctg} D + 2\Phi + \left(\frac{\alpha_P - \alpha_S}{l} \right)^2 \frac{D(4 + D^2)}{4 + 5D^2 + D^4} \right].$$

При малых D получается существенное упрощение автокорреляционных функций:

$$K_A(d) = \frac{\sigma_{\Delta y}^2}{F^2 b^2} \exp \left[- \left(\frac{\alpha_P - \alpha_S}{l} \right)^2 \right] \cos^2 \left(\frac{\pi}{4} + \Phi \right),$$

$$K_\varphi(d) = \frac{\sigma_{\Delta y}^2}{F^2 b^2} \exp \left[- \left(\frac{\alpha_P - \alpha_S}{l} \right)^2 \right] \sin^2 \left(\frac{\pi}{4} + \Phi \right).$$

Рассмотрим коэффициенты автокорреляции $R_A = K_A(d)/\sigma_{A_P} \sigma_{A_S}$ и $R_\varphi = K_\varphi(d)/\sigma_{\varphi_A} \sigma_{\varphi_S}$. Для них с учетом (17) и (18) получим

$$R_A = R_\varphi = \exp \left[- \left(\frac{\alpha_P - \alpha_S}{l} \right)^2 \right] = \exp \left[- \left(\frac{d}{d_0} \right)^2 \right], \quad (23a)$$

где $d = |x_P - x_S|$ — расстояние между приемниками, $d_0 = lL/L_1$ — радиус корреляции флуктуаций амплитуды или фазы в дифрагированной волне.

В области больших значений D на основании (19) величиной k'' можно пренебречь по сравнению с k' . Тогда, учитывая (20), найдем

$$R_A = R_\varphi = \exp \left[- \left(\frac{d}{d_0} \right)^2 \right]. \quad (23b)$$

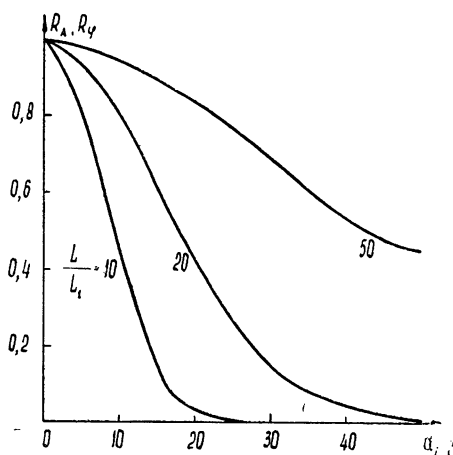


Рис. 4.

ся ближе к приемнику ($L/L_1 \approx 1$), то $d_0 \approx l$.

Следовательно, коэффициенты автокорреляции флуктуаций амплитуды и фазы в области малых и больших значений волнового параметра равны и совпадают по виду с коэффициентом автокорреляции неровностей. Радиус корреляции d_0 пространственных флуктуаций поля в L/L_1 раз больше радиуса корреляции l неровностей (рис. 4). Причем при расположении экрана вблизи излучателя ($L/L_1 \gg 1$) наблюдается значительное увеличение d_0 в месте наблюдения. Напротив, если экран располагается

Анализ автокорреляционных функций K_A и K_φ при значениях D , близких к единице, показывает, что слагаемым k'' в (9) и (10) нельзя пренебречь по сравнению с k' . Это слагаемое приводит к осцилляциям гауссовского коэффициента автокорреляции, уменьшающимся по амплитуде с ростом d , в связи с чем коэффициенты автокорреляции амплитуды и фазы при близких к единице значениях D различаются. В частности, флуктуации фазы более скоррелированы.

Исследуем автокорреляцию амплитуды и фазы при $D \gg 1$. Используя асимптотическое выражение

$$\Phi = \frac{\pi}{4} \quad (|\bar{H}/b| \rightarrow \infty),$$

из (21) и (22) для освещенной и теневой областей найдем

$$R_A = \frac{1 - \sqrt{2D} \exp[-(d/d_0)^2]}{1 - \sqrt{2D}},$$

$$R_\varphi = \frac{1 - \sqrt{2D} \exp[-(d/d_0)^2]}{1 + \sqrt{2D}},$$

откуда радиусы корреляции флуктуаций амплитуды и фазы, определенные из условия $R_A = R_\varphi = 1/e$, равны соответственно

$$d_{0A} = l \frac{L}{L_1} \sqrt{\ln \left(\frac{\sqrt{2D} e}{\sqrt{2D} + 1,73} \right)},$$

$$d_{0\varphi} = l \frac{L}{L_1} \sqrt{\ln \left(\frac{\sqrt{2D} e}{\sqrt{2D} + 1,73} \right)}.$$

Нетрудно видеть, что при $D \gg 1$

$$d_{0A} < d_0 < d_{0\varphi}.$$

Можно показать, что это соотношение справедливо и при $D \leq 1$. Таким образом, в области значений волнового параметра, близких к единице, автокорреляция фазы простирается на большее расстояние (а амплитуды — на меньшее) в сравнении с расстоянием автокорреляции d_0 для больших и малых значений D .

Рассмотрим влияние средней высоты экрана на корреляционные свойства поля. Из выражения (23) видно, что автокорреляция флуктуаций амплитуды и фазы не зависит от высоты экрана при $D \gg 1$ и $D \ll 1$. Однако при близких к единице значениях D такая зависимость существует. Для иллюстрации на рис. 5 представлены графики зависимости $R_\varphi = f(d/l)$ при $L/L_1 = 10$ и $(\sqrt{\pi}/b)\bar{H} = -1, 0, 1, 3$. Расчет проведен при $D = 2$ по точной формуле. Из рисунка, в частности, видно,

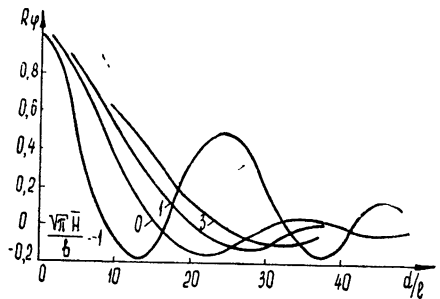


Рис. 5.

что с увеличением пространственного разнота между приемниками уменьшается амплитуда осцилляций коэффициента автокорреляции.

5. НОРМАЛЬНАЯ АВТОКОРРЕЛЯЦИЯ

Здесь имеется в виду поперечная автокорреляция амплитуды или фазы в сечениях, перпендикулярных среднему уровню неровного края. При этом, полагая в (11) и (12) $(\alpha_p - \alpha_s) = 0$, получим

$$k' = \frac{\sigma_{\Delta y}^2}{2F_p F_s b^2} \cos(\Phi_p - \Phi_s),$$

$$k'' = \frac{\sigma_{\Delta y}^2}{2F_p F_s b^2} \sqrt[4]{\frac{4 + D^2}{4 + 5D^2 + D^4}} \cos\left[\frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} \arctg D + \Phi_p + \Phi_s\right].$$

В областях малых значений волнового параметра на основании (9), (10), (17) и (18) получим

$$R_A = R_\varphi = 1. \quad (24)$$

В другом предельном случае ($D \gg 1$) имеют место соотношения (19) и (20) и коэффициенты нормальной автокорреляции определяются формулой

$$R_A = R_\varphi = \cos(\Phi_p - \Phi_s), \quad (25)$$

из которой видно, что в освещенной области и в области тени ($\Phi \rightarrow \pi/4$)

$$R_A = R_\varphi = \cos(\Phi_p - \Phi_s) \rightarrow 1 \quad (|\bar{H}/b| \rightarrow \infty).$$

В области полутени имеем

$$R_A = R_\varphi = \cos\left[\frac{\pi}{b^2} (\bar{H}_p^2 - \bar{H}_s^2) - \psi\left(\frac{\bar{H}_p}{b}\right) + \psi\left(\frac{\bar{H}_s}{b}\right)\right]. \quad (26)$$

Отсюда, а также из (24) и (25), видно, что нормальная автокорреляция не зависит от статистических свойств неровностей, а определяется лишь расстоянием между приемниками $d = |y_s - y_p|$, геометрией трассы и глубиной тени. Величина и знак коэффициента автокорреляции могут принимать различные значения при изменении d .

Проанализируем изменение корреляции в зависимости от d . При $|\bar{H}_p/b - \bar{H}_s/b| < 2 \div 3$

$$\psi\left(\frac{\bar{H}_p}{b}\right) - \psi\left(\frac{\bar{H}_s}{b}\right) = \psi'\left(\frac{\bar{H}_p}{b}\right) \frac{\sqrt{\pi}}{b} (\bar{H}_s - \bar{H}_p) = \psi'\left(\frac{\bar{H}_p}{b}\right) \frac{\sqrt{\pi} d L_1}{bL},$$

где $\psi'(\bar{H}/b)$ — производная функции ψ по аргументу, вычисленная в точке P .

Для значений $\sqrt{\pi} \bar{H}/b > -1$ функцию ψ можно аппроксимировать выражением [6]

$$\psi\left(\frac{\bar{H}}{b}\right) = \frac{\pi \bar{H}^2}{b^2}$$

и тогда

$$\psi'\left(\frac{\bar{H}}{b}\right) = \frac{2\sqrt{\pi} \bar{H}}{b}.$$

При этом выражение (26) принимает вид

$$R_A = R_\varphi = \cos \left[\pi \left(\frac{dL_1}{bL} \right)^2 \right].$$

Полагая $R_A = R_\varphi = 0$, найдем величины пространственного разности приемников, при которых отсутствует корреляция:

$$d = \gamma b \frac{L}{L_1}, \quad \gamma = \sqrt{\frac{1}{2}}, \quad \sqrt{\frac{3}{2}}, \quad \sqrt{\frac{5}{2}}, \quad \dots$$

В результате анализа нормальной поперечной автокорреляции флуктуаций можно отметить, что при лучевом рассмотрении дифракции на неровностях экрана наблюдается полная корреляция, причем она не зависит от высоты экрана. При больших значениях D в освещенной области и в области тени также имеет место полная корреляция. В области полутени с увеличением расстояния между приемниками корреляция уменьшается и при близком расположении приемника к экрану может принимать значения в интервале $(-1, 1)$.

6. ВЗАИМНАЯ КОРРЕЛЯЦИЯ АМПЛИТУДЫ И ФАЗЫ В ТОЧКЕ ПРИЕМА

Для получения выражения взаимной корреляционной функции амплитуды и фазы поля в точке приема перемножим формулы (3) и (4) и усредним. В результате получим

$$\begin{aligned} K_{A\varphi} &= \frac{\overline{\Delta\Pi}}{\Pi} \Delta\varphi = \frac{1}{b^4 F^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\Delta y(x_1) \Delta y(x_2)}{\Delta y(x_1) \Delta y(x_2)} \times \\ &\times \cos \left[\pi \left(\frac{x_1 - \alpha}{b} \right)^2 + \Phi \right] \sin \left[\pi \left(\frac{x_1 - \alpha}{b} \right)^2 + \Phi \right] dx_1 dx_2 = \\ &= \frac{\sigma_{\Delta y}^2}{b^4 F^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} B \left(\frac{x_1 - x_2}{l} \right) \cos \left[\pi \left(\frac{x_1 - \alpha}{b} \right)^2 + \right. \\ &\left. + \Phi \right] \sin \left[\pi \left(\frac{x_2 - \alpha}{b} \right)^2 + \Phi \right] dx_1 dx_2. \end{aligned}$$

При гауссовской корреляции высот неровностей после ряда вычислений и преобразований, аналогичных проведенным в разделе 3 настоящей работы, получим

$$K_{A\varphi} = \frac{\sigma_{\Delta y}^2}{2b^2 F^2} \sqrt{\frac{4 + D^2}{4 + 5D^2 + D^4}} \sin \left(\frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} \arctg D + 2\Phi \right). \quad (27)$$

Проведем анализ коэффициента взаимной корреляции пространственных флуктуаций амплитуды и фазы

$$R_{A\varphi} = \frac{K_{A\varphi}}{\sigma_A \sigma_\varphi}$$

в дифрагированной волне в областях малых и больших значений волнового параметра. При $D \ll 1$, используя асимптотическое выражение (16), получим

$$K_{A\varphi} = \frac{\sigma_{\Delta y}^2}{2b^2 F^2} \sin\left(\frac{\pi}{2} + 2\Phi\right).$$

Учитывая (17) и (18), найдем, что коэффициент корреляции при малых значениях волнового параметра

$$R_{A\varphi} = \frac{\sin(\pi/2 + 2\Phi)}{2\sin(\pi/4 + \Phi) \cos(\pi/4 + \Phi)} = 1.$$

В области больших значений D

$$K_{A\varphi} = \frac{\sigma_{\Delta y}^2}{2b^2 F^2 \sqrt{D}} \sin\left(\frac{\pi}{4} + 2\Phi\right).$$

Учитывая (20), найдем

$$R_{A\varphi} = \frac{1}{\sqrt{D}} \sin\left(\frac{\pi}{4} + 2\Phi\right) \rightarrow 0 \quad (D \rightarrow \infty).$$

В области близких к единице значений D можно предполагать, что коэффициент корреляции принимает промежуточные (между 0 и 1) значения. Действительно, для больших $|H/b|$ (в области тени и «света») $\Phi = \pi/4$ и расчет при $D = 1$ по точным формулам (13), (14) и (27) дает результат:

$$R_{A\varphi} = 0,8^1.$$

При малых расстояниях от экрана до излучателя или приемника (малые D), где справедливо лучевое рассмотрение, наблюдается сильная корреляция флуктуаций амплитуды и фазы в точке приема. С удалением экрана от конечных точек трассы распространения волны эта корреляция ослабевает и исчезает при больших D (в области Фраунгофера). Таким образом, взаимная корреляция флуктуаций амплитуды и фазы в дифрагированной волне ведет себя так же, как и при рассеянии волн в неоднородной среде [3, 5].

В заключение выражаю благодарность Г. С. Шарыгину за постановку задачи, Б. А. Редькину и Г. Н. Глазову за помощь в решении задачи и обсуждение результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ю. М. Полищук, Б. А. Редькин, Тр. ТИРиЭТ, 4, 9 (1965).
2. K. Furutsu, Radio Sci. (New Series), 1, 79 (1966).
3. Л. А. Чернов, Распространение волн в среде со случайными неоднородностями, изд. АН СССР, М., 1958.
4. И. С. Градштейн, И. М. Рыжик, Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений, Физматгиз, М., 1962.
5. В. Н. Каравайников, Акуст. ж., 3, вып. 2, 165 (1957).
6. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Теория поля, Физматгиз, М., 1962.
7. Е. Л. Файнберг, Распространение радиоволн вдоль земной поверхности, изд. АН СССР, М., 1961.

CORRELATION OF AMPLITUDE AND PHASE SPATIAL FLUCTUATIONS
OF A WAVE DIFFRACTED ON A ROUGH SCREEN

Yu. M. Polishchouk

Auto-correlation of fluctuations has been considered, as well as the mutual amplitude and phase correlation in a diffracted wave. The problem has been solved in the approximation of small perturbation method for any values of the wave parameter. It is shown that in Fraunhofer zones and ray approximation, correlation does not depend on the mean height of the screen and increases with moving receivers from the screen. Amplitude and phase correlation at the receiving point when it is moved from the screen, decreases and disappears in Fraunhofer zone. For intermediate values of the wave parameter, the correlation is determined by the relation between the average scale of irregularities and the radius of Fresnel zone on the screen and depends on the mean height of the screen.

УДК 621.378.325

ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ИЗЛУЧЕНИЯ НЕОДИМОВОГО ОКГ С ПЕРЕКЛЮЧЕНИЕМ ДОБРОТНОСТИ

В. И. Беспалов, Э. Я. Дауме

Приведены результаты эксперимента по измерению энергии излучения и наблюдению числа излучаемых импульсов оптического квантового генератора на Nd-стекле с модуляцией добротности, осуществляемой вращающимся зеркалом (призмой). Энергия излучения ($\lambda = 1,06 \mu$) и число излучаемых импульсов исследуются в зависимости от энергии накачки, скорости переключения (числа оборотов призмы), длины резонатора и коэффициента отражения неподвижного зеркала.

1. ВВОДНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ. ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

Результаты теоретических исследований, приведенные в ряде работ [1-11], позволяют найти основные связи между характеристиками излучения ОКГ, работающих в режиме переключения добротности, и параметрами генераторов. Ниже приводятся некоторые экспериментальные данные, касающиеся зависимости энергетических характеристик гигантских импульсов от параметров используемого для их генерации лазера на Nd-стекле*. Основное внимание в эксперименте уделяется определению границ областей одноимпульсного режима в различных плоскостях параметров генератора, например, в плоскости энергии возбуждения (W) и числа оборотов (n) модулирующей призмы. В этих областях исследуется зависимость энергии импульса от соответствующих параметров ОКГ.

Блок-схема установки показана на рис. 1. В качестве активного вещества 1 используется стекло с присадкой ионов Nd^{3+} с концентрацией 5,6% (по весу). Активный элемент генератора изготовлен в виде круглого стержня длиной 120 мм и диаметром 10 мм. Для подавления

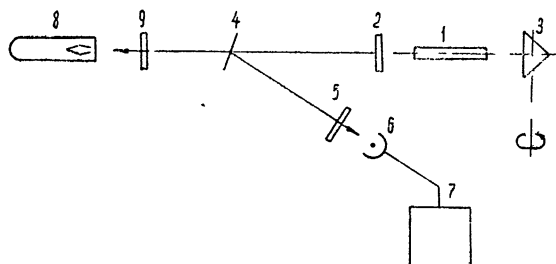


Рис. 1. Блок-схема установки.

* Результаты исследования характеристик излучения ОКГ с импульсной добротностью на рубине в зависимости от параметров генератора приведены в работах [12-14]. Некоторые данные о характеристиках лазера на Nd-стекле содержатся в работах [15-17].

«шепчущих» мод* боковая поверхность стержня сделана шероховатой. Накачка осуществляется двумя последовательно соединенными прямыми лампами с ксеноновым наполнением. Лампы накачки и рабочее вещество помещаются внутри отражателей, образованных двумя эллиптическими поверхностями, имеющими одну общую фокальную ось, вдоль

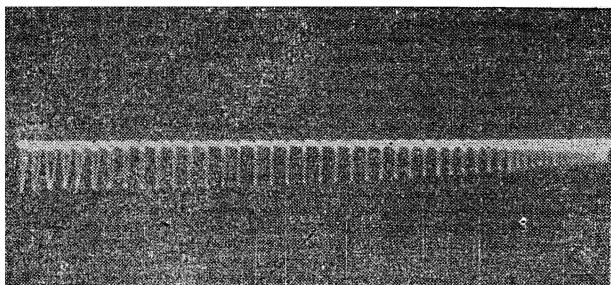


Рис. 2. Оциллограмма излучения на «шепчущих» модах.

которой расположен активный элемент. Вдоль двух других фокальных осей размещены лампы накачки. Резонатор генератора образован двумя зеркалами, одно из которых 2 представляет собой набор стеклянных (или кварцевых) плоскопараллельных пластин**, а другое 3 — вращающуюся призму. Скорость вращения призмы может изменяться в пределах от $1,5 \cdot 10^4$ до $5 \cdot 10^4$ об·мин⁻¹.

Питание ламп накачки производится от батареи конденсаторов общей емкостью $C = 400$ мкф. Постоянная времени цепи питания порядка 500—600 мксек. Указанная величина емкости близка к оптимальной***, так как ее увеличение ведет к уменьшению КПД установки, а уменьшение приводит к падению максимального значения энергии накачки. Пороговая энергия накачки для генератора с постоянной добротностью изменялась в пределах от 300 до 400 дж (для различных стержней рабочего вещества)****.

На рис. 3 приведены кривые зависимости энергии излучения E в относительных единицах от времени высвечивания импульса θ , отсчитываемого от момента зажигания ламп накачки, при различных скоростях вращения призмы и при энергии накачки $W = 750$ дж. Как видно из

* Излучение на «шепчущих» модах в режиме свободной генерации стержней с полированной боковой поверхностью имело вид регулярной последовательности пичков. Типичная оциллограмма излучения приведена на рис 2. Интервал между пичками порядка 6 мксек.

** Частотная зависимость коэффициента отражения зеркала из набора сравнительно толстых пластин (3—4 мм), разделенных воздушными промежутками, сильно изрезана. Всплывая в последующем указывается максимальное значение коэффициента отражения (по интенсивности), зависящее от количества пластин в наборе и соответствующее тому случаю, когда на толщине каждой из пластин и каждого из воздушных промежутков укладывается нечетное число четвертей длины волны.

*** Имеется в виду оптимальность по отношению к использовавшейся системе накачки. Очевидно, что при изменении формы импульса тока (например, при включении в цепь питания ламп индуктивности) величина оптимальной емкости может измениться.

**** Относительно высокое значение пороговой энергии было обусловлено значительными потерями света в системе подсветки. Уменьшение потерь в отражателях и другие меры, улучшающие систему подсветки, позволяли снизить пороговую энергию более чем в два раза.

графиков, оптимальное время θ лежит в пределах 300 — 400 мксек. Это время, задаваемое синхронизацией момента включения ламп накачки с углом поворота призмы, выдерживалось при проведении всех последующих экспериментов. Из графиков следует, что допустимая точность установки времени θ лежит примерно в пределах ± 50 мксек.

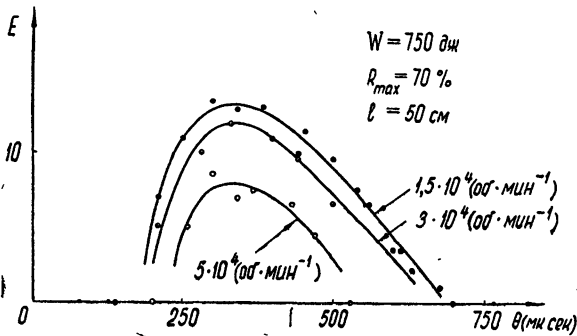


Рис. 3. Энергия излучения E в относительных единицах в зависимости от времени высвечивания θ .

Для наблюдения числа импульсов излучения и измерения их длительности использовался световой поток, отраженный от стеклянной пластинки 4. Этот поток, ослабленный нейтральными фильтрами 5, направлялся на вход фотоумножителя ФЭУ-22 6, сигнал с которого подавался на осциллограф С1-7 7. Энергия излучения измерялась калориметром 8. Для предотвращения прогорания стекла колбы, в которую заключен приемный элемент калориметра, измеряемое излучение также предвзительно ослаблялось нейтральными фильтрами 9.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТА И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

На рис. 4 приведены энергия* и количество импульсов в зависимости от энергии накачки W и скорости переключения добротности (числа

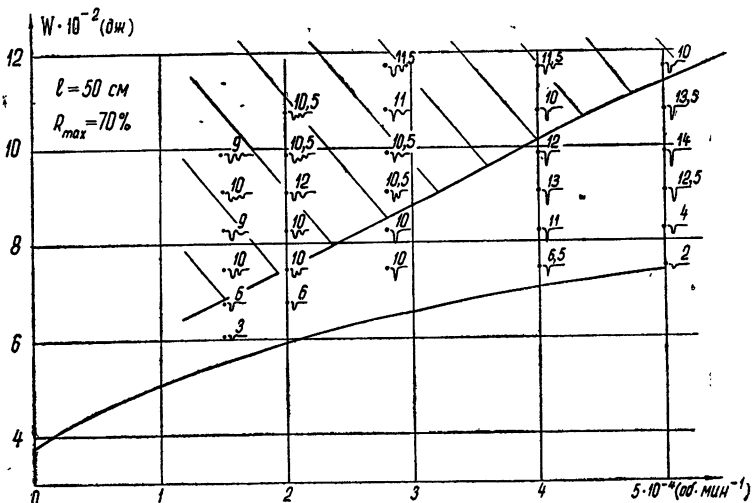


Рис. 4. Энергия излучения и количество импульсов в зависимости от энергии накачки и скорости переключения добротности.

* Энергия излучения (в относительных единицах) указывается на рисунках цифрой около изображения соответствующего импульса.

оборотов призмы n)*. Из рисунка видно, что пороговая энергия накачки возрастает с увеличением числа оборотов призмы. Такое поведение пороговой энергии объясняется тем, что при увеличении скорости вращения призмы уменьшается время, в течение которого могут нарастать колебания в резонаторе. Увеличение энергии накачки приводит к возрастанию скорости нарастания колебаний и интервала времени, в котором нарастание может осуществляться.

Зависимость пороговой энергии накачки W_n от времени переключения (скорости вращения призмы) может быть связана с зависимостью пороговой энергии $W_{п ст}$ от угла поворота призмы в статическом режиме. Эта зависимость приведена на рис. 5. Точка $\varphi = 0$ соответствует положению призмы, в котором резонатор имеет наибольшую добротность. Время нарастания импульса пропорционально (в первом приближении) величине $[10] W_{п ст}^0 / (W - W_{п ст}^0)$, где $W_{п ст}^0$ — пороговая энергия накачки в статическом режиме при $\varphi = 0$, а W — энергия накачки при работе с импульсной добротностью. Считая, с другой стороны, что время нарастания импульса вблизи порога генерации при прочих равных условиях определяется величиной, пропорциональной времени поворота призмы $\varphi(W_n)/n$, можно написать

$$\frac{n}{n^0} = \frac{\varphi(W_n)}{\varphi(W_n^0)} \frac{W_n - W_{п ст}^0}{W_n^0 - W_{п ст}^0}, \quad (1)$$

где n^0, W_n^0 — некоторая фиксированная точка пороговой кривой $n = n(W_n)$. На рис. 6 приведены кривая пороговой энергии накачки,

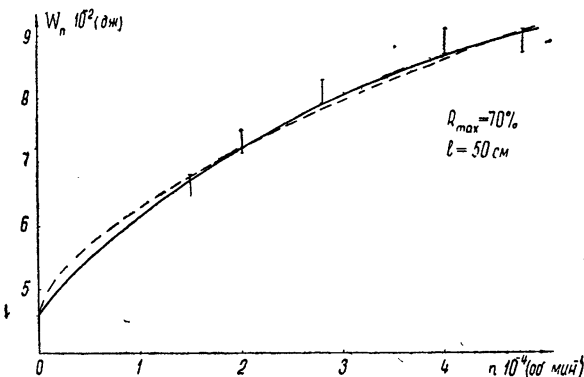


Рис. 6. Пороговая энергия накачки в режиме гигантских импульсов в зависимости от скорости переключения добротности.

* Некоторые количественные расхождения результатов измерений для одних и тех же параметров генератора на приведенных в статье графиках связаны с тем, что измерения проводились с различными экземплярами рабочих стержней. Необходимость замены стержней вызывалась тем, что в процессе работы генератора ухудшались свойства использовавшихся рабочих стержней (повышался порог, уменьшалась энергия излучения, появлялись разрушения внутри стержня).

полученная экспериментально (сплошная линия), и кривая, построенная с помощью формулы (1) и экспериментально полученной зависимости $\varphi(W_{п\text{ст}})$ (рис. 5) при $W_n^0 = 720 \text{ Дж}$ и $n^0 = 2 \cdot 10^4 \text{ об} \cdot \text{мин}^{-1}$ (пунктирная линия). Совпадение кривых достаточно хорошее.

Вся область генерации на рис. 4 разделена на области моноимпульсной и многоимпульсной (заштрихованная область) работы. Как видно из рис. 4, энергия излучения быстро увеличивается с увеличением накачки вблизи порогового значения, затем рост энергии замедляется (это видно при больших скоростях вращения) с некоторой тенденцией к снижению, что, по-видимому, связано с тем, что, начиная с некоторого момента, излучение происходит при неоптимальной добротности резонатора. В области многоимпульсной работы при значительном увеличении накачки не наблюдается заметного роста энергии излучения. Это может быть связано как с увеличением паразитных потерь (первые импульсы генерируются при непараллельных зеркалах резонатора), так и с искажениями резонансной системы за счет нагрева рабочего стержня. Максимальная энергия излучения в моноимпульсном режиме достигается (рис. 4) при значениях энергии накачки, лежащих вблизи границы, отделяющей моноимпульсный режим работы от многоимпульсного, причем ее величина растет с увеличением числа оборотов призмы. Последнее связано с тем, что с ростом n возрастает ширина области моноимпульсного режима, т. е. возможна генерация одиночного импульса при большом превышении над порогом. Рост максимальной излучаемой энергии, как следует из рисунка 4, происходит примерно пропорционально ширине (вдоль оси W) зоны моноимпульсного режима. Как и следовало ожидать, ширина этой зоны примерно того же порядка, что и величина превышения динамического порога W_n над статическим $W_{п\text{ст}}^0$.

Остановимся более кратко на описании других графиков-таблиц, так как некоторые результаты, приведенные на них, частично пояснены при обсуждении рис. 4.

На рис. 7 приведены энергия и количество импульсов излучения в зависимости от энергии накачки W и длины резонатора l^* . Как видно из рисунка, пороговая энергия накачки с увеличением длины резонатора возрастает, что связано, по-видимому, с увеличением времени нарастания поля в резонаторе [10, 12]. В той или иной степени это может быть вызвано также изменением зависимости $W_{п\text{ст}}(\varphi)$ с изменением длины резонатора (на рис. 4 пунктиром показана кривая $W_{п\text{ст}}(\varphi)$ для большей длины резонатора).

Энергия и количество импульсов излучения в зависимости от энергии накачки W и коэффициента отражения неподвижного зеркала R_{max} приведены на рис. 8. В эксперименте использовались зеркала с числом пластин от 1 до 4, максимальные коэффициенты отражения которых равны соответственно 15, 45, 70 и 86%**. Как видно из рисунка,

* Значения энергии, обведенные кружками, получены после проведения измерений, результаты которых приведены на рис. 7. Эти данные показывают, что после некоторого числа «выстрелов» (особенно при больших энергиях накачки) энергия излучения уменьшается (и, соответственно, возрастает порог), что связано как с ухудшением свойств рабочего вещества в процессе работы генератора, так и с разрушением (выгоранием) некоторых областей внутри рабочих стержней, которые использовались в эксперименте. Поэтому на рисунках с учетом этих изменений проводились некоторые усредненные пороговые кривые.

** Приведенные значения коэффициента отражения получены без учета отражения от торцов стержня активного вещества. Следовательно, фактическая величина коэффициента отражения, определяющего работу генератора, может отличаться от этих значений.

максимальное значение выходной энергии излучения получилось (в области использовавшихся параметров генератора) при трехпластинчатом отражателе. Количественное сравнение полученных здесь результатов с данными расчета [10] затруднено сложной структурой резонатора (наличием отражений от торцов рабочего стержня). Можно лишь от-

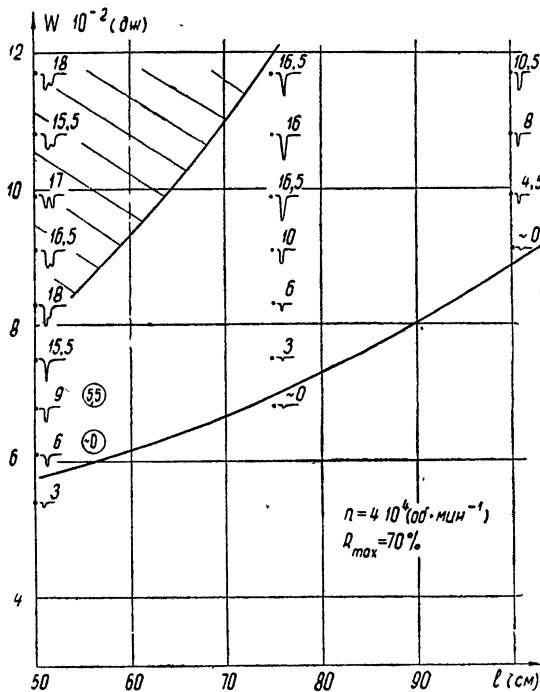


Рис. 7. Энергия излучения и количество импульсов в зависимости от энергии накачки и длины резонатора.

метить, что, как и следует из расчетов, с ростом энергии накачки оптимальное значение коэффициента отражения падает. Максимум излучаемой энергии имеет место примерно при двойном-тройном превышении величины статического порога.

Величина динамического порога системы растет с уменьшением коэффициента отражения зеркала. Этот довольно очевидный факт обусловлен как ростом статического порога при уменьшении добротности резонатора, так и следствием этого — более медленным нарастанием импульса.

На рис. 9 приведены энергия и количество импульсов излучения в зависимости от скорости переключения n и коэффициента отражения неподвижного зеркала R_{\max} . Из рисунка видно, что с увеличением числа оборотов призмы для сохранения одной и той же пороговой энергии накачки нужно увеличить коэффициент отражения зеркала, что также связано с уменьшением времени нарастания импульса из-за увеличения скорости вращения призмы.

Длительность импульса в моноимпульсном режиме работы и первого импульса в многоимпульсном режиме работы, отсчитываемая по уровню 0,5 от амплитуды, в описываемом эксперименте находилась в пределах 50—150 нсек. При малых скоростях вращения призмы для-

тельность импульса была близка к 150 нсек; при возрастании скорости вращения призмы длительность импульса уменьшалась, приближаясь к 50 нсек при скорости вращения $5 \cdot 10^4$ об·мин⁻¹.

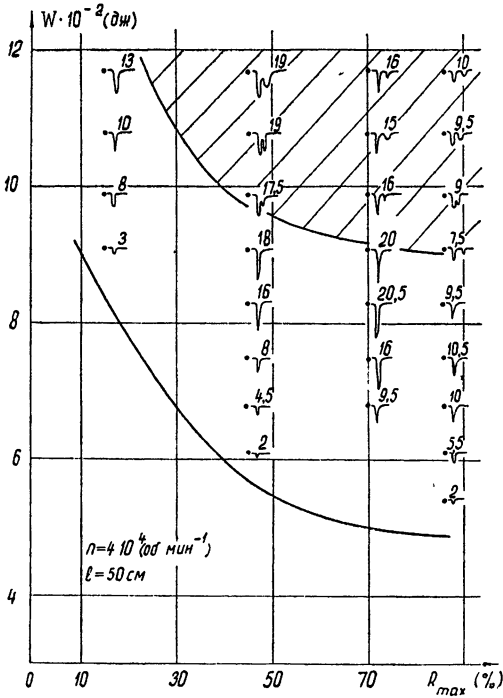
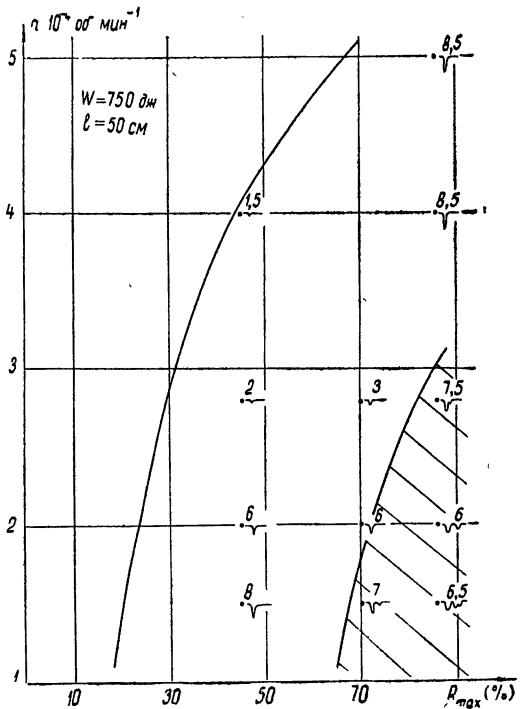


Рис. 8. Энергия излучения и количество импульсов в зависимости от энергии накачки и коэффициента отражения неподвижного зеркала.

Рис. 9. Энергия излучения и количество импульсов в зависимости от скорости переключения добротности и коэффициента отражения неподвижного зеркала.



ЛИТЕРАТУРА

1. W. G. Wagner, B. A. Lenguel, J. Appl. Phys., **34**, 2040 (1963).
2. А. М. Прохоров, Радиотехника и электроника, **8**, 1073 (1963).
3. С. С. Wang, Proc. IEEE, **51**, 1767 (1963).
4. A. A. Vuylsteke, J. Appl. Phys., **34**, 1615 (1963).
5. L. M. Frantz, Appl. Optics, **3**, 417 (1964).
6. G. Schaack, Z. angew. Phys., **17**, 385 (1964).
7. М. Л. Тер-Микаэлян, А. Л. Микаэлян, ДАН СССР, **155**, 1298 (1964).
8. А. Л. Микаэлян, Ю. Г. Турков, Радиотехника и электроника, **9**, 743 (1964).
9. M. Menat, J. Appl. Phys., **36**, 73 (1965).
10. В. И. Беспалов, Г. И. Фрейдман, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, **9**, № 3, 513 (1966).
11. В. И. Беспалов, Ю. К. Богатырев, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, **9**, № 3, 525 (1966).
12. F. T. Arecchi, G. Potenza and A. Sona, Nuovo Cimento, **34**, 1458 (1964).
13. R. C. Benson, M. R. Mirarchi, IEEE Trans, MIL-8, № 1, 13 (1964).
14. Т. В. Гваладзе, И. К. Красюк, П. П. Пашинин, А. В. Прохиндеев, А. М. Прохоров, ЖЭТФ, **48**, № 1, 106 (1965).
15. J. R. Sanford, J. H. Wenzel, G. J. Wolga, J. Appl. Phys., **35**, 3422 (1964).
16. Н. Г. Басов, В. С. Зуев, Ю. В. Сенатский, ЖЭТФ, **48**, № 6, 1562 (1965).
17. J. H. Wenzel, J. Appl. Phys., **37**, 3100 (1966).

Научно-исследовательский радиофизический институт
при Горьковском университете

Поступила в редакцию
26 ноября 1966 г.

ENERGY CHARACTERISTICS OF NEODIMIUM LASER RADIATION WITH Q-FACTOR SWITCHING

V. I. Bepalov, E. Ya. Daume

The authors present the experimental data of radiation measurement and observation of the number of radiated impulses of Nd-glass laser with Q-factor modulation produced by a rotational mirror (prism). The radiation energy ($\lambda=1.06\mu$) and the number of radiated pulses are investigated as dependent on pumping energy, switching velocity (the number of rotation of prism), resonator length and the reflection coefficient of a immovable mirror.

УДК 621.371.165

РАССЕЯНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН КУСОЧНО-ОДНОРОДНЫМ ДИЭЛЕКТРИКОМ

В. А. Буц, С. С. Калмыкова, В. И. Курилко

Получена система из двух уравнений для амплитуды фурье-поля, возникающего при рассеянии плоской волны на общей плоской грани двух прилегающих прямоугольных анизотропных диэлектрических клиньев. Показано, что в случае слабой анизотропии и малой глубины скин-слоя решение этих уравнений для внешней задачи соответствует известному импедансному приближению. В случае сильной анизотропии, когда пространственной дисперсией пренебречь нельзя, найдено аналитическое решение этой системы в нулевом приближении по $\partial/\bar{\lambda}$ ($\bar{\lambda} = \lambda/2\pi$). Получено выражение для амплитуды поверхностной волны, возбуждаемой на грани клина.

Рассмотрим неоднородный анизотропный диэлектрик, который характеризуется следующей зависимостью тензора диэлектрической проницаемости от координат:

$$\varepsilon(x, z) = \begin{cases} \hat{\varepsilon}^{(1)} & x > 0, \quad z < 0, \\ \hat{\varepsilon}^{(2)} & x < 0, \quad -\infty < z < +\infty, \\ \hat{\varepsilon}^{(3)} & x > 0, \quad z > 0. \end{cases} \quad (1)$$

Электромагнитная волна падает под углом $\varphi_0 < \pi/2$ к полуплоскости $x = 0, z < 0$ из однородного диэлектрика 2. Найдем поля, которые возникают в результате рассеяния этой волны на неоднородности диэлектрика.

Рассмотрим случай рассеяния E -волны. Будем искать решение уравнений Максвелла в следующем виде:

$$\begin{aligned} H_y^{(1)} &= T_{12} \exp(i\Phi_n^{(1)}) + R_{13} \exp(i\Phi_0^{(1)}) + \tilde{H}_y^{(1)} \quad (x > 0, z < 0), \\ H_y^{(2)} &= \exp(i\Phi_n^{(2)}) + R_{21} \exp(i\Phi_0^{(2)}) + \tilde{H}_y^{(2)} \quad (x < 0, -\infty < z < +\infty), \\ H_y^{(3)} &= T_{31} \exp(i\Phi_n^{(3)}) + \tilde{H}_y^{(3)} \quad (x > 0, z > 0), \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \Phi_n^{(1)} &\equiv kz \cos \varphi_0 + k_{\perp}^{(1)} x, & \Phi_0^{(1)} &\equiv -kz \cos \varphi_0 + k_{\perp}^{(1)} x, \\ \Phi_n^{(2)} &\equiv kz \cos \varphi_0 + kx \sin \varphi_0, & \Phi_0^{(2)} &\equiv kz \cos \varphi_0 - kx \sin \varphi_0, \\ \Phi_n^{(3)} &\equiv k_{\perp}^{(1)} x + k_{\parallel}^{(3)} z, \end{aligned}$$

где

$$k_{\perp}^{(1)} \equiv k \left[\frac{\varepsilon_{\parallel}^{(1)}}{\varepsilon_{\perp}^{(1)}} (\varepsilon_{\perp}^{(1)} - \cos^2 \varphi_0) \right]^{1/2}, \quad k_{\parallel}^{(3)} \equiv \left[\varepsilon_{\perp}^{(3)} \left(k^2 - \frac{k_{\perp}^{(1)2}}{\varepsilon_{\parallel}^{(3)}} \right) \right]^{1/2},$$

$$\varepsilon_{\parallel}^{(s)} \equiv \varepsilon_{zz}^{(s)}, \quad \varepsilon_{\perp}^{(s)} \equiv \varepsilon_{xx}^{(s)},$$

$$R_{21} \equiv \frac{1 - Q_{21}}{1 + Q_{21}}, \quad T_{12} \equiv \frac{2}{1 + Q_{21}}, \quad Q_{21} \equiv \sqrt{\frac{\varepsilon_{\perp}^{(1)} - \cos^2 \varphi_0}{\varepsilon_{\perp}^{(1)} \varepsilon_{\parallel}^{(1)} \sin^2 \varphi_0}},$$

$$R_{13} \equiv T_{12} \frac{1 - Q_{31}}{1 + Q_{31}}, \quad T_{31} \equiv \frac{2T_{12}}{1 + Q_{31}}, \quad Q_{31} \equiv \frac{\varepsilon_{\perp}^{(1)} \gamma_3}{\varepsilon_{\perp}^{(3)} k \cos \varphi_0},$$

$$\gamma_3 \equiv k_{\parallel}^{(3)}, \quad \gamma_1 \equiv k \cos \varphi_0.$$

Первые слагаемые в формулах (2) соответствуют приближению геометрической оптики, а последние дают поля, возникающие вследствие наличия неоднородности диэлектрика.

Будем искать рассеянные поля в виде суперпозиции плоских волн с неизвестными амплитудами:

$$\tilde{H}_y^{(s)} = \int_{-\infty}^{\infty} h_s(t) \exp[\Phi_s(x, z, t)] dt, \quad (3)$$

$$\Phi_s(x, z, t) \equiv itz + (-1)^s v_s(t) x, \quad v_s(t) \equiv \left[\frac{\varepsilon_{\parallel}^{(s)}}{\varepsilon_{\perp}^{(s)}} (t^2 - k^2 \varepsilon_{\perp}^{(s)}) \right]^{1/2},$$

$$s = 1, 2, 3, \quad \operatorname{Re} v_s(t) > 0.$$

Выбранные таким образом поля удовлетворяют уравнениям Максвелла при произвольных $h_s(t)$. Явный вид неизвестных функций $h_s(t)$ определяется из граничных условий непрерывности тангенциальных компонент полей на поверхностях раздела диэлектриков:

$$H_y^{(1)} = H_y^{(2)}, \quad E_z^{(1)} = E_z^{(2)} \quad (x = 0, z < 0); \quad (4a)$$

$$H_y^{(3)} = H_y^{(2)}, \quad E_z^{(3)} = E_z^{(2)} \quad (x = 0, z > 0); \quad (4б)$$

$$H_x^{(3)} = H_x^{(1)}, \quad E_x^{(3)} = E_x^{(1)} \quad (x > 0, z = 0). \quad (4в)$$

Подставляя поля (2), (3) в граничные условия (4) и используя лемму Винера — Пэли [1], можно выразить функции $h_s(t)$ через граничные значения (на контуре $\operatorname{Im} t = 0$) функций, аналитических в верхней (+) и нижней (-1) полуплоскостях комплексной переменной t :

$$h_1(t) = \frac{1}{\Delta_1} [-Z_2 x^- + \xi^- + g_2], \quad (5a)$$

$$h_3(t) = \frac{1}{\Delta_3} [-Z_2 \varphi^+ + \psi^+ + f_2];$$

$$h_2(t) = \frac{1}{\Delta_3} [Z_3 \varphi^+ + \psi^+ + f_3] = \frac{1}{\Delta_1} [Z_1 x^- + \xi^- + g_1], \quad (5б)$$

где

$$g_n \equiv -\frac{R_{13}}{2\pi i(t + \gamma_1)} [Z_{10} - (-1)^n Z_n] \quad (n = 1, 2),$$

$$f_m \equiv \frac{T_{31}}{2\pi i(t - \gamma_3)} [Z_{30} - (-1)^m Z_m] - \frac{T_{12}}{2\pi i(t - \gamma_1)} [Z_{10} - (-1)^m Z_m]$$

$$(m = 2, 3),$$

$$\Delta_s \equiv Z_2 + Z_s \quad (s = 1, 3),$$

$$Z_s(t) \equiv \frac{v_s(t)}{ik\varepsilon_{\parallel}^{(s)}}, \quad Z_{s0} \equiv \frac{k_{\perp}^{(1)}}{k\varepsilon_{\parallel}^{(s)}}.$$

Первое слагаемое в f_3 представляет поле, проникшее в полупространство $x < 0$ через диэлектрический клин $x > 0, z > 0$. Второе слагаемое вместе с полем отраженной волны дает поле волны, отраженной от диэлектрика $x > 0, z > 0$ в приближении геометрической оптики

$$R_{21} - T_{12} \frac{Z_{10} + Z_3(\gamma_1)}{Z_2(\gamma_1) + Z_3(\gamma_1)} = \frac{Z_2(\gamma_1) - Z_3(\gamma_1)}{Z_2(\gamma_1) + Z_3(\gamma_1)} = R_{23}.$$

Последнее равенство в (5б) представляет собой одну из граничных задач для отыскания неизвестных функций $\varphi^+, \psi^+, \chi^-$ и ξ^- . Легко видеть, что в случае изотропного диэлектрика ($\epsilon_{\perp}^{(1)} = \epsilon_{\parallel}^{(1)} = \epsilon_1, \epsilon_{\perp}^{(3)} = \epsilon_{\parallel}^{(3)} = \epsilon_3$) при $\epsilon_1 \gg 1, \epsilon_3 \gg 1$ можно пренебречь в этом равенстве зависимостью импедансов Z_1 и Z_3 от t , считая их постоянными. Тогда (5б) превращается в граничную задачу

$$\Phi^+ = \frac{\Delta_3}{\Delta_1} \Phi^- + f, \quad (5в)$$

$$\Phi^+ \equiv Z_3 \varphi^+ + \psi^+, \quad \Phi^- \equiv Z_1 \chi^- + \xi^-, \quad f \equiv \frac{\Delta_3}{\Delta_1} g_1 - f_3,$$

однозначно определяющую поля вне диэлектриков в этом приближении [2, 3]. В случае, когда эффектами пространственной дисперсии пренебречь нельзя, соотношение (5б) должно быть дополнено уравнениями, определяющими связи между функциями $\varphi^+, \psi^+, \chi^-$ и ξ^- . Эти уравнения должны быть получены из граничных условий (4в) на полуплоскости $x > 0, z = 0$, разделяющей однородные участки диэлектрика. Случай $\epsilon_1 \rightarrow \infty$, когда необходимо выполнение лишь одного из этих условий ($E_x^{(3)} = 0$), рассмотрен в [4]. При этом было показано, что решение задачи существует и единственно при выполнении условий Мейкснера (конечности энергии поля вблизи ребра $x = 0, z = 0$).

В настоящей работе мы не будем пренебрегать эффектами проникновения поля в какой-либо из диэлектриков, причем рассмотрим задачу о рассеянии для такого неоднородного анизотропного диэлектрика, в котором терпит разрыв лишь нормальная к поверхности компонента тензора диэлектрических постоянных: $\epsilon_{\parallel}^{(1)} = \epsilon_{\parallel}^{(3)}, \epsilon_{\perp}^{(1)} \neq \epsilon_{\perp}^{(3)}$. В этом случае можно показать (см. Приложение), что граничные условия (4в) на полуплоскости $x > 0, z = 0$ могут быть удовлетворены следующими соотношениями между амплитудами Фурье искомых полей:

$$\begin{aligned} h_1(t) - h_1(-t) &= h_3(t_-) - h_3(-t_-), \\ h_3(t) + h_3(-t) &= \alpha [h_1(t_+) + h_1(-t_+)], \\ t_{\pm} &\equiv t(\alpha)^{\pm 1}, \quad \alpha \equiv (\epsilon_{\perp}^{(1)}/\epsilon_{\perp}^{(3)})^{1/2}. \end{aligned} \quad (6)$$

Подставляя функции h_{13} из (5) в (6), можно получить систему уравнений, определяющую неизвестные функции $\varphi^+, \psi^+, \chi^-, \xi^-$. При этом для упрощения записи удобно перейти к новым неизвестным функциям, которые определяются с помощью соотношений

$$\tilde{\varphi} \equiv \varphi^+(t) - \varphi^+(-t) + \frac{t}{\pi i} \left(\frac{T_{31}}{t^2 - \gamma_3^2} - \frac{T_{12}}{t^2 - \gamma_1^2} \right),$$

* Такой диэлектрик может служить, в частности, моделью полупространства плазмы со скачкообразно меняющейся плотностью, помещенной в сильное магнитное поле $H_x = H_0$ ($\omega_H \equiv eH_0/mc \gg \omega_p, \omega$, где ω_p и ω — плазменная и рабочая частоты соответственно).

$$\begin{aligned}\tilde{\psi} &\equiv \psi^+(t) - \psi^+(-t) + \frac{t}{\pi i} \left(\frac{T_{31}}{t^2 - \gamma_3^2} - \frac{T_{12}}{t^2 - \gamma_1^2} \right) Z_{10}, \\ \tilde{\xi} &\equiv \xi^-(-t) - \xi^-(t) + \frac{t}{\pi i} \frac{R_{13} \tilde{Z}_{10}}{t^2 - \gamma_1^2}, \\ \tilde{x} &\equiv x^-(-t) - x^-(t) + \frac{t}{\pi i} \frac{R_{13}}{t^2 - \gamma_1^2}.\end{aligned}\quad (7)$$

Система уравнений, определяющая эти функции, имеет следующий вид:

$$\hat{I} \left\{ \frac{Z_3 \tilde{\varphi}' + \tilde{\psi}'}{\Delta_3} + \frac{Z_1 + Z_2}{\Delta_1} \frac{Z_3 \tilde{\varphi}' + \tilde{\psi}'}{\Delta_3} + \frac{Z_1 - Z_1}{\Delta_1} \left(\frac{\tilde{\psi}' - Z_2 \tilde{\varphi}'}{\Delta_3} \right) \right\} = F_1 \equiv 2 \left[\frac{S(g_1)}{\Delta_1} - \frac{S(f_3)}{\Delta_3} \right]; \quad (8a)$$

$$\begin{aligned}\hat{I} \left\{ \frac{\tilde{\psi}' - Z_2 \tilde{\varphi}'}{\Delta_3} + \alpha \frac{Z_{2+} + Z_{1+}}{\Delta_{1+}} \frac{\tilde{\psi}' - Z_2 \tilde{\varphi}'}{\Delta_3} + \right. \\ \left. + \alpha \frac{Z_{2+} - Z_{2+}}{\Delta_{1+}} \left(\frac{\tilde{\psi}' + \tilde{Z}_3 \tilde{\varphi}'}{\Delta_3} \right) \right\} = F_2 \equiv 2 \left[\frac{\alpha S_+(g_2)}{\Delta_{1+}} - \frac{S(f_2)}{\Delta_3} \right], \quad (8b)\end{aligned}$$

$$\hat{I} f' \equiv \frac{1}{\pi i} P \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dt'}{t' - t} f(t'), \quad S(f) \equiv f(t) + f(-t).$$

Здесь штрихами обозначены функции, которые зависят от переменной t' , нештрихованные функции зависят от t , нижними индексами (\pm) обозначены функции, которые зависят от переменных t_{\pm} .

Функции \tilde{x} и $\tilde{\xi}$ определяются через $\tilde{\varphi}$ и $\tilde{\psi}$ с помощью соотношений

$$\begin{aligned}\tilde{x} &= -\frac{1}{\Delta_3} (\tilde{\psi} + Z_3 \tilde{\varphi}) + \left[\frac{\tilde{\psi} - Z_2 \tilde{\varphi}}{\Delta_3} \right]_-, \\ \tilde{\xi} &= -\frac{Z_2}{\Delta_3} (\tilde{\psi} + Z_3 \tilde{\varphi}) - Z_1 \left[\frac{\tilde{\psi} - Z_2 \tilde{\varphi}}{\Delta_3} \right]_-. \quad (8b)\end{aligned}$$

Система уравнений (8) может быть приведена к виду

$$\begin{aligned}a_{11} \hat{I} \tilde{\varphi}' + a_{12} \hat{I} \tilde{\psi}' + K_1(\tilde{\varphi}', \tilde{\psi}') = F_1 \sqrt{\Delta_3}, \\ a_{21} \hat{I} \tilde{\varphi}' + a_{22} \hat{I} \tilde{\psi}' + K_2(\tilde{\varphi}', \tilde{\psi}') = \frac{F_2 \sqrt{\Delta_3}}{1 + \alpha},\end{aligned}\quad (9)$$

где K_1 и K_2 — неособенные интегральные операторы.

Нас интересуют решения этой системы, обращающиеся в нуль при $t \rightarrow \infty$: $\tilde{\varphi}(\infty) = \tilde{\psi}(\infty) = 0$. Выполнение этого условия обеспечивает, согласно (3) и (5), ограниченность энергии поля вблизи общего ребра рассматриваемых диэлектрических клиньев (условие Мейкснера). При

указанных предположениях (замкнутый контур и обращение неизвестных функций в нуль на бесконечности), согласно общей теории рассматриваемых уравнений [5-7], решение системы (8) существует и единственно, если индекс ее l , определяемый как приращение аргумента логарифма определителя (9) $\Delta \equiv (a_{11} a_{22} - a_{12} a_{21})$ при изменении t вдоль контура, равен нулю. В нашем случае $\Delta \equiv 1$, поэтому $l \equiv 0$ и решение системы (8), следовательно, и решение рассматриваемой задачи существует и однозначно определяется заданием полей падающей волны, определяющей функции F_1 и F_2 .

В настоящее время известны численные методы интегрирования уравнений рассматриваемого типа [8]. Однако ниже мы будем интересоваться явными аналитическими решениями (8), которые могут быть получены при наличии в задаче малого параметра. В рассматриваемой задаче имеется три безразмерных параметра ϵ_{\perp} , $\epsilon_{\perp}^{(1)}$ и $\epsilon_{\perp}^{(3)}$, определяющих импедансы Z_s , которые характеризуют в (8) электродинамические свойства каждого диэлектрика. Согласно (3) и (5), изменение параллельной границе компоненты тензора диэлектрических постоянных ϵ_{\parallel} меняет лишь величину импедансов Z_s , а нормальные компоненты тензора $\epsilon_{\perp}^{(s)}$ влияют также и на степень пространственной дисперсии этих импедансов. В частности, при $\epsilon_{\perp}^{(1)} \gg 1$, $\epsilon_{\perp}^{(3)} \gg 1$ пространственной дисперсией обоих импедансов в длинноволновой области $t \ll k\sqrt{\epsilon_{\perp}}$ можно пренебречь. При этом последнее слагаемое в левой части (8a) оказывается малым ($\sim 1/\epsilon_{\perp}$) по сравнению с первым и вторым и уравнение (8a), полностью определяющее в этом случае поля вне диэлектриков, может быть сведено к скалярной граничной задаче ($\Phi^+ = \frac{\Delta_3}{\Delta_1} \Phi^- + f$, см. выше), которая решается методом факторизации.

При не слишком больших значениях $\epsilon_{\perp}^{(1)}$ и $\epsilon_{\perp}^{(3)}$ пространственной дисперсией импедансов Z_1 и Z_3 пренебречь нельзя. Однако и в этом случае можно найти аналитическое решение системы (8), если предположить выполненным условие $\epsilon_{\parallel} \gg 1$. В этом случае, согласно (5), $F_1 \sim (1/\sqrt{\epsilon_{\perp}}) F_2$ и из сравнения обоих уравнений в (8) следует, что по порядку величины $\tilde{\psi} \sim F_1$, $\tilde{\varphi} \sim F_2$. Учитывая эти оценки, можно свести решение этой системы к квадратурам

$$\begin{aligned} \hat{I} \tilde{\varphi}_0 &= -\frac{F_2^{(0)}}{1 + \alpha}, \\ 2\hat{I} \tilde{\psi}'_0 &= Z_2 F_1^{(0)} + \frac{Z_3 F_2^{(0)} + Z_1 F_2^{(0)}}{1 + \alpha} - \hat{I} (Z_3 \tilde{\varphi}'_0 - Z_1 \tilde{\varphi}'_{0-}), \\ F_2^{(0)} &\equiv -\frac{2T_{12}}{\pi i} \left(\frac{\gamma_1}{t^2 - \gamma_1^2} - \frac{\gamma_3}{t^2 - \gamma_3^2} \right), \\ Z_2 F_1^{(0)} &\equiv \frac{2}{\pi i} \left[\frac{\gamma_1}{t^2 - \gamma_1^2} (R_{13} Z_1 + T_{12} Z_3 + T_{31} Z_{10}) - \frac{\gamma_3 T_{31}}{t^2 - \gamma_3^2} (Z_3 + Z_{10}) \right]. \end{aligned} \quad (10)$$

Следует отметить, что при $\alpha \rightarrow 1$, когда скачок нормальной компоненты тензора диэлектрической проницаемости мал, обе возбуждающие силы в (10) малы: $F_2^{(0)} \sim Z_2 F_1^{(0)} \sim (\epsilon_{\perp}^{(1)} - \epsilon_{\perp}^{(3)})$. Поэтому определяемые уравнениями (10) рассеянные поля, согласно (7) и (5), пропорцио-

нальны малому параметру $\delta \equiv (\alpha - 1)$, а поток рассеянной на неоднородности мощности пропорционален квадрату этого параметра.

В общем случае произвольных α получаем

$$\begin{aligned} \tilde{\varphi}_0 &= -\frac{2}{\pi i} \frac{T_{12} t}{1 + \alpha} \left[\frac{1}{t^2 - \gamma_1^2} - \frac{1}{t^2 - \gamma_3^2} \right], \\ 2\tilde{\psi}_0 &= -Z_3 \tilde{\varphi}_0 + Z_1 \tilde{\varphi}_{0-} + \hat{I} \left[Z_2 F_1^{(0)} + \frac{Z_3 F_2^{(0)} + Z_1 F_2^{(0)-}}{1 + \alpha} \right]. \end{aligned} \quad (11)$$

Так как $\tilde{\varphi}_0$ при больших t стремится к нулю пропорционально t^{-3} , то интегралы в правой части (10), содержащие произведения $Z \tilde{\varphi}_0$, сходятся.

Выражения для $\tilde{\varphi}_0^+$ и $\tilde{\psi}_0^+$ можно найти по формулам Сохоцкого — Племеля $f^+ = \frac{1}{2} (\hat{I}f + f)$, вычисляя интегралы в правых частях (10) и

(11). Ввиду громоздкости соответствующих выражений для $\tilde{\psi}_0^+$ ниже мы приведем окончательные результаты вычислений для предельного случая $\alpha \gg 1$. С точностью до величин порядка $1/\alpha$ имеем

$$\begin{aligned} \tilde{\varphi}_{00}^+ &= 0, \\ \tilde{\psi}_{00}^+ &= \frac{\gamma_1}{\pi i} T_{12} \hat{I}_C \left[\frac{Z'_1 - Z_1}{t'^2 - \gamma_1^2} \right], \end{aligned} \quad (12)$$

где контур интегрирования C обходит точку $t' = t$ снизу.

В случае $\varepsilon_{\perp} < 0$, $\varepsilon_{\perp}^{(3)} > 1$ вдоль поверхности $z > 0$, $x = 0$ рассматриваемого анизотропного диэлектрика может распространяться поверхностная волна с волновым числом $k_z = \gamma$, определяемым выражением

$$\gamma^2 \equiv k^2 \frac{|\varepsilon_{\parallel}| + 1}{|\varepsilon_{\perp}| + 1/\varepsilon_{\perp}} \quad (\varepsilon_{\perp} \equiv \varepsilon_{\perp}^{(3)}). \quad (13)$$

Вычисляя интеграл в (12) и подставляя результаты вычислений в (5) и (7), получим следующее выражение для амплитуды этой волны, возбуждаемой падающей плоской волной в рассматриваемых условиях:

$$\begin{aligned} H &= \frac{2}{|\varepsilon_{\parallel}|} \frac{\sqrt{1 - \varepsilon_{\perp}^{-1}}}{1 + \cos \varphi_0} \left\{ \frac{2}{\pi(1 - \cos \varphi_0)} \left[\sqrt{1 - \cos^2 \varphi_0 / \varepsilon_{\perp}} \times \right. \right. \\ &\times \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{\varepsilon_{\perp}}{\cos^2 \varphi_0} - 1} - \sqrt{1 - \varepsilon_{\perp}^{-1}} \cos \varphi_0 \operatorname{arctg} \sqrt{\varepsilon_{\perp} - 1} \left. \right] - \\ &\left. - \sqrt{1 - \varepsilon_{\perp}^{-1}} \right\} \quad (|\varepsilon_{\parallel}| \varphi_0^2 \gg 1). \end{aligned} \quad (14)$$

Как и следовало ожидать, амплитуда этой волны максимальна при малых углах падения $\varphi_0 \ll 1$, когда картина поля падающей волны наиболее близка к распределению поля в поверхностной волне. При фиксированном угле падения φ_0 амплитуда поверхностной волны обращается в нуль при $\varepsilon_{\perp} \rightarrow 1$ (когда, согласно (13), характерный размер спа-

дания поля этой волны в вакууме $\Lambda_{\perp} \equiv (\gamma^2 - k^2)^{-1/2}$ стремится к бесконечности), а также при $\epsilon_{\perp} \gg 1$. В последнем случае рассматриваемый диэлектрик становится однородным, так как при выводе (14) мы предполагали, что $\epsilon_{\perp}^{(1)} \gg \epsilon_{\perp}^{(3)}$.

Аналогичным путем можно получить сравнительно простое аналитическое решение для случая $\epsilon_{\perp}^{(3)} \ll 1$, $\epsilon_{\perp}^{(1)} \sim 1$ ($\epsilon_{\perp}^{(1)} < \epsilon_{\perp}^{(3)} < 0$):

$$H = \frac{T_{12}}{|\epsilon_{\perp} \epsilon_{\parallel}| (1 + \cos \varphi_0)} \left[1 - \frac{\cos \varphi_0 \ln(\cos^{-2} \varphi_0)}{\pi i (1 - \cos \varphi_0)} \right], \quad (15)$$

$$|\epsilon_{\perp} \epsilon_{\parallel}| \gg 1.$$

При $\epsilon_{\parallel} \sim 1$ проведенное выше аналитическое рассмотрение неприменимо, и для отыскания рассеянных полей необходимо использовать численные методы решения системы (8) [8]. При этом особый интерес представляет случай $\epsilon_{\parallel} = 1$ (как было отмечено выше, таким диэлектриком, в частности, является плазма, помещенная в сильное магнитное поле H_x). В этом случае при $\epsilon_{\perp}^{(1)} = 1$, $\epsilon_{\perp}^{(3)} \neq 1$ (или $\epsilon_{\perp}^{(3)} = 1$, $\epsilon_{\perp}^{(1)} \neq 1$) рассматриваемая система уравнений дает решение задачи о рассеянии плоской волны прямоугольным анизотропным ($\epsilon_{\parallel} = 1$, $\epsilon_{\perp} \neq 1$) диэлектрическим клином.

Авторы благодарны М. А. Миллеру, обратившему их внимание на необходимость рассмотрения этой задачи.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Покажем, что соотношения (6) являются необходимыми и достаточными для удовлетворения граничных условий (4в). Достаточность легко доказывается путем непосредственной подстановки (6) в (4в). Ниже мы кратко остановимся на доказательстве необходимости.

Подставляя поля (2) и (3) в (4в), получим следующую систему уравнений для h_1 и h_3 :

$$\int_{-\infty}^{\infty} dt \{h_1(t) \exp[-\beta_1(t)x] - h_3(t) \exp[-\beta_3(t)x]\} = 0 \quad (x > 0), \quad (П.1)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} t dt \left\{ \frac{h_1(t)}{\epsilon_{\perp}^{(1)}} \exp[-\beta_1(t)x] - \frac{h_3(t)}{\epsilon_{\perp}^{(3)}} \exp[-\beta_3(t)x] \right\} = 0 \quad (x > 0).$$

Первое из этих уравнений накладывает ограничения на четные, а второе — на нечетные части неизвестных функций $h_1(t)$ и $h_3(t)$. Поэтому удобно ввести новые функции

$$r_s(t) \equiv h_s(t) - h_s(-t), \quad \sigma_s(t) \equiv h_s(t) + h_s(-t). \quad (П.2)$$

Подставляя эти выражения в (П.1) и переходя к переменной $u \equiv t^2 > 0$, получим для $x > 0$

$$\int_0^{\infty} \frac{du}{\sqrt{u}} \{ \sigma_1(\sqrt{u}) \exp[-\beta_1(u)x] - \sigma_3(\sqrt{u}) \exp[-\beta_3(u)x] \} = 0, \quad (П.3)$$

$$\int_0^{\infty} du \left\{ \frac{r_1(\sqrt{u})}{\epsilon_{\perp}^{(1)}} \exp[-\beta_1(u)x] - \frac{r_3(\sqrt{u})}{\epsilon_{\perp}^{(3)}} \exp[-\beta_3(u)x] \right\} = 0.$$

С помощью формул Сохоцкого—Племеля функции $r_s(\sqrt{u})$ и $\sigma_s(\sqrt{u})/\sqrt{u}$ могут быть представлены в виде разности функций, аналитических слева и справа от контура $\text{Re } u > 0$, $\text{Im } u = 0$:

$$\frac{\sigma_s(\sqrt{u})}{\sqrt{u}} = \frac{1}{2\pi i} \left\{ \int_0^{\infty} \frac{du' \sigma_1(\sqrt{u'})}{\sqrt{u'}(u' - u - i0)} - \int_0^{\infty} \frac{du' \sigma_2(\sqrt{u'})}{\sqrt{u'}(u' - u + i0)} \right\},$$

$$r_s(\sqrt{u}) = \frac{1}{2\pi i} \left\{ \int_0^{\infty} \frac{du' r_s(\sqrt{u'})}{u' - u - i0} - \int_0^{\infty} \frac{du' r_s(\sqrt{u'})}{u' - u + i0} \right\}.$$
(П.4)

Подставляя эти выражения в (П.3), сместим в первом интеграле контур интегрирования по u вверх, а во втором—вниз. Тогда, учитывая, что $\sigma_s(\infty) = r_s(\infty) = 0$, найдем

$$\int_{-\infty}^{\infty} \tau d\tau \exp(i\tau x) \left\{ \varepsilon_{\perp}^{(1)} \int_0^{\infty} \frac{du \sigma_1(\sqrt{u})}{\sqrt{u} [u + q_1(\tau^2 - k^2 \varepsilon_{\parallel})]} - \varepsilon_{\perp}^{(3)} \int_0^{\infty} \frac{du \sigma_2(\sqrt{u})}{\sqrt{u} [u + q_2(\tau^2 - k^2 \varepsilon_{\parallel})]} \right\} = 0,$$
(П.5)

$$\int_{-\infty}^{\infty} \tau d\tau \exp(i\tau x) \left\{ \int_0^{\infty} \frac{du r_1(\sqrt{u})}{u + q_1(\tau^2 - k^2 \varepsilon_{\parallel})} - \int_0^{\infty} \frac{du r_2(\sqrt{u})}{u + q_2(\tau^2 - k^2 \varepsilon_{\parallel})} \right\} = 0,$$

$$q_s \equiv \varepsilon_{\perp}^{(s)} / \varepsilon_{\parallel}, \quad s = 1, 2.$$

Применив к этим уравнениям лемму Винера—Пэли, будем иметь

$$\int_0^{\infty} \frac{du}{\sqrt{u}} \left[\frac{\varepsilon_{\perp}^{(1)} \sigma_1(\sqrt{u})}{u + q_1(\tau^2 - k^2 \varepsilon_{\parallel})} - \frac{\varepsilon_{\perp}^{(3)} \sigma_2(\sqrt{u})}{u + q_2(\tau^2 - k^2 \varepsilon_{\parallel})} \right] = \Phi^+(\tau),$$

$$\int_0^{\infty} du \left[\frac{r_1(\sqrt{u})}{u + q_1(\tau^2 - k^2 \varepsilon_{\parallel})} - \frac{r_2(\sqrt{u})}{u + q_2(\tau^2 - k^2 \varepsilon_{\parallel})} \right] = \Psi^+(\tau),$$

$$\text{Im } \tau = 0,$$
(П.6)

где $\Phi^+(\tau)$ и $\Psi^+(\tau)$ — граничные значения функций, аналитичных в полуплоскости $\text{Im } \tau = 0$.

Интегралы типа Коши в левой части (П.6) аналитичны в верхней полуплоскости всюду за исключением точек контура интегрирования, на котором эти интегралы терпят разрыв. Из требования равенства нулю разрывов $\Phi^+(\tau)$ и $\Psi^+(\tau)$ в этих точках окончательно получим соотношения (6):

$$\sigma_2(\sqrt{u}) = \alpha \sigma_1(\alpha \sqrt{u}),$$

$$r_1(\sqrt{u}) = r_2(\sqrt{u}/\alpha).$$
(П.7)

Следует подчеркнуть, что выше мы использовали факт совпадения разрывов на плоскости τ , соответствующих контурам интегрирования в (П.6). Такое положение имеет место при $\varepsilon_{\parallel}^{(1)} = \varepsilon_{\parallel}^{(3)}$, а также при произвольных $\varepsilon_{\perp}^{(1)}$ и $\varepsilon_{\perp}^{(3)}$ в электростатическом приближении ($k^2 \rightarrow 0$ или $c \rightarrow \infty$). Поэтому изложенные выше результаты, а также результаты работы [9], в которой впервые была получена система интегральных уравнений типа (8), справедливы только в этих предельных случаях.

ЛИТЕРАТУРА

1. Н. Винер, Р. Пэли, Преобразование Фурье в комплексной области, изд. Наука, М., 1964.
2. Е. Л. Файнберг, Распространение радиоволн вдоль земной поверхности, изд. АН СССР, М., 1961.
3. М. А. Миллер, В. И. Таланов, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 4, 795 (1961).

4. С. С. Калмыкова, В. И. Курилко, ДАН СССР, 154, 1066 (1964).
5. Н. И. Мусхелишвили, Сингулярные интегральные уравнения, Физматгиз, М., 1962.
6. Ф. Д. Гахов, Краевые задачи, Физматгиз, М., 1963.
7. Н. П. Векуа, Системы сингулярных интегральных уравнений, Гостехиздат, М.—Л., 1950.
8. В. В. Иванов, сб. Итоги науки, изд. АН СССР, М., 1965, стр. 125.
9. В. И. Курилко, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 9, № 5, 980 (1966).

Харьковский государственный университет

Поступила в редакцию
10 мая 1966 г.,
после переработки
24 апреля 1967 г.

ELECTROMAGNETIC WAVE SCATTERING BY A PIECE-UNIFORM DIELECTRIC

V. A. Bouts, S. S. Kalmykova, V. I. Kourilko

The system of two equations has been derived for the amplitude of Fourier field occurring when a plane wave is scattered on a common plane edge of two adjacent rectangular anisotropic dielectric wedges. It is shown that for the case of weak anisotropy and small skin depth, the solution of these equations for the external problem corresponds to the known impedance approximation. For the case of strong anisotropy, when the spatial dispersion cannot be neglected, an analytical solution of this system has been found in a zero approximation according to δ/λ ($\lambda = \lambda/2\pi$). The expression is derived for the amplitude of a surface wave excited on the wedge edge.

УДК 621.396.67

ПАРАМЕТРЫ АНТЕНН, РАЗМЕЩЕННЫХ НАД ПОЛУПРОВОДЯЩЕЙ ПЛОСКОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ РАЗДЕЛА

Л. Г. Содин

Получены соотношения для расчета коэффициента направленного действия (КНД) и коэффициента полезного действия (КПД) горизонтальной антенны, размещенной над поверхностью земли.

Широкое распространение антенн с электрическим управлением лучом, размещенных над полупроводящей землей, сделало весьма актуальной задачу определения их параметров. В отличие от квазиоптических антенн, луч которых, как правило, «оторван» от земли, у фазированных решеток, особенно предназначенных для радиоастрономических исследований, значительная доля энергии излучается на землю и затем отражается от нее. Из-за этого как КПД (а, следовательно, и шумовые характеристики), так и КНД фазированных решеток существенно зависят от параметров земли. К сожалению, в литературе нет работ, посвященных рассматриваемому вопросу, за исключением двух. В [1] анализируется простейшая антенна — диполь Герца, в [2] исследован КПД антенн, высоко поднятых над землей, когда точки отражения от земли лежат в дальней зоне. Очевидно, эти работы не решают поставленной задачи.

Если в упомянутых работах основное внимание уделено получению асимптотических формул для простейших случаев, в настоящей работе ставится задача получения общих соотношений, позволяющих по диаграмме направленности в дальней зоне определить интересные нас параметры антенн. Возможность этого определяется однозначной связью между распределением излучающих токов на антенне и диаграммой направленности.

Ниже вычисляются параметры горизонтальной антенны при произвольном расстоянии от земли с комплексной диэлектрической проницаемостью $k = \epsilon - i60\alpha\lambda$. Земля предполагается плоской. Учет сферичности не вносит каких-либо поправок, так как энергетические характеристики антенны определяются участком поверхности земли с размерами порядка размеров антенны. Рассматриваются антенны пространственных волн, т. е. предназначенные для работы на достаточно больших расстояниях, где пренебрежимо мала энергия, переносимая поверхностными волнами.

1. МЕТОД ВЫЧИСЛЕНИЯ КНД И КПД

Если полная мощность, излученная антенной, равна P_n , а мощность в дальней зоне — $P_{дз}$, то по определению КПД η и КНД D соответственно равны

$$\eta = P_{дз}/P_n,$$

$$D = \frac{4\pi |E(\epsilon, \varphi)|^2}{P_{дз}},$$

где $|E(\varepsilon, \varphi)|^2$ — поток мощности в дальней зоне в направлении с углом места ε и азимутом φ , причем

$$P_{дз} = \int_0^{\pi/2} \cos \varepsilon d\varepsilon \int_0^{2\pi} |E(\varepsilon, \varphi)|^2 d\varphi.$$

Как обычно, представим $|E(\varepsilon, \varphi)|^2$ в виде двух множителей

$$|E(\varepsilon, \varphi)|^2 = \Phi(\varepsilon, \varphi) F(\varepsilon, \varphi),$$

где $\Phi(\varepsilon, \varphi)$ — диаграмма элемента тока (диполя Герца), $F(\varepsilon, \varphi)$ — множитель решетки. Очевидно, параметры земли входят в $\Phi(\varepsilon, \varphi)$, а множитель решетки определяется распределением токов по антенне $I(xy)$. Далее будет удобнее использовать вместо углов направляющие косинусы

$$u = \cos \varepsilon \sin \varphi, \quad v = \cos \varepsilon \cos \varphi, \quad t = \sin \varepsilon, \quad u^2 + v^2 + t^2 = 1.$$

Для расчета КНД и КПД антенн, излучающих под углами к горизонту $\varepsilon \rightarrow 0$, для которых поле дальней зоны равно нулю и полное поле полностью определяется поверхностной волной, полученные формулы не пригодны. Фактически, для расстояний свыше 100 км это соответствует области углов $0 \leq \varepsilon \leq 1^\circ$.

В координатах u, v

$$F(u, v) = \int_0^{\sigma} \int_0^{\sigma} I(x, y) I^*(x_1, y_1) \exp[i\beta(u\xi + v\eta)] \times dx dx_1 dy dy_1, \quad (1)$$

где $\xi = x - x_1$, $\eta = y - y_1$, $\beta = 2\pi/\lambda$, σ — поверхность антенны. Множитель диполя Герца нетрудно получить, разбив поле в точке отражения от земли на горизонтальную и вертикальную компоненты и учтя коэффициенты отражения для обеих поляризацій [3]:

$$\Phi(u, v) = \frac{1}{4} \left\{ \frac{v^2}{u^2 + v^2} |1 + f_r \exp(-izt)|^2 + \frac{u^2 t^2}{u^2 + v^2} |1 - f_s \exp(-izt)|^2 \right\}. \quad (2)$$

Здесь

$$f_r = \frac{t - \sqrt{k + t^2 - 1}}{t + \sqrt{k + t^2 - 1}}$$

— коэффициент Френеля для горизонтально поляризованного электрического вектора,

$$f_s = \frac{kt - \sqrt{k + t^2 - 1}}{kt + \sqrt{k + t^2 - 1}}$$

— коэффициент Френеля для нормально поляризованного поля. При этом

$$\begin{aligned} P_{дз} &= \int_{-1}^1 du \int_{-\sqrt{1-u^2}}^{\sqrt{1-u^2}} \Phi(u, v) F(u, v) \frac{dv}{\sqrt{1-u^2-v^2}} = \\ &= \int_0^1 dt \int_{-\sqrt{1-t^2}}^{\sqrt{1-t^2}} \Phi(u, v) [F(u, \sqrt{1-u^2-t^2}) + F(u, -\sqrt{1-u^2-t^2})] \times \\ &\quad \times \frac{du}{\sqrt{1-u^2-t^2}} \end{aligned} \quad (3)$$

Для вычисления полной излученной мощности удобнее всего воспользоваться методом наведенных ЭДС. При этом считаем, что токи в антенне (диполи Герца) ориентированы вдоль оси Ox . Если диполь в точке с координатами (x, y) наводит на диполь с координатами (x_1, y_1) касательное поле dE_x , то полное поле в точке (x_1, y_1) будет

$$E_x(x_1, y_1) = \int_{\sigma} dE_x,$$

а полная излученная мощность [4]

$$P_n = \operatorname{Re} \left\{ -i \int_{\sigma} E_x I^*(x, y) dx dy \right\}.$$

Далее мы будем исходить из нормированного множителя решетки:

$$F(u_0, v_0) = 1 \quad \text{и} \quad |E(\varepsilon, \varphi)|^2 = \Phi(u_0, v_0).$$

Для соответствующего нормирования полной излученной мощности мы будем сравнивать $P_{дз}$ и P_n для идеальной земли и требовать выполнения равенства $P_{дз} = P_n$ при $k \rightarrow \infty$.

2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОЛНОЙ ИЗЛУЧЕННОЙ МОЩНОСТИ

Воспользуемся известным выражением [4] для компонент вектора Герца горизонтального элемента тока над полупроводящей землей:

$$\begin{aligned} d\Pi_x &= -I(x, y) dx \int_0^{\infty} \left[\frac{\exp[-(z-h)l] - \exp[-(z+h)l]}{l} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{2 \exp[-(z+h)l]}{l+m} \right] J_0(\lambda\rho) \lambda d\lambda, \\ d\Pi_z &= \frac{2\xi}{\rho} I(x, y) dx \int_0^{\infty} \frac{l-m}{\beta^2(kl+m)} \exp[-(z+h)l] J_1(\lambda\rho) \lambda^2 d\lambda, \end{aligned}$$

где $l = \sqrt{\lambda^2 - \beta^2}$, $m = \sqrt{\lambda^2 - k\beta^2}$, $\rho = \sqrt{\xi^2 + \eta^2}$, h — высота подвеса антенны над землей.

Для касательной компоненты поля в точке (x_1, y_1, h) от элемента тока $I(x, y) dx$ из соотношения

$$E_x = \beta^2 \Pi_x + \operatorname{grad}_x \operatorname{div} \Pi = \beta^2 \Pi_x + \frac{\partial^2 \Pi_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Pi_z}{\partial x \partial z}$$

получим

$$\begin{aligned} dE_x(\rho) &= -I(x, y) dx \left\{ \int_0^{\infty} \left(\frac{1 - \exp(-2hl)}{l} + \frac{2 \exp(-2hl)}{l+m} \right) \times \right. \\ &\quad \times \left[\left(\beta^2 + \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \right) J_0(\lambda\rho) \right] \lambda d\lambda - \frac{\partial}{\partial(2h)} \int_0^{\infty} \frac{2(l-m) \exp(-2hl)}{\beta^2(kl+m)} \times \\ &\quad \left. \times \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\frac{\xi}{\rho} J_1(\lambda\rho) \right] \lambda^2 d\lambda \right\}. \end{aligned}$$

Учитывая, что

$$\lambda \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\frac{\xi}{\rho} J_1(\lambda\rho) \right] = -\frac{\partial^2}{\partial \xi^2} J_0(\lambda\rho),$$

$$\frac{1}{l+m} - \frac{l(l-m)}{\beta^2(kl+m)} = \frac{1}{kl+m}, \quad \frac{\partial}{\partial(2h)} \exp(-2hl) = -l \exp(-2hl),$$

запишем

$$dE_x(\rho) = -I(x, y) dx \left\{ \int_0^{\infty} \frac{1 - \exp(-2hl)}{l} \left[\left(\beta^2 + \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \right) J_0(\lambda \rho) \right] \lambda d\lambda + \right. \\ \left. + 2 \int_0^{\infty} \exp(-2hl) \lambda d\lambda \left[\frac{\beta^2}{l+m} J_0(\lambda \rho) + \frac{1}{kl+m} \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} J_0(\lambda \rho) \right] \right\}. \quad (4)$$

В (4) первый интеграл соответствует полю при $k \rightarrow \infty$ (идеальная земля), второй дает добавку за счет конечной проводимости. Для полной излученной мощности получим

$$P_n = \text{Re} \left\{ i \iint_{\sigma} (M_0 + M_1) I(x, y) I^*(x_1, y_1) dx dy dx_1 dy_1 \right\}, \quad (5)$$

где

$$M_0 = - \int_0^{\infty} \frac{1 - \exp(-2hl)}{l} \left(\beta^2 + \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \right) J_0(\lambda \rho) \lambda d\lambda, \\ M_1 = - 2 \int_0^{\infty} \exp(-2hl) \lambda d\lambda \left[\frac{\beta^2}{l+m} J_0(\lambda \rho) + \frac{1}{kl+m} \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} J_0(\lambda \rho) \right];$$

Представим $J_0(\lambda \rho)$ в виде $J_0(\lambda \sqrt{\xi^2 + \eta^2})$ интегралом Фурье (разложением по плоским волнам):

$$J_0(\lambda \rho) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\lambda}^{\lambda} \frac{\exp[i(\xi\mu + \eta \sqrt{\lambda^2 - \mu^2})] + \exp[i(\xi\mu - \eta \sqrt{\lambda^2 - \mu^2})]}{\sqrt{\lambda^2 - \mu^2}} d\mu. \quad (6)$$

Подставляя (6) в (4) и (4) в (5), а также учитывая (1), получим

$$\dot{P}_n = \frac{1}{2\pi} \text{Re} \left\{ i \int_0^{\infty} \frac{1 - \exp(-2hl)}{l} \lambda d\lambda \int_{-\lambda}^{\lambda} \frac{\beta^2 - \mu^2}{\sqrt{\lambda^2 - \mu^2}} \left[F\left(\frac{\mu}{\beta}, \sqrt{\frac{\lambda^2}{\beta^2} - \frac{\mu^2}{\beta^2}}\right) + \right. \right. \\ \left. \left. + F\left(\frac{\mu}{\beta}, -\sqrt{\frac{\lambda^2}{\beta^2} - \frac{\mu^2}{\beta^2}}\right) \right] d\mu + 2i \int_0^{\infty} \exp(-2hl) \lambda d\lambda \int_{-\lambda}^{\lambda} \left(\frac{\beta^2}{l+m} - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{\mu^2}{kl+m} \right) \frac{d\mu}{\sqrt{\lambda^2 - \mu^2}} \left[F\left(\frac{\mu}{\beta}, \sqrt{\frac{\lambda^2}{\beta^2} - \frac{\mu^2}{\beta^2}}\right) + F\left(\frac{\mu}{\beta}, -\sqrt{\frac{\lambda^2}{\beta^2} - \frac{\mu^2}{\beta^2}}\right) \right] \right\}.$$

Сделаем замену переменных $l/\beta = x$, $\lambda = \beta \sqrt{x^2 + 1}$,

$$m = \beta \sqrt{x^2 + 1} - k, \quad \mu/\beta = u:$$

$$P_n = \frac{\beta^3}{2\pi} \text{Re} \left\{ i \int_x^{\infty} [1 - \exp(-zx)] dx \int_{-\sqrt{1+x^2}}^{\sqrt{1+x^2}} \frac{1 - u^2}{\sqrt{1+x^2-u^2}} \left[F(u, \sqrt{1+x^2-u^2}) + \right. \right. \\ \left. \left. + F(u, -\sqrt{1+x^2-u^2}) \right] du \right\}.$$

$$+ F(u, -\sqrt{1+x^2-u^2})] du + 2i \int_{\Gamma} \exp(-zx) dx \int_{-\sqrt{1+x^2}}^{\sqrt{1+x^2}} \left(\frac{1}{x + \sqrt{x^2+1-k}} - \frac{u^2}{kx + \sqrt{x^2+1-k}} \right) [F(u, \sqrt{1+x^2-u^2}) + F(u, -\sqrt{1+x^2-u^2})] du \Big\}.$$

Здесь $z = 2\rho h = 4\pi h/\lambda$ — электрическое расстояние между антенной и ее зеркальным изображением, Γ — контур интегрирования (от точки i на мнимой оси до начала координат и далее по реальной оси до бесконечности).

Произведем замену $x = it$ и введем в подынтегральное выражение коэффициенты Френеля:

$$\frac{1}{t + \sqrt{k + t^2 - 1}} - \frac{u^2}{kt + \sqrt{k + t^2 - 1}} = \frac{1}{t + \sqrt{k + t^2 - 1}} + \frac{u^2}{1 - t^2} \times \\ \times \left(\frac{t \sqrt{t^2 + k - 1}}{kt + \sqrt{k + t^2 - 1}} - \frac{1}{t + \sqrt{k + t^2 - 1}} \right) = \frac{1 + f_r}{2t} + \frac{u^2}{1 - t^2} \left(t \frac{1 - f_b}{2} + \frac{1 + f_r}{2t} \right) = \\ = \frac{1}{2t} \left[\frac{(1 - u^2 - t^2)(1 + f_r) + u^2 t^2 (1 - f_b)}{1 - t^2} \right].$$

$$P_n = \frac{\beta^5}{2\pi} \operatorname{Re} \left\{ \int_{-i\infty}^1 (1 - \exp(-izt)) dt \int_{-\sqrt{1-t^2}}^{\sqrt{1-t^2}} \frac{1 - u^2}{\sqrt{1 - u^2 - t^2}} [F(u, \sqrt{1 - u^2 - t^2}) + F(u, -\sqrt{1 - u^2 - t^2})] du + \int_{-i\infty}^1 \frac{\exp(-izt)}{1 - t^2} \int_{-\sqrt{1-t^2}}^{\sqrt{1-t^2}} [(1 - u^2 - t^2)(1 + f_r) + u^2 t^2 (1 - f_b)] (1 - u^2 - t^2)^{-1/2} [F(u, \sqrt{1 - u^2 - t^2}) + F(u, -\sqrt{1 - u^2 - t^2})] du \right\}. \quad (7)$$

Представим диаграмму диполя (2) следующим образом:

$$\Phi(u, t) = \frac{1}{4} \left\{ \frac{1 - u^2 - t^2}{1 - t^2} [1 + f_r \exp(-izt)] [1 + f_r^* \exp(+izt)] + \frac{u^2 t^2}{1 - t^2} [1 - f_b \exp(-izt)] [1 - f_b^* \exp(izt)] \right\} = (1 - u^2) \sin^2 \frac{zt}{2} + \\ + \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left[\exp(-izt) \frac{(1 - u^2 - t^2)(1 + f_r) + u^2 t^2 (1 - f_b)}{1 - t^2} \right] - \\ - \frac{1}{4} \frac{(1 - u^2 - t^2)(1 - |f_r|^2) + u^2 t^2 (1 - |f_b|^2)}{1 - t^2}. \quad (8)$$

Первый интеграл в (7) дает полную излученную мощность при $k \rightarrow \infty$ ($f_r = -1$, $f_b = 1$). Реальная часть от этого интеграла равна

$$P_{n0} = \frac{\beta^3}{\pi} \int_0^1 dt \int_{-\sqrt{1-t^2}}^{\sqrt{1-t^2}} (1-u^2) \sin^2 \frac{zt}{2} [F(u, \sqrt{1-u^2-t^2}) + F(u, -\sqrt{1-u^2-t^2})] \frac{du}{\sqrt{1-u^2-t^2}}.$$

Учитывая (3) и (8), легко показать, что P_{n0} без множителя β^3/π совпадает с P_n , при $k \rightarrow \infty$, т. е. для правильной нормировки следует опустить множитель β^3/π . Выражение для полной излученной мощности принимает тогда вид

$$P_n = \operatorname{Re} \left\{ \int_{-i\infty}^1 dt \int_{-\sqrt{1-t^2}}^{\sqrt{1-t^2}} \left\{ (1-u^2) \sin^2 \frac{zt}{2} + \frac{\exp(-izt)}{2} \right\} \times \frac{(1-u^2-t^2)(1+f_r) + u^2 t^2 (1-f_n)}{1-t^2} \right\} [F(u, \sqrt{1-u^2-t^2}) + F(u, -\sqrt{1-u^2-t^2})] \frac{du}{\sqrt{1-u^2-t^2}}.$$

В подынтегральном выражении нетрудно выделить теперь диаграмму направленности диполя Герца в дальней зоне (8). Учтя кроме этого, что все подынтегральные выражения, кроме

$$\xi(u, t) = \frac{\exp(-izt)}{2} \frac{(1-u^2-t^2)(1+f_r) + u^2 t^2 (1-f_n)}{1-t^2},$$

реальны, получим

$$P_n = \int_0^1 dt \int_{-\sqrt{1-t^2}}^{\sqrt{1-t^2}} \Phi(u, t) [F(u, \sqrt{1-u^2-t^2}) + F(u, -\sqrt{1-u^2-t^2})] \times \times \frac{du}{\sqrt{1-u^2-t^2}} + \int_0^1 dt \int_{-\sqrt{1-t^2}}^{\sqrt{1-t^2}} \Delta\Phi(u, t) [F(u, \sqrt{1-u^2-t^2}) + F(u, -\sqrt{1-u^2-t^2})] \times \times \frac{du}{\sqrt{1-u^2-t^2}} - \operatorname{Im} \int_{-\infty}^0 dy \int_{-\sqrt{1+y^2}}^{\sqrt{1+y^2}} \xi(u, y) [F(u, \sqrt{1-u^2-t^2}) + F(u, -\sqrt{1-u^2-t^2})] \frac{du}{\sqrt{1-u^2+y^2}}, \quad (9)$$

где

$$\Delta\Phi(u, t) = \frac{(1-u^2-t^2)(1-|f_r|) + u^2 t^2 (1-|f_n|^2)}{4(1-t^2)}, \quad (10)$$

$$y = -it.$$

Очевидно, $\Delta\Phi(u, t)$ — угловая зависимость прошедшей в землю мощности, найденная в предположении, что до точки отражения от антенны доходит только одна плоская волна, т. е. в приближении геометрической оптики.

Если теперь вернуться к угловым координатам (u, v) , то полная мощность равна

$$P_n = \int_{-1}^1 du \int_{-\sqrt{1-u^2}}^{\sqrt{1-u^2}} [\Phi(u, v) + \Delta\Phi(u, v)] F(u, v) \frac{dv}{\sqrt{1-u^2-v^2}} -$$

$$- \operatorname{Im} \iint_{\Sigma} \frac{\exp(-z\sqrt{u^2+v^2-1})}{2} \frac{v^2(1+f_r) + u^2(1-u^2-v^2)(1-f_b)}{u^2+v^2} \times$$

$$\times F(u, v) \frac{dudv}{\sqrt{-1+u^2+v^2}}. \quad (11)$$

Первое слагаемое в (11) дает мощность в дальней зоне (3). Мощность потерь в земле

$$P_s = P_n - P_{zs} = \int_{-1}^1 du \int_{-\sqrt{1-u^2}}^{\sqrt{1-u^2}} \Delta\Phi(u, v) F(u, v) \frac{dv}{\sqrt{1-u^2-v^2}} -$$

$$- \operatorname{Im} \iint_{\Sigma} \xi(u, v) \frac{dudv}{\sqrt{-1+u^2+v^2}}. \quad (12)$$

Здесь Σ — вся плоскость u, v (за исключением единичного круга с центром в начале координат),

$$\xi(u, v) = \frac{\exp(-z\sqrt{u^2+v^2-1})}{2} \frac{v^2(1+f_r) + u^2(1-u^2-v^2)(1-f_b)}{u^2+v^2}.$$

Экспоненциальный множитель приводит к быстрому убыванию $\xi(u, v)$ уже при $z \gtrsim 3$, $h/\lambda > 0,25$, поэтому вклад от первого слагаемого в (12) мал.

Таким образом, кроме случаев малых высот подвеса $h < 0,25\lambda$, практически всегда расчет параметров антенн методом геометрической оптики дает результаты, весьма близкие к истинным.

Ввиду простоты подынтегральных выражений в (11), расчет не представляет особых затруднений практически для любых видов антенн. Особенно простые формулы получаются для большой двумерной антенны, для которой множитель решетки — весьма острая функция u и v . В этом случае

$$F(u, v) = F(u - u_0, v - v_0),$$

причем при $u = u_0, v = v_0$ $F(u_0, v_0) = 1$ ($u_0^2 + v_0^2 < 1$). Множители $\Phi(u, v)$ и $\Delta\Phi(u, v)$ в точке (u_0, v_0) выносятся из-под интеграла и

$$P_{zs} = \gamma \frac{\Phi(u_0, v_0)}{\sqrt{1-u_0^2-v_0^2}},$$

$$P_r = \gamma \frac{\Phi(u_0, v_0) + \Delta\Phi(u_0, v_0)}{\sqrt{1-u_0^2-v_0^2}},$$

где

$$\gamma = \iint_{\Sigma} F(u, v) du dv,$$

и КПД

$$\eta = \frac{\Phi(u_0, v_0)}{\Phi(u_0, v_0) + \Delta\Phi(u_0, v_0)}.$$

В этом случае оказываются справедливыми формулы геометрической оптики.

В соответствии с принятой нормировкой $F(u_0, v_0) = 1$ и $|E(\epsilon_0, \varphi_0)|^2 = \Phi(u_0, v_0)$. Тогда для достаточно большой антенны

$$D = \frac{4\pi\Phi(u_0, v_0)}{\gamma\Phi(u_0, v_0)} \sqrt{1 - u_0^2 - v_0^2} = \frac{4\pi}{\gamma} \sin \epsilon_0$$

независимо от параметров земли.

Следует заметить, что для антенн со сверхнаправленными свойствами $F(u, v)$ велико при $u^2 + v^2 > 1$ (т. е. в области мнимых углов) и в соответствии с (12) потери в земле велики.

Для большой линейной антенны, состоящей из параллельных диполей Герца, выражения (3) и (11) принимают следующий вид:

$$P_n = \frac{2\lambda}{L} (T_{0n} + I_3 + I_{4n} + v_0^2 I_{5n}),$$

$$P_{нс} = \frac{2\lambda}{L} (T_{0n} + I_3 - 0,25 I_2).$$

Здесь T_{0n} — полная излученная мощность при бесконечной проводимости земли [6],

$$T_{0n} = \frac{\pi}{4} \left\{ 1 - J_0(z \sqrt{1 - v_0^2}) + (1 - v_0^2) \left[\frac{J_1(z \sqrt{1 - v_0^2})}{z \sqrt{1 - v_0^2}} - 0,5 \right] \right\},$$

$$I_2 = \int_0^{\sqrt{1-v_0^2}} \frac{(1 - |f_r|^2)v_0^2 + (1 - |f_b|^2)(1 - v_0^2 - t^2)}{(1 - t^2) \sqrt{1 - v_0^2 - t^2}} dt,$$

$$I_3 = \int_0^{\sqrt{1-v_0^2}} \frac{tdt}{\sqrt{1 - v_0^2 + t^2}} \{ \cos(zt) \operatorname{Re} [\alpha(t)] + \sin(zt) \operatorname{Im} [\alpha(t)] \},$$

$$\alpha(t) = \frac{v_0^2 + t \sqrt{k + t^2 - 1}}{kt + \sqrt{k + t^2 - 1}},$$

$$I_{4n} = \int_0^{\infty} \frac{\exp(-zt)t^2 dt}{\sqrt{1 - v_0^2 + t^2}} \operatorname{Im} \left[\frac{\sqrt{t^2 + 1 - k}}{kt + \sqrt{t^2 + k - 1}} \right],$$

$$I_{5n} = \int_0^{\infty} \frac{\exp(-zt)tdt}{\sqrt{1 - v_0^2 - t^2}} \operatorname{Im} \left[\frac{1}{kt + \sqrt{t^2 + 1 - k}} \right].$$

Аналогичного вида формулы получаются и для линейной антенны, состоящей из координатных диполей Герца:

$$P_n = \frac{2\lambda}{L} (T_{0к} + I_4 + I_{4п} - I_{6к}),$$

$$P_{дз} = \frac{2\lambda}{L} (T_{0к} + I_4 - 0,25 I_1).$$

Здесь

$$I_{0к} = \frac{\pi}{4} (1 - u_0^2) [1 - J_0(z \sqrt{1 - u_0^2})],$$

$$I_4 = \int_0^{\sqrt{1-u_0^2}} \frac{t dt}{\sqrt{1-u_0^2-t^2}} \{ \cos(zt) \operatorname{Re} [\beta(t)] + \sin(zt) \operatorname{Im} [\beta(t)] \},$$

$$\beta(t) = \frac{1 - u_0^2 - t^2 + t \sqrt{k + t^2 - 1}}{kt + \sqrt{k + t^2 - 1}},$$

$$I_1 = \int_0^{\sqrt{1-u_0^2}} \frac{(1 - |f_r|^2) (1 - u_0^2 - t^2) + (1 - |f_b|^2) u_0^2 t^2}{(1 - t^2) \sqrt{1 - u_0^2 - t^2}} dt,$$

$$I_{6к} = \int_0^{\infty} t \exp(-zt) \sqrt{1 - u_0^2 + t^2} \operatorname{Im} \left[\frac{1}{kt + \sqrt{t^2 + 1 - k}} \right] dt.$$

Разработанная методика была использована для определения параметров радиотелескопа «УТР-1» [7]. Значения КНД и КПД антенн радиотелескопа определялись по приведенным в статье формулам, расчет производился на ЭЦВМ «Минск-2»*, результаты расчета даны в [7].

Результаты расчета сравнивались с измерениями, проведенными по эталонным источникам «Дева-А» и «Лебедь-А», причем измерения совпали с расчетом в пределах экспериментальных ошибок.

ЛИТЕРАТУРА

1. A. Sommerfeld, F. Renner, *Wireless Engr.*, **19**, 351 (1942).
2. R. E. Burgess, *Wireless Engr.*, **26**, 133 (1949).
3. Г. З. Айзенберг, *Антенны для магистральной связи*, Связьиздат, М., 1949.
4. R. W. P. King, *Theory of Linear Antennas*, Harvard Univ. Press., 1956.
5. D. R. Rhodes, *Proc. IRE*, **52**, N 9, 1013 (1964).
6. Л. Г. Содин, И. Л. Вербицкий, *Электросвязь*, № 3, 8 (1963).
7. Ю. М. Брук, Н. Ю. Гончаров, А. В. Мень, Л. Г. Содин, Н. К. Шарыкин, *Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика*, **XI**, № 1, 27 (1968).

Институт радиофизики и электроники
АН УССР

Поступила в редакцию
5 октября 1966 г.

PARAMETERS OF ANTENNAE PLACED ABOVE SEMI-CONDUCTING PLANE INTERFACE

L. G. Sodin

Relations have been derived for calculating the directive gain and efficiency of a horizontal antenna mounted above the ground surface.

* Программирование выполнила Л. И. Жильцова, которой автор выражает признательность.

УДК 621.396.673.4 : 535.4

ДИФРАКЦИОННЫЕ СВОЙСТВА НЕСИММЕТРИЧНЫХ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ ЛЕНТОЧНЫХ РЕШЕТОК

А. И. Ена, Л. Н. Литвиненко, В. П. Шестопалов

Исследуется структура поля несимметричной решетки в дальней зоне. Показано, что несимметрия поля возникает, когда длина нормально падающей плоской электромагнитной волны становится меньше периода структуры. При этом многоэлементная решетка может быть представлена как система весьма слабо взаимодействующих одноэлементных решеток с тем же периодом. Исследованы также дифракционные свойства несимметричной решетки при наклонном падении на нее плоской электромагнитной волны.

Многоэлементной решеткой (рис. 5) будем называть неограниченную плоскую идеально проводящую бесконечно тонкую ленточную периодическую структуру, на периоде которой произвольным образом размещены несколько лент различной, вообще говоря, ширины. При отсутствии в плоскости решетки оси симметрии, параллельной образующим лент, решетка будет несимметричной; в этом случае число ее различных по ширине элементов не может быть меньше двух.

Строгое решение задачи о дифракции плоской электромагнитной волны на многоэлементной решетке и анализ полученных численных результатов позволяют судить о значительных отличиях дифракционных свойств таких структур от обычных одноэлементных. Наиболее существенными эти отличия оказываются у несимметричных решеток, несимметрия которых обуславливает пространственную несимметрию дифрагированного поля. Наличие этого эффекта в случае нормального падения уже отмечалось в работе [1]. Однако в упомянутой работе физической интерпретации этого явления не приводится; поэтому здесь мы снова возвращаемся к этому вопросу и, кроме того, исследуем дифракционные свойства несимметричной решетки при наклонном падении на нее плоской электромагнитной волны.

1. ДИФРАГИРОВАННОЕ ПОЛЕ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ РЕШЕТКИ ПРИ НОРМАЛЬНОМ ПАДЕНИИ

Пусть на произвольным образом взятую периодическую решетку сверху (система координат и параметры решетки показаны на рис. 5а) нормально падает плоская электромагнитная волна единичной амплитуды

$$E^{\text{пад}} = i \exp(-ikz), \quad (1)$$

где k — волновое число. Временной фактор $\exp(-i\omega t)$ здесь (как и везде далее) опущен.

Ограничимся случаем, когда $E_y^{\text{пад}} = E_z^{\text{пад}} \equiv 0$ (случаем E -поляризации). Дифрагированное поле над и под решеткой запишется в следующем виде:

$$E_x^1 = \exp(-ikz) + \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n \exp(ih_n z) \exp(i2\pi n y/l) \quad (z > 0),$$

$$E_x^2 = \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n \exp(-ih_n z) \exp(i2\pi n y/l) \quad (z < 0),$$

где

$$h_n = \sqrt{k^2 - \left(\frac{2\pi n}{l}\right)^2} = \frac{2\pi |n|}{l} \sqrt{x^2/n^2 - 1}. \quad (3)$$

Параметр $x = l/\lambda$ пропорционален частоте электромагнитного поля. Другие составляющие поля находятся из уравнений Максвелла.

Решение задачи дифракции заключается в отыскании коэффициентов a_n и b_n как функций частоты и параметров решетки. Методы решения, как для одноэлементных решеток [2], так и для многоэлементных [3], хорошо известны, поэтому, не останавливаясь на способе отыскания, мы будем считать a_n и b_n известными комплексными величинами. Отметим только, что

$$a_n = b_n, \quad a_0 + 1 = \bar{b}_0. \quad (4)$$

Поле (2) над и под решеткой является суперпозицией плоских волн (пространственных гармоник и основной волны — нулевой гармоники). В полупространстве $z > 0$ существует падающая волна и система отраженных волн (распространяющихся или затухающих вдоль оси Oz); в нижнем полупространстве — распространяющиеся от решетки или затухающие в этом направлении (против оси Oz) волны. Распространяющиеся пространственные гармоники (иначе — дифракционные лучи) характеризуются действительным значением h_n (постоянной распространения в z -направлении). Величина h_n , согласно (3), имеет действительное значение при выполнении условия

$$x \geq |n|, \quad (5)$$

выражающего соотношение между периодом решетки и длиной волны электромагнитного поля.

В соответствии с неравенством (5) при любом значении x дифрагированное поле формируется из распространяющейся основной волны; если же $1 \leq x \leq 2$, то распространяются еще и ± 1 -ые гармоники; при $2 \leq x \leq 3$ к незатухающим добавляются ± 2 -ые гармоники и т. д.

Дифракционные гармоники с номером $|n| > x$ затухают по мере удаления от решетки, так как h_n для этих волн принимают чисто мнимые значения. Направление дифракционных лучей определяется исключительно соотношением между индексом луча n и величиной x

$$\operatorname{tg} \alpha_n = \frac{|n|}{n} \frac{1}{\sqrt{x^2/n^2 - 1}} \quad (6)$$

(α_n — угол, отсчитываемый от нормали по часовой стрелке), и не зависит (при постоянном l) от геометрии решетки, т. е. от количества лент, их ширины и взаимного размещения на периоде. С ростом частоты направления лучей приближаются к нормали.

Затухающим гармоникам соответствуют мнимые значения $\operatorname{tg} \alpha_n$; при $x = |n|$, когда, согласно (6), угол $\alpha_n = \pm \pi/2$, $\pm n$ -ые гармоники распространяются вдоль решетки. Поэтому целочисленным значениям x соответствуют (при нормальном падении) так называемые точки скольжения. Таким образом, в дальней зоне, т. е. на таком расстоянии от решетки, где затухающими гармониками можно пренебречь, дифрагированное

поле представляет собой суперпозицию конечного числа плоских волн, направления распространения которых (в соответствии с (6)) определяются значениями параметра κ .

Комплексные амплитуды этих волн зависят сложным образом как от значения κ , так и от геометрии решетки. Представим комплексную амплитуду дифракционной гармоники следующим образом:

$$b_n = |b_n| \exp(i\varphi_n). \quad (7)$$

Модуль $|b_n|$ ответственен за энергию волны и поэтому обычно (см., например, [4]) исследуется зависимость $|b_n|$ от параметров задачи. Для дальнейшего нам необходимо на простейшем примере одноэлементной решетки проанализировать зависимость обеих величин (модуля $|b_n|$ и фазы φ_n) от геометрии решетки (т. е. от ширины щели d) и частоты κ .

На рис. 1 а, б, в приведены зависимости фаз основной волны φ_0 , первой φ_1 , и второй φ_2 дифракционных волн от коэффициента заполнения d/l (в этом случае амплитуды b_n и b_{-n} равны, так как решетка сим-

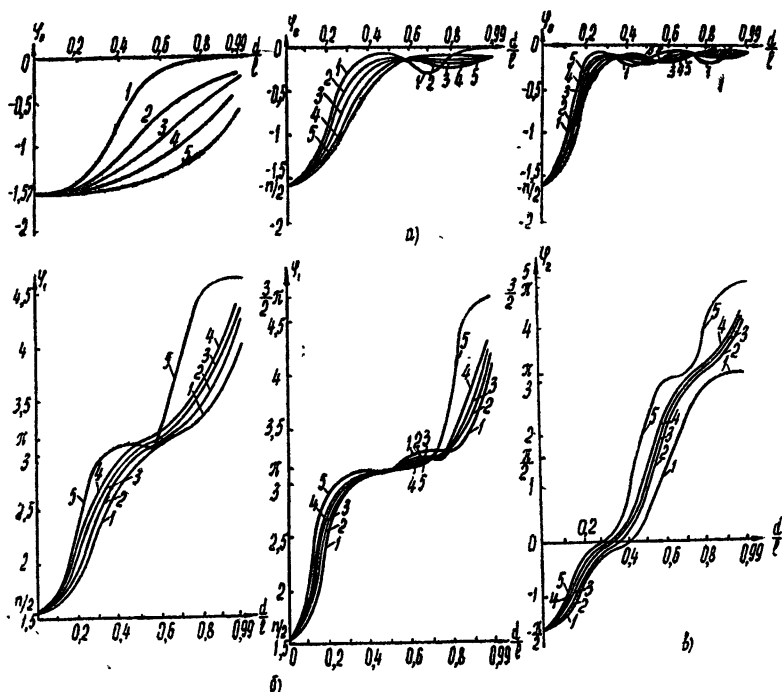


Рис. 1. Зависимость фаз основной волны, первой и второй гармоник от относительной ширины щели при различных значениях частоты:

- а) 1- $\kappa=1$, 2- $\kappa=0,8$, 3- $\kappa=0,6$, 4- $\kappa=0,4$, 5- $\kappa=0,2$; 1- $\kappa=2$, 2- $\kappa=1,8$, 3- $\kappa=1,6$, 4- $\kappa=1,4$, 5- $\kappa=1,2$; 1- $\kappa=3$; 2- $\kappa=2,8$; 3- $\kappa=2,6$; 4- $\kappa=2,4$, 5- $\kappa=2,2$;
 б) 1- $\kappa=1,2$, 2- $\kappa=1,4$, 3- $\kappa=1,6$, 4- $\kappa=1,8$, 5- $\kappa=2$; 1- $\kappa=2,2$, 2- $\kappa=2,4$, 3- $\kappa=2,6$, 4- $\kappa=2,8$, 5- $\kappa=3$.
 в) 1- $\kappa=2$, 2- $\kappa=2,2$, 3- $\kappa=2,4$, 4- $\kappa=2,6$, 5- $\kappa=3$.

метричная, а начало координат помещается на середине щели [2]) при различных κ . Аналогичные зависимости модулей этих волн приведены на рис. 2 а, б, в.

Нас будут интересовать только распространяющиеся гармоники, поэтому первая гармоника исследуется при $\kappa \geq 1$ и т. д. Поведение модулей и фаз затухающих гармоник, важное для анализа поля в ближней зоне, нами здесь не рассматривается. Диапазон частот $0 < \kappa \leq 3$ выбран достаточно широким.

Модуль основной волны $|b_0|$ (коэффициент прохождения) при всех значениях x (рис. 2а) плавно возрастает от 0 до 1 по мере увеличения ширины щели (от 1/90 до 89/90).

При различных значениях x , однако, в связи с различием в количестве распространяющихся гармоник, соответствующие кривые имеют

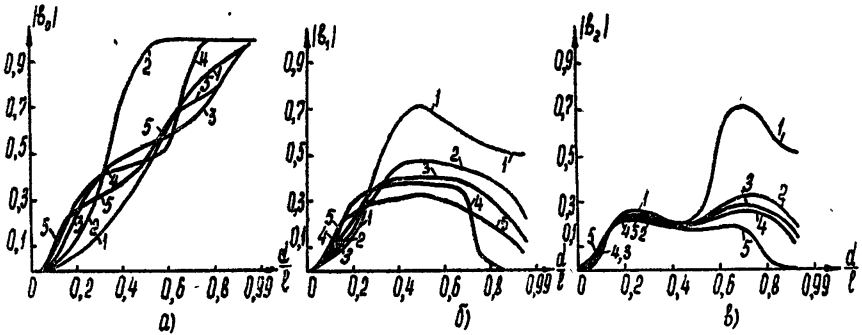


Рис. 2. Зависимость модулей амплитуд $|b_0|$, $|b_1|$ и $|b_2|$ от относительной ширины щели при различных значениях частоты:

- а) 1— $x=0,6$, 2— $x=1$, 3— $x=1,6$, 4— $x=2$, 5— $x=2,6$;
- б) 1— $x=1$, 2— $x=1,2$, 3— $x=1,6$, 4— $x=2$, 5— $x=2,6$;
- в) 1— $x=2$, 2— $x=2,2$, 3— $x=2,4$, 4— $x=2,6$, 5— $x=3$.

различное число точек перегиба, а именно: для диапазона $0 < x \leq 1$ — одна, для $1 < x \leq 2$ — три, для $2 < x < 3$ — пять. Фаза нулевой гармоники изменяется от значения $-\pi/2$ до нуля (рис. 1а). При узких щелях это хорошо согласуется с поведением фазы основной отраженной волны (напомним, что $a_0 = b_0 - 1$), так как решетка почти полностью отражает падающее поле, а фаза комплексной амплитуды a_0 стремится к $-\pi$. При очень широких щелях φ_0 стремится к нулю, так как структура становится все более прозрачной. Однако характер стремления φ_0 к нулю с ростом d/l существенно зависит от величины x , при этом на кривых появляются осцилляции, тем более интенсивные, чем больше в пространственном спектре распространяющихся гармоник.

Зависимость $|b_1|$ от коэффициента заполнения решетки достаточно сложна (рис. 2б), так как, вообще говоря, существование гармоники обусловлено периодическим возмущающим фактором, влияние которого падает как с уменьшением ширины щелей (если ленты шире щелей), так и с уменьшением ширины лент (если ленты уже щелей) и оказывается наибольшим при $d/l = 0,5$. Фаза первой гармоники изменяется в более широких пределах, чем фаза основной волны (от $\pi/2$ до $3\pi/2$), причем распространяющаяся вторая гармоника оказывает сильное влияние на характер зависимости φ_1 от d/l (см. рис. 1б).

Для второй гармоники зависимость $|b_2|$ от ширины щели аналогична зависимости $|b_1|$ (или несколько сложнее), а диапазон, в котором изменяется фаза φ_2 , еще шире — от $-\pi/2$ до $3\pi/2$. Приведенные зависимости оказываются необходимыми при определении характера поляризации дифрагированного поля и позволяют сделать наиболее важный для нас вывод о том, что как модули, так и фазы волн пространственного дифракционного спектра одноэлементной решетки существенным образом зависят от коэффициента заполнения решетки.

2. ДИФРАГИРОВАННОЕ ПОЛЕ НЕСИММЕТРИЧНОЙ РЕШЕТКИ (СЛУЧАЙ НОРМАЛЬНОГО ПАДЕНИЯ)

При нормальном падении плоской электромагнитной волны на симметричную решетку дифрагированное поле симметрично относительно любой плоскости, перпендикулярной плоскости решетки и проходя-

щей через одну из ее осей симметрии. Для математического описания такого поля начало координат удобно выбирать на оси симметрии, так как в этом случае оказываются равными комплексные амплитуды дифракционных волн с одинаковыми по модулю индексами (мы назовем такие волны парными). Если начало координат выбрано не на оси симметрии, то комплексные амплитуды парных волн, оставаясь равными по модулю, отличаются друг от друга на некоторый фазовый множитель. В противоположность этому в поле плоской волны, дифрагированном на несимметричной решетке, комплексные амплитуды парных волн различны и не могут быть сделаны равными путем переноса начала координат. Модули этих комплексных амплитуд в зависимости от параметров системы могут также оказаться неравными.

Если длина падающей электромагнитной волны больше периода решетки ($\kappa < 1$) и обусловленные препятствием периодические неоднородности поля имеют локальный характер, то модули амплитуд парных волн равны. В этом случае взаимодействие между элементами решетки очень велико и токи на ее элементах распределяются таким образом, что влияние периодичности препятствия на структуру поля в дальней зоне практически не сказывается. Именно поэтому в длинноволновом приближении любую решетку (независимо от ее симметрии) можно рассматривать как однородную полупрозрачную пленку. Для такой полупрозрачной плоскости можно сформулировать эквивалентные граничные условия, с помощью которых решается задача о нахождении поля в дальней зоне.

С ростом частоты периодичность решетки сказывается сильнее и при $\kappa < 1$ приводит к появлению дифракционных лучей. Если в спектре имеются распространяющиеся гармоники (т. е. $\kappa > 1$), модули амплитуд парных волн не одинаковы. Этот эффект хорошо виден на рис. 3а, б, где для случая двухэлементной несимметричной решетки сплошными кривыми представлены расчетные зависимости модулей амплитуд ± 1 -ых и ± 2 -ых гармоник от частоты (в единицах κ), полученные в результате строгого решения дифракционной задачи.

Неравенство модулей амплитуд парных волн означает пространственную несимметрию дифрагированного поля. Степень этой несимметрии (см. [1]) зависит от коэффициента заполнения решетки, параметра

Рис. 3. Зависимости модулей амплитуд дифракционных лучей несимметричных решеток от частоты:

- а) $\cos(\pi d/l) = 0$, $\cos(\pi d'/l) = 0,9986$, $\delta = 0,5236$;
 б) $\cos(\pi d/l) = -0,3090$, $\cos(\pi d'/l) = 0,9511$,
 $\delta = 0,8727$.

несимметрии $\delta = 2\pi\Delta/l$, частоты и соотношения между шириной лент*. При этом несимметрия поля может оказаться очень большой, поскольку энергия распространяющейся дифракционной волны пропорциональна квадрату модуля ее амплитуды. Особенно наглядно дифрагированное поле двухэлементной решетки показано на рис. 4, где рядом с лучевой диаграммой поля в несимметричном случае показана диаграмма для симметричной ($\delta = 0$) решетки с аналогичными параметрами.

* Заметим, что двухэлементная решетка, составленная из лент одинаковой ширины, обязательно симметрична.

Учитывая тот факт, что при формировании дифрагированного поля, частота которого лежит в диапазоне $\kappa > 1$, периодичность расположения токов на элементах решетки сказывается более сильно, чем взаимовлияние соседних токов, попытаемся выяснить природу пространственной несимметрии поля, представив двухэлементную несимметричную решетку в виде системы двух не взаимодействующих одноэлементных решеток, а полное дифрагированное поле — суперпозицией дифрагированных полей каждой одноэлементной решетки. Сейчас мы рассмотрим результат, а затем обсудим справедливость такого представления.

Будем рассматривать несимметричную двухэлементную решетку с параметром несимметрии δ . Ограничимся для простоты интервалом частоты $1 > \kappa > 2$, когда распространяются только плюс и минус первые гармоники, имеющие модули комплексных амплитуд $|b_1|$ и $|b_{-1}|$ и фазы φ_1 и φ_{-1} соответственно. Из результатов предыдущего параграфа следует, что в зависимости от ширины лент фаза комплексной амплитуды изменяется, поэтому в комплексной плоскости b'_n, b''_n векторы комплексных амплитуд дифракционных спектров одноэлементных решеток с различными коэффициентами заполнения не коллинеарны. Одноэлементные решетки, из которых составлена несимметричная двухэлементная решетка, периодичны с тем же периодом l , а дифрагированное поле каждой из них в отдельности имеет симметричный спектр, амплитуды первых гармоник которого будут $|B_I| \exp(i\varphi_I)$ и $|B_{II}| \exp(i\varphi_{II})$ у первой и второй решетки соответственно (одноэлементные решетки произвольно названы первой и второй).

Выберем начало координат на оси симметрии первой решетки (для определенности на середине щели)*, тогда в любой точке пространства с координатами x, y, z поля плюс и минус первых гармоник запишутся следующим образом:

$$E_I^+ = |B_I| \exp(i\varphi_I) \exp(-i\sqrt{k^2 - (2\pi/l)^2} z) \exp(i2\pi y/l),$$

$$E_I^- = |B_I| \exp(i\varphi_I) \exp(-i\sqrt{k^2 - (2\pi/l)^2} z) \exp(-i2\pi y/l). \quad (8)$$

Поскольку середина щели второй решетки сдвинута относительно начала координат на $l/2 + \Delta$, то в записи полей плюс и минус первых гармоник этой решетки в той же точке пространства (x, y, z) появляется фазовый множитель, учитывающий этот сдвиг:

$$E_{II}^+ = (-1) |B_{II}| \exp(i\varphi_{II}) \exp(-i\sqrt{k^2 - (2\pi/l)^2} z) \exp(i2\pi y/l) \exp(i\delta),$$

$$E_{II}^- = (-1) |B_{II}| \exp(i\varphi_{II}) \exp(-i\sqrt{k^2 - (2\pi/l)^2} z) \exp(-i2\pi y/l) \times \exp(-i\delta). \quad (9)$$

* У симметричной периодической решетки на периоде имеется минимум две оси симметрии.

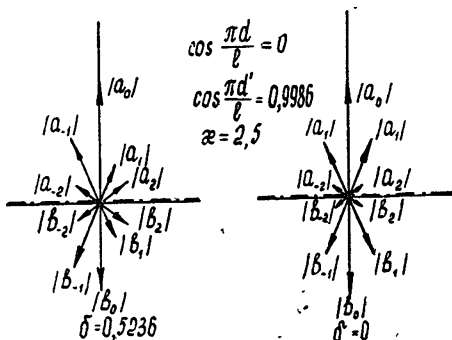


Рис. 4.

Вообще, для $\pm n$ -ых гармоник поля этой решетки

$$E_{II}^{+n} = (-1)^n |B_{II}^n| \exp(i\varphi_{II}^n) \exp(-ih_n z) \exp(i2\pi n y/l) \exp(in\delta),$$

$$E_{II}^{-n} = (-1)^n |B_{II}^n| \exp(i\varphi_{II}^n) \exp(-ih_n z) \exp(-i2\pi n y/l) \exp(-in\delta).$$

Суперпозиция полей (8) и (9) в точке (x, y, z) имеет вид

$$\begin{aligned} E^{+1} &= [|B_I| \exp(i\varphi_I) - |B_{II}| \exp(i\varphi_{II}) \exp(i\delta)] \times \\ &\quad \times \exp(-i\sqrt{k^2 - (2\pi/l)^2} z) \exp(i2\pi y/l), \\ E^{-1} &= [|B_I| \exp(i\varphi_I) - |B_{II}| \exp(i\varphi_{II}) \exp(-i\delta)] \times \\ &\quad \times \exp(-i\sqrt{k^2 - (2\pi/l)^2} z) \exp(-i2\pi y/l). \end{aligned} \quad (10)$$

Модули комплексных амплитуд, заключенных в квадратные скобки, могут быть равны либо при равенстве φ_I и φ_{II} , т. е. в том случае, когда ленты обеих решеток одинаковы (в этом случае, как мы отмечали, двухэлементная решетка становится симметричной), либо при $\delta = 0$, т. е. опять-таки при симметричном расположении решеток. Суперпозиция полей наглядно демонстрируется на рис. 5б.

По формулам (10) нами были рассчитаны модули комплексных амплитуд первых $|b_1|$, $|b_{-1}|$ и вторых $|b_2|$, $|b_{-2}|$ гармоник (результаты представлены на рис. 3а и 3б пунктирными кривыми). Из анализа этих рисунков следует, что построение дифрагированного поля несимметричной двухэлементной решетки как суперпозиции полей взаимодействующих одноэлементных решеток приводит к результатам, качественно совпадающим с характеристиками истинного дифрагированного поля, найденными в результате строгого решения. С другой стороны, сопоставление количественных результатов позволяет оценить степень взаимодействия токов на элементах решетки и определить область значений параметров задачи, где такое построение дает малую погрешность.

Естественно предположить, что формулы (10) наиболее пригодны для решеток с узкими лентами, расположенными достаточно далеко одна от другой (т. е. для решеток с небольшими значениями параметра несимметрии и коэффициента заполнения). Далее, с ростом частоты взаимодействие между токами на элементах решетки уменьшается, поэтому при больших κ количественное сходство результатов должно возрастать. Действительно, графики, приведенные на рис. 3а, 3б, отчетливо демонстрируют перечисленные тенденции. С ростом κ становится более хорошим совпадение точных значений $|b_1|$ и $|b_{-1}|$ и значений этих величин, полученных по формулам (10). Указанное совпадение, однако, нарушается в точках скольжения, где взаимодействие между элементарными токами имеет наиболее сложный характер. Аналогичные кривые получены и для вторых гармоник.

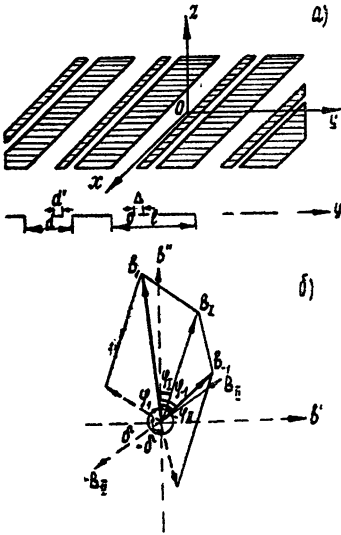


Рис. 5. Суперпозиция полей «не- взаимодействующих» решеток.

Таким образом, на основании полученных результатов можно утверждать, что несимметрия дифрагированного поля двухэлементной решетки в рассматриваемой области частот обусловлена слабым взаимовлиянием двух систем периодически расположенных токов.

При больших значениях x этим способом построения поля решетки (который, очевидно, пригоден для любой периодической многоэлементной решетки) можно получить приближенные значения амплитуд всех распространяющихся гармоник, если известны поля соответствующих одноэлементных решеток. В ряде случаев это очень существенно, так как получение точных параметров поля многоэлементной решетки — задача обычно весьма трудоемкая.

Таким образом, описанный нами способ построения суперпозиции полей одноэлементных решеток может служить основой инженерного метода для расчета дифрагированных полей многоэлементных решеток в некоторой области значений x (без точек скольжения); однако для этой цели он должен быть дополнен учетом взаимодействия соседних элементарных токов.

3. ДИФРАГИРОВАННОЕ ПОЛЕ НЕСИММЕТРИЧНОЙ РЕШЕТКИ* (СЛУЧАЙ НАКЛОННОГО ПАДЕНИЯ*)

Рассмотрим теперь свойства поля, возникшего в результате дифракции плоской электромагнитной волны на несимметричной решетке при наклонном падении, обращая внимание на эффекты, обусловленные несимметрией решетки.

Наклонно падающей принято называть электромагнитную волну, волновой вектор которой параллелен плоскости zOy . Угол падения α отсчитывается от нормали к плоскости решетки по часовой стрелке; нормальному падению соответствует нулевое значение угла падения. Аналогично случаю нормального падения ограничимся рассмотрением одной какой-либо поляризации падающей волны. Рассмотрим случай падения E -поляризованной волны; тогда искомое поле запишется в виде

$$E_x = \exp[-ik(y \sin \alpha + z \cos \alpha)] + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \bar{a}_n \exp(i\bar{h}_n z) \exp(i\bar{\gamma}_n y) \quad (z > 0),$$

$$E_x = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \bar{b}_n \exp(-i\bar{h}_n z) \exp(i\bar{\gamma}_n y) \quad (z < 0),$$

где

$$\bar{\gamma}_n = -k \sin \alpha + \frac{2\pi n}{l}, \quad \bar{h}_n = \sqrt{k^2 - \left(\frac{2\pi}{l}\right)^2 (n - x \sin \alpha)^2}. \quad (11)$$

Методика отыскания комплексных амплитуд \bar{a}_n и \bar{b}_n (для которых также справедливо соотношение (4)) подробно описана в работе [5], поэтому мы перейдем непосредственно к исследованию зависимостей основных характеристик поля (иллюстрациями которых служит ряд кривых, полученных численными методами) от ряда параметров задачи.

Основное специфическое свойство дифрагированного поля при наклонном падении на любую ленточную периодическую решетку заключается в том, что при $\alpha \neq 0$ (в соответствии с (11)) дифракционные гармоники с одинаковыми по модулю индексами распространяются под различными углами и имеют различные точки скольжения.

* Случай произвольного падения легко сводится к наклонному, см., например, [6].

В отличие от нормального падения, когда точки скольжения соответствуют целочисленным значениям x , в исследуемом случае незатухающим гармоникам соответствуют значения

$$x = n / \left(1 + \frac{|n|}{n} \sin \alpha \right). \quad (12)$$

Как видно из (12), при $\alpha > 0$ положительные гармоники начинают распространяться при меньших значениях x , чем соответствующие отрицательные. В связи с этим оказываются различными и модули их комплексных амплитуд.

Обычно исследуется частотная зависимость модулей коэффициентов прохождения $|\bar{b}_0|$ или отражения $|\bar{a}_0|$ при различных значениях параметров решетки и угла падения. Кривые этих зависимостей в связи с большим числом точек скольжения оказываются менее плавными по сравнению со случаем нормального падения.

Для двухэлементной несимметричной решетки просчитаны зависимости $|\bar{a}_0|$, $|\bar{b}_0|$, $|\bar{b}_1|$ и $|\bar{b}_{-1}|$ от x (изменялись также параметры δ и α). Графики приведены на рис. 6. Как видно на рис. 6, при $\alpha = 5^\circ$ коэффициент прохождения монотонно возрастает, пока ± 1 -ые гармоники затухают и их модули близки по величине (при изменении x от 0 до $\sim 0,9$). Модуль $|\bar{a}_0|$ близок к 1, т. е. значительная часть энергии отражается. В точке $x = 0,92$ возникает незатухающая $+1$ -я гармоника, при дальнейшем увеличении x ее модуль резко отличается от $|\bar{b}_{-1}|$, а величина коэффициента отражения падает. В точке $x = 1,1$ кривая $|\bar{b}_0|$ имеет характерный излом в связи с началом распространения -1 -ой гармоники. Однако, если в этой точке при $\delta = 40^\circ$ кривая имеет резко выраженный максимум, то при $\delta = 25^\circ$ — только меняет направление. Это различие вполне естественно, так как, если узкая полоска незначительно сдвинута с симметричного положения, то решетка по своим дифракционным свойствам ближе к симметричной двухэлементной, а в случае, когда параметр несимметрии велик, свойства решетки ближе к свойствам одноэлементной решетки. При $x > 1,1$ $|\bar{b}_0|$ меняется в незначительных пределах, так как появление дифракционных лучей более высокого порядка мало влияет на перераспределение энергии. При падении волны под большим углом ($\alpha = 50^\circ$) значительная часть энергии отражается, причем распространяются, в основном, положительные гармоники.

Перечисленные свойства дифрагированного поля при наклонном падении характерны для любой периодической решетки, а несимметрия препятствия влияет на вид зависимости $|\bar{b}_0|$ от x так же, как и при нормальном падении.

Основным специфическим свойством дифрагированного поля при нормальном падении на несимметричную решетку является несимметрия поля, т. е. $|\bar{b}_n| \neq |\bar{b}_{-n}|$, когда $n < x$; при наклонном падении на любую решетку модули амплитуд гармоник с одинаковыми по абсолютной величине индексами всегда различны, поэтому в этом смысле несимметричная решетка отличается лишь тем, что упомянутое различие модулей обуславливается добавочной причиной.

При наклонном падении существенно другое отличие дифрагированного на несимметричной решетке поля по сравнению с симметричным случаем.*

Хорошо известно, что при изменении знака угла падения* плоской электромагнитной волны на симметричную решетку дифрагированное

* Будем считать, что волна падает справа, если $\alpha > 0$, и слева — в случае $\alpha < 0$.

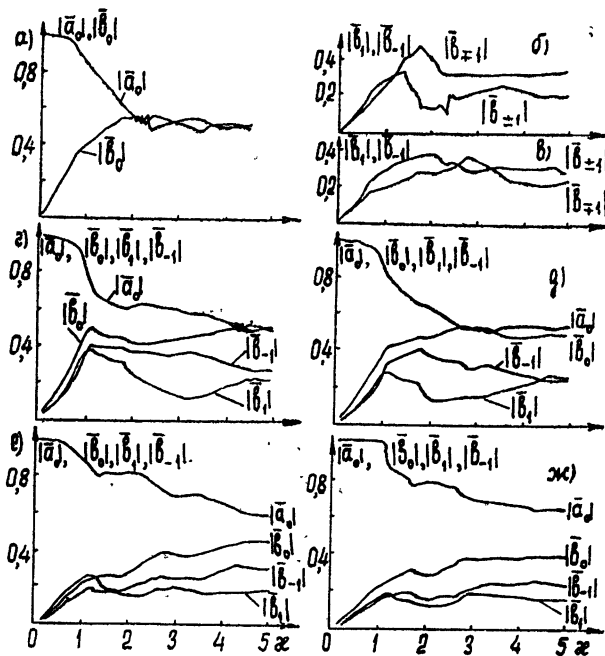


Рис 6. Зависимости $|a_0|$, $|b_0|$, $|a_{\pm 1}|$, $|b_{\pm 1}|$ для случая наклонного падения на несимметричные решетки:

- а) $\cos(\pi d/l) = -0,2$, $\cos(\pi d'/l) = 0,99$, $\alpha = \pm 25^\circ$, $\delta = \pm 25^\circ$;
- б) $\cos(\pi d/l) = -0,2$, $\cos(\pi d'/l) = 0,99$, $\alpha = \pm 25^\circ$, $\delta = \pm 25^\circ$;
- в) $\cos(\pi d/l) = -0,2$, $\cos(\pi d'/l) = 0,99$, $\alpha = \pm 25^\circ$, $\delta = \pm 25^\circ$;
- г) $\cos(\pi d/l) = -0,2$, $\cos(\pi d'/l) = 0,95$, $\alpha = 5^\circ$, $\delta = 40^\circ$;
- д) $\cos(\pi d/l) = -0,2$, $\cos(\pi d'/l) = 0,95$, $\alpha = 5^\circ$, $\delta = 25^\circ$;
- е) $\cos(\pi d/l) = -0,2$, $\cos(\pi d'/l) = 0,95$, $\alpha = 50^\circ$, $\delta = 40^\circ$;
- ж) $\cos(\pi d/l) = -0,2$, $\cos(\pi d'/l) = 0,95$, $\alpha = 50^\circ$, $\delta = 25^\circ$.

поле можно построить, поменяв местами положительные и отрицательные гармоники, т. е. картина поля оказывается развернутой на 180° вокруг оси z . Аналогичным образом строится поле нормально падающей волны, дифрагирующей на несимметричной решетке при изменении знака параметра несимметрии.

Модули амплитуд дифракционного поля в случае наклонного падения волны справа на несимметричную решетку с положительным параметром несимметрии, как видно из рис. 6б и 6в, отличаются от соответствующих модулей амплитуд поля в случае решетки с отрицательным δ (или от волны, падающей на ту же решетку слева). Поэтому замена положительных гармоник отрицательными и наоборот для построения поля справедлива только при совместном изменении знаков угла падения и параметра несимметрии.

С другой стороны, поскольку рассматриваются дифракционные свойства плоских бесконечно тонких решеток, то коэффициенты прохождения и отражения не должны зависеть ни от знака α , ни от знака δ , что и подтверждает график, приведенный на рис. 6а.

В связи с этим отметим следующий факт. В интервале частот между точкой скольжения первой распространяющейся гармоники (для падения справа это $+1$ -я гармоника) и ближайшей следующей точкой скольжения (для $\sigma = 25^\circ$ это соответствует $x \approx 1,4$) величина модуля этой гармоники не должна зависеть от знака параметра несимметрии. Действительно, поскольку из закона сохранения энергии следует соотношение, связывающее значения коэффициентов прохождения и отражения с модулями амплитуд распространяющихся гармоник, а $|b_0|$

и $|\bar{a}_0|$ от знака δ не зависят, не должен зависеть от знака δ и $|\bar{b}_1|$. Рис. 6б, 6в позволяют в этом легко убедиться. Действительно, модуль амплитуды $+1$ -й гармоники на обоих рисунках ведет себя одинаково в интервале $0 < x < 1,4$. Далее, с увеличением x , когда распространяется еще и $+2$ -я гармоника, поведение $|\bar{b}_1|$ в вариантах б) и в) существенно различно.

В связи с этим представляют большой интерес зависимости $|\bar{b}_1|$ и $|\bar{b}_{-1}|$ от величины угла падения, представленные на рис. 7 (здесь зафиксировано x , а δ принимает два значения $\pm 40^\circ$). Параметр x выбран таким, чтобы до некоторого значения угла α (а именно в интервале от 0 до $\sim 17^\circ$) распространялись две гармоники ($+1$ -я и -1 -я). При $\alpha > 17^\circ$ распространяется только $+1$ -я гармоника.

Из рисунка видно, что по мере приближения значений α к 17° модули $|\bar{b}_1|$ в обоих случаях стремятся к одной и той же величине, а начиная с того значения α , при котором -1 -я гармоника уже распространяется, — становятся равными.

Указанная особенность приводит к тому, что в дальней зоне при наклонном падении невозможно определить знак параметра несимметрии решетки в некотором интервале значений x (даже больших единицы). В этом смысле несимметрия дифрагированного поля при наклонном падении плоской волны на несимметричную решетку проявляется при более высоких частотах (по сравнению со случаем нормального падения).

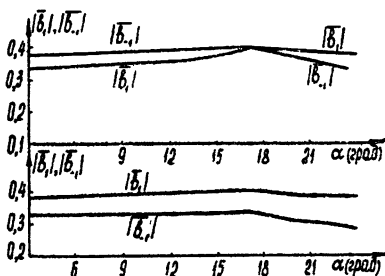


Рис. 7. Зависимости $|\bar{b}_1|$ и $|\bar{b}_{-1}|$ от угла падения, $u = \cos(\pi d/l)$, $v = \cos(\pi d'/l)$ ($x = 1,4$, $u = -0,2$, $v = 0,95$, $\delta = \pm 40^\circ$).

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. Н. Литвиненко, В. П. Шестопапов, Радиотехника и электроника, 10, вып. 6, 1131 (1965).
2. З. С. Агранович, В. А. Марченко, В. П. Шестопапов, ЖТФ, 32, № 4, 381 (1962).
3. Л. Н. Литвиненко, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 7, № 6, 1211 (1964).
4. Л. А. Вайнштейн, Теория дифракции и метод факторизации, изд. Сов. радио, М., 1966.
5. Л. Н. Литвиненко, В. П. Шестопапов, Численные методы решения задач математической физики, сб. статей, изд. Наука, М., 1966.
6. Е. Н. Подольский, Диссертация, Харьков, ХГУ, 1966.

Харьковский институт радиоэлектроники

Поступила в редакцию
6 декабря 1966 г.

DIFFRACTION PROPERTIES OF ASYMMETRIC METALLIC TAPE ARRAYS

A. I. Ena, L. N. Litvinenko, V. P. Shestopalov

The field structure of an asymmetrical array in a far zone is investigated. The asymmetry of the field is shown to occur when the length of normally incident plane electromagnetic wave becomes less than the period of the structure. In this case a multi-element array may be represented as a system of rather weakly interacting one-element arrays with the same period. There are also investigated the diffraction properties of asymmetrical arrays for an oblique incidence of a plane electromagnetic wave on it.

УДК 539.1.03 . 621.396.671

О ХАРАКТЕРИСТИКАХ ИЗЛУЧЕНИЯ ИСТОЧНИКА, ДВИЖУЩЕГОСЯ ВБЛИЗИ ГРЕБЕНЧАТОЙ СТРУКТУРЫ

Е. В. Авдеев, Г. В. Воскресенский

На основе строгого решения задачи проводится количественный анализ свойств излучения, сопровождающего пролет линейного источника (заряженной нити) вблизи открытой периодической замедляющей структуры типа отражательной дифракционной решетки. Приводятся графики спектрального распределения излучения для различных значений скорости источника и параметров структуры.

В работе [1] проведено строгое рассмотрение задачи об излучении однородно заряженной нити при пролете вблизи открытой замедляющей гребенчатой структуры. Общее решение задачи было получено методом Винера—Хопфа [2]. В настоящей статье будут изложены наиболее существенные количественные характеристики излучения, полученные на основе найденного в [1] общего решения.

Рассматриваемая периодическая двумерная гребенчатая структура образована тонкими идеально проводящими лентами ширины l , укрепленными на металлической плоскости ($y = 0$) на расстоянии a друг от друга. Источником поля является однородно заряженная (с линейной плотностью заряда ε) нить, параллельная оси x , движущаяся со скоростью $u_z = u$ на «прицельном расстоянии» b от края структуры (в принятых обозначениях мы полностью следуем [1]).

Приведем без вывода выражение для компонент $H_{x\omega}$, полностью определяющей электромагнитное поле рассматриваемой поляризации. Поле в резонансной ячейке ($an \leq z \leq a(n+1)$, $-l \leq y \leq 0$) между соседними зубьями гребенки представляется суперпозицией стоячих волн, образованных волноводными гармониками, бегущими в глубь ячейки и отраженными от дна области ($y = 0$):

$$H_{x\omega}(y, z) = -\frac{16\pi^2 i}{c} \exp\left(i \frac{k}{\beta} an\right) \sum_{m=0}^{\infty} K_m \exp(-i\omega_m l) \times$$

$$\times (-1)^{mn} \frac{\cos(\omega_m y) \cos(m\pi z/a)}{(k + \omega_m) L_1(\omega_m) [1 - (-1)^m \exp(-ika/\beta)]},$$

$$(-l < y < 0).$$
(1)

Здесь $\omega_m = [k^2 - (m\pi/a)^2]^{1/2} \equiv 2\pi a^{-1} [q^2 - (m/2)^2]^{1/2}$ — постоянные пространства волноводных гармоник; функция $L_1(\omega)$ определена в [1]. Постоянные коэффициенты K_m удовлетворяют бесконечной линейной алгебраической неоднородной системе уравнений

$$K_m = \Gamma_m \left(K + \sum_{t=0}^{\infty} K_t \frac{\omega_t - \omega_m}{\omega_t + \omega_m} \right) \quad (m = 0, 1, 2, \dots),$$

$$K + \sum_{m=0}^{\infty} K_m \frac{ik\gamma - \omega_m}{ik\gamma + \omega_m} = - \frac{\varepsilon\omega\gamma a \exp(-k\gamma b)}{4\pi^2 i u (1 + i\gamma) L_1(ik\gamma)}, \quad (2a)$$

$$(\gamma = \sqrt{1 - \beta^2} / \beta, \quad \beta = u/c),$$

где величина Γ_m может быть представлена следующими произведениями:

$$\Gamma_m = \exp \left[i2 \frac{\omega_m a}{\pi} (\pi l/a - \ln 2) \right] \prod_{\substack{t=0 \\ t \neq m}}^{\infty} \frac{\omega_t + \omega_m}{\omega_t - \omega_m} \times$$

$$\times \prod_{t=1}^{\infty} \frac{(\hat{\omega}_{-t} - \omega_m)(\hat{\omega}_{+t} - \omega_m)}{(\hat{\omega}_{-t} + \omega_m)(\hat{\omega}_{+t} + \omega_m)}. \quad (2b)$$

Как видно из выражения (1), амплитуды волноводных гармоник (или соответствующих гармоник в распределении наведенного на зубьях гребенки тока) пропорциональны коэффициентам K_m , которые согласно формулам (2a), (2b) становятся экспоненциально малыми (порядка $\exp(-2\pi l m/a)$), если постоянные распространения ω_m чисто мнимы. При фиксированном значении частоты (или безразмерного параметра $q = ka/2\pi$) все волноводные гармоники, начиная с некоторого номера m , перестают распространяться в глубь резонансной ячейки. Поэтому для приближенного представления распределения токов на пластинах замедляющей структуры (а значит, и определения характеристик излучения движущегося источника) необходимо в первую очередь учитывать вклад конечного числа распространяющихся волноводных гармоник; учет затухающих гармоник дает лишь поправки к распределению тока на пластинах. Соответствующий способ отыскания приближенного решения системы уравнений (2a) был подробно описан в [1].

Поле, возбуждаемое движущимся источником в свободном полупространстве под гребенкой (при $y < -l$), имеет вид

$$H_{x\omega}(y, z) = - \frac{\varepsilon}{c} \operatorname{sgn}(y + b + l) \exp(-k\gamma |y + b + l| + ikz/\beta) +$$

$$+ \frac{2\pi^2}{ac} \sum_{t=0}^{\infty} \frac{\hat{v}_t}{\hat{\omega}_t (k + \hat{\omega}_t) L_1(\hat{\omega}_t)} \left(K + \sum_{m=0}^{\infty} K_m \frac{\hat{\omega}_t + \omega_m}{\hat{\omega}_t - \omega_m} \right) \times \quad (3)$$

$$\times \exp[-i\hat{\omega}_t(y + l) + i\hat{v}_t z].$$

Первое слагаемое в (3) описывает собственное поле источника в свободном пространстве, второе слагаемое — суперпозицию пространственных гармоник, т. е. плоских электромагнитных волн с составляющими волнового вектора в направлении осей z и y , равными соответственно $\hat{v}_t = (k/\beta - 2\pi t/a)$ и $\hat{\omega}_t = (k^2 - \hat{v}_t^2)^{1/2}$. Член суммы (3), соответствующий индексу $t = 0$, определяет поверхностную волну ($\hat{v}_0 = \omega/u$, $\hat{\omega}_0 = ik\gamma$), распространяющуюся вдоль структуры синхронно с источником. Действительным значениям волновых чисел $\hat{\omega}_t$ отвечают пространственные гармоники поля, описывающие излучение движущимся

источником плоских электромагнитных волн; мнимым $\hat{\omega}_t$ соответствуют неоднородные плоские волны, бегущие вдоль структуры.

Определив электромагнитное поле, возбуждаемое при движении нити вблизи структуры, легко получить энергетические характеристики излучения. Полные потери энергии движущимся источником можно определить, вычислив реакцию излучения, т. е. работу возбуждаемого поля над источником. Потери на излучение при пролете источником одного периода структуры ($0 \leq z \leq a$) определяются по формуле

$$W = - \int_0^a dz 2 \operatorname{Re} \int_0^\infty \varepsilon E_{z\omega}(y = -l - b, z = ut) \exp(-i\omega t) d\omega = \int_0^\infty W_\omega d\omega. \quad (4)$$

Спектральная плотность потерь на излучение $W_\omega^{\text{полн}}$ равна

$$W_\omega^{\text{полн}} = - \frac{8\pi^2\varepsilon}{ku} \exp(-k\gamma b) \operatorname{Re} \left\{ \frac{1}{(1 + i\gamma) L_1(ik\gamma)} \times \right. \\ \left. \times \left(K + \sum_{m=0}^\infty K_m \frac{ik\gamma + \omega_m}{ik\gamma - \omega_m} \right) \right\}. \quad (5)$$

Заметим, что в выражение для реакции излучения на частоте ω вносит вклад лишь замедленная пространственная гармоника, движущаяся синхронно с зарядом. Работа поля остальных пространственных гармоник той же частоты ω в среднем за период равна нулю из-за различия скоростей этих гармоник и источника.

Полные потери движущейся заряженной нити на излучение можно также определить непосредственно, вычислив поток энергии через плоскую поверхность, параллельную краю гребенчатой структуры. Найденная таким образом спектральная плотность потерь на излучение на периоде имеет вид

$$W_\omega^{\text{изл}} = -c \int_{an}^{a(n+1)} E_{\omega z} H_{-\omega x} dz = \frac{16\pi^4}{a\omega} \sum_t \frac{\hat{v}_t^2}{\hat{\omega}_t(k + \hat{\omega}_t)^2} \times \\ \times \left| \frac{1}{L_1(\hat{\omega}_t)} \left(K + \sum_{m=0}^\infty K_m \frac{\hat{\omega}_t + \omega_m}{\hat{\omega}_t - \omega_m} \right) \right|^2, \quad (6)$$

где суммирование по t ведется лишь по гармоникам с действительным значением $\hat{\omega}_t$. Каждое из слагаемых в выражении (6) определяет потери на пространственной гармонике с индексом t , излучаемой в рассматриваемом диапазоне частот.

Величина потерь на излучение W_ω зависит от длины волны излучения λ , периода структуры a , глубины резонансной ячейки l , скорости движения источника u и прицельного параметра b . При исследовании свойств излучения удобно ввести три безразмерных параметра:

$$q = \frac{a}{\lambda} \equiv \frac{ka}{2\pi}, \quad \beta = \frac{u}{c}, \quad r = \frac{l}{a}. \quad (7)$$

При фиксированном значении прицельного параметра b величина потерь зависит лишь от этих трех параметров. Приводимые ниже результаты, в основном, относятся к случаю $b=0$, когда потери на излучение максимальны. В расчетах задавались значения двух из величин (7) и рассматривалась зависимость W_ω от третьей переменной. Потери W_ω приводятся на графиках всегда в нормированном безразмерном виде и отнесены к величине $4\varepsilon^2 a/c$.

Все численные результаты были получены для области изменения переменной q от нуля до единицы, т. е. для излучения в диапазоне вплоть до длин волн, равных периоду структуры. При этом условии в «волноводе», образованном соседними зубцами гребенки, могут распространяться одна (при $0 \leq q \leq 1/2$) или две (при $1/2 \leq q \leq 1$) собственных волны. Следуя [1], назовем первым приближением расчета (для $q \leq 1$) решение системы уравнений (2а) с учетом отличных от нуля коэффициентов K, K_0, K_1 . Второе приближение должно учитывать экспоненциально малый коэффициент K_2 , описывающий влияние низшей затухающей волноводной гармоники, и т. д.*

Для не слишком мелких ($r > 0,5$) гребчатых структур результаты расчета в первом и втором приближениях совпадают с графической точностью. Здесь уместно заметить, что указанные приближения, как следует из представления (2б) для величины Γ_m , сходятся лишь при условии

$$r = \frac{l}{a} > \frac{\ln 2}{\pi} \approx 0,22, \quad (8)$$

т. е. для достаточно частых или глубоких структур. При нарушении условия (8) выбор представления поля между зубцами гребенки в виде

набора волноводных гармоник, очевидно, нецелесообразен. Наличие в коэффициентах K_m экспоненциальных множителей $\exp(-\ln 2k\gamma a/\pi)$ равносильно уменьшению глубины ячейки l на величину $(a \ln 2)/\pi$ при неизменной геометрии задачи (a следовательно, и увеличению прицельного параметра b на ту же величину). Величина $(a \ln 2)/\pi$ играет как бы роль расстояния, на котором формируется «волноводное» поле между зубцами структуры.

Перейдем к обсуждению результатов расчета. Рисунки 1а и 1б дают представление о рельефе функции $W_\omega^{\text{полн}}$ над плоскостью q, β при фиксированной глубине ячейки структуры r (на рис. 1а $r=1$, на рис. 1б

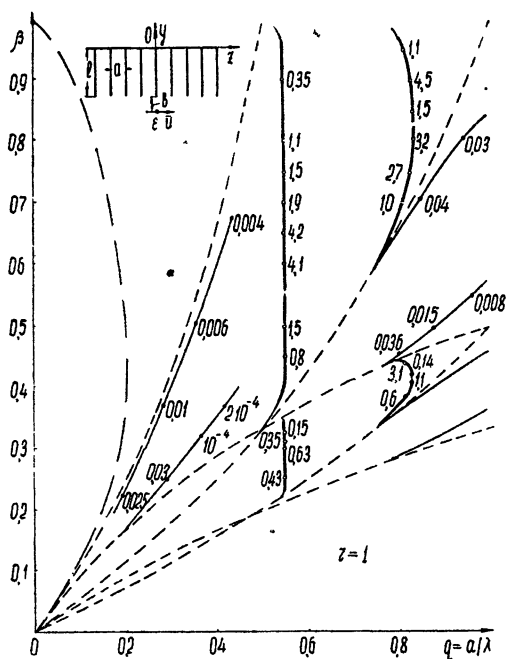


Рис. 1а. Распределение максимумов потерь на плоскости q, β при $r=1$.

* Для области частот $0 < q < 1/2$ эти же данные дают соответственно второе и третье приближения.

$r = 5$). Полные потери определялись по реакции излучения. Прерывистыми линиями на рис. 1 нанесены границы зон излучения пространственных гармоник, определяемые условиями $q = m\beta / (1 \pm \beta)$ (m — номер излучаемой гармоники) [3]. Штрих-пунктирные линии, проведенные в зонах, где излучение отсутствует (при этом все пространственные гармоники поля в свободном полупространстве замедленные), соответствуют исследованным в [2] дисперсионным кривым медленных волн, распространяющихся вблизи структуры. Точки на этих дисперсионных кривых удовлетворяют условию обращения в нуль детерминанта однородной системы уравнений (2а). Сплошные кривые на рис. 1 определяют положение максимумов излучения при фиксированном значении безразмерной глубины ячейки r . При этом утолщенной линией нанесены участки кривых, для которых величина нормированных потерь превышает уровень 0,1; тонкие сплошные линии соответствуют максимумам излучения ниже указанного уровня. Цифрами отмечены величины максимумов в отдельных точках. Как следует из приведенных цифровых значений, рельеф функции $W_{\omega}^{\text{полн}}(q, \beta)$

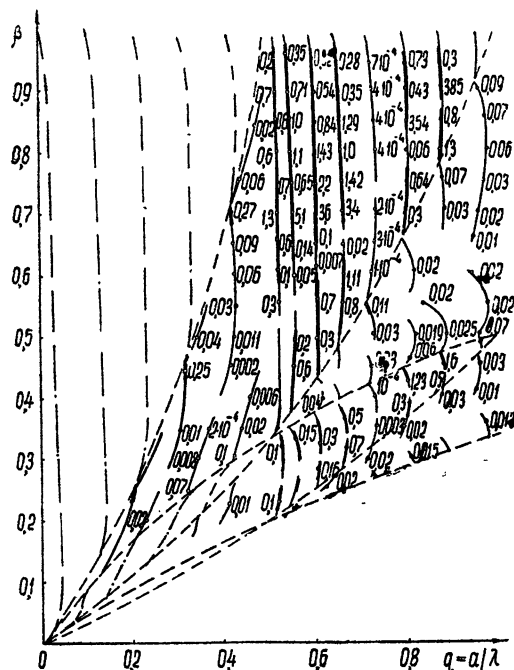


Рис. 16. Распределение максимумов потерь на плоскости q, β при $r = 5$.

напоминает «горные цепи», почти параллельные оси β вдали от границы зон излучения и изгибающиеся при подходе к граничным кривым. На прямых

$$q = m\beta \quad (m = 1, 2, \dots) \quad (9)$$

потери на излучение обращаются в нуль. Отсутствие излучения при условии (9) соответствует обращению в нуль поля, созданного распределением токов на тонких лентах (зубцы гребенчатой структуры) в направлении вдоль токонесущих поверхностей. Напомним, что частота и направление излучения m -ой пространственной гармоники связаны доплеровской формулой [3]

$$\omega_m = (2\pi m v / a) (1 - \beta \cos \theta_m)^{-1}. \quad (10)$$

Здесь угол наблюдения θ_m отсчитывается от направления движения источника.

В распределении огибающих максимумов излучения на плоскости q, β (рис. 1) легко увидеть определенную закономерность. Оценку величины «периода» можно получить из простого качественного рассмотрения. Распределение токов на пластинах структуры, определяющее свойства излучения, складывается из нескольких стоячих волн. Каждая из волн может быть представлена как бегущая от открытого торца резонансной ячейки волноводная гармоника, претерпевающая

отражение от подложки и возвращаясь к открытому концу. Определяющей в распределении тока следует, по-видимому, считать гармонику с наименьшим продольным волновым числом (она аналогична «низкочастотной» гармонике в разложении Фурье). В области $0 \leq q \leq 1/2$ это гармоника с постоянной распространения $\omega_0 = k$, в диапазоне $1/2 \leq q \leq 1$ — гармоника с постоянной распространения $\omega_1 = [k^2 - (\pi/a)^2]^{1/2}$. Таким образом, волноводная гармоника с постоянной распространения $\omega_m = [k^2 - (m\pi/a)^2]^{1/2}$ является определяющей в области

$$\frac{m}{2} \leq q \leq \frac{m+1}{2} \quad (11)$$

Если по какой-либо причине (например, из-за изменения глубины резонансной ячейки) набег фазы этой основной волны тока получает приращение $\Delta(\omega_m 2l)$, кратное 2π , то прежнее распределение тока сохранится. Поэтому искомым квазипериод определяется из условия

$$\Delta(\sqrt{q^2 - (n/2)^2} r) = m/2 \quad (m = 1, 2, \dots) \quad (12a)$$

при

$$\frac{n}{2} \leq q \leq \frac{n+1}{2} \quad (n = 0, 1, 2, \dots) \quad (12b)$$

При фиксированном значении r , как следует из условия (12a, б), максимумы интенсивности излучения разнесены на расстояния $\Delta q =$

$$= \frac{m}{2qr} \sqrt{q^2 - \left(\frac{n}{2}\right)^2}. \text{ При увеличении безразмерной глубины ячейки } r$$

максимумы излучения сближаются. Положения максимумов излучения на рис. 1 хорошо согласуются с определяемыми на основе изложенных выше качественных соображений, если в формуле (12a, б) использовать приведенную безразмерную глубину ячеек $r_{\text{пр}} = r - \ln 2/\pi$, т. е. учитывать путь формирования волноводных волн.

Как видно из рис. 1, потери на излучение имеют относительно слабые ($\sim 0,01$) максимумы при $0 \leq q \leq 1/2$. В диапазоне $1/2 \leq q \leq 1$ величина потерь может достигать весьма больших значений (порядка нескольких единиц) в областях, где происходит излучение лишь на одной (например, первой или второй) пространственной гармонике; в области, где допустимо одновременное излучение двух гармоник, интенсивность потерь невелика. Такое распределение потерь имеет простое качественное объяснение. Действительно, как можно показать (см. формулы (6.20), (6.21) в [3]), амплитуда «волноводной гармоники» номера m обращается в нуль при условии

$$\frac{q}{\beta} = n - \frac{m}{2} \quad (13a)$$

и максимальна, если

$$\frac{q}{\beta} = \frac{2n+1}{2} - \frac{m}{2} \quad (13b)$$

Соотношения (13a) и (13b) отвечают соответственно наихудшим и оптимальным условиям для совершения возбуждаемой волной работы над источником поля на периоде структуры. Излучение, очевидно, должно быть более интенсивным там, где близки к оптимальным условия совершения работы для основной волны. Объединяя требования

(11) и (136), получим, что в диапазоне $m/2 \leq q \leq (m+1)/2$ зоны интенсивного излучения расположены вблизи прямых $q/\beta = (2n+1)/2 - m/2$ (n — целые числа). Напротив, при тех же значениях q в областях, прилегающих к прямым $q/\beta \approx (2n-m)/2$, потери на излучение малы.

Для выяснения деталей рельефа поверхности $W_{\omega}^{\text{полн}}(q, \beta, r)$ приведем примеры зависимости потерь W от каждой из переменных (7). На рис. 2, 3 изображены спектральные распределения полных потерь

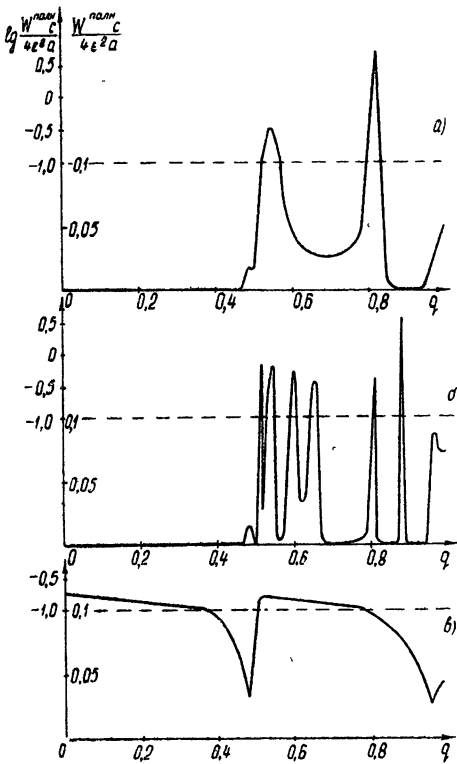


Рис. 2. Спектральные распределения потерь релятивистского источника ($\beta=0,9$): а) $r=1$, б) $r=5$, в) $r \rightarrow \infty$.

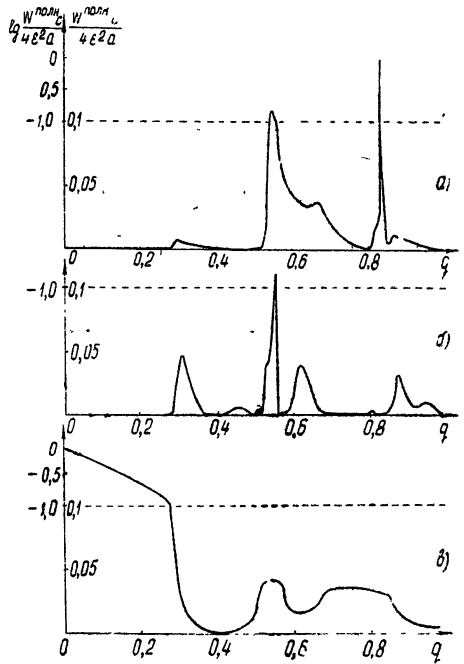


Рис. 3. Спектральные распределения потерь нерелятивистского источника ($\beta=0,4$): а) $r=1$, б) $r=5$, в) $r \rightarrow \infty$.

на излучение $W_{\omega}^{\text{полн}}(q)$ при фиксированных значениях β и r . Кривые на рис. 2а и 2б представляют спектр потерь релятивистского источника ($\beta = 0,9$) для двух значений безразмерной глубины гребенки $r = 1$ и $r = 5$. На рис. 2 и в дальнейшем для величины W принят неравномерный масштаб: потери $W_{\omega}^{\text{полн}}$ ниже уровня 0,1 изображаются в естественном масштабе; при $W_{\omega}^{\text{полн}} \geq 0,1$ на графиках откладывается значение логарифма потерь ($\lg W_{\omega}^{\text{полн}}$). Графики рис. 2 показывают ярко выраженную резонансную зависимость интенсивности излучения от частоты. Излучение сосредоточено в узких резонансных полосах частот, где интенсивность может принимать большие значения.

Интересно сравнить потери для гребенчатой структуры со спектральным распределением потерь при пролете источника возле периодической системы полуплоскостей ($r \rightarrow \infty$), изображенной на рис. 2в.

Видно, что излучение в структуре с $r = 1$ на частоте $q = 0,820$ при $\beta = 0,9$ превышает интенсивность потерь при тех же условиях для нерезонансной бесконечно глубокой структуры приблизительно в 50 раз. С увеличением глубины резонансной ячейки число линий в спектре излучения (т. е. число резонансных максимумов) возрастает, а спектральные линии сужаются. На рис. 3а—3в приведены аналогичные спектральные

зависимости интенсивности потерь для нерелятивистского движения источника ($\beta = 0,4$). Излучение и в этом случае имеет резонансный характер, хотя интенсивность потерь не достигает такой величины, как в предыдущем случае.

На рис. 4 приведены спектральные зависимости потерь на первой $W_{\omega}^{1\text{изл}}$ (сплошная кривая) и второй $W_{\omega}^{2\text{изл}}$ (штриховая кривая) пространственных гармониках, рассчитанные в соответствии с выражением

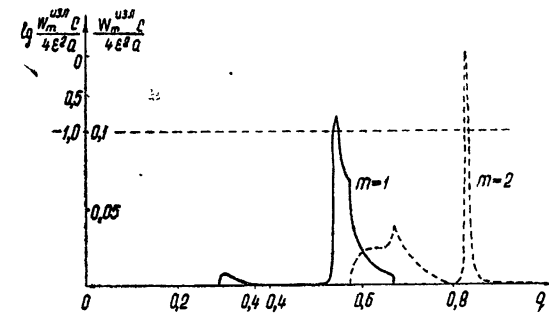


Рис. 4. Спектральная плотность потерь на излучение для первой (сплошная линия) и второй (штрихи) пространственных гармоник ($\beta = 0,4$, $r = 1$).

(6). Графики построены для $\beta = 0,4$, $r = 1$. Легко убедиться, что сумма потерь на излучение гармоник совпадает с реакцией излучения в рассматриваемой спектральной области. Заметим здесь, что на наличие резкой резонансной зависимости потерь от частоты указано также в работе [4], где рассматривалась более идеализированная замедляющая структура (плоская поверхность с гармонически меняющимся поверхностным импедансом).

Рис. 5, 6 иллюстрируют зависимость интенсивности излучения от скорости источника β при заданной глубине ячейки r и фиксированной частоте q . На рис. 5а, 5б изображены такие зависимости для структуры с $r = 1$ при значениях «частот» соответственно $q = 0,545$ и $q = 0,820$.

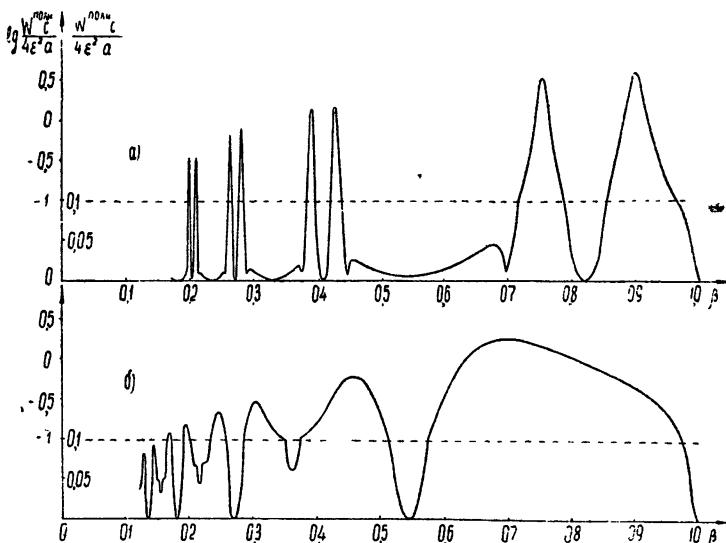


Рис. 5. Зависимость потерь от скорости источника ($r = 1$): а) $q = 0,545$, б) $q = 0,820$.

Как видно из рис. 1а, вблизи выбранных значений q лежат резонансные максимумы излучения. На рис. 6а, 6б изображены аналогичные зависимости для гребенки с $r = 5$ соответственно при $q = 0,553$ и $q = 0,633$. Вблизи первого значения q (см. рис. 1) лежит кривая резонансных максимумов, второе значение q дает рельеф $W_{\omega}^{\text{полн}}(\beta)$ при возбуждении гребенки в отсутствие резонанса. Из графиков видно,

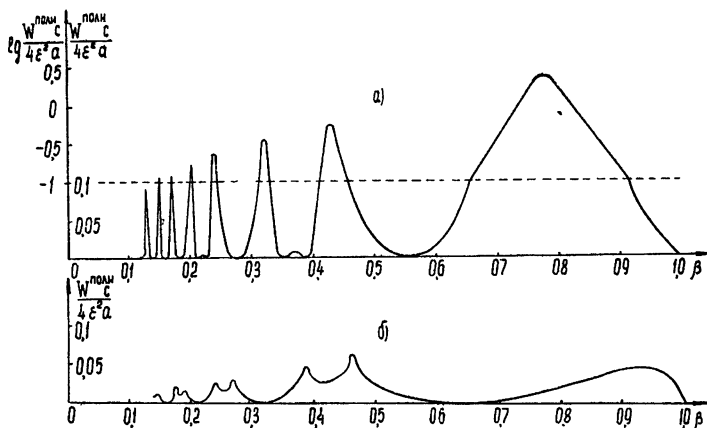


Рис. 6. Зависимость потерь от скорости источника ($r = 5$):
а) $q = 0,553$, б) $q = 0,633$.

что интенсивность потерь возрастает по мере удаления от границ зоны излучения пространственной гармоники, достигает максимума, а затем спадает до нуля на «диагонали» зоны излучения (при $q = m\beta$). Таким образом, зависимость интенсивности излучения в каждой зоне излучения пространственной гармоники описывается двухлепестковой кривой. В областях значений β , соответствующих перекрытию зон излучения гармоник соседних номеров, интенсивность потерь резко падает. С убыванием скорости при фиксированном q (и соответствующем переходе в зоны излучения гармоник большего номера) величина достигаемого максимума интенсивности потерь заметно спадает. Как видно, характер кривых $W_{\omega}^{\text{полн}}(\beta)$ не зависит от значения r .

Рассмотрим зависимость интенсивности излучения от безразмерной глубины гребенки $r = l/a$. На рис. 7 даны примеры таких кривых при различных значениях параметров β и q : рис. 7а соответствует релятивистскому источнику ($\beta = 0,9$; $q = 0,7$), рис. 7б — более медленному движению источника ($\beta = 0,2$; $q = 0,57$). Видно, что зависимость полных потерь $W_{\omega}^{\text{полн}}$ от r близка к периодической. Обращает на себя внимание резкая резонанс-

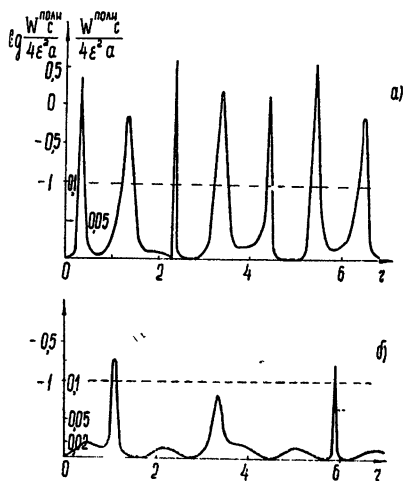


Рис. 7. Зависимость потерь от глубины ячейки r :
а) $\beta = 0,9$, $q = 0,70$; б) $\beta = 0,2$, $q = 0,57$.

запредельным для волноводной гармоники с постоянной распространения $\omega_1 = \sqrt{k^2 - (\pi/a)^2}$, зависимость $q = q(r, W = W^{\max})$ более сложная. Наглядные качественные соотношения (14) не применимы для описания свойств излучения в этой переходной области. Приведенные на рис. 8 кривые могут быть использованы при выборе оптимальных параметров гребенчатой структуры.

ЛИТЕРАТУРА

1. Е. В. Авдеев, Г. В. Воскресенский, Радиотехника и электроника, 12, № 3, 469 (1967).
2. Л. А. Вайнштейн, Теория дифракции и метод факторизации, изд. Сов. радио, М., 1966; ЖТФ, 26, № 2, 385 (1956).
3. Б. М. Болотовский, Г. В. Воскресенский, УФН, 88, вып. 2, 209 (1966).
4. A. Hessel, Canad. J. Phys., 42, № 6, 1195 (1964).

Радиотехнический институт
АН СССР

Поступила в редакцию
16 декабря 1966 г.

ON CHARACTERISTICS OF THE RADIATION OF A SOURCE MOVING NEAR
THE COMB STRUCTURE

E. V. Avdeev, G. V. Voskresenskii

There is given a qualitative analysis of properties of radiation of a linear source (a charged filament) moving near an open periodic slow-down structure similar to the reflected diffraction array. The analysis is made on the basis of a strict solution of the problem. Diagrams of spectral radiation distribution are given for different values of the source velocity and structure parameters.

УДК 621.385.6

АНАЛИЗ ДВУМЕРНО-ПЕРИОДИЧЕСКОЙ ЗАМЕДЛЯЮЩЕЙ СИСТЕМЫ ТИПА «ЯЧЕЙСТОЙ» ПЛОСКОСТИ

А. Г. Шейн

Рассматриваются дисперсия и сопротивление связи двумерно-периодической замедляющей системы, представляющей собой пару параллельных идеально проводящих плоскостей, одна из которых нагружена периодической последовательностью взаимно перпендикулярных диафрагм, образующих отрезки прямоугольных волноводов. Задача решается методом шивания полей. Результаты расчета (при учете только одной пространственной гармоники в пространстве взаимодействия и двух волн в отрезках волноводов) для нескольких систем представлены в виде изочастот, кривых дисперсии и графиков сопротивления связи. Показано, что при отношении длины отрезков волноводов к их максимальной ширине, превышающем 1,5, эта длина почти не влияет на дисперсионную характеристику.

Одной из важнейших задач при разработке современных электровакуумных приборов СВЧ является повышение выходной мощности генераторов и усилителей. В качестве наиболее рационального пути ее решения в ряде работ [1, 2] предлагается использование двумерно- и трехмерно-периодических систем, способных при небольших размерах существенно расширить диапазон применимости приборов СВЧ.

Описанные в литературе [2, 4] системы в основном могут быть отнесены к классу штыревых систем, характеристики которых рассчитываются с помощью метода многопроводных линий или метода эквивалентных схем. В данной работе приводятся результаты исследования резонаторной двумерно-периодической замедляющей системы, образованной путем нагрузки периодической последовательностью взаимно перпендикулярных диафрагм одной из двух параллельных плоскостей (рис. 1). Такая система может быть использована как в приборах типа O [1], так и в приборах типа M , при этом вторая из плоскостей играет роль отрицательного электрода.

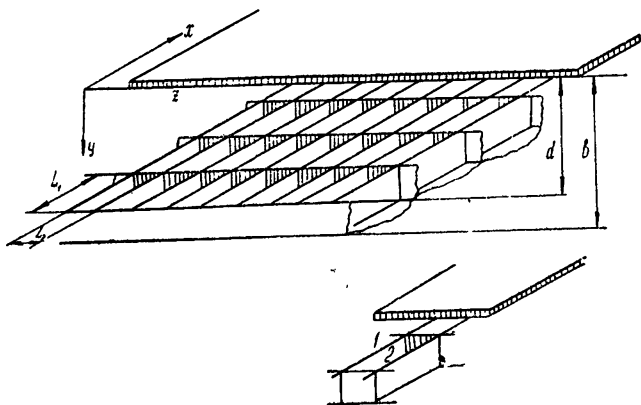


Рис. 1. Замедляющая система типа „ячейстая“ плоскость.

Расчет характеристик таких систем удобно вести полевым методом. Для этого разобьем систему на две области: 1—пространство взаимодействия и 2—область резонаторов. Стенки между резонаторами предполагаем бесконечно тонкими.

В пространстве взаимодействия общее поле можно представить в виде суперпозиции двух LE -волн, отличающихся направлением компонент поля вдоль координат x и z . Векторы Герца этих волн записываются в виде

$$\begin{aligned} \Pi_{mx1} &= \sum_{p,n} A_{pn} \cos(\alpha_{pn} y) \exp[-j(\beta_{pn} r)], \\ \Pi_{mz1} &= \sum_{p,n} B_{pn} \cos(\alpha_{pn} y) \exp[-j(\beta_{pn} r)]. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь $r = x d_1 + z d_2$, $d_1 = L_1 i$, $d_2 = L_2 k$ — базисные векторы ковариантной системы координат; p и n — номера пространственных гармоник [4];

$$\beta_{pn} = \beta_{00} + p b_1 + n b_2, \quad \beta_{00} = \frac{\beta_0}{2\pi} b_1 + \frac{\gamma_0}{2\pi} b_2;$$

$b_1 = 2\pi i/L_1$, $b_2 = 2\pi k/L_2$ — базисные векторы контрвариантной системы координат;

$$(\beta_{pn} r) = \beta_p x + \gamma_n z,$$

где

$$\beta_p = \beta_0 + 2\pi p/L_1, \quad \gamma_n = \gamma_0 + 2\pi n/L_2 \quad (p, n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots).$$

В областях резонаторов результирующее поле также может быть представлено в виде суперпозиции независимых $(LE)_x$ - и $(LE)_z$ - волн:

$$\begin{aligned} \Pi_{mx2} &= \sum_{q,s} C_{qs} \cos\left[\frac{(2q+1)\pi x}{L_1}\right] \cos\left(\frac{\pi s z}{L_2}\right) \cos[k_{y1}(b-y)], \\ \Pi_{mz2} &= \sum_{r,l} D_{rl} \cos\left(\frac{\pi l x}{L_1}\right) \cos\left[\frac{(2r+1)\pi z}{L_2}\right] \cos[k_{y2}(b-y)]. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь

$$k_{y1}^2 = k^2 - \left[\frac{(2q+1)\pi}{L_1}\right]^2 - \left(\frac{\pi s}{L_2}\right)^2 \quad (q, s = 0, 1, 2, \dots),$$

$$k_{y2}^2 = k^2 - \left(\frac{\pi l}{L_1}\right)^2 - \left[\frac{(2r+1)\pi}{L_2}\right]^2 \quad (r, l = 0, 1, 2, \dots).$$

При увеличении одного из периодов решетки до бесконечности (предельный переход к гребенчатой системе) выражения для полей переходят в соответствующие соотношения для обычной системы типа «гребенка над плоскостью».

Все необходимые составляющие электромагнитного поля определяются из соотношений [6]

$$\begin{aligned} E &= -j \omega \mu_0 \operatorname{rot} \Pi_m, \\ H &= \operatorname{grad} \operatorname{div} \Pi_m + \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 \Pi_m. \end{aligned} \quad (3)$$

На границе резонатора и пространства взаимодействия должны выполняться условия равенства тангенциальных составляющих электриче-

ского и магнитного полей, которые для случая бесконечно тонких диафрагм имеют вид [4]

$$\begin{aligned} E_{x1} &= E_{x2}, \quad E_{z1} = E_{z2}, \\ H_{z1} &= H_{z2}, \quad H_{x1} = H_{x2}, \end{aligned} \quad (4)$$

причем

$$-\frac{L_1}{2} \leq x \leq \frac{L_1}{2}, \quad y = d, \quad -\frac{L_2}{2} \leq z \leq \frac{L_2}{2}.$$

Подставляя (1) и (2) в (3) (с учетом (4)), используя метод Фурье при сшивании соответствующих составляющих поля [7], после исключения неизвестных амплитудных коэффициентов A_{pn} и B_{pn} получаем систему уравнений

$$\begin{aligned} \sum_{p,n} \left\{ \sum_{q,s} C_{qs} F_{pn}^{qs} + \sum_{r,l} D_{rl} \Phi_{pn}^{rl} \right\} &= 0, \\ \sum_{p,n} \left\{ \sum_{q,s} C_{qs} f_{pn}^{qs} + \sum_{r,l} D_{rl} \varphi_{pn}^{rl} \right\} &= 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь F_{pn}^{qs} , Φ_{pn}^{rl} , f_{pn}^{qs} и φ_{pn}^{rl} — выражения, зависящие от индексов суммирования, частоты и геометрических размеров системы.

Нетривиальное решение системы уравнений (5) возможно лишь при равенстве нулю определителя системы, которое и дает дисперсионное уравнение «ячейстой» плоскости. Анализ такого уравнения представляет значительные вычислительные трудности, поэтому для выяснения характера дисперсии исследуемой замедляющей системы рассмотрим первое приближение, когда в пространстве взаимодействия учитывается только одна пространственная гармоника ($p = n = 0$), а в резонаторе — две основные волны ($q = s = r = l = 0$). Тогда из (5) получим систему двух однородных уравнений, условие равенства нулю определителя которой после некоторых преобразований приводит к соотношению

$$\begin{aligned} (\gamma\beta)^2 \frac{\operatorname{tg}[k_{y1}(b-d)]}{k_{y1}} \frac{\operatorname{tg}[k_{y2}(b-d)]}{k_{y2}} &= \\ = \left\{ \alpha \operatorname{tg}(\alpha d) + (k^2 - \beta^2) \frac{\operatorname{tg}[k_{y1}(b-d)]}{k_{y1}} \right\} \left\{ \alpha \operatorname{tg}(\alpha d) + \right. \\ \left. + (k^2 - \gamma^2) \frac{\operatorname{tg}[k_{y2}(b-d)]}{k_{y2}} \right\}, \end{aligned}$$

справедливого при достаточно малых величинах сдвигов фазы на период ($0 \leq \beta L_1, \gamma L_2 \leq \pi/2$). При $\beta L_1, \gamma L_2 > 3\pi/4$ ошибка расчета из-за отбрасывания высших номеров пространственных гармоник возрастает.

Для удобства дальнейшего анализа введем безразмерные параметры

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= \beta L_1 / \pi, \quad \varphi_2 = \gamma L_2 / \pi, \quad k L_1 / \pi = \xi, \quad L_2 / L_1 = \vartheta, \\ \frac{k_{y1} L_1}{\pi} &= \sqrt{\xi^2 - 1} = \sigma_1, \quad \frac{k_{y2} L_2}{\pi} = \vartheta \sqrt{\xi^2 - \frac{1}{\vartheta^2}} = \vartheta \sigma_2, \\ \frac{\alpha L_1}{\pi} &= \sqrt{\xi^2 - \varphi_1^2 - (\varphi_2 / \vartheta)^2} = \rho, \quad \frac{\alpha L_2}{\pi} = \vartheta \rho, \\ \frac{b-d}{L_1} &= t, \quad \frac{d}{L_1} = s. \end{aligned}$$

Тогда дисперсионное уравнение принимает вид

$$\left(\frac{\varphi_1 \varphi_2}{\vartheta}\right)^2 = \left\{ \rho \operatorname{tg}(\pi \rho s) \frac{\sigma_1}{\operatorname{tg}(\pi \sigma_1 t)} + (\xi^2 - \varphi_1^2) \right\} \times \left\{ \rho \operatorname{tg}(\pi \rho s) \frac{\sigma_2}{\operatorname{tg}(\pi \sigma_2 t)} + \left(\xi^2 - \frac{\varphi_2^2}{\vartheta^2} \right) \right\}. \quad (6)$$

Величины φ_1 и φ_2 , пропорциональные сдвигам фаз на периодах решетки L_1 и L_2 , изменяются в пределах (0,1), соответствующих четверти нулевой зоны.

Прежде чем приступить к анализу уравнения (6), проверим предельные переходы. При $\vartheta \rightarrow \infty$ ($L_2 \rightarrow \infty$) уравнение распадается на два:

$$\rho \operatorname{tg}(\pi \rho s) \frac{\sigma_2}{\operatorname{tg}(\pi \sigma_2 t)} + \xi^2 = 0$$

и

$$\rho \operatorname{tg}(\pi \rho s) \frac{\sigma_1}{\operatorname{tg}(\pi \sigma_1 t)} + (\xi^2 - \varphi_1^2) = 0.$$

Поскольку при $L_2 \rightarrow \infty$ $\sigma_2 = \xi$, то первое из них описывает дисперсию волны в системе типа «гребенка над плоскостью» при распространении LE -волн [4], а второе—при распространении LM -волн. Следовательно, результирующее уравнение (6) включает в себя оба этих решения— в исследуемой замедляющей системе раздельное существование $(LE)_\xi$ - и $(LM)_\xi$ -волн невозможно.

Решение дисперсионного уравнения (6) для одной четверти нулевой зоны [4] обратной решетки при различных ϑ ($\vartheta = 1, 2, 10$) приведено на рис. 2. Изочастоты рассчитаны в области значений ξ , соответствующих длинноволновой полосе пропускания.

Из рисунков видно, что при малых ξ изочастоты представляют собой окружности ($\vartheta = 1$) или эллипсы ($\vartheta = 2, 10$), эксцентриситет которых определяется отношением периодов $e = 1/\vartheta$. При $\vartheta < 1$ кривые изочастот изменяют только наклон. На рис. 2г приведены изочастоты системы при равенстве периода L_2 бесконечности (изочастоты одномерно-периодической гребенки над плоскостью). При достаточно больших модулях волнового вектора они представляют собой прямые линии. На рис. 3 приведены кривые дисперсии для систем с аналогичными размерами.

Необходимо отметить, что в отличие от плоской гребенчатой структуры распространение волн над двумерно-периодической решеткой имеет свои особенности. Они заключаются в том, что решение уравнения (6), соответствующее первой полосе пропускания системы, в области некоторых значений ξ существует при затухающем решении вдоль коор-

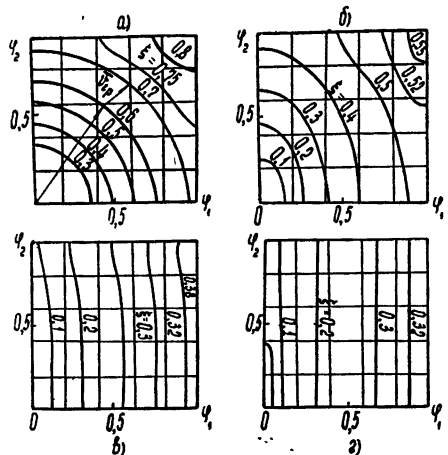


Рис. 2. Изочастоты замедляющей системы, построенные в четверти нулевой зоны, при различных соотношениях периодов: а) $\vartheta = 1$; б) $\vartheta = 2$; в) $\vartheta = 10$; г) $\vartheta = \infty$. Глубина резонаторных областей $l=1$ и размер пространства взаимодействия $s=1$ для всех систем одинаковы.

динаты y в области резонаторов. В этом случае энергия сосредотачивается в основном вблизи границы резонаторов и пространства взаимодействия, в связи с чем зависимость дисперсионных характеристик от глубины t (при достаточно больших по сравнению с периодом глубинах) становится мало выраженной. Наиболее ясно этот эффект проявляется в случае квадратной решетки ($\vartheta = 1$). Для иллюстрации на рис. 4 приведены кривые дисперсии системы с $\vartheta = 1$ при различных величинах t ($t = 1, 2$). Исследования показывают, что в общем случае увеличение глубины резонаторов неэффективно при размерах t , превышающих 1,5 максимального периода решетки (L_1 или L_2).

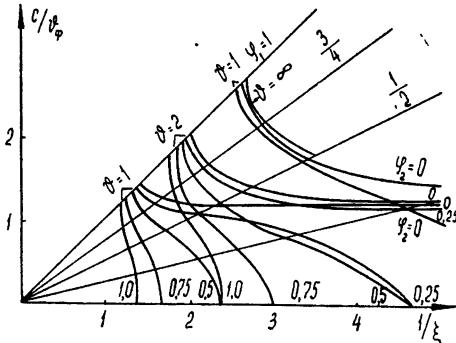


Рис. 3. Кривые дисперсии системы для различных соотношений периодов ϑ . Для всех систем $t = 1$ и $s = 1$.

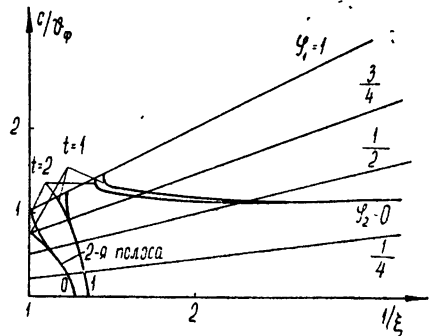


Рис. 4. Кривые дисперсии системы $\vartheta = 1$ при различных глубинах резонаторных областей ($t = 1, 2$).

Квадратное уравнение (6) может иметь два корня. Первый корень характеризует наиболее длинноволновую полосу пропускания. Второй корень определяет более коротковолновую полосу. На рис. 5 приведены кривые дисперсии исследуемой замедляющей системы ($\vartheta = 1$) для двух соседних полос. Видно, что они лежат достаточно близко друг к другу и в ряде случаев могут перекрываться.

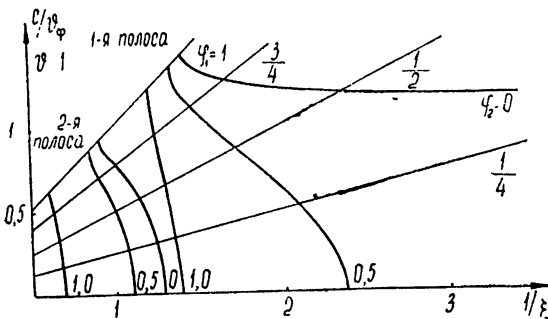


Рис. 5. Кривые дисперсии системы ($\vartheta = 1, t = 1, s = 1$) для двух соседних полос пропускания.

Сопротивление связи для электромагнитной волны, распространяющейся в системе, определяется из соотношения [5].

$$R_{св} = \frac{S^{-1} \int_S |E_n|^2 dS}{2\Gamma^2 P}, \quad (7)$$

где E_n — продольная составляющая электрического поля, ориентированная вдоль направления распространения волны, Γ — ее постоянная распространения.

С учетом одного из членов ряда (1) и (2) получаем, что $R_{св}$ системы для ленточного пучка шириной Δ , отстоящего от ламелей системы на расстояние δ , определяется следующим выражением:

$$(R_{св})_x = \eta_0 \frac{\xi |\rho|^2}{\varphi_1^3 s} \frac{\{1 - \cos [\pi\rho(2s - \Delta - \delta)] [\sin(\pi\rho\Delta)/\pi\rho\Delta]\}}{|M_1|}, \quad (8)$$

$$(R_{св})_z = \eta_0 \frac{\xi |\rho|^2}{(\varphi_2/\vartheta)^2 s} \frac{\{1 - \cos [\pi\rho(2s - \Delta - \delta)] [\sin(\pi\rho\Delta)/\pi\rho\Delta]\}}{|M_2|}, \quad (9)$$

где

$$M_1 = (\varphi_1^2 R_1 + 1) \left| 1 - \frac{\sin(2\pi\rho s)}{2\pi\rho s} \left| R_1 |\rho|^2 \left(\frac{\varphi_2}{\vartheta} \right)^2 - \right. \right. \\ \left. \left. - \left[\left(\frac{\varphi_2}{\vartheta} \right)^2 R_1 - 1 \right] \left[- \left(\frac{\varphi_1 \varphi_2}{\vartheta} \right)^2 R_1 + \left(\xi^2 - \frac{\varphi_2^2}{\vartheta^2} \right) \right] \left(1 + \frac{\sin(2\pi\rho s)}{2\pi\rho s} \right) \right|; \quad (10)$$

$$M_2 = - \left(\frac{\varphi_2^2}{\vartheta^2} R_2 + 1 \right) \left| 1 - \frac{\sin 2\pi\rho s}{2\pi\rho s} \left| R_2 \varphi_1^2 |\rho|^2 + \right. \right. \\ \left. \left. + [1 - \varphi_1^2 R_2^2] \left[- \left(\frac{\varphi_1 \varphi_2}{\vartheta} \right)^2 R_2 + \left(\xi^2 - \varphi_1^2 \right) \right] \left(1 + \frac{\sin(2\pi\rho s)}{2\pi\rho s} \right) \right|,$$

$$R_i = \frac{\text{tg}(\pi\sigma_i t)}{\sigma_i \rho \text{tg}(\pi\rho s) + (\xi^2 - \varphi_i^2) \text{tg}(\pi\sigma_i t)} \quad (11)$$

$$(i = 1, \varphi_i = \varphi_1; \quad i = 2, \varphi_i = \varphi_2/\vartheta),$$

$$\eta_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0} = 377 \text{ ом}.$$

На основе приведенных соотношений произведен расчет зависимости $R_{св} = f(1/\xi)$ для систем с $\vartheta = 1, 2, 10$. Кривые изменения сопротивления связи приведены на рис. 6. Видно, что с ростом фазового сдвига φ_2 (для каждой кривой фазовый сдвиг φ_2 фиксирован, а φ_1 изменяется) ввиду сужения полосы пропускания (рис. 3) увеличивается величина сопротивления связи, достигаемая в центре полосы величины 80—120 ом. При расчете предполагалось, что электронный поток шириной $\Delta = s/2$ движется над поверхностью системы на расстоянии $\delta = s/8$. Данные численного расчета существенно не изменятся, если предположить полное заполнение пространства взаимодействия электронным потоком, как это обычно принимается при расчете.

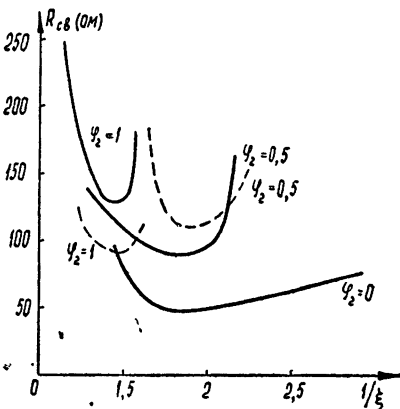


Рис. 6. Зависимости изменения сопротивления связи от $1/\xi$ при различных фазовых сдвигах φ_2 для системы с размерами $\vartheta=1, t=1, s=1$. Сплошные кривые определяют $(R_{св})_x$, пунктирные — $(R_{св})_z$.

ЛИТЕРАТУРА

1. O. Doehler, G. Mourier, Arnaud, Proc. of the Inter. Congress on Microwave tubes, München, 1960.
2. O. Doehler, L'onde Electrique, 36, 357 (1956).
3. Л Бриллюэн, М. Пароди, Распространение волн в периодических структурах, ИЛ, М., 1959
4. Р. А. Силин, В. П. Сазонов, Замедляющие системы, изд. Сов. радио, М., 1966.
5. Ю. Г. Альтшулер, А. С. Татаренко, Лампы малой мощности с обратной волной, изд. Сов. радио, М., 1963
6. Л. А. Вайнштейн, Электромагнитные волны, изд. Сов. радио, М., 1956
7. Е. С. Коваленко, Изв. высш. уч. зав.—Радиотехника, 8, № 4, 467 (1965).

Харьковский институт радиоэлектроники

Поступила в редакцию
30 сентября 1966 г.

ANALYSIS OF TWO-DIMENSIONAL PERIODICAL SLOW-DOWN SYSTEM
OF THE „CELL“ PLANE TYPE

A. G. Shein

The author considers the dispersion and coupling impedance of two-dimensional periodical slow-down system consisting of a pair of parallel perfectly conducting planes, one of which is loaded with a periodical succession of mutually perpendicular irises that form the sections of rectangular waveguides. The problem is solved by the field matching method. The results of calculations (only one spatial harmonic in the interaction space and two waves in waveguide sections are taken into account) for several systems are represented as iso-frequencies, the curves of dispersion and plots of coupling impedance. It is shown that when the ratio of the length of waveguide sections to their maximum width exceeds 1.5, the length almost does not affect the dispersion characteristic.

УДК 621.385 399

О ВОЗМОЖНОСТИ ПОЛУЧЕНИЯ ВЫСОКОГО КПД В ТРИОДАХ С ЗАКАТОДНЫМ УПРАВЛЯЮЩИМ ЭЛЕКТРОДОМ В РЕЖИМЕ С ОТРИЦАТЕЛЬНЫМ СОПРОТИВЛЕНИЕМ

С. Г. Афанасов, А. А. Шмелев

В работе проведены расчеты токов в платионе с автоэлектронными катодами цилиндрической формы для случая, когда работа выхода на части поверхности катода, обращенной в сторону анода, понижена. Проведено вычисление КПД системы и указано на возможность его увеличения при использовании для фокусировки электронов магнитных линз. Приведены экспериментальные данные, подтверждающие существование падающей статической характеристики в подобных системах.

В работе [1] показана возможность получения отрицательного сопротивления в триодах с закатодным управляющим электродом в случае, когда часть поверхности термоэлектронного катода, обращенная в сторону управляющего электрода, не обладает эмиссионной способностью. В настоящей работе приводятся экспериментальные результаты, подтверждающие расчеты, сделанные в [1]. Опасения, высказанные в [1] по поводу влияния на падающую характеристику эффекта вторичной эмиссии с анода и эффекта распыливания пространственного заряда вблизи катода, а также миграции активного вещества покрытия, оказались преувеличенными. Однако основная цель настоящей работы заключается не в экспериментальном подтверждении результатов работы [1], а в обсуждении путей существенного увеличения КПД подобных систем.

В системах с электростатическим управлением КПД зависит от формы импульса анодного тока и коэффициента использования статического напряжения ξ , КПД возрастает по мере приближения ξ к единице, а формы импульса тока — к дельта-функции при соответствующей фазировке между переменными напряжениями, действующими на электродах прибора, и токами, текущими на них.

Поскольку в рассматриваемой системе невозможно осуществить режим с «отсечкой анодного тока», то форма импульса анодного тока зависит от вольт-амперной характеристики системы и для случая термоэлектронного катода, рассматриваемого в [1], определяется законом Ленгмюра. Поэтому единственной возможностью увеличения КПД прибора с термоэлектронными катодами является увеличение ξ при больших углах эмиссии. Это может быть достигнуто при использовании фокусирующих магнитных линз, препятствующих возвращению на управляющий электрод электронов, выходящих из катода под большим углом к плоскости симметрии системы. Плоскость симметрии системы перпендикулярна электродам лампы и проходит через ось катода. Для приборов с осевой симметрией следует говорить об электронах, выходящих под большим углом к оси симметрии.

Значительно лучшие результаты, как показывают приведенные ниже расчеты, могут быть получены в случае применения автоэлек-

тронных катодов, вольт-амперная характеристика которых описывается формулой Нордгейма—Фаулера, что позволяет получить форму импульса анодного тока весьма близкой к идеальной (т. е. к дельта-функции). Введение в описываемую систему автоэлектронных катодов и дополнительной фокусировки электронов магнитной линзой позволяет надеяться на получение коэффициента полезного действия прибора, близкого к единице.

1. ВЫЧИСЛЕНИЕ ТОКА КАТОДА

Рассмотрим двумерную модель платиона с автоэлектронным катодом [1]. Катод в виде тонкой проволоочки радиуса ρ_k помещен на расстоянии x_0 от управляющего электрода и часть поверхности катода (см. рис. 1), обращенная в сторону анода, имеет работу выхода, значительно меньшую, чем остальная поверхность катода. Размеры активной части поверхности катода определяются углом эмиссии θ_3 . В дальнейшем будем считать, что плотность тока с активной части катода определяется формулой Нордгейма—Фаулера [2]:

$$j = 1,55 \cdot 10^{-6} \frac{E^2}{\varphi} \times \quad (1)$$

$$\times \exp \left[- \frac{6,85 \cdot 10^7 \varphi^{3/2}}{E} \theta \left(\frac{3,62 \cdot 10^{-4} \sqrt{E}}{\varphi} \right) \right],$$

где E — величина напряженности поля на катоде, $\theta(3,62 \cdot 10^{-4} \sqrt{E}/\varphi)$ — табулированная функция, равная ~ 1 для малых значений аргумента. Ток с остальной части катода отсутствует*.

Так как $\ln j = f(1/E)$ хорошо аппроксимируется прямой [2], то зависимость плотности тока от поля на катоде при переменных u_a и u_c будет учитываться только через показатель экспоненты. Для случая $\rho_k \ll x_0$ распределение потенциала в такой системе описывается реальной частью комплексной функции F [1]:

$$F = 2q \ln \frac{\sin[\pi(z+x_0)/2a]}{\sin[\pi(z-x_0)/2a]} + \frac{u_a - u_c}{a} z + u_c, \quad (2)$$

где

$$z = x + iy,$$

$$2q = - \left[\frac{(u_a - u_c) x_0}{a} + u_c \right] \left[\ln \frac{\sin(\pi x_0/a)}{\pi \rho_k / 2a} \right]^{-1}, \quad (3)$$

u_a , u_c — потенциалы анода и управляющего электрода относительно катода. Поле на поверхности катода можно найти из соотношения

$$E^* = E_x - iE_y = \frac{dF}{dz} \quad \text{при } z = z_k = x_0 + \rho_k \exp(i\theta). \quad (4)$$

* Поскольку $j \sim \exp(\varphi^{3/2})$, то уже при отношении работ выхода с разных участков поверхности порядка 2—3 (что возможно осуществить) ток с неактивированной части поверхности катода пренебрежимо мал.

Поскольку в рассматриваемом режиме переменные потенциалы анода и управляющего электрода записываются в виде

$$u_a = u_0(1+\xi), \quad u_c = u_0(1-\xi),$$

то из (1) с учетом (4) получим выражение для тока на единицу длины катода:

$$J = J_0 \exp \left\{ -\frac{\beta \xi p}{1-\xi p} \right\}, \quad (5)$$

где

$$\beta = \frac{6,85 \cdot 10^7 \varphi^{3/2} \rho_k}{u_0}, \quad J_0 = 1,55 \cdot 10^{-6} \frac{u_0^2 2\theta_s \exp \beta}{\rho_k \ln^2 [\sin(\pi x_0/a) / (\pi \rho_k / 2a)]},$$

$$p = 1 - 2x_0/a.$$

2. ВЫЧИСЛЕНИЕ ЗАВИСИМОСТИ ξ_{\max} ОТ θ_s И ТРАЕКТОРИЙ ЭЛЕКТРОНОВ

При $\xi < 0$ электроны, вылетающие из катода под углом к плоскости симметрии, возвращаются на управляющий электрод, не достигая анода при значениях ξ , превышающих по абсолютной величине некоторое значение. Естественно, что при этом эффект отрицательного сопротивления исчезает. Таким образом, угловые размеры активной части поверхности катода и максимально возможные значения θ_s , при которых имеет место отрицательное сопротивление, однозначно связаны между собой. Максимальный угол эмиссии θ_s (угол вылета электронов) при заданном ξ определяется из условия, что x — компонента скорости электрона, вылетевшего из катода под углом θ_s , обращается в нуль в точке $x = a$, т. е. на аноде. Вблизи катода (как видно из (2) при $|z| \ll a$) движение электронов будет радиальным:

$$y = \text{tg } \theta (x - x_0).$$

На больших по сравнению с ρ_k расстояниях от катода поле можно считать однородным, т. е. слабо зависящим от y . Поэтому в уравнении движения

$$\ddot{z}^* = \eta \frac{dF}{dz},$$

где $\eta = |e/m|$, $\partial F/\partial x$ и $\partial F/\partial y$ можно взять в виде

$$\frac{\partial F}{\partial x}(x, y) = E_x [x, \text{tg } \theta (x - x_0)],$$

$$\frac{\partial F}{\partial y}(x, y) = E_y [x, \text{tg } \theta (x - x_0)]. \quad (6)$$

Домножая уравнение движения на \dot{x} , получим с учетом (6)

$$\frac{\dot{x}^2}{2} = \eta \frac{1}{1 + \text{tg}^2 \theta} [\text{Re } F + \text{tg } \theta (\text{Im } F + 2q \theta)] \quad \left(0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2} \right). \quad (7)$$

Используя интеграл энергии $\dot{x}^2 + y^2 = 2\eta u$, найдём

$$\frac{y^2}{2} = \eta \frac{\text{tg } \theta}{1 + \text{tg}^2 \theta} [\text{tg } \theta \text{ Re } F - (\text{Im } F + 2q \theta)]. \quad (8)$$

Положив в (7) $x = a$, $x' = 0$, $\theta = \theta_0$, получим

$$\xi_{\max} = \frac{1 + \theta_0 \operatorname{tg} \theta_0 / \ln[\sin(\pi x_0/a) / (\pi \rho_k / 2a)]}{1 + \operatorname{tg}^2 \theta_0, 2(1 - x_0/a) + \theta_0 \operatorname{tg} \theta_0 (1 - 2x_0/a) / \ln[\sin(\pi x_0/a) / (\pi \rho_k / 2a)]}. \quad (9)$$

Зависимость $\xi_{\max} = \xi_{\max}(\theta_0)$ приведена на рис. 2. Как видно из выражения (9) и рис. 2, при $\theta \leq 15^\circ$ $\xi \geq 0,9$.

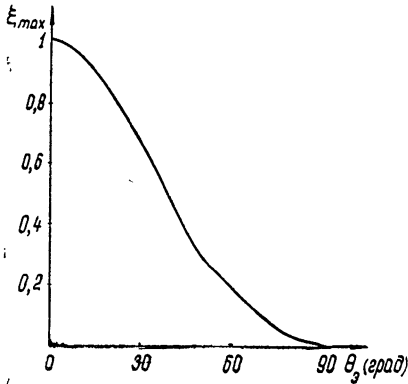


Рис. 2.

Для нахождения траекторий электронов можно воспользоваться тем обстоятельством, что движение в быстроспадающем поле с нулевой начальной скоростью можно заменить равномерным везде, кроме области порядка нескольких радиусов катода, вследствие медленного изменения $\sqrt{2}\eta u$.

В рассматриваемом случае траектории будут близки к параболическим. Действительно, с учетом (6) уравнения движения можно приближенно записать в виде

$$\ddot{x} = \eta 2q \frac{1}{\rho} \cos \theta + B,$$

$$\ddot{y} = \eta 2q \frac{1}{\rho} \sin \theta,$$

откуда

$$x - x_0 = y \operatorname{ctg} \theta + \frac{Bt^2}{2}.$$

Если y можно записать в виде $y = Ct$, то траектории будут параболическими, и задача нахождения траекторий сводится к определению характера движения электрона в поле E_x , близком к однородному, с неравной нулю начальной скоростью. Эквивалентную начальную скорость естественно определить через \dot{y} при $x = a$ ($\dot{y}(a) = v_0 \sin \theta$), а $E_x(y)$ можно взять равным $\operatorname{Re}(dF/dz)$ при $x = a$.

Для нахождения траекторий приходим, таким образом, к следующим уравнениям:

$$\ddot{x} = \eta \left[\frac{u_a - u_c}{a} - 2q \frac{\pi}{a} \frac{\sin(\pi x_0/a)}{\operatorname{ch}(\pi y/a) + \cos(\pi x_0/a)} \right], \quad (10)$$

$$\ddot{y} = 0$$

с начальными условиями

$$\dot{x}_0 = \left\{ -2\eta 2q \left[\ln \frac{\sin(\pi x_0/a)}{\pi \rho_k / 2a} - \frac{\theta}{\sin \theta} \right] \right\}^{1/2} \cos \theta,$$

$$\dot{y}_0 = \left\{ -2\eta 2q \left[\ln \frac{\sin(\pi x_0/a)}{\pi \rho_k / 2a} - \frac{\theta}{\sin \theta} \cos \theta \right] \right\}^{1/2} \sin \theta. \quad (11)$$

Из (11) видно, что для тонких катодов

$$\dot{x}_0^2 + \dot{y}_0^2 \simeq 2\eta \left(\frac{(u_a - u_c) x_0}{a} + u_c \right)$$

определяется потенциалом однородного поля в точке $x = x_0$; в этом случае зависимость $\xi_{\max} = \xi_{\max}(\theta_0)$ совпадает с приведенной в [1].

3. ОТРИЦАТЕЛЬНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ

Из (5) видно, что при $\xi > \xi_{\max}$, система обладает статической падающей характеристикой, причем в силу экспоненциальности вольт-амперной характеристики $J(\xi_{\max})$ значительно превышает $J(0)$. Как и в [1] для получения симметричной по ξ вольт-амперной характеристики в систему вводится второй (2) катод, расположенный относительно управляющего электрода так же, как первый катод (1) относительно анода (см. рис. 1). Разностную вольт-амперную характеристику можно записать в виде

$$\Delta J = J_0 \left[\exp\left(-\frac{\beta \xi p}{1 - \xi p}\right) - \exp\left(\frac{\beta \xi p}{1 + \xi p}\right) \right]. \quad (12)$$

Вольт-амперная характеристика, вычисленная из (12), приведена на рис. 3.

Величина отрицательного сопротивления

$$R = u_0 \left(\frac{\partial \Delta J}{\partial \xi} \right)^{-1} \text{ равна}$$

$$R = - \left\{ \frac{J_0 \beta p}{u_0} \left[\frac{1}{(1 - \xi p)^2} \exp\left(-\frac{\beta \xi p}{1 - \xi p}\right) + \frac{1}{(1 + \xi p)^2} \exp\left(\frac{\beta \xi p}{1 + \xi p}\right) \right] \right\}^{-1}. \quad (13)$$

В точке $\xi = 0$

$$R(0) = - \frac{u_0}{2\beta p J_0} = \frac{\exp \beta}{A \varphi^{3/2} 2 \theta_0}, \quad (14)$$

где A — число.

Зависимость $R(0)$ от положения катода по отношению к плоским электродам определяется коэффициентом p . Для автоэлектронных катодов эта величина легко может достигать оптимального значения $p \approx 1$. При $\xi = |\xi_{\max}|$ из (13) имеем

$$R(|\xi_{\max}|) = 2R(0) [1 + |\xi_{\max}| p]^2 \exp\left(-\frac{\beta |\xi_{\max}| p}{1 + |\xi_{\max}| p}\right). \quad (15)$$

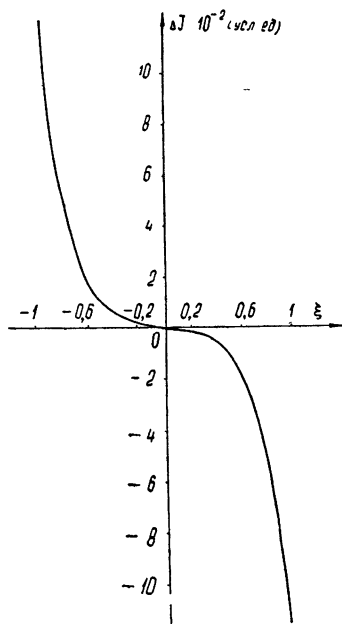


Рис. 3.

Таблица 1

$\rho_k(\text{см})$	$u_0(\text{в})$	$R(0)$ (ом·см)	$R(1)$ (ом·см)
10^{-2}	$6 \cdot 10^5$	$-7,6 \cdot 10^2$	-0,96
10^{-3}	$1 \cdot 10^5$	$-1,25 \cdot 10^3$	-1,6
$5 \cdot 10^{-4}$	$7 \cdot 10^4$	$-1,75 \cdot 10^3$	-2,2
10^{-4}	$7,5 \cdot 10^4$	$-1,9 \cdot 10^3$	-2,4

В таблице 1 приведены значения $R(0)$ и $R(1)$, вычисленные из (14) и (15) для разных ρ_k . При вычислениях $E_k(\xi = 0)$ полагалось равным

$2 \cdot 10^{-7}$ в.см⁻¹, $p \simeq 1$, $2\theta_0 = \pi/5$, $x_0 = 10^{-1}$ см. Работа выхода ϕ принималась равной 3 эв; u_0 находилось из соотношения

$$E_k(\xi=0) = \frac{u_0}{\ln(2x_0/\rho_k)} \frac{1}{\rho_k}.$$

4. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Экспериментальные результаты получены для модели платиона с термоэлектронным катодом. Размеры пластин, образующих анод и управляющий электрод: 35×20 мм, $a = 20$ мм, $x_0 = 4$ мм, $\rho_k = 1,1$ мм, $\theta_0 = 30^\circ$.

Характеристики, подтверждающие наличие падающего участка вольт-амперной характеристики, приведены на рис. 4 для режимов $u_0 = 40, 80, 100$ и 140 в.

Отрицательное сопротивление исчезает при значениях ξ , меньших расчетных. Это можно объяснить ярко выраженным краевым эффектом, имевшим место в исследованной модели лампы (расстояние между анодом и управляющим электродом сравнимо с шириной пластин анода). На этой же лампе изучались траектории электронов по свечению ионизированного газа. Угол раствора пучка вблизи катода соответствует угловому размеру активной части поверхности катода. Каких-либо мер по устранению вторичной эмиссии с анода и управляющего электрода принято не было. Полученные экспериментальные данные подтверждают расчеты, проделанные в работе [1].

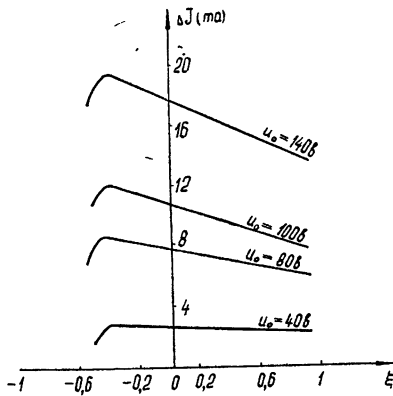


Рис. 4.

5. КПД СИСТЕМЫ

Как уже отмечалось, в силу экспоненциального характера разностной вольт-амперной характеристики в рассматриваемых системах можно ожидать высокого электронного коэффициента полезного действия. Электронный КПД системы определим как

$$\eta = P_{\sim} / P_{-},$$

где P_{\sim} — колебательная мощность в системе на первой гармонике, P_{-} — мощность, потребляемая от источника. Пусть

$$\xi = |\xi_{\max}| \cos \tau.$$

Тогда для среднего за период значения тока $\Delta \bar{J}$ получаем соотношение

$$\Delta \bar{J} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} J_0 \left\{ \exp \left[-\frac{\beta p |\xi_{\max}| \cos \tau}{1 - p |\xi_{\max}| \cos \tau} \right] + \exp \left[\frac{\beta p |\xi_{\max}| \cos \tau}{1 + p |\xi_{\max}| \cos \tau} \right] \right\} d\tau. \quad (16)$$

Для амплитуды первой гармоники

$$\Delta J_1 = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} J_0 \left\{ \exp \left[-\frac{\beta p |\xi_{\max}| \cos \tau}{1 - p |\xi_{\max}| \cos \tau} \right] - \exp \left[\frac{\beta p |\xi_{\max}| \cos \tau}{1 + p |\xi_{\max}| \cos \tau} \right] \right\} \cos \tau d\tau. \quad (17)$$

Так как нелинейность определяется, в основном, числителем в показателе экспоненты, а точное значение τ в выражении $1 \pm p |\xi_{\max}| \cos \tau$ существенно (ввиду быстрого спада функций) только в точках максимального значения функций, то, заменив в (16), (17) $1 \pm p |\xi_{\max}| \cos \tau$ на $1 + p |\xi_{\max}|$ и вводя обозначение

$$\mu = \frac{\beta p |\xi_{\max}|}{1 + p |\xi_{\max}|}, \quad (18)$$

получим после преобразований

$$\Delta \bar{J} = 2J_0 I_0(\mu),$$

$$\Delta J_1 = 4J_0 I_1(\mu),$$

где $I_0(\mu)$ и $I_1(\mu)$ — функции Бесселя мнимого аргумента. Значения интегралов взяты из [3].

Поскольку $P_+ = \frac{1}{2} |\xi_{\max}| u_0 \Delta J_1$, $P_- = u_0 \Delta \bar{J}$, то для η получаем выражение

$$\eta = |\xi_{\max}| \frac{I_1(\mu)}{I_0(\mu)}.$$

Для автоэлектронной эмиссии коэффициент β в (18) ~ 10 , $p \sim 1$, поэтому уже для $\xi_{\max} \sim 0,3$, $I_1(\mu)/I_0(\mu) \sim 0,8$, т. е. η , в основном, определяется амплитудой $|\xi_{\max}|$. При характерных для автоэлектронной эмиссии углах $\theta_0 \sim 15^\circ$ $\xi_{\max} \sim 0,9$ и $I_1(\mu)/I_0(\mu) = 0,9$.

Коэффициент использования статического напряжения ξ может быть значительно увеличен при больших углах эмиссии за счет наложения на прибор магнитного поля. Поскольку рассматриваемая система эквивалентна рассеивающей цилиндрической линзе, то, помещая прибор в цилиндрическую магнитную линзу, можно устранить эффект рассеивания, т. е. возвращение электронов на управляющий электрод. При этом возможно получение ξ , весьма близких к единице, а значит и достаточно высокого КПД. Повышение КПД с помощью магнитных линз возможно и для систем с термоэлектронными катодами, так как при этом возрастает как ξ , так и допустимый угол эмиссии.

ЛИТЕРАТУРА

1. С. Г. Афанасов, А. А. Шмелев, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 9, № 4, 786 (1966).
2. М. И. Елинсон и Г. Ф. Васильев, Автоэлектронная эмиссия, Физматгиз, М., 1958.
3. И. М. Рыжик и И. С. Градштейн, Таблицы интегралов, рядов сумм и произведений, Гостехиздат, М.—Л., 1951.

Горьковский государственный университет

Поступила в редакцию
29 ноября 1966 г.

THE POSSIBILITY OF OBTAINING HIGH EFFICIENCY IN TRIODES WITH CONTROLLING ELECTRODE BEHIND CATHODE IN REGIME OF NEGATIVE RESISTANCE

S. G. Afanasov, A. A. Shmelev

Current calculations in triodes with the autoelectron cathodes of a cylindrical form are made for the case when the work function of some part of the cathode surface faced the anode, is reduced. The calculation of a system efficiency is carried out and the possibility of its increase is pointed out in focusing the electrons by magnetic lenses. The experimental data confirming the existence of a falling statistical characteristic in similar systems are given.

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ И ПИСЬМА В РЕДАКЦИЮ

УДК 621.396.67

ОБ ОДНОЙ ДИФРАКЦИОННОЙ ПОПРАВКЕ ПРИ КАЛИБРОВКЕ АНТЕНН ПО МЕТОДУ «ИСКУССТВЕННОЙ ЛУНЫ»

К. С. Станкевич

В радиоастрономических измерениях с калибровкой сигналов по методу «искусственной Луны» может быть наиболее высокая точность определения потоков, порядка 2—3% [1]. Но реализация ее требует создания специальных условий для расположения эталонного диска относительно антенны, которые сводятся к следующему. Расстояние до диска не должно быть меньше нескольких D^2/λ и угол места, на котором диск виден от радиотелескопа, должен быть порядка 20—30°. При этом диаграмма направленности не должна касаться земли в месте расположения диска (предполагается, что по трассе до диска диаграмма на уровне нескольких процентов также не касается земли). Однако последнее условие по техническим причинам трудно соблюсти при построении конструкций, предназначенных для измерений в дециметровом и метровом диапазонах.

В практических конструкциях для того, чтобы в диаграмму направленности не попадали добавочные предметы, опущенный на землю диск загораживается со стороны радиотелескопа плоским металлическим экраном QS (рис. 1), и, таким образом, край

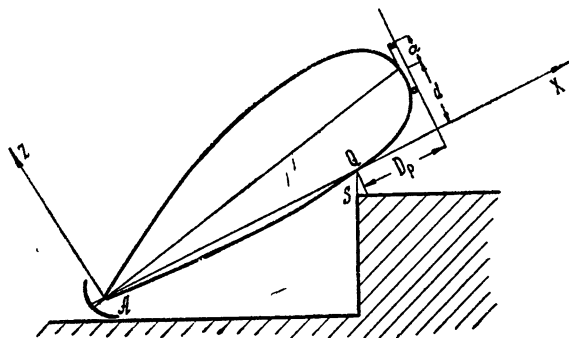


Рис. 1.

экрана является наиболее выступающей по вертикали деталью. В проведенных измерениях в дециметровом диапазоне [2] при калибровке антенн по излучению «искусственной Луны» диаграмма направленности касалась края экрана на уровне 0,8—0,9. В связи с этим возникает вопрос о величине систематических поправок к данным измерений из-за изменения диаграммы направленности по сравнению со свободным пространством. Оценку верхней границы этого эффекта сделать нетрудно, если возможно пренебречь отличием диаграммы направленности от единицы для углов между экраном и направлением на диск. Тогда рассматриваемая задача сводится к задаче об определении интенсивности излучения в точке A (месте расположения радиотелескопа) от протяженного источника — «искусственной Луны», дифрагирующего на крае полуплоскости.

Поскольку расстояние $AQ \gg QP$, то размер зоны Френеля равен $\sqrt{\lambda D_p}$. Для удобства вычислений будем пользоваться масштабом, пропорциональным размеру первой зоны $\sqrt{\lambda D_p/\pi}$, для чего выразим радиус диска a и расстояние от геометрической тени до центра диска d в единицах этого масштаба. Максимальную величину эффекта следует ожидать для точечного источника (радиус диска $a < 0,1$). В этом случае интенсивность в точке A определяется хорошо известным выражением

$$I(d) = \frac{I_0}{2} \left[\left(C(d) + \frac{1}{2} \right)^2 + \left(S(d) + \frac{1}{2} \right)^2 \right], \quad (1)$$

где

$$C(d) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^d \cos \eta^2 d\eta, \quad S(d) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^d \sin \eta^2 d\eta$$

— интегралы Френеля.

Из (1) следует, что дифракционные изменения диаграммы направленности будут только в направлении оси Z и для их уменьшения необходимо помещать диск или на больших высотах ($d > 4$) или приблизить поднятый диск к краю экрана ($D_p \rightarrow 0$), что удобнее конструктивно, так как стойки, поддерживающие диск, можно расположить наклонно.

Для определения интенсивности от протяженного источника выражение (1) следует усреднить по размерам диска.

$$I(a, d) \propto \int_{z_1}^{z_2} \int_{y_1}^{y_2} I(z) dz dy = \quad (2)$$

$$= \int_{d-a}^{d+a} \sqrt{a^2 - (z-a)^2} \left[\left(C(z) + \frac{1}{2} \right)^2 + \left(S(z) + \frac{1}{2} \right)^2 \right] dz.$$

Дифракционную поправку на температуру радионизлучения диска представляет отношение

$$\frac{I(a, d)}{I(a, \infty)}. \quad (3)$$

На рис. 2 приведены графики для этого отношения, вычисленные для наиболее часто применяемых дисков с размерами $a = 2; 2,5; 3$ и $3,5$. При заданных a и d ордината на графике дает соответствующую поправку. Для измерений, выполненных в [2] на $\lambda = 60$ см, поправка составляла порядка 1%.

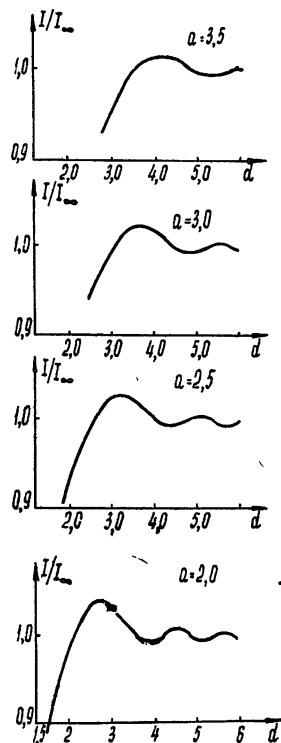


Рис. 2.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Д. Кротиков, В. А. Порфирьев, В. С. Троицкий, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 4, № 6, 1004 (1961).
2. В. П. Ласточкин, В. А. Порфирьев, К. С. Станкевич, В. С. Троицкий, Н. Н. Холодильов, Н. М. Цейтлин, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 6, № 3, 630 (1963).

Научно-исследовательский радиофизический институт
при Горьковском университете

Поступила в редакцию
25 февраля 1967 г.

УДК 523.3:523.164

О КОЭФФИЦИЕНТЕ ОТРАЖЕНИЯ ВЕРХНЕГО ПОКРОВА ЛУНЫ

Ю. Г. Матвеев

Известно, что коэффициент отражения зависит от длины волны у любой слоистой среды (среды, для которой диэлектрическая проницаемость $\epsilon = \epsilon(x)$, где x — координата вглубь среды). Поэтому, если известен спектр коэффициента отражения среды,

то, анализируя его, можно получить некоторую информацию о распределении свойств этой среды в глубину. Таким образом, используя экспериментальные данные об отражении радиоволн Луной, можно построить некоторую модель распределения свойств верхнего слоя. Для этого необходимо рассмотреть отражение от различных слоистых сред и сопоставить спектры отраженных сигналов с полученным экспериментально. В настоящей работе рассмотрены некоторые модели слоистых сред, приведены результаты расчета их коэффициентов отражения и сопоставление этих коэффициентов с целью выяснения возможности определения физических характеристик верхнего слоя Луны.

Возможные модели верхнего покрова Луны:

1. Модель с тонким слоем (толщина слоя $d \ll \lambda_{cp}^*$), заключенным между двумя полубесконечными средами, одна из которых — вакуум, а другая — более плотная, чем слой. Причем у этой модели рассматриваются три случая изменения диэлектрических свойств в глубину: а) однородный тонкий слой с $\sqrt{\epsilon(x)} = \sqrt{\epsilon_1} = \text{const}$ (см. рис. 1а); б) линейный тонкий слой с $\sqrt{\epsilon(x)} = \sqrt{\epsilon_1} - (\sqrt{\epsilon_1} - \sqrt{\epsilon_2}) \frac{x}{d}$ (см. рис. 1б); в) экспоненциальный тонкий слой с $\sqrt{\epsilon(x)} = \sqrt{\epsilon_2} - (\sqrt{\epsilon_2} - \sqrt{\epsilon_1}) \exp(-x/x_0)$ (см. рис. 1в).

Здесь ϵ_1 и ϵ_2 — диэлектрические проницаемости на поверхности слоя и полубесконечной более плотной среды соответственно, x_0 — характерный размер неоднородного слоя.

2. Модель с толстым однородным слоем (толщина слоя сравнима с глубиной проникновения волны дециметрового диапазона), заключенным между двумя полубесконечными средами, одна из которых — вакуум, а другая — более плотная, чем слой.

Расчет коэффициента отражения проводился для нормальной падения радиоволн в одномерной среде. Поглощение учитывалось только в толстом слое**.

Параметры ϵ_1 , ϵ_2 , d и x_0 для первой модели подбирались таким образом, чтобы рассчитанные спектры коэффициента отражения совпадали с лунным, полученным в результате анализа радиолокационных данных и данных собственного радиозлучения Луны [1].

Результаты вычислений спектра коэффициента отражения $R^2(\lambda)$ нанесены на рисунок 2 пунктирной кривой; значения $R^2(\lambda)$ для всех вариантов (см. рис. 1) совпали. Расчет $R^2(\lambda)$ сделан аналитическим методом, приведенным в работе [2], и на ЭВМ (см. [1]).

Спектр коэффициента отражения у моделей с толстым однородным слоем рассчитывался для следующих значений параметров: $\epsilon_1 = 1,77$, $\epsilon_2 = 3,15$; $d = 5$ м; $\text{tg } \Delta/\rho_1 = 3,6 \cdot 10^{-3}$ и $4,8 \cdot 10^{-3}$; $\rho_1 = 0,5$ г·см⁻³, которые выбирались такими, чтобы расчетный спектр налагался на спектр, полученный из экспериментальных данных [1] (на рис. 2 он нанесен точками). Здесь ρ_1 — плотность слоя, которая связана с диэлектрической проницаемостью соотношением

[3], $\text{tg } \Delta/\rho$ — удельный тангенс угла потерь (см. [4]). Результаты расчета нанесены на рис. 2 сплошными кривыми.

Проведенное сопоставление спектров коэффициента отражения таких слоистых структур показывает, что для всех рассмотренных выше моделей отражающей поверхности средняя длина волны переходного участка спектра коэффициента отражения составляет 30—35 см. Идентичный характер спектров коэффициента отражения не позволяет различить модели с тонким и толстым слоем, а лишь дает возможность сделать заключение о существовании неоднородности диэлектрических свойств в глубину.

* λ_{cp} — средняя длина волны переходного участка, на которой коэффициент отражения меняется от своего минимального значения на сантиметровых волнах до максимального в конце дециметрового диапазона (см. [1]).

** Учет поглощения тонким слоем для малого тангенса угла потерь ($\text{tg } \Delta \ll 1$) не изменяет результата.

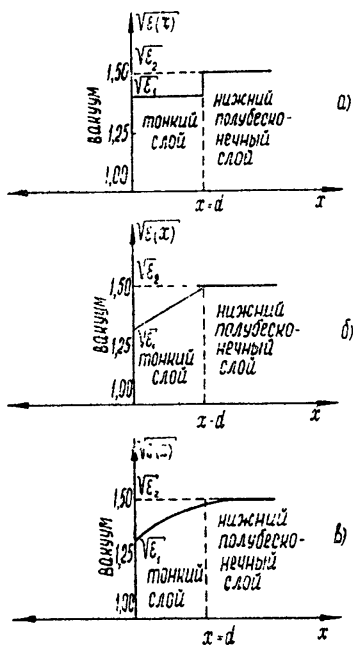


Рис. 1.

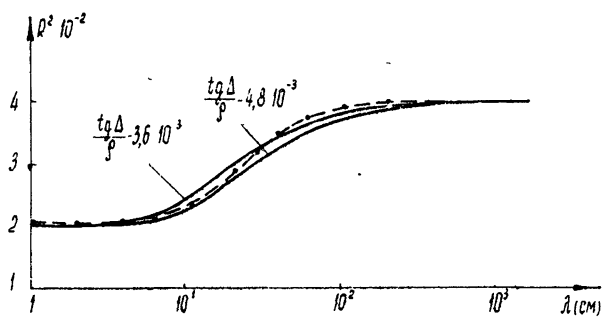


Рис. 2.

В заключение приношу глубокую благодарность В. С. Троицкому за постановку задачи и советы и И. И. Маловой за помощь в расчетах.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Ю. Г. Матвеев, Г. Л. Сучкин, В. С. Троицкий, *Астрон. ж.*, **42**, 810 (1965).
- 2 A. Giraud, *J. Res. Nat. Bur. Standard*, **69 D**, № 12, 1677 (1965).
- 3 В. Д. Кротиков, *Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика*, **5**, 1057 (1962).
- 4 В. Д. Кротиков, В. С. Троицкий, *УФН*, **81**, 589 (1963).

20 июня 1966 г.

Поступила в редакцию

УДК 621.378.325

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ФЛУКТУАЦИЙ ИНТЕНСИВНОСТИ ОДНОЧАСТОТНЫХ He—Ne ЛАЗЕРОВ НА ВОЛНАХ 0,63 и 3,39 мк

И. А. Андропова, Ю. И. Зайцев

В настоящей заметке излагаются экспериментальные результаты исследования спектра естественных флуктуаций интенсивности излучения лазеров на волнах 0,63 и 3,39 мк*. Измерения проведены в большом интервале мощностей при одночастотном режиме генерации как в центре, так и на «склонах» спектральных линий соответствующих переходов. Проводится также сравнение экспериментальных данных с результатами расчета, выполненного на основе феноменологической теории одночастотного лазера [1]. В теории в качестве основного источника флуктуаций рассмотрено спонтанное излучение возбужденной среды. Отметим, что флуктуации излучения на волне 3,39 мк (судя по литературе) не исследовались, а на волне 0,63 мк измерения проводились в центре оптического перехода [2, 3]. Сравнение результатов исследований на этих длинах волн представляет интерес как в теоретическом, так и в экспериментальном плане, поскольку эти спектральные переходы весьма различны по усилительным и нелинейным свойствам.

Согласно [1] спектральная плотность коэффициента хаотической модуляции интенсивности лазерного излучения на частоте F в центре линии перехода равна

$$\overline{M_F^2} = \frac{8(\Delta\nu)^2 \hbar \nu \tilde{\gamma} \alpha \tau_2^0}{P[(p/2\pi)^2 + F^2] \tilde{\gamma}_2} = \frac{\overline{M_0^2}}{1 + (2\pi F/p)^2}. \quad (1)$$

* В ряде работ (см., например, [5]) измерялись флуктуации интенсивности лазерного излучения, вызванные флуктуациями разрядного тока трубки. Такие флуктуации можно отнести к техническим. Нами тщательно подбирался режим питания трубок для исключения подобных флуктуаций, что проверялось методом, описанным в работе [9].

Здесь $h\nu$ — энергия фотона, $\Delta\nu$ — полоса резонатора лазера, P — полная мощность генерации, ρ — прочность предельного цикла, описывающего процессы в системе, $\tilde{\kappa}_2^0/\tilde{\kappa}_2$ — отношение мнимых составляющих диэлектрической восприимчивости среды при отсутствии колебаний и при их наличии, α и $\tilde{\beta}$ — параметры, характеризующие степень

инверсии в среде и обеднение верхнего уровня. Значения $\tilde{\beta}\alpha$ для наших условий можно принять следующими: на волне 0,63 мк — 1,5 — 1,8, а на волне 3,39 мк — 1,2 — 1,4. Полосы $\Delta\nu$ определялись по резонансным кривым резонатора; в наших опытах $\Delta\nu$ имели значения 5—7 Мгц на волне 0,63 мк и 120—150 Мгц — на волне 3,39 мк. Мощность генерации P определялась по очевидному соотношению $P = P_T \Delta\nu / \Delta\nu_T$, где P_T — мощность, поступающая на калиброванный (по мощности) фотоприемник, и $\Delta\nu_T$ — части, полосы резонатора, определяемая по величине коэффициента прозрачности зеркала.

При разных значениях $\Delta\nu$ были сняты зависимости P от расстройки резонатора относительно центра линии перехода. Обработка полученных кривых показала, что для $\tilde{\kappa}_2$ может быть принята аппроксимация

$$\tilde{\kappa}_2 = \frac{\kappa_2^0}{\sqrt{1 + \gamma P}} = - \frac{A}{\sqrt{1 + \gamma P}} \exp \left[- \left(\frac{\nu - \nu_L}{0,6 \Delta\nu_L} \right)^2 \right], \quad (2)$$

где ν_L — частота перехода, $\Delta\nu_L$ — эффективная доплеровская ширина линии перехода, A и γ — константы, определяемые с помощью полученных кривых. В наших опытах параметр нелинейности γ на волне 0,63 мк около $1(\text{мвт})^{-1}$, на волне 3,39 мк — $50(\text{мвт})^{-1}$. Это различие значений γ согласуется с зависимостью коэффициента нелинейности от длины волны, вытекающей, например, из работы [4]. Пользуясь аппроксимацией (2) и условием порога генерации, для ρ можно получить

$$\rho = \pi \Delta\nu \gamma P (1 + \gamma P)^{-1}. \quad (3)$$

Экспериментальное исследование флуктуаций проводилось на лазерах с внешними зеркалами и газоразрядными трубками с брестеровскими окошками. Диапазон возможной перестройки частоты в пределах линии инфракрасного и видимого перехода был соответственно 470 и 650 Мгц. Изменение мощности генерации производилось либо внесением потерь за счет разьюстировки зеркал резонатора (или диафрагмирования пучка), либо перестройкой частоты. Флуктуации интенсивности, характеризующиеся спектральной плотностью «избыточного» (над дробовым) коэффициента хаотической модуляции фототока $\overline{M_F^2}$ [3], исследовались с помощью соответствующих фотодиодов и спектральных анализаторов в полосе частот от единиц кгц до десятка Мгц. Полученные на опыте зависимости $\overline{M_F^2}$ от частоты наблюдения F при разных мощностях генерации хорошо согласуются с закономерностями, следующими из (1). Для иллюстрации на рис. 1

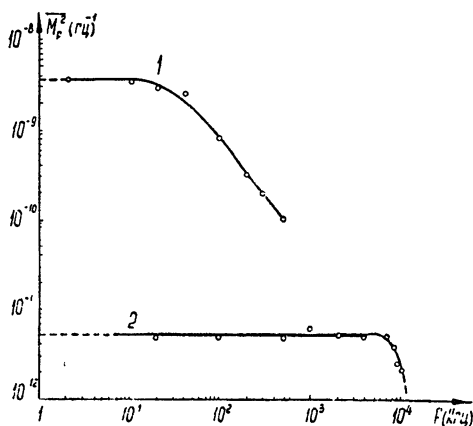


Рис. 1.

приведены спектры флуктуаций для волны 0,63 мк (кривая 1) и для волны 3,39 мк (кривая 2) при мощности P соответственно 15 и 10 мквт. Для обеих длин волн это

типичные кривые, имеющие участок плато и спад к высоким частотам*. Частота F , на которой \overline{M}_F^2 уменьшается вдвое по сравнению с \overline{M}_0^2 , равна значению $p/2\pi$. При одинаковой для обеих длин волны мощности генерации P на волне 3,39 мк значение величины p гораздо больше, т. е. плато спектра имеет большую протяженность, чем на волне 0,63 мк. Это согласуется с (3). Численные расчеты p по (3) для 0,63 мк дают хорошее совпадение с опытом; для волны 3,39 мк имеется расхождение до двух раз. Это, по-видимому, связано с тем, что условия эксперимента на этой волне несколько расходятся с идеализациями, принятыми в теории.

Зависимости \overline{M}_0^2 и p от мощности генерации P для длин волн 0,63 и 3,39 мк представлены соответственно на рис. 2 и 3 (кружки — экспериментальные точки). Анализ рисунков показывает, что при малых мощностях величины $\overline{M}_0^2 P^3$ и p/P остаются постоянными, с ростом мощности значения $\overline{M}_0^2 P^3$ растут, а p/P падают, что в согласии с (1)–(3) связано с проявлением насыщения соответствующих переходов. Численные значения \overline{M}_0^2 , полученные из расчета (на рис кресты) с использованием значений p , определенных из спектров флуктуаций, хорошо согласуются с экспериментальными данными. Существенное различие в значениях \overline{M}_0^2 и p для этих длин волн при одинаковой мощности P , как следует из выражений (1) и (3), обусловлено отличием значений как оптических частот, так и коэффициентов нелинейности.

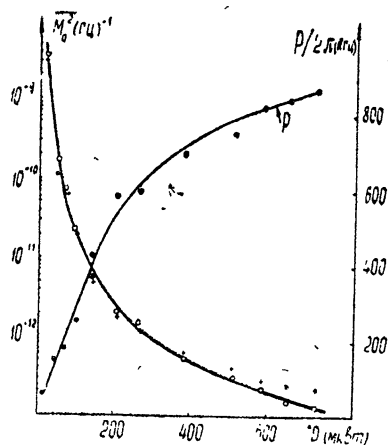


Рис. 2.

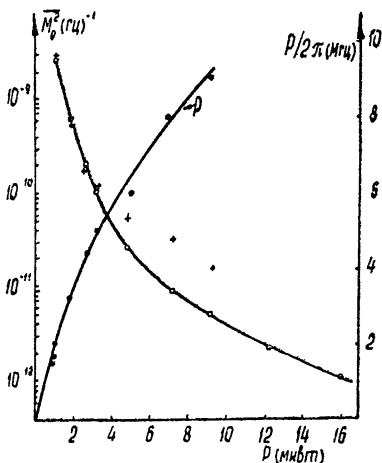


Рис. 3.

Проведенные измерения спектра флуктуаций при перестройке частоты в пределах линии перехода (при неизменном уровне потерь и активности среды) показали, что с погрешностью, не превышающей 40%, спектр флуктуаций определяется мощностью генерации, т. е. не отличается от соответствующей зависимости в центре перехода. Это удовлетворительно согласуется с соответствующими выводами теории.

На основании проведенных экспериментальных данных и их сопоставления с результатами теоретического рассмотрения [1] можно сделать следующие выводы: основной причиной естественных флуктуаций интенсивности излучения лазера является спонтанное излучение его активной среды; уровень спектральной плотности флуктуаций интенсивности лазера \overline{M}_0^2 и область его протяженности, характеризуемой величиной p , для разных спектральных переходов существенным образом зависят от нелинейных свойств (насыщения) и длины волны излучения соответствующих переходов.

Считаем своим долгом выразить благодарность И. Л. Берштейну за постоянный интерес к работе и полезные обсуждения.

* Здесь не обсуждается низкочастотный (ниже 2 — 10 кГц) участок спектра, обусловленный разного рода техническими факторами.

ЛИТЕРАТУРА

1. И. Л. Берштейн, И. А. Андропова, Ю. И. Зайцев, Изв высш уч. зав.— Радиофизика, 10, № 1, 59 (1967).
2. C. Freed, H. Haus, Appl. Phys. Lett., 6, 85 (1965).
3. Ю. И. Зайцев, ЖЭТФ, 50, 525 (1966).
4. W. E. Lamb, Jr., Phys. Rev., 134, A 1429 (1964).
5. L. J. Prescott and A. van der Ziel, IEEE J. Quan. Elect., QE-2, 173 (1966).

Научно-исследовательский радиофизический институт
при Горьковском университете

Поступила в редакцию
27 марта 1967 г.

УДК 621.373.072.9

ФЛУКТУАЦИИ ЧАСТОТЫ ВЗАИМНО СИНХРОНИЗОВАННЫХ ГЕНЕРАТОРОВ

И. М. Клибанова

Изучению флуктуаций системы связанных генераторов, работающих в режиме взаимной синхронизации, посвящен ряд работ теоретического и экспериментального характера [1–3]. Влияние естественных шумов на синхронную работу связанных томсоновских генераторов исследовалось в статье [1]. В работе [2] рассматривались флуктуации амплитуды и частоты колебаний генераторов, вызываемые независимыми флуктуациями контурных емкостей. В этих работах было показано, что при взаимной синхронизации уровень амплитудных и частотных флуктуаций (следовательно, и ширина спектральной линии генераторов) возрастает по сравнению с их величиной в свободных генераторах.

С другой стороны, в некоторых экспериментальных исследованиях наблюдались противоположные эффекты*. Так, например, в работе [3], где приведены результаты измерений амплитудных флуктуаций двух связанных клистронных генераторов, было отмечено уменьшение уровня флуктуаций по сравнению с флуктуациями в свободном генераторе.

Естественно, возникает вопрос о том, что может быть причиной подобного явления. В настоящей работе показано, что наличие когерентной части флуктуаций параметров в связанных генераторах может, при определенных условиях, действительно привести к уменьшению амплитудных и частотных флуктуаций. Возможно, что именно это обстоятельство и явилось причиной снижения уровня флуктуаций в генераторах в указанных экспериментах, поскольку общее питание, микрофонный эффект и т. п. могут дать коррелированные флуктуации параметров.

В настоящем сообщении рассмотрены только частотные флуктуации колебаний генераторов с флукутирующими контурными емкостями. Рассмотрение ограничено случаем «сильной» синхронизации, когда дисперсию разности фаз $\psi = \varphi_2 - \varphi_1$ генераторов можно считать достаточно малой ($\langle \psi^2 \rangle \ll 1$ — линейное приближение)

Укороченные уравнения для фазовых флуктуаций в этом случае имеют вид [2]

$$\begin{aligned} \dot{\nu}_1 &= -D_1 \psi - \frac{\omega}{2} \delta c_1, \\ \dot{\nu}_2 &= -D_2 \psi - \frac{\omega}{2} \delta c_1, \\ \dot{\psi} &= -D \psi - \frac{\omega}{2} (\delta c_2 - \delta c_1). \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь $\nu_{1,2} = \dot{\varphi}_{1,2}$, $\delta c_{1,2}$ — относительные флуктуации контурных емкостей, ω — частота автоколебаний синхронизованных генераторов,

* Как нам сообщил М. М. Кобрин, в НИРФИ проводились эксперименты по измерению шумов во взаимно синхронизованных генераторах, в которых было обнаружено определенное уменьшение флуктуаций частоты по отношению к режиму свободных генераторов.

$$D_1 = \frac{\omega}{2} f_1 \frac{B_0}{A_0} \sin \varphi_0, \quad D_2 = \frac{\omega}{2} f_2 \frac{A_0}{B_0} \sin \varphi_0, \quad D = D_2 - D_1,$$

f_1, f_2 — коэффициенты связи, A_0, B_0 — амплитуды колебаний свободных генераторов, φ_0 — стационарное значение фазового сдвига колебаний взаимно синхронизованных генераторов.

Считая спектральные плотности флуктуаций емкости $S_{\delta c_1}(\Omega), S_{\delta c_2}(\Omega)$, заданными: $S_{\delta c_1, \delta c_2}(\Omega) = S_{\delta c_1, \delta c_2}^0(\Omega) + jS_{\delta c_1, \delta c_2}^1(\Omega)$, ($S_{\delta c_1, \delta c_2}^0(\Omega), S_{\delta c_1, \delta c_2}^1(\Omega)$ — соответственно четная и нечетная части взаимной спектральной плотности флуктуаций емкостей), получим следующие выражения для спектральной плотности частотных флуктуаций генераторов:

$$S_{v_1}(\Omega) = \frac{1}{D_2^2 + \Omega^2} \{ [D_1^2 S_2(\Omega) + (D_2^2 + \Omega^2) S_1(\Omega)] + \\ + [2D_1\Omega S_{1,2}^1(\Omega) - 2D_1D_2 S_{1,2}^0(\Omega)] \},$$

$$S_{v_2}(\Omega) = \frac{1}{D_2^2 + \Omega^2} \{ [D_2^2 S_1(\Omega) + (D_1^2 + \Omega^2) S_2(\Omega)] + [2D_2\Omega S_{1,2}^1(\Omega) - \\ - 2D_1D_2 S_{1,2}^0(\Omega)] \}, \quad (2)$$

где через $S_1(\Omega) = \frac{\omega^2}{4} S_{\delta c_1}(\Omega)$, $S_2(\Omega) = \frac{\omega^2}{4} S_{\delta c_2}(\Omega)$ обозначены спектры частотных флуктуаций свободных генераторов, а через $S_{1,2}^0(\Omega) = \frac{\omega^2}{4} S_{\delta c_1, \delta c_2}^0(\Omega)$, $S_{1,2}^1(\Omega) = \frac{\omega^2}{4} S_{\delta c_1, \delta c_2}^1(\Omega)$ — соответственно четная и нечетная части взаимного спектра частотных флуктуаций свободных генераторов.

Слагаемые в первых квадратных скобках совпадают с теми, которые были получены для $S_{v_1}(\Omega), S_{v_2}(\Omega)$ в случае независимых флуктуаций контурных емкостей [2], а слагаемые, стоящие во вторых квадратных скобках, показывают влияние когерентности δc_1 и δc_2 . Нетрудно заметить, что взаимная синхронизация генераторов приводит к изменению лишь низкочастотной части спектра флуктуаций частоты (порядка D, D_1, D_2), а в области высоких частот $S_{v_1,2}(\Omega) = S_{1,2}(\Omega)$. При $\Omega = 0$, как следует из соотношения (2), $S_{v_1}(0) = S_{v_2}(0) = S_v(0)$:

$$S_v(0) = \left[\frac{D_1^2}{D^2} S_2(0) + \frac{D_2^2}{D^2} S_1(0) \right] - \frac{2D_1D_2}{D^2} S_{1,2}^0(0). \quad (3)$$

Из формул для коэффициентов D, D_1, D_2 нетрудно видеть, что отношения $D_1^2/D^2, D_2^2/D^2, D_1D_2/D^2$ определяются только величиной взаимной связи $K = f_2A_0^2/f_1B_0^2$, равной отношению мощностей, вносимых в контур каждого генератора другим генератором.

Подставляя в (3) выражения для $D_1^2/D^2, D_2^2/D^2, D_1D_2/D^2$ через коэффициент взаимной связи K , получим

$$S_v(0) = \frac{1}{(K-1)^2} [S_2(0) + K^2 S_1(0) - 2K S_{1,2}^0] \quad (4)$$

(согласно ограничению (5) в [2], рассмотрение справедливо лишь при $K \neq 1$).

Как видно из (4), в зависимости от характера связи, которая на нулевой частоте определяется четной частью взаимной спектральной плотности флуктуаций частоты свободных генераторов, коррелированность δc_1 и δc_2 может привести как к увеличению ($S_{1,2}^0(0) < 0$), так и к уменьшению ($S_{1,2}^0(0) > 0$) уровня частотных флуктуаций в связанных генераторах по сравнению с их величиной при независимых флуктуациях емкостей ($S_{1,2}^0(0) = 0$).

Для случая, когда $\delta c_2 = m\delta c_1$, где m — любое действительное число, $S_{\delta c_2}(\Omega) = m^2 S_{\delta c_1}(\Omega)$, $S_{\delta c_1, \delta c_2}^0 = m S_{\delta c_1}^0(\Omega)$, $S_{\delta c_1, \delta c_2}^1 = 0$ и соотношения (2) и (4) принимают вид

$$S_{v_1}(\Omega) = \frac{\alpha^2 + (\Omega/D)^2}{1 + (\Omega/D)^2},$$

$$S_{v_2}(\Omega) = \frac{\alpha^2 + (m\Omega/D)^2}{1 + (\Omega/D)^2}, \quad (5)$$

$$S_{v_1}(0) = S_{v_2}(0) = \alpha^2 S_1(0),$$

где $\alpha^2 = (K-m)^2/(K-1)^2$. При этом, как следует из соотношений (5), частотные флуктуации и ширина спектральной линии во взаимно синхронизованных генераторах могут уменьшаться и по сравнению с теми же характеристиками в свободных генераторах.

На рис. 1 штриховкой отмечена область значений коэффициентов взаимной связи $K > 0$, при которых имеет место уменьшение уровня частотных флуктуаций. Как видно

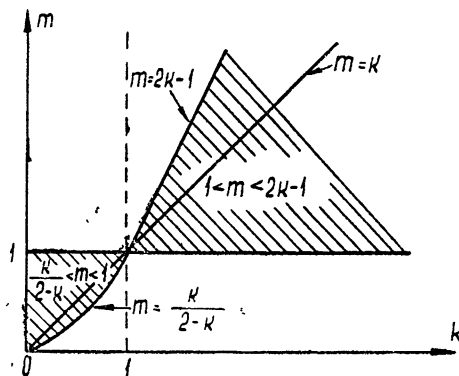


Рис. 1.

из рисунка, при $\alpha^2 \ll 1$ ($m \simeq K$) $S_{v_{1,2}}(0) \simeq 0$, т. е. на низких частотах возможна почти полная компенсация воздействия флуктуаций емкостей на взаимно синхронизованные генераторы. Этот случай реализуется, когда флуктуации емкости в синхронизируемом генераторе примерно в K раз больше, чем в синхронизирующем (или в $1/K$, если $K < 1$ и синхронизирующим является второй генератор). В этом случае нестабильность, вносимая в контур одного генератора от другого, по порядку величины совпадает с собственной нестабильностью, но имеет противоположный знак.

В заключение благодарю А. Н. Малахова за предложенную тему и внимание к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Н. Малахов, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 8, № 6, 1160 (1965).
2. И. М. Клибанова, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 9, № 4, 720 (1966).
3. С. А. Ахманов, К. А. Эннок, Радиотехника и электроника, 3, № 2, 279 (1958).

Горьковский государственный университет

Поступила в редакцию
31 января 1967 г.

УДК 621.371.167

ДИФРАКЦИЯ НАКЛОННО ПАДАЮЩЕЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ПОВЕРХНОСТНОЙ ВОЛНЫ НА РЕБРЕ ИМПЕДАНСНОЙ ПОЛУПЛОСКОСТИ

В. Л. Миронов, Л. Д. Толкачев

В работе [1] было получено решение для квазитрехмерного обобщения известной задачи Н. Г. Тренева [2] о дифракции плоской поверхностной электромагнитной волны на ребре полуплоскости с равными индуктивными поверхностными импедансами граней ($z_+ = z_- = -iQ$, $Q > 0$). Используемый в [1] метод позволяет рассмотреть, как и в [2], другой случай, в котором одна грань является индуктивной, другая — емкостной, причем $z_+ = -z_- = -iQ$.

Пусть вдоль верхней (индуктивной, $z_+ = -iQ$) грани импедансной полуплоскости, расположенной при $x_1 = 0, x_3 \leq 0$ (x_1, x_2, x_3 — прямоугольные координаты), под углом α ($0 \leq \alpha < \pi/2$) к оси Ox_3 на ребро набегают поверхностная ТМ-волна, магнитное поле которой имеет вид

$$H^0 = (x_2 \cos \alpha - x_3 \sin \alpha) \exp[-kQx_1 + i(\gamma x_2 + gx_3)],$$

где $\gamma = k\beta \sin \alpha, g = k\beta \cos \alpha, \beta = \sqrt{1 + Q^2}$; временная зависимость определяется фактором $\exp(-i\omega t)$, здесь и в дальнейшем используется система единиц Гаусса.

Компоненты возникающего дифракционного поля определяются следующими выражениями:

$$\begin{aligned} H_1^\pm &= \pm \int_C \frac{F^\pm}{\bar{k} \sin \tau} \exp\{i[\bar{k}r \cos(\tau \mp \varphi) + \gamma x_2]\} d\tau, \\ H_2^\pm &= - \int_C \frac{F^\pm \gamma \mp \Phi^\pm \bar{k} \cos \tau}{\bar{k}^2 \cos^2 \tau + \gamma^2} \exp\{i[\bar{k}r \cos(\tau \mp \varphi) + \gamma x_2]\} d\tau, \\ H_3^\pm &= \int_C \frac{F^\pm \bar{k} \cos \tau \pm \Phi^\pm \gamma}{\bar{k}^2 \cos^2 \tau + \gamma^2} \exp\{i[\bar{k}r \cos(\tau \mp \varphi) + \gamma x_2]\} d\tau. \end{aligned} \quad (1)$$

Верхний и нижний знаки соответствуют областям $x_1 \geq 0$ и $x_1 < 0$. В выражениях (1)

$$\begin{aligned} \Phi^\pm &= \frac{\cos \alpha}{2\pi i} (\bar{k}^2 \cos^2 \sigma_1 + \gamma^2) \left[\frac{1}{\bar{k}(\cos \tau + \cos \sigma_1)} - \frac{\bar{k} \cos \sigma_2}{\bar{k}^2 \cos \sigma_1 \cos \sigma_2 + \gamma^2} \right] \times \\ &\quad \times \frac{\cos \tau + \cos \sigma_1}{\sin \tau \pm \sin \sigma_1} \frac{\sqrt{1 - \cos \tau}}{\sqrt{1 + \cos \sigma_1}}, \\ F^\pm &= \frac{\gamma \cos \alpha}{2\pi k Q} \frac{\bar{k}^2 \cos^2 \sigma_1 + \gamma^2}{\bar{k}^2 \cos \sigma_1 \cos \sigma_2 + \gamma^2} \frac{\cos \tau + \cos \sigma_2}{\sin \tau \pm \sin \sigma_2} \frac{\sqrt{1 - \cos \tau}}{\sqrt{1 + \cos \sigma_1}} \bar{k} \sin \tau, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\bar{k} \cos \sigma_1 = g = \sqrt{\bar{k}^2 + k^2 Q^2}, \quad \bar{k} \cos \sigma_2 = h = \sqrt{\bar{k}^2 + \frac{k^2}{Q^2}},$$

$$\bar{k} \sin \sigma_1 = -ikQ, \quad \bar{k} \sin \sigma_2 = \frac{ik}{Q}, \quad \bar{k} = \sqrt{\bar{k}^2 - \gamma^2} \quad (\text{Im } \bar{k} \geq 0),$$

r, φ — цилиндрические координаты ($x_1 = r \sin \varphi, x_3 = -r \cos \varphi$); контур интегрирования C определен в [1]. При нормальном падении ($\alpha = 0$) выражения (1), (2) дают соответствующие формулы работы [2].

Дифракционное поле в дальней зоне ($|\bar{k}r| \gg 1$) может быть представлено в виде суммы отраженной и прошедшей на нижнюю грань полуплоскости поверхностных ТМ- и ТЕ-волн соответственно и пространственной волны излучения.

Компоненты поля отраженной (R) и прошедшей (T) поверхностных волн, найденные как вычеты подынтегральных функций в (1), имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} H_1^R = 0, \quad H_2^R &= \cos \alpha \frac{gh - \gamma^2}{gh + \gamma^2} \frac{\sqrt{\bar{k} - g}}{\sqrt{\bar{k} + g}} \exp[-kQx_1 + i(\gamma x_2 - gx_3)], \\ H_3^R &= \text{tg } \alpha H_2^R, \end{aligned} \quad (3)$$

$$E_1^T = 0, \quad E_2^T = - \frac{2iQ \gamma h \cos \alpha}{gh + \gamma^2} \frac{\sqrt{\bar{k} - h}}{\sqrt{\bar{k} + h}} \exp\left[\frac{k}{Q} x_1 + i(\gamma x_2 - hx_3)\right],$$

$$E_3^T = \frac{\gamma}{h} E_2^T.$$

Направление распространения отраженной поверхностной волны составляет с осью Ox_3 угол $\pi - \alpha$, а прошедшей — $[\pi - \arcsin(Q \sin \alpha)]$. Если модуль поверхностно-

го импеданса удовлетворяет условию $Q > 1$, то при углах падения $\alpha > \alpha_2 = \arcsin(Q^{-1})$ имеет место полное отражение поверхностной волны от ребра полуплоскости.

Поле излучения вычисляется из (1) методом перевала. Точки перевала $\tau = \varphi$ и $\tau = 2\pi - \varphi$ соответствуют верхнему ($x_1 > 0$) и нижнему ($x_1 < 0$) полупространствам.

Фазовый фронт излученной волны представляет собой коническую поверхность, образующая которой наклонена к ребру полуплоскости под углом $\arcsin(\gamma/k)$. Когда угол падения превышает значение $\alpha_1 = \arcsin(\beta^{-1})$, поле излучения теряет волновой характер в направлении координаты r и локализуется вблизи ребра полуплоскости.

Отмеченные особенности дифракционного поля имеют место также в случае дифракции наклонно падающих скалярных и электромагнитных поверхностных волн на ребре импедансного клина и импедансной ступеньке на плоскости (см. [3-5]).

Используя выражения (3), можно найти потоки энергии, нормальные к ребру полуплоскости, отношение которых к соответствующему потоку энергии в первичной волне приводит к следующим выражениям для коэффициентов прохождения T и отражения R :

1) если $0 < \alpha \leq \alpha_1$, $0 < Q < \infty$,

$$T = gh \frac{(2Q\gamma)^2}{gh + \gamma^2} \frac{h - \bar{k}}{g + \bar{k}}, \quad R = \left(\frac{kQ}{\bar{k} + g} \frac{gh - \gamma^2}{gh + \gamma^2} \right)^2;$$

2) если $\alpha_1 \leq \alpha < \pi/2$, $Q < 1$ или $\alpha_1 < \alpha \leq \alpha_2$, $Q \geq 1$,

$$T = \frac{4gh\gamma^2}{(gh + \gamma^2)^2}, \quad R = \left(\frac{gh - \gamma^2}{gh + \gamma^2} \right)^2.$$

Как следует из рис. 1, в случае нормального падения ($\alpha = 0$) первичной ТМ-волны прошедшая ТЕ-волна отсутствует (см. [2]). С ростом угла падения α прохождение энергии увеличивается, а отражение уменьшается, и при $\alpha = \alpha_1$ имеет место полная трансформация падающей волны в прошедшую.

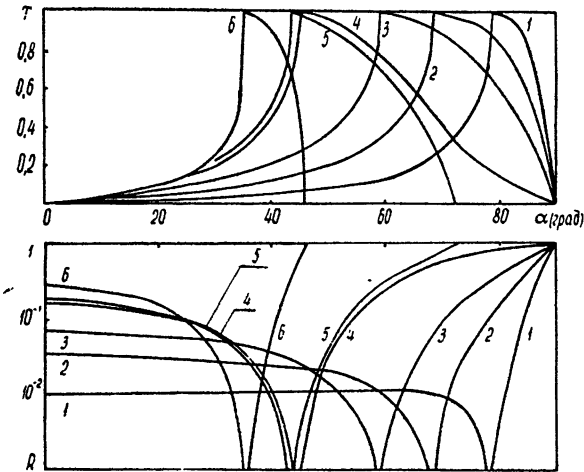


Рис. 1. Зависимость коэффициентов прохождения T и отражения R от угла падения (1— $Q = 0,2$; 2— $Q = 0,4$; 3— $Q = 0,6$; 4— $Q = 1,0$; 5— $Q = 1,05$; 6— $Q = 1,4$).

Для пространственной волны излучения, в общем случае эллиптически поляризованной, были рассчитаны диаграмма направленности по мощности $F(\varphi)$, коэффициент эллиптичности Ξ и угол наклона ξ главной оси эллипса поляризации электрического вектора к орту φ ; используемой цилиндрической системы координат, которые имеют следующий вид:

$$F(\varphi) = \frac{1}{2} \frac{a - b \cos \varphi}{g^2 - \bar{k}^2 \cos^2 \varphi} - \frac{h\gamma^2}{k^3} \frac{h - \bar{k}}{h - \bar{k} \cos \varphi},$$

$$\Xi = \frac{|D_+| - |D_-|}{|D_+| + |D_-|}, \quad \xi = \frac{1}{2} \arg(D_+/D_-) \quad \left(-\frac{\pi}{2} < \xi \leq \frac{\pi}{2} \right), \quad (4)$$

где

$$a = [\bar{k}(g^2 h^2 + \gamma^4) + 2g^2 \gamma^2 h] / k^3, \quad b = [\bar{k}(g^2 h^2 + \gamma^4) + 2\bar{k}^2 \gamma^2 h] / k^3,$$

$$D_{\pm} = (X_{\pm} + iY_{\pm})(\gamma \sin \varphi \pm ik \cos \varphi),$$

$$X_{\pm} = \left[\frac{1}{gh + \gamma^2} \left(\frac{1}{Q} \frac{\gamma}{h - \bar{k} \cos \varphi} \mp \frac{h}{g - \bar{k} \cos \varphi} \right) \pm \frac{1}{g^2 - \bar{k}^2 \cos^2 \varphi} \right] \bar{k} \sin \varphi,$$

$$Y_{\pm} = \pm \frac{kQ}{g^2 - \bar{k}^2 \cos^2 \varphi} - \frac{k}{gh + \gamma^2} \left(\frac{1}{Q^2} \frac{\gamma}{h - \bar{k} \cos \varphi} \pm \frac{hQ}{g - \bar{k} \cos \varphi} \right).$$

Если $\xi > 0$, угол наклона эллипса отсчитывается от орта φ_1 против часовой стрелки для наблюдателя, смотрящего по направлению распространения волны (при этом левому вращению векторов поля соответствуют отрицательные значения ξ). Из выражений (4) и (5) следует, что диаграмма направленности, коэффициент эллиптичности и модуль угла наклона симметричны относительно полуплоскости.

Диаграмма направленности по виду остается такой же, как при нормальном ($\alpha = 0$) падении первичной волны (см. [2]). С ростом угла падения ее ширина увеличивается. При этом (как видно из графиков, приведенных на рис. 2) поляризация поля излучения стремится к круговой.

Характер зависимости величин ξ и ζ от угла падения остается таким же, как на рис. 2, при всех значениях модуля поверхностного импеданса и для всех углов наблюдения φ , лежащих в пределах ширины диаграммы направленности.

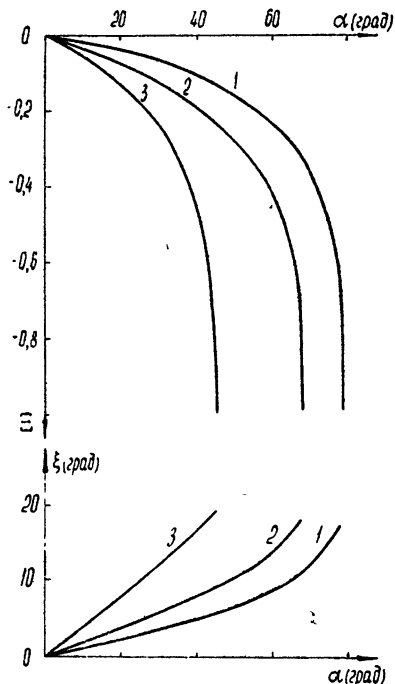


Рис. 2. Зависимость коэффициента эллиптичности ξ и угла наклона ζ главной оси эллипса поляризации от угла падения ($\varphi = 140^\circ$; 1— $Q=0,2$; 2— $Q=0,4$; 3— $Q=1,0$).

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Л. Миронов, В. Г. Мышкин, Изв. высш. уч. зав.—Физика, вып. 1, 147 (1967).
2. Н. Г. Тренев, Радиотехника и электроника, 3, № 2, 163 (1958).
3. М. С. Бобровников, В. Н. Пономарева, В. Г. Мышкин, Р. П. Старовойтова, Изв. высш. уч. зав.—Физика, вып. 1, 162 (1965).
4. В. Г. Мышкин, Акуст. ж., 12, № 3, 351 (1966).
5. В. Л. Миронов, В. Г. Мышкин, Радиотехника и электроника, 12, № 7, 1211 (1967).

Поступила в редакцию
5 января 1967 г

УДК 621.371.167:621.372.8

ДИФРАКЦИЯ H_{p0} -ВОЛН НА МЕТАЛЛОПЛАСТИНЧАТОЙ РЕШЕТКЕ КОНЕЧНОЙ ДЛИНЫ В ПРЯМОУГОЛЬНОМ ВОЛНОВОДЕ

А. И. Адонина и В. И. Полевой

Рассмотрим прямоугольный волновод с пластинчатой решеткой, состоящей из бесконечно тонких идеально проводящих металлических полос конечной длины, размещенных параллельно узкой стенке волновода (рис. 1). Начало координат поместим на одинаковом расстоянии от стенок волновода и от концов металлических пластин. Размеры исследуемой системы: $2a$ —широкая стенка волновода, $2b$ —узкая стенка волновода, $2h$ —длина пластин, $2l$ —расстояние между пластинами, N —число пластин.

На решетку со стороны $z > 0$ падает H_{p0} -волна. Будем считать амплитуду $E_x^{\text{пад}}$ равной единице:

$$E_x^{\text{пад}} = \sin \left[\frac{p\pi}{2a} (y + a) \right] \exp(-i\gamma_0 z), \quad (1)$$

где

$$\gamma_0 = \sqrt{k^2 - (p\pi/2a)^2}, \quad k = 2\pi/\lambda.$$

Заметим, что (1) справедливо не только для пространства $-a \leq y \leq a$, но также для $(2n-1)a \leq y \leq (2n+1)a$. Это дает возможность продлить периодичность системы на всю числовую ось $0y$.

Если представить (1) в виде совокупности двух плоских волн и учесть, что при дифракции каждой из них на периодической структуре возникает поле, которое записывается в виде разложения в ряд Фурье [1], то с учетом граничного условия $E_x^{\text{диф}}$ при $y = \pm a$ получим следующую запись для дифрагированного поля:

$$E_x^{\text{диф}} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n \sin \left(\frac{p\pi}{2a} y + \frac{p\pi}{2} - \frac{n\pi}{l} y \right) \exp(i\gamma_n(z \pm h)), \quad (2)$$

где

$$\gamma_n = \sqrt{k^2 - \left[\frac{p\pi}{2a} - \frac{n\pi}{l} \right]^2}.$$

В области $z > h$ существует падающее и дифрагированное поле

$$E_x^1 = \sin \left[\frac{p\pi}{2a} (y + a) \right] \exp(-i\gamma_0 z) + \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n \times \\ \times \sin \left(\frac{p\pi}{2a} y + \frac{p\pi}{2} - \frac{n\pi}{l} y \right) \exp(i\gamma_n(z - h)). \quad (3)$$

В области $z < -h$ существует только прошедшее поле:

$$E_x^2 = \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n \sin \left(\frac{p\pi}{2a} y + \frac{p\pi}{2} - \frac{n\pi}{l} y \right) \exp(i\gamma_n(z + h)). \quad (4)$$

В пространстве между пластинами ($-h < z < h$) запишем поле в виде разложения в ряд Фурье по системе целых функций, обращающихся в нуль на металлических полосках решетки. Для N - четного такой системой целых функций будет $\sin [m\pi(y + l)/2l]$, для N - нечетного $\sin (m\pi y/2l)$. Запишем поле для четного числа пластин:

$$E_x^0 = \sum_{m=1}^{\infty} \{ c_m \operatorname{ch}(\omega_m z) + d_m \operatorname{sh}(\omega_m z) \} \sin \left[\frac{m\pi}{2l} (y + l) \right], \quad (5)$$

где

$$\omega_m = \sqrt{(m\pi/2l)^2 - k^2}.$$

Поля, взятые в виде (3)–(5), удовлетворяют уравнениям Максвелла, граничным условиям на стенках волновода (3), (4) и стенках металлических полос (5), учитывая поведение поля на бесконечности.

Используя условие непрерывности электрических и магнитных компонент на границе $z = \pm h$, получаем

$$\sin \left(\frac{p\pi}{2a} y + \frac{p\pi}{2} \right) \exp(-i\gamma_0 h) + \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n \sin \left(\frac{p\pi}{2a} y + \frac{p\pi}{2} - \frac{n\pi}{l} y \right) =$$

$$\begin{aligned}
 &= \sum_{m=1}^{\infty} \{ c_m \operatorname{ch}(\omega_m h) + d_m \operatorname{sh}(\omega_m h) \} \sin \left[\frac{m\pi}{2l} (y + l) \right], \\
 &- i\gamma_0 \sin \left(\frac{p\pi}{2a} y + \frac{p\pi}{2} \right) \exp(-i\gamma_0 h) + \sum_{n=-\infty}^{\infty} i\gamma_n a_n \sin \left(\frac{p\pi}{2a} y + \right. \\
 &\left. + \frac{p\pi}{2} - \frac{n\pi}{l} y \right) = \sum_{m=1}^{\infty} \omega_m \{ c_m \operatorname{sh}(\omega_m h) + d_m \operatorname{ch}(\omega_m h) \} \sin \left[\frac{m\pi}{2l} (y + l) \right], \\
 &\sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n \sin \left(\frac{p\pi}{2a} y + \frac{p\pi}{2} - \frac{n\pi}{l} y \right) = \sum_{m=1}^{\infty} \{ c_m \operatorname{ch}(\omega_m h) - d_m \operatorname{sh}(\omega_m h) \} \times \quad (6) \\
 &\quad \times \sin \left[\frac{m\pi}{2l} (y + l) \right], \\
 &\sum_{n=-\infty}^{\infty} i\gamma_n b_n \sin \left(\frac{p\pi}{2a} y + \frac{p\pi}{2} - \frac{n\pi}{l} y \right) = \sum_{m=1}^{\infty} \omega_m \{ c_m \operatorname{sh}(\omega_m h) - \\
 &\quad - d_m \operatorname{ch}(\omega_m h) \} \sin \left[\frac{m\pi}{2l} (y + l) \right].
 \end{aligned}$$

Для определения коэффициентов Фурье воспользуемся методом переразложения одной системы целых функций по другой [2, 3]:

$$\sin \left(\frac{p\pi}{2a} y + \frac{p\pi}{2} - \frac{n\pi}{l} y \right) = \sum_{m=1}^{\infty} \sigma_m^n \sin \left[\frac{m\pi}{2l} (y + l) \right]. \quad (7)$$

Определяя σ_m^n , получим

$$\begin{aligned}
 \sigma_m^n &= \frac{\sin \left\{ \frac{[m/2 + n - p/2(N + 1)] \pi}{[m/2 + n - p/2(N + 1)] \pi} \right\} \cos \left(\frac{m - p}{2} \pi \right) - \\
 &- \frac{\sin \left\{ \frac{[m/2 - n + p/2(N + 1)] \pi}{[m/2 - n + p/2(N + 1)] \pi} \right\} \cos \left(\frac{m + p}{2} \pi \right)}. \quad (8)
 \end{aligned}$$

Подставляя (7) в (6), приравнявая коэффициенты при одинаковых $\sin[m\pi(y+l)/2l]$, а затем исключая c_m и d_m , получим следующие системы уравнений, которые дают возможность определить коэффициенты прохождения (отражения) и амплитуды волн дифракционных спектров с помощью ЭВМ

$$\begin{aligned}
 \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_n \sigma_m^n [i\Gamma_n \operatorname{th}(W_m h') - W_m] &= \sigma_m^0 [i\Gamma_0 \operatorname{th}(W_m h') + W_m], \\
 \sum_{n=-\infty}^{\infty} y_n \sigma_m^n [i\Gamma_n - W_m \operatorname{th}(W_m h')] &= \sigma_m^0 [i\Gamma_0 + W_m \operatorname{th}(W_m h')], \quad (9)
 \end{aligned}$$

где

$$x_n = (a_n - b_n) \exp(i\Gamma_0 h'), \quad y_n = (a_n + b_n) \exp(i\Gamma_0 h'),$$

$$\chi = 2l/\lambda, \quad h' = h/l, \quad \Gamma_n = \pi \sqrt{\chi^2 - \left[\frac{p}{2(N+1)} - n \right]^2},$$

$$W_m^n = \pi \sqrt{(m/2)^2 - \chi^2}.$$

Для нечетного числа пластин переразложение (7) следует провести по системе $\sin(m\pi y/2l)$. Выполняя далее всю последовательность операций, описанных выше, мы вновь получим систему (9) с той лишь разницей, что σ_m^n в данном случае имеет вид

$$\sigma_m^n = \frac{\sin \{ [m/2 + n - p/2(N+1)] \pi \}}{[m/2 + n - p/2(N+1)] \pi} \cos \left\{ \left[n - \frac{p}{2(N+1)} + \frac{m-p}{2} \right] \pi \right\} - \frac{\sin \{ [m/2 - n - p/2(N+1)] \pi \}}{[m/2 - n + p/2(N+1)] \pi} \cos \left\{ \left[n - \frac{p}{2(N+1)} - \frac{m+p}{2} \right] \pi \right\}. \quad (10)$$

Заметим, что решение для H_{p0} -волны при дифракции на решетках в волноводе с пластинами, параллельными узкой стенке волновода, справедливо при рассмотрении системы пластин, параллельных широкой стенке, для H_{0p} -волн с заменой размера a на b .

В заключение отметим, что уравнения (9) дают правильный предельный переход к свободному волноводу ($|b_0| = 1$, $a_0 = 0$) в случае, когда $N \rightarrow 0$ или $h \rightarrow 0$.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. И. Адонина, В. П. Шестопапов, ЖТФ, 33, вып. 6, 641 (1963).
2. С. А. Масалов, И. Е. Тарапов, Радиотехника и электроника, 9, № 1, 53 (1964).
3. Л. Н. Дерюгин, ДАН СССР, 87, вып. 6, 913 (1952).

Харьковский государственный университет

Поступила в редакцию
22 июля 1966 г.

УДК 621.385.2.029.64

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ В ДИОДЕ СВЧ, ОПИСЫВАЕМЫХ УРАВНЕНИЯМИ С ПЕРЕМЕННЫМ ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

Г. С. Садовой, В. И. Филимонов

Физические процессы в некоторых системах [1-3] описываются уравнениями с переменным запаздыванием. Их решение выполняется численными методами [1] или при определенных приближениях [2]. В настоящей работе обсуждается возможность моделирования таких уравнений на аналоговых вычислительных машинах.

В качестве примера рассмотрим уравнения процессов в плоском диоде СВЧ относительно нормированной напряженности $y(\theta)$ электрического поля [1]. Для краткости ограничимся интервалом независимой переменной $[0, \theta_2]$. Исследуемые уравнения можно записать в следующем виде:

$$\ddot{y}(\theta) = -\sin \theta + \gamma y^2(\theta) \quad (0 \leq \theta < \theta_1); \quad (1)$$

$$\dot{y}(\theta) = -\sin \theta + \gamma [y(\theta) - y(\theta - z(\theta))]^2 - \gamma \{ z(\theta) [1 - \dot{z}(\theta)] y'(\theta - z(\theta)) \}^2, \\ \dot{z}(\theta) = 1 - 2 \frac{\int_0^{\theta} y(\eta) d\eta - \int_{\theta_1}^{\theta} [1 - \dot{z}(\eta)] y(\eta - z(\eta)) d\eta - z(\theta) y(\theta - z(\theta))}{z^2(\theta) \dot{y}(\theta - z(\theta))} \quad (2) \\ (\theta_1 \leq \theta < \theta_2).$$

Здесь θ — безразмерное время, θ_1 — момент прихода на анод первых электронов, θ_2 — момент прекращения эмиссии, $z(\theta) = \theta - \varphi(\theta)$ — запаздывание, φ — время вылета электронов из катода, γ — пролетный параметр.

Начальные условия: $y(0) = 0$, $\dot{y}(0) = 1$, $z(\theta_1) = \theta_1$.

Второе уравнение (2) отличается от соответствующего уравнения [1] тем, что с целью приведения последнего к виду, допускающему его моделирование, интеграл с функциональным нижним пределом был преобразован следующим образом:

$$\int_{\theta - z(\theta)}^{\theta} y(\eta) d\eta = \int_0^{\theta} y(\eta) d\eta - \int_{\theta_1}^{\theta} [1 - \dot{z}(\eta)] y(\eta - z(\eta)) d\eta. \quad (3)$$

Граничные значения θ_1 и θ_2 определяются равенствами

$$\Phi(\theta_1) = 2\gamma \int_0^{\theta_1} (\theta_1 - \eta) y(\eta) d\eta = 1, \quad \dot{y}(\theta_2) = 0.$$

Уравнения (1) и (2) моделировались на аналоговых вычислительных машинах МН-7. При этом использовались блоки переменного запаздывания, разработанные в Ленинградском политехническом институте [4]. Такие блоки содержат линию задержки с управляемым положением точки считывания и по входным сигналам $y(\theta)$ и $z(\theta)$ воспроизводят функцию $y(\theta - z(\theta))$.

Структурная схема моделирования приведена на рис. 1. В момент θ_1 напряжение на выходе интегратора 6 достигает нуля, что фиксирует нелинейный элемент, заставляя реле P работать. Контакты реле выполняют ряд переключений, позволяющих перейти от структурной схемы решения уравнения (1) к схеме, моделирующей уравнения (2).

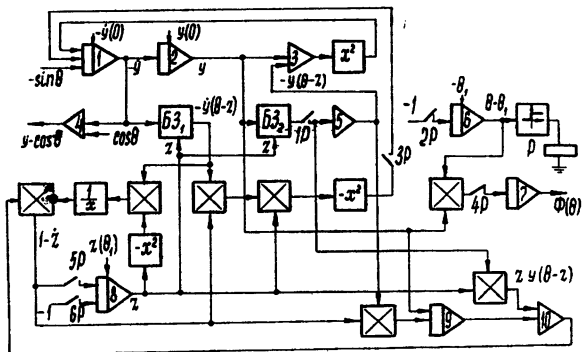
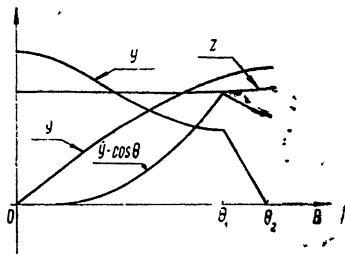


Рис. 1. Структурная схема моделирования.

Момент θ_1 определяется после нескольких пробных пусков схемы, и критерием правильного выбора начальных условий на интеграторе 6 является равенство единице (в соответствующем масштабе) интеграла $\Phi(\theta_1)$ на выходе интегратора 7.

На рис. 2 приведена осциллограмма, полученная для $\gamma = 0,56$. Разность $y(\theta) - \cos \theta$ с точностью до постоянного множителя определяет импульс наведенного тока, а $y(\theta)$ — импульс конвекционного тока катода. Сравнение осциллограммы с решением, полученным методом Эйлера с итерациями, показало, что погрешность моделирования не превышает 3% и вполне обеспечивает требуемую для инженерных расчетов точность.

Рис. 2. Осциллограмма решения уравнений при пролетном параметре $\gamma = 0,56$.



Таким образом, моделирование процессов, описываемых уравнениями с переменным запаздыванием, позволяет получать не только качественную, но и количественную картину явлений при минимуме затрат времени.

Авторы выражают искреннюю признательность З. И. Модели за постоянный интерес к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. С. Рамм, Триодные генераторы колебаний сверхвысоких частот. Воениздат, М., 1955.
2. К. Ф. Теодорчик, Автоколебательные системы, ГИТТЛ, М., 1952.
3. Л. А. Моругин, Импульсные устройства с запаздывающей обратной связью, изд. Сов. радио, М., 1961.
4. В. С. Тарасов, В. И. Филимонов, II Всесоюзная конференция по аналоговой вычислительной технике, Тезисы докладов, М., 1966.