

УДК 530.1 : 621.38

## ИНДУЦИРОВАННОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ВОЗБУЖДЕННЫХ КЛАССИЧЕСКИХ ОСЦИЛЛЯТОРОВ И ЕГО ИСПОЛЬЗОВАНИЕ В ВЫСОКОЧАСТОТНОЙ ЭЛЕКТРОНИКЕ

*A. B. Гапонов, M. I. Петелин, B. K. Юллатов*

### ВВЕДЕНИЕ

1. Теория индуцированного излучения развивалась, начиная с Эйнштейна [1], в основном применительно к квантовым системам. Классические модели привлекались скорее для интерпретации изучаемых эффектов, хотя индуцированные радиационные процессы (излучение и поглощение) имеют первостепенное значение для многих общих проблем как квантовой, так и «классической» радиофизики. Одной из таких проблем является проблема усиления и генерирования электромагнитных колебаний; очевидно, что, в конечном счете, только с индуцированными радиационными процессами может быть связано возникновение когерентного излучения в системе предварительно несфазированных заряженных частиц (системе возбужденных атомов или молекул, электронном потоке, плазме и т. д.).

Здесь уместно подчеркнуть, что индуцированное излучение, вообще говоря, существенным образом зависит от начального состояния системы заряженных частиц и электромагнитного поля. При квантовом рассмотрении обычно предполагается, что в начальный момент частица (ансамбль) находится в состоянии с определенной энергией (импульсом) и, соответственно, имеет полностью неопределенную фазу (координату). В этом случае индуцированное излучение связано только с возмущениями, накладываемыми заданным внешним полем на движение частицы, и описывается хорошо известными формулами для вероятности индуцированных переходов. С классической точки зрения такой постановке задачи соответствует рассмотрение системы частиц, имеющих в начальный момент одинаковые энергии (импульсы) и равномерно распределенных по начальным фазам (координатам); отметим, что именно такие начальные условия представляют интерес для большинства физических задач, в частности, для упомянутой выше проблемы усиления и генерирования электромагнитных колебаний. Индуцированные радиационные процессы (излучение и «истинное» поглощение классических частиц разделить невозможно) в такой системе обусловлены группировкой частиц под действием внешнего поля, т. е. появлением макроскопического переменного тока (поляризации) и когерентным излучением образовавшихся сгустков. После излучения макроскопического тока (сгустков), накладываясь на внешнее поле, приводит либо к увеличению полной электромагнитной энергии (индуцированное излучение), либо к ее уменьшению (поглощение). В дальнейшем, говоря об индуцированном излучении, мы будем всюду иметь в виду именно такую постановку задачи, т. е. речь будет идти не об излучении отдельной заряженной частицы, а о колективном явлении — когерентном излучении сгустков, образовавшихся в системе заряжен-

ных частиц под действием «первичного» электромагнитного поля, введенного в систему извне (усилитель), или под действием самосогласованного поля, созданного самими заряженными частицами (генератор с обратной связью). Спонтанное излучение, связанное при таком подходе с флюктуационными процессами (флюктуации плотности, скорости и т. п.), рассматриваться вообще не будет\*.

2. В настоящее время для усиления и генерирования электромагнитных колебаний в диапазоне сверхвысоких частот широкое применение находят электронные приборы, основанные на использовании индуцированного черенковского (лампы с бегущей волной, магнетроны) или индуцированного переходного (лампы с сеточным управлением, клистроны) излучений электронов. Однако всем этим приборам свойственен один общий недостаток, мешающий их применению в диапазоне очень коротких волн. Черенковское излучение возникает при движении электронов вблизи (на расстоянии, не превышающем по порядку величины длину волны  $\lambda$ ) поверхности среды с показателем преломления, большим единицы, а переходное — при движении около неоднородностей с размерами, меньшими (или порядка)  $\lambda$ . В электронике СВЧ роль такой среды играет замедляющая система ЛБВ или блок резонаторов магнетрона (периодическая структура с периодом, меньшим  $\lambda$ ), а роль неоднородностей — электроды лампы или стенки резонатора (сетки) клистра. Таким образом, в обычных сверхвысокочастотных электронных приборах принципиально наличие находящихся в непосредственной близости от электронного пучка электродов, размеры которых не превышают длину волны усиливаемого или генерируемого излучения. Это обстоятельство является основным препятствием при создании мощных усилителей и генераторов миллиметрового и субмиллиметрового диапазонов волн.

Естественно встает вопрос о возможности использования в усилителях и генераторах сверхвысоких частот другого вида излучения (не черенковского или переходного), реализация которого не требовала бы применения замедляющих систем, резонаторов с узкими зазорами и т. п. Если говорить об излучении одиночной частицы (спонтанном), то таким свойством обладает, как известно, излучение ускоренно движущегося заряда, например, электрона, колеблющегося в статическом электромагнитном поле (возбужденного электрического осциллятора). Что же касается условий, необходимых для возникновения когерентного индуцированного излучения в системе возбужденных осцилляторов, случайным образом определенных по начальным фазам, то в этом вопросе единая точка зрения до сравнительно недавнего времени отсутствовала\*\*.

Если индуцированное излучение квантовых осцилляторов (атомов и молекул) хорошо изучено и широко используется в квантовой электронике, то индуцированное излучение классических возбужденных осцилляторов с общей точки зрения практически (за исключением [3]) не рассматривалось. Более того, несмотря на появление ряда приборов, основанных на использовании потоков колеблющихся электронов (та-

\* Подробное сопоставление результатов расчета квантовым и классическим методами как индуцированного, так и спонтанного излучения для электрических осцилляторов (в дипольном приближении) можно найти в обзорах [2, 3], а также в монографии [4].

\*\* Необходимость использования классических осцилляторов в тех случаях, когда речь идет о создании мощных усилителей и генераторов миллиметрового (и даже субмиллиметрового) диапазонов волн, диктуется малостью энергии кванта излучения в этом диапазоне; для получения мощного излучения запас энергии каждого осциллятора должен во много раз превышать энергию одного кванта.

ких как, например, генератор Баркгаузена—Курца [5], строфотрон [6, 7], гелиитрон [8], антиклистрон [9] и т. д.), и вполне успешные попытки их теоретического исследования, возможность реализации индуцированного излучения в системе моноэнергетических классических осцилляторов подвергалась сомнению [3].

Известным толчком, приведшим, в конце концов, к сложившемуся к настоящему времени представлению о механизмах когерентного индуцированного излучения возбужденных классических осцилляторов, послужили работы [7, 10—14]. В качестве основных причин, вызывающих группировку (когерентность колебаний) осцилляторов в поле излучения, в них указывались неизохронность осцилляторов, ответственная за фазовую группировку [7, 11, 12, 14], и смещение осцилляторов в неоднородном поле излучения, приводящее к их пространственной группировке [10, 14]\*. По существу аналогичные механизмы определяют и индуцированные радиационные процессы в системе квантовых осцилляторов: первый связан с неэквидистантностью их энергетического спектра, а второй — с отдачей при излучении фотона [14].

Использование индуцированного излучения классических возбужденных осцилляторов открывает, таким образом, возможность создания весьма широкого класса приборов, предназначенных для усиления и генерирования электромагнитных колебаний. В том случае, когда роль осцилляторов играют электроны, колеблющиеся в макроскопических статических электрическом и магнитном полях, эти приборы, являющиеся классическими аналогами квантовых усилителей и генераторов, естественно называть «электронными мазерами». (Первым электронным мазером, появившимся задолго до соответствующих квантовых приборов, был уже упоминавшийся выше генератор Баркгаузена—Курца.) Выгодным отличием электронных мазеров от электронных приборов обычного типа является отсутствие принципиальной необходимости в электродинамических системах (замедляющих системах, резонаторах), имеющих элементы с размерами порядка длины волны усиливаемого или генерируемого излучения; от квантовых приборов их отличает возможность перестройки рабочей частоты в весьма широких пределах — частота колебаний используемых в них осцилляторов определяется напряженностью статических полей в электронно-оптической системе.

3. Настоящий обзор преследует цель прежде всего, по возможности полно осветить вопрос о механизмах группировки возбужденных классических осцилляторов, обусловливающих возникновение когерентного индуцированного излучения, а также показать пригодность определенного класса осцилляторов для создания «классических» электронных мазеров большой мощности в коротковолновой части сверхвысокочастотного диапазона. Наиболее подробно рассматривается простейшая модель «классической» активной среды, состоящей из нелинейных возбужденных осцилляторов с одной колебательной степенью свободы. Эта модель позволяет последовательно проанализировать (классическим и квазиклассическим способами) особенности взаимодействия осцилляторов со слабым электромагнитным полем, выяснить влияние различных характеристик осцилляторов (нелинейность, ширина линии) на эффективность их взаимодействия с излучением, рассмотреть особенности недипольного взаимодействия осцилляторов с полем (т. е. учесть пространственную дисперсию активной среды), оценить полный энер-

\* При определенных условиях необходимая для возникновения когерентного излучения фазировка осцилляторов может быть обусловлена и некоторыми другими механизмами (см. раздел 3).

гетический выход (коэффициент полезного действия) когерентно излучающей системы и т. п.

Полученные результаты носят достаточно общий характер и применимы к осцилляторам (потокам колеблющихся электронов, удерживаемым электростатическими и магнитостатическими полями) различного типа. Вопрос о целесообразности использования той или иной системы инжекции и формирования «колеблющегося» электронного пучка (т. е. вопрос об электронно-оптической системе электронного мазера, обеспечивающей требуемую частоту и амплитуду колебаний) не имеет однозначного ответа и должен решаться в соответствии с конкретным назначением прибора.

К сожалению, в кратком обзоре нет возможности проанализировать результаты всех известных работ по теоретическому и экспериментальному исследованию устройств, использующих для усиления и генерирования электромагнитного излучения электроны, колеблющиеся в электронно-оптических системах различного типа. Поэтому нам казалось наиболее естественным, хотя бы коротко, остановиться на теоретических и экспериментальных исследованиях индуцированного излучения электронов, вращающихся в постоянном магнитном поле (индуцированного циклотронного излучения). Приборы, основанные на использовании этого излучения, получившие название мазеров на циклотронном резонансе (МЦР), по-видимому, наиболее перспективны в качестве усилителей и генераторов мощных электромагнитных колебаний в коротковолновой части сверхвысокочастотного диапазона.

## 1. СИСТЕМА ВОЗБУЖДЕННЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ ОСЦИЛЛЯТОРОВ КАК «КЛАССИЧЕСКАЯ» АКТИВНАЯ СРЕДА

Рассмотрим воздействие слабого переменного электрического поля на систему заряженных частиц, колеблющихся в потенциальной яме. Реакция такой среды на квазимонохроматическое переменное поле может быть охарактеризована комплексной проводимостью или комплексной диэлектрической проницаемостью.

1. Допустим, что частицы совершают одномерные колебания, описываемые уравнением

$$m\ddot{x} + \frac{du}{dx} = -eE(t) \equiv F(t), \quad (1.1)$$

где  $-e$  и  $m$  — заряд и масса частицы,  $u(x)$  — потенциал статического поля,  $E(t)$  — переменное электрическое поле. Решение уравнения

$$m\ddot{x}^{(0)} + \frac{du(x^{(0)})}{dx^{(0)}} = 0, \quad (1.2)$$

которому удовлетворяют невозмущенные колебания частиц, представляет собой периодическую функцию времени

$$\begin{aligned} x^{(0)} &= x^{(0)}(\xi, \varphi) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x_k \exp(-ik\varphi), \\ \varphi(t) &= \omega_0 t + \varphi_0. \end{aligned} \quad (1.3)$$

Здесь  $\xi = \frac{m}{2} (\dot{x}^{(0)})^2 + u(x^{(0)})$  — энергия данной частицы (осциллятора),  $\varphi$  и  $\varphi_0$  — текущая и начальная фазы колебаний. Частота осциллятора  $\omega_0$  в общем случае зависит от энергии  $\xi$ .

Обусловленные слабым переменным полем  $E(t)$  возмущения  $x^{(1)} = x - x^{(0)}$  удовлетворяют уравнению

$$m\ddot{x}^{(1)} + \frac{d^2 u(x^{(0)})}{dx^{(0)2}} x^{(1)} = F. \quad (1.4)$$

Его решение может быть получено методом вариации произвольных постоянных  $C_1$  и  $C_2$  в общем решении  $x_{\text{одн}}^{(1)} = C_1 x_1^{(1)} + C_2 x_2^{(1)}$  соответствующего (1.4) однородного уравнения. В качестве  $x_1^{(1)}$  и  $x_2^{(1)}$  могут быть выбраны функции  $x_1^{(1)} = \frac{\partial x^{(0)}}{\partial \varphi_0} = \frac{\dot{x}^{(0)}}{\omega_0}$  и  $x_2^{(1)} = \frac{\partial x^{(0)}}{\partial \varepsilon}$ , в чем легко убедиться, дифференцируя (1.2) по  $\varphi_0$  и  $\varepsilon$  (эти решения линейно независимы, так как  $x_1^{(1)} \dot{x}_2^{(1)} - x_2^{(1)} \dot{x}_1^{(1)} = (m\omega_0)^{-1} \neq 0$ ). Решение уравнения (1.4) имеет вид

$$x^{(1)} = \omega_0 \left( x_2^{(1)} \int_{t_0}^t x_1^{(1)} F dt' - x_1^{(1)} \int_{t_0}^t x_2^{(1)} F dt' \right). \quad (1.5)$$

2. Пусть осцилляторы непрерывно «рождаются» и «умирают» таким образом, что число частиц, проживших к моменту  $t$  время  $\tau = t - t_0$ , остается неизменным\*; распределение осцилляторов по начальным fazам колебаний  $\varphi_0$  будем считать равномерным, а их начальные энергии  $\varepsilon$  — одинаковыми. Плотность переменного тока в такой среде равна

$$i = -eN \int_0^\infty g(\tau) \bar{x} d\tau, \quad (1.6)$$

где

$$\bar{x} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \dot{x}^{(1)} d\varphi_0,$$

$N$  — плотность частиц,  $g(\tau)$  — нормированная на единицу функция распределения частиц по временем жизни  $\tau$ .

Предположим, что переменное поле  $E$  является монохроматическим  $E = E_0 e^{i\omega t}$ , а  $g(\tau) = v e^{-v\tau}$ . Тогда для  $\bar{x}$  на основании (1.5), (1.3) имеем

$$\bar{x} = ieE \sum_{k=-\infty}^{\infty} k\omega_0 \frac{d}{d\varepsilon} \left\{ k\omega_0 \frac{|x_k|^2}{\Delta\omega_k} [1 - \exp(-i\Delta\omega_k\tau)] \right\},$$

где  $\Delta\omega_k = \omega - k\omega_0$ . Считая, что концентрация осцилляторов достаточно мала и действующее на них поле равно среднему макроскопическому, найдем  $j$ :

$$j = \sigma E; \quad (1.7)$$

$$\sigma = e^2 N \sum_{k=-\infty}^{\infty} k\omega_0 \frac{d}{d\varepsilon} \left( \frac{k\omega_0 |x_k|^2}{i\Delta\omega_k + v} \right). \quad (1.8)$$

\* Такой процесс моделирует условия, реализующиеся в электронных приборах, в пренебрежении зависимостью времени пребывания электронов в пространстве взаимодействия от высокочастотного поля, учет которой приводит к некоторому изменению выражений для проводимости (1.8) и (1.13), сводящемуся к поправке в коэффициенте  $A$  в (1.14).

Коэффициент  $\varepsilon$  в (1.7) имеет смысл проводимости среды. Диэлектрическая проницаемость по определению равна

$$\varepsilon = 1 - i \frac{4\pi\sigma}{\omega}. \quad (1.9)$$

3. Формула (1.8) для проводимости «классической» активной среды может быть получена также и из квантовой теории. Для классических осцилляторов квантовый вывод, естественно, не дает новой информации, но подчеркивает общность природы индуцированного излучения в классических и квантовых системах [3, 14]. С квантовой точки зрения частица, колеблющаяся в потенциальной яме  $u(x)$ , представляет собой осциллятор, обладающий дискретным энергетическим спектром. Проводимость системы осцилляторов по отношению к переменному полю  $E = E_0 e^{i\omega t}$  равна [4]

$$\sigma = \frac{e^2 N}{\hbar} \sum_{lm} (\sigma_{ll} - \sigma_{mm}) \frac{\omega_{ml} |x_{ml}|^2}{i(\omega_{ml} + \omega) + \nu}, \quad (1.10)$$

где  $\sigma_{rs}$  — элементы матрицы плотности в невозмущенном состоянии,  $x_{ml}$  — матричный элемент координаты  $x$ ,  $\hbar$  — постоянная Планка,  $\omega_{ml} = (\varepsilon_m - \varepsilon_l)/\hbar$  — частота перехода осциллятора из состояния  $m$  с энергией  $\varepsilon_m$  в состояние  $l$  с энергией  $\varepsilon_l$ ,  $\nu^{-1}$  — среднее время жизни осцилляторов. Если начальное состояние осцилляторов есть состояние с определенной энергией  $\varepsilon_p$  (и полностью неопределенной фазой), то  $\sigma_{mm} = \delta_{mp}$  и  $\sigma_{ll} = \delta_{lp}$  ( $\delta_{mp}$  и  $\delta_{lp}$  — символы Кронекера).

Действие переменного поля на осцилляторы, как это следует из (1.10), может приводить как к уменьшению их энергии (индуцированное излучение), так и к ее увеличению (индуцированное поглощение). Вероятность соответствующих переходов в общем случае различна, однако в системе классических осцилляторов эти процессы раздельно не наблюдаются—зависимость макроскопических параметров среды от времени определяется одновременно происходящими актами индуцированного излучения и индуцированного поглощения энергии отдельными частицами. В самом деле, квазиклассическое движение осцилляторов имеет место при достаточно большом значении энергии, когда их энергетический спектр становится почти эквидистантным [15]: приращения энергии  $\Delta\varepsilon$  при переходах  $p \rightarrow p \pm k$  стремятся к  $\pm \hbar \omega_0$ , частоты переходов стремятся к гармоникам частоты  $\omega_0$  ( $\omega_{p, p-k} \rightarrow \omega_{p+k, p} \rightarrow \hbar \omega_0$ ), а матричные элементы координаты  $x$  для состояний с большой энергией близки к коэффициентам при гармониках частоты  $\omega_0$  в формуле (1.3) ( $|x_{p, p-k}|^2 \rightarrow |x_{p+k, p}|^2 \rightarrow |x_k|^2$ ). Переход к квазиклассическому пределу в выражении (1.10) ( $\hbar \rightarrow 0$  [3]) приводит к формуле для проводимости, совпадающей с (1.8).

4. Наибольший интерес представляет взаимодействие осцилляторов с переменным полем при условии, что их среднее время жизни  $\nu^{-1}$  значительно превышает период колебаний:

$$\nu \ll \omega_0. \quad (1.11)$$

При этом условии взаимодействие между «классической» активной средой и полем является наиболее эффективным, если частота поля близка к одной из гармоник собственной частоты осцилляторов:

$$|\omega - n\omega_0| \ll \omega_0 \quad (n = 1, 2, \dots). \quad (1.12)$$

Ограничения (1.11) и (1.12) позволяют упростить выражение (1.8) для проводимости среды:

$$\sigma \simeq e^2 N n^2 \omega_0 \frac{d}{d\epsilon} \left( \frac{\omega_0 |x_n|^2}{i\Delta\omega_n + \nu} \right). \quad (1.13)$$

Представим (1.13) в виде суммы двух членов, отличающихся друг от друга степенями резонансного знаменателя  $i\Delta\omega_n + \nu$ :

$$\begin{aligned} \sigma &= \sigma_1 + \sigma_2, \\ \sigma_1 &= \frac{A}{i\Delta\omega_n + \nu}, \quad \sigma_2 = \frac{iB}{(i\Delta\omega_n + \nu)^2}, \\ A &= e^2 N n^2 \omega_0 \frac{d}{d\epsilon} (\omega_0 |x_n|^2), \quad B = e^2 N n^3 \omega_0^2 |x_n|^2 \frac{d\omega_0}{d\epsilon}, \end{aligned} \quad (1.14)$$

и запишем  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  в виде суммы активных и реактивных составляющих:

$$\sigma_1 = \sigma'_1 + i\sigma''_1, \quad \sigma_2 = \sigma'_2 + i\sigma''_2. \quad (1.15)$$

Согласно (1.14), (1.15),  $\sigma'_1$  и  $\sigma'_2$  являются четными, а  $\sigma''_1$  и  $\sigma''_2$  — нечетными функциями  $\Delta\omega_n = \omega - n\omega_0$ . Их качественный вид изображен на рис. 1.

Функция  $\sigma_1(\Delta\omega_n)$  сходна с резонансной кривой неконсервативного линейного осциллятора. Однако для системы нелинейных осцилляторов

$\left( \frac{d\omega_0}{d\epsilon} \neq 0 \right)$  знак  $\sigma'_1$ , т. е. знак работы переменного поля над осцилляторами, может быть и отрицательным, для чего необходимо

$$|x_n|^2 \frac{d\omega_0}{d\epsilon} < -\omega_0 \frac{d|x_n|^2}{d\epsilon}. \quad (1.16)$$

Функция  $\sigma'_2(\Delta\omega_n)$  меняет знак при  $\Delta\omega_n = 0$  и отрицательна при

$$\Delta\omega_n \frac{d\omega_0}{d\epsilon} < 0. \quad (1.17)$$

Так как максимальная величина  $\sigma'_1$  пропорциональна  $\nu^{-1}$ , а максимальная величина  $\sigma'_2$  пропорциональна  $\nu^{-2}$ , то для системы достаточно «долго живущих» ( $\nu \rightarrow 0$ ) осцилляторов с  $\frac{d\omega_0}{d\epsilon} \neq 0$  даже при  $\sigma'_1 > 0$

Рис. 1. Проводимость „классической“ активной среды ( $\frac{d\omega_0}{d\epsilon} < 0$ ):  
 —  $\sigma'(\Delta\omega_n)$ ; —  $\sigma''(\Delta\omega_n)$ .

всегда существует интервал  $\Delta\omega_n$ , удовлетворяющий условию (1.17), где активная составляющая проводимости отрицательна:  $\sigma' = \sigma'_1 + \sigma'_2 < 0$ , т. е. осцилляторы отдают свою энергию переменному полю.

5. Согласно (1.14) — (1.17), макроскопические характеристики «классической» активной среды существенно зависят от неизохронности осцилляторов, т. е. от связи между их частотой  $\omega_0$  и энергией  $\epsilon$ . Дело в том, что неизохронность осцилляторов влияет на характер их группировки под действием переменного поля [14]. При резонансе ( $\omega = \omega_0$ ) добавки к амплитудам и фазам линейных (изохронных,  $\frac{d\omega_0}{d\epsilon} = 0$ ) осцил-

ляторов растут пропорционально  $t$  (линейная группировка), а у нелинейных (неизохронных,  $\frac{d\omega_0}{d\varepsilon} \neq 0$ ) осцилляторов при  $\omega = n\omega_0$  добавки к фазам, вычисленные по (1.5), содержат не только линейные, но и квадратичные по  $t$  члены (квадратичная группировка).

Процесс квадратичной группировки моноэнергетических неизохронных осцилляторов пояснен на рис. 2, где изображена фазовая плоскость  $xx'$  для осцилляторов с  $\frac{d\omega_0}{d\varepsilon} < 0$ .

Те осцилляторы, которые в среднем за период отдают энергию переменному полю, переходят на траектории, внутрение по отношению к начальной, и колеблются быстрее (их относительное движение показано стрелкой А); наоборот, осцилляторы, энергия которых увеличивается, переходят на внешние траектории и колеблются медленнее (их относительное движение показано стрелкой В). В результате группировки частицы собираются в «фазовый сгусток», который на рис. 2 обведен пунктиром и заштрихован\*. Аналогичная группировка имеет место и при  $\frac{d\omega_0}{d\varepsilon} > 0$ .

В выражении (1.13) для проводимости «классической» активной среды линейной группировке осцилляторов соответствует член  $\sigma_1$ , имеющий в знаменателе  $(i\Delta\omega_n + v)$  в первой степени, а квадратичной группировке — слагаемое  $\sigma_2$  с резонансным знаменателем  $(i\Delta\omega_n + v)^2$ , отличное от нуля лишь при  $\frac{d\omega_0}{d\varepsilon} \neq 0$ .

При условии (1.17) ( $\sigma_2 < 0$ ) неизохронные осцилляторы группируются в такой фазе колебаний, когда действие поля приводит в среднем к их торможению. Условие (1.16) ( $\sigma'_1 < 0$ ) реализуется, в частности, если потенциальная яма  $u(x)$  имеет «полочку» (рис. 3), благодаря чему для

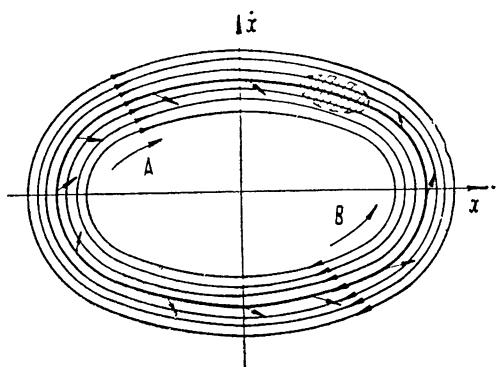


Рис. 2. Фазовая группировка неизохронных осцилляторов в переменном поле.

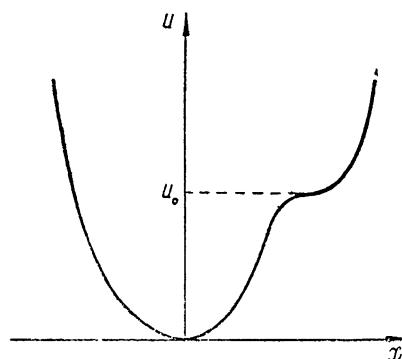


Рис. 3. Потенциальная яма с «полочкой».

\* Фазовая группировка неизохронных осцилляторов в резонансном поле аналогочна группировке прямолинейно движущихся электронов в поле «синхронной» (имеющей фазовую скорость, близкую к скорости электронов) электромагнитной волны.

частиц с энергией, несколько меньшей  $u_0$ , частота  $\omega_0$  имеет большую отрицательную производную\*.

6. Характер поглощения энергии возбужденными классическими осцилляторами имеет простое объяснение и в рамках квантовой теории [14]. Как уже отмечалось, энергетический спектр классического осциллятора является в общем случае неэквидистантным (рис. 4), так что переходам с населенного  $p$ -го уровня на  $(p+n)$ -ый и на  $(p-n)$ -ый соответствуют лишь приближенно одинаковые частоты  $n\omega_0$ . В результате на частотах, близких к  $n\omega_0$ , классический осциллятор ведет себя как трехуровневый квантовый объект, поглощая энергию на частоте  $\omega_{p+n,p}$  и излучая на частоте  $\omega_{p,p-n}$  (при  $n > 0$ ).

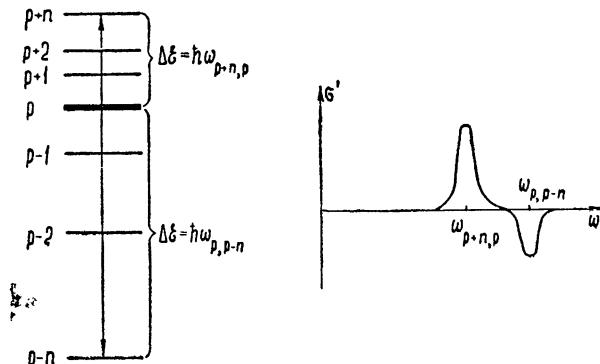


Рис. 4. Энергетический спектр и форма линии поглощения системы неизохронных классических осцилляторов.

Кривая поглощения  $\sigma'$  для этого случая изображена на рис. 4. С ростом энергии осцилляторов разница между частотами  $\omega_{p+n,p}$  и  $\omega_{p,p-n}$  становится пренебрежимо малой по сравнению с  $\nu$ , в результате  $\sigma'$  стремится к (1.8) и представляет собой сумму функций  $\sigma'_1$  и  $\sigma'_2$ , изображенных на рис. 2. Четная функция  $\sigma'_1(\Delta\omega_n)$  обязана своим происхождением различию вероятностей переходов  $p \rightarrow p+n$  и  $p \rightarrow p-n$ , однако в силу того, что эти переходы происходят на разных, хотя и очень близких, частотах,  $\sigma'$  как функция  $\Delta\omega_n$  имеет и нечетную составляющую  $\sigma'_2(\Delta\omega_n)$ .

Отрицательный знак четной составляющей проводимости  $\sigma'_1$  для осцилляторов с большой отрицательной производной  $\frac{d\omega_0}{dE}$  (см. условие (1.16)) объясняется тем, что при  $\frac{d\omega_0}{dE} < 0$  величина излучаемого кванта, очевидно, больше, чем величина кванта, поглощаемого осциллятором. Последнее обстоятельство может обеспечить превышение интенсивности индуцированного излучения над интенсивностью индуцированного поглощения даже в том случае, если вероятность переходов  $p \rightarrow p+n$  превышает вероятность переходов  $p \rightarrow p-n$ .

\* Если «полочка» имеет длинный горизонтальный участок, рассматриваемая система представляет собой, по существу, модель электронного прибора с фазовой селекцией (отбором) колеблющихся частиц [16]. Электроны, имеющие «неблагоприятную» фазу, получив под действием переменной силы приращение энергии, прекращают резонансное взаимодействие с высокочастотным полем, а «правильнофазные» электроны имеют возможность в течение долгого времени отдавать энергию, не выходя из резонанса.

## 2. НЕДИПОЛЬНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ КЛАССИЧЕСКИХ ОСЦИЛЛЕТОРОВ С ПЕРЕМЕННЫМ ПОЛЕМ

Поскольку амплитуда колебаний классических осцилляторов может быть сравнима с характерным масштабом неоднородности переменного электромагнитного поля (в частности, с длиной волны генерируемого или усиливаемого излучения), при исследовании индуцированных радиационных процессов необходим (в отличие от принципиально квантовых систем), вообще говоря, учет недипольного характера взаимодействия осцилляторов с полем, т. е. пространственной дисперсии «классической» активной среды. Эффекты, связанные с недипольным взаимодействием, оказываются в ряде случаев особенно существенными, если частота излучения близка к одной из достаточно высоких гармоник собственной частоты осцилляторов. Учет пространственной дисперсии в общем виде (без конкретизации структуры поля) затруднителен\*; поэтому здесь мы ограничимся исследованием энергообмена между осцилляторами и электромагнитным полем, вычисляя, как это обычно делается, среднюю работу переменной силы над колеблющимися частицами.

1. Рассмотрим систему частиц с двумя степенями свободы, движение которых в присутствии переменной силы удовлетворяет уравнениям

$$m\ddot{x} + \frac{d u(x)}{dx} = F_x(x, y, t); \quad (2.1)$$

$$m\ddot{y} = F_y(x, y, t). \quad (2.2)$$

В отсутствие переменного поля частицы совершают колебания в потенциальной яме  $u(x)$ , описываемые функцией (1.3), и могут свободно перемещаться по координате  $y$ . Будем считать, что в исходном состоянии осцилляторы равномерно распределены по фазе  $\varphi_0$ , имеют одинаковую энергию  $\mathcal{E}$  и одну и ту же координату  $y^{(0)}$ .

Переменная сила (сила Лоренца), смещающая частицы с их стационарных траекторий, может быть представлена в виде потенциального вектора

$$F^{(0)} = F(x^{(0)}, y^{(0)}, t) = -\nabla [U(x^{(0)}, t) + (y - y^{(0)}) V(x^{(0)}, t)]. \quad (2.3)$$

Потенциал  $U(x^{(0)}, t) + (y - y^{(0)}) V(x^{(0)}, t)$  имеет смысл энергии взаимодействия осцилляторов с переменным полем. Представим функции  $U(x^{(0)}, t)$  и  $V(x^{(0)}, t)$  в виде рядов Фурье

$$U(x^{(0)}, t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} U_k(\mathcal{E}, t) e^{ik\varphi}, \quad V(x^{(0)}, t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} V_k(\mathcal{E}, t) e^{ik\varphi}, \quad (2.4)$$

а функции  $U_k(\mathcal{E}, t)$  и  $V_k(\mathcal{E}, t)$  разложим в интегралы Фурье

$$U_k(\mathcal{E}, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \bar{U}_k(\mathcal{E}, \omega) e^{i\omega t} d\omega, \quad V_k(\mathcal{E}, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \bar{V}_k(\mathcal{E}, \omega) e^{i\omega t} d\omega. \quad (2.5)$$

Тогда для средней (по фазе  $\varphi_0$ ) работы поля над осцилляторами в линейном приближении имеем (см. Приложение)

$$\bar{A} = \bar{A}_x + \bar{A}_y, \quad (2.6)$$

\* Вычисление проводимости «классической» активной среды с учетом пространственной дисперсии для некоторых конкретных примеров (волны в однородной неравновесной магнитоактивной плазме, в волноводах, заполненных плазмой, и т. д.) можно найти в работах [18, 17, 18].

где

$$\bar{A}_x = 4\pi^2 \sum_{k=1}^{\infty} k\omega_0 \frac{d}{d\varepsilon} [k\omega_0 |U_k(\varepsilon, k\omega_0)|^2] \quad (2.7)$$

— работа, связанная с «поперечной» (фазовой) группировкой осцилляторов (по координате  $x$ )\*,

$$\bar{A}_y = \frac{2\pi^2}{m} \left\{ |\bar{V}_0(\varepsilon, 0)|^2 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{d}{d\omega_0} [\omega_0 |\bar{V}_k(\varepsilon, k\omega_0)|^2] \right\} \quad (2.8)$$

— работа, связанная с «продольной» (пространственной) группировкой осцилляторов (по координате  $y$ ).

Согласно (2.7) и (2.8), работа переменного поля над системой осцилляторов определяется лишь теми спектральными компонентами переменной силы, частоты которых близки к гармоникам частоты  $\omega_0$ .

Исследование формул (2.6)—(2.8) значительно упрощается, если ширина спектра  $\Delta\omega$  силы, действующей на осцилляторы, достаточно мала\*\*, т. е.

$$\Delta\omega \ll \omega_0, \quad (2.9)$$

а его средняя частота  $\bar{\omega}$  близка к одной из гармоник собственной частоты осцилляторов:

$$|\bar{\omega} - n\omega_0| \ll \omega_0 \quad (n = 1, 2, \dots). \quad (2.10)$$

При резонансном условии (2.10) работа переменного поля над осцилляторами связана, в основном, с индуцированными радиационными процессами, происходящими на частоте  $n\omega_0$ :

$$\bar{A}_x \simeq 4\pi^2 n^2 \omega_0 \frac{d}{d\varepsilon} [\omega_0 |U_n(\varepsilon, n\omega_0)|^2]; \quad (2.11a)$$

$$\bar{A}_y \simeq \frac{4\pi^2}{m} \frac{d}{d\omega_0} [\omega_0 |\bar{V}_n(\varepsilon, n\omega_0)|^2]. \quad (2.12)$$

2. При анализе выражения для работы, связанной с поперечной (фазовой) группировкой осцилляторов, удобно представить (2.11a) в следующем виде:

$$\begin{aligned} \bar{A}_x \simeq & 4\pi^2 n^2 \omega_0 \left\{ \omega_0 \frac{\partial}{d\varepsilon} |\bar{U}_n(\varepsilon, n\omega_0)|^2 + \frac{d\omega_0}{d\varepsilon} \left[ |\bar{U}_n(\varepsilon, n\omega_0)|^2 + \right. \right. \\ & \left. \left. + \omega_0 \frac{\partial}{d\omega_0} |\bar{U}_n(\varepsilon, n\omega_0)|^2 \right] \right\}. \end{aligned} \quad (2.11b)$$

\* Заметим, кстати, что для «классической» активной среды, рассмотренной в разделе 1, усредненный по распределению осцилляторов спектр переменной силы описывается функцией  $|\bar{E}(\omega')|^2 = \frac{|E_0|^2}{8\pi^2} \left[ \frac{1}{(\omega + \omega')^2 + \gamma^2} + \frac{1}{(\omega - \omega')^2 + \gamma^2} \right]$ , и формула (2.7) согласуется с выражением для мощности потерь энергии переменного поля в «классической» активной среде  $W = (\sigma'/2) |E_0|^2 = N\bar{A}_x$ .

\*\* В электронных приборах, где роль осцилляторов играют электроны, колеблющиеся в макроскопических статических полях, соотношение (2.9) имеет место, если время взаимодействия электронов с квазимонохроматическим высокочастотным полем значительно превышает период их колебаний.

В зависимости от типа осцилляторов, пространственной структуры и спектра переменного поля величина и знак работы  $\bar{A}_x$  определяются различными членами, входящими в соотношение (2.11б).

а) В системе осцилляторов с малой неизохронностью (малой величиной  $\left| \frac{d\omega_0}{d\varepsilon} \right|$ ) знак работы

$$\bar{A}_x \simeq 4\pi^2 n^2 \omega_0^2 \frac{\partial}{\partial \varepsilon} |\bar{U}_n(\varepsilon, n\omega_0)|^2 \quad (2.13)$$

существенным образом зависит от структуры переменного поля. В частности, работа однородной переменной силы над линейными (изохронными) осцилляторами ( $\frac{d\omega_0}{d\varepsilon} = 0$ ) всегда положительна [3]\*.

Если же переменное во времени поле является пространственно-неоднородным, знакопеременным на траектории колебаний частиц, то в среднем за период  $2\pi/\omega_0$  оно может оказывать на осцилляторы и тормозящее действие [21]; с квантовой точки зрения при недипольном взаимодействии изохронных осцилляторов с переменным полем становится возможным превышение вероятности индуцированного излучения над вероятностью индуцированного поглощения. Так, например, работа

$$\bar{A}_x = \pi^2 \bar{\omega}^2 |\bar{W}(\bar{\omega} - n\omega_0)|^2 \frac{d}{d\varepsilon} J_n^2(\varkappa a),$$

совершаемая в среднем над линейными осцилляторами полем бегущей волны с переменной амплитудой\*\*

$$U = W(t) \cos(\bar{\omega}t - \varkappa x), \quad W(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \bar{W}(\Omega) e^{i\Omega t} d\Omega,$$

может быть отрицательной, если амплитуда их колебаний  $a$  настолько велика, что аргумент  $\varkappa a$  функции Бесселя  $J_n(\varkappa a)$  превосходит по порядку величины индекс  $n$ ;  $J_n^2(\varkappa a)$  при  $\varkappa a \geq n$  перестает быть монотонно растущей функцией  $\varkappa a$ . Условие  $\bar{A}_x < 0$  может выполняться при взаимодействии между электромагнитной волной в достаточно плотной однородной среде и системой заряженных частиц, колеблющихся со сверхсветовой скоростью ( $\omega_0 a > \omega/\varkappa$ ), а также при взаимодействии осцилляторов с электромагнитным полем в сильно неоднородной среде (например, в двухпроводном волноводе с малым поперечным сечением [21]). Колеблющиеся частицы отдают свою энергию переменному полю в первом случае посредством «квазичеренковского» излучения, во втором случае — посредством переходного излучения.

\* Следует, однако, иметь в виду, что данное утверждение, вообще говоря, несправедливо по отношению к осцилляторам с несколькими степенями свободы. В частности, индуцированное излучение может преобладать над индуцированным поглощением в системе осцилляторов типа волчка [19]: воздействие однородного поля с частотой, близкой к частоте прецессии, приводит к увеличению кинетической и уменьшению потенциальной энергии таких осцилляторов, причем в целом энергия осцилляторов уменьшается. По существу, на этом эффекте основан принцип действия цилиндрического многорезонаторного магнетрона [20]; ближайшими квантовыми аналогами подобного рода классических приборов являются двухуровневые парамагнитные системы ([4], § 19, 41, 42).

\*\* Изменение амплитуды может быть связано, в частности, с конечностью времени пребывания осцилляторов в поле волны.

Описанный эффект имеет место и в системах неизохронных осцилляторов, помещенных в неоднородное переменное поле, однако при наличии достаточно большой неизохронности осцилляторов более существенными оказываются уже рассмотренные ранее (в разделе 1) механизмы, каждый из которых может приводить к преобладанию индуцированного излучения над индуцированным поглощением даже в тех случаях, когда переменное поле однородно.

б) Если производная от спектра переменной силы пренебрежимо мала:

$$\left| \omega_0 \frac{\partial}{\partial \omega_0} |\bar{U}_n(\varepsilon, n\omega_0)|^2 \right| \ll |\bar{U}_n(\varepsilon, n\omega_0)|^2, \quad (2.14)$$

знак работы поля над осцилляторами

$$\bar{A}_x \simeq 4\pi^2 n^2 \omega_0 \left[ \frac{d\omega_0}{d\varepsilon} |\bar{U}_n(\varepsilon, n\omega_0)|^2 + \omega_0 \frac{\partial}{\partial \varepsilon} |\bar{U}_n(\varepsilon, n\omega_0)|^2 \right] \quad (2.15)$$

может быть отрицательным при достаточно большой отрицательной производной  $\frac{d\omega_0}{d\varepsilon}$ , например, в системе осцилляторов с потенциальной

якой, имеющей «полочку» (рис. 3). Следует, однако, иметь в виду, что при резонансных условиях (2.9) и (2.10) соотношение (2.14) выполняется лишь в очень малой окрестности частоты, на которой  $\frac{\partial}{\partial \omega} |\bar{U}_n(\varepsilon, \omega)|^2 = 0$ .

в) На большей части интервала  $\overline{\Delta\omega}$ , удовлетворяющего условию (2.9), где  $\frac{\partial}{\partial \omega} |\bar{U}_n(\varepsilon, \omega)|^2$  порядка  $|\bar{U}_n(\varepsilon, \omega)|^2/\overline{\Delta\omega}$ , имеет место соотношение

$$\omega_0 \left| \frac{\partial}{\partial \omega_0} |\bar{U}_n(\varepsilon, n\omega_0)|^2 \right| \gg |\bar{U}_n(\varepsilon, n\omega_0)|^2, \quad (2.16)$$

обратное (2.14). Если при этом

$$\left| \frac{\partial}{\partial \varepsilon} |\bar{U}_n(\varepsilon, n\omega_0)|^2 \right| \ll \left| \frac{d\omega_0}{d\varepsilon} \frac{\partial}{\partial \omega_0} |\bar{U}_n(\varepsilon, n\omega_0)|^2 \right|, \quad (2.17)$$

то выражение (2.11б) для работы  $\bar{A}_x$  может быть приближенно записано в виде

$$\bar{A}_x \simeq 4\pi^2 n^2 \omega_0^2 \frac{d\omega_0}{d\varepsilon} \frac{\partial}{\partial \omega_0} |\bar{U}_n(\varepsilon, n\omega_0)|^2. \quad (2.18)$$

Как отсюда следует,  $\bar{A}_x < 0$ , если

$$\frac{d\omega_0}{d\varepsilon} \frac{\partial}{\partial \omega_0} |\bar{U}_n(\varepsilon, n\omega_0)|^2 < 0. \quad (2.19)$$

Спектр переменной силы  $|\bar{U}_n(\varepsilon, \omega)|^2$  имеет большую производную (условие (2.17)) при длительном воздействии квазимонохроматического поля на осцилляторы, что при большой величине  $|d\omega_0/d\varepsilon|$  приводит к преобладанию квадратичной группировки осцилляторов над их линей-

ной группировкой (раздел 1)\*. Условие (2.19), аналогичное (1.17), обеспечивает соотношение между фазой переменного поля и фазой образовавшегося сгустка осцилляторов, благоприятное для отбора энергии у колеблющихся частиц. С квантовой точки зрения этот эффект обусловлен уже отмечавшейся в первом разделе неэквидистантностью энергетических уровней неизохронных осцилляторов.

3. Рассмотрим выражение (2.12) для работы  $\bar{A}_y$ , связанной с «продольной» (пространственной) группировкой осцилляторов. При резонансных условиях (2.9) и (2.10)

$$\bar{A}_y \simeq \frac{4\pi^2}{m} \omega_0 \frac{d}{d\omega_0} |\bar{V}_n(\varepsilon, n\omega_0)|^2. \quad (2.20)$$

Индукционное излучение преобладает над индуцированным поглощением, если

$$\frac{d}{d\omega_0} |\bar{V}_n(\varepsilon, n\omega_0)|^2 < 0. \quad (2.21)$$

Присутствие в выражении (2.20) производной от составляющей спектра переменной силы  $|\bar{V}_n(\varepsilon, n\omega_0)|^2$  связано с квадратичной пространственной группировкой осцилляторов: согласно (2.2),  $y$ -компоненты смещения осцилляторов при резонансе  $\omega = n\omega_0$  растет, как  $t^2$ , а при  $\omega \approx n\omega_0$  пропорциональна  $(\omega - n\omega_0)^{-2}$  [14]. Хотя пространственная группировка происходит лишь в случае недипольного взаимодействия осцилляторов с неоднородным переменным полем, однако в отличие от фазовой (раздел 1) она имеет второй порядок независимо от того, являются ли осцилляторы изохронными или неизохронными. Условие (2.21) обеспечивает образование сгустка частиц с такой фазой колебаний, при которой действие поперечной компоненты силы  $-\nabla[(y - y^{(0)}) V(x, t)]$  приводит к уменьшению энергии осцилляторов [14].

При квантовой интерпретации выражения (2.12) (см. Приложение) проще всего считать, что в исходном состоянии частицы обладают минимальной «продольной» энергией ( $\lambda = 0$ ). Тогда на частоте  $n\omega_0 - \omega_1$  происходит только индуцированное излучение, а на частоте  $n\omega_0 + \omega_1$  только индуцированное поглощение. Разница между этими частотами и объясняет (в пределе при  $\omega_1 \rightarrow 0$ ) зависимость знака работы переменного поля над осцилляторами от знака производной  $\frac{d}{d\omega} |\bar{V}_n(\varepsilon, \omega)|^2$  в окрестности  $\omega = n\omega_0$ .

4. Исследование простейшей модели (уравнения (2.1), (2.2)) не позволяет, естественно, рассмотреть все возможные механизмы индуцированного излучения классических осцилляторов. К числу эффектов, не затронутых в рамках принятых ограничений, относятся, в частности, индуцированное излучение осцилляторов, движущихся со сверхсветовой скоростью в среде (при аномальном эффекте Допплера) [22], а также отрицательное поглощение энергии осцилляторами типа волчка на частоте прецессии (см. сноску на стр. 1425). Существенно, что эти эффекты

\* В работе [3], посвященной исследованию модели осцилляторов с одной степенью свободы, не было рассмотрено влияние неоднородности спектра переменной силы на характер индуцированных радиационных процессов. Это привело авторов к неверному выводу о практической невозможности преобладания индуцированного излучения над индуцированным поглощением в системе моноэнергетических возбужденных классических осцилляторов.

имеют место даже в тех случаях, когда исходная колебательная энергия частиц равна нулю.

С другой стороны, сравнительно подробно рассмотренные здесь механизмы группировки и индуцированного излучения присущи достаточно широкому классу возбужденных классических осцилляторов. Так, в системах неизохронных осцилляторов независимо от их конкретной реализации при достаточно длительном резонансном воздействии переменного монохроматического поля всегда преобладает квадратичная группировка или, с квантовой точки зрения, оказывается существенной разница между частотами, на которых происходит индуцированное излучение и индуцированное поглощение. То же может иметь место и при недипольном взаимодействии переменного поля с системой любых, в том числе изохронных, возбужденных осцилляторов.

### 3. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ В «КЛАССИЧЕСКОЙ» АКТИВНОЙ СРЕДЕ

Ряд общих особенностей взаимодействия ансамблей возбужденных классических осцилляторов с переменными полями можно исследовать, рассматривая электромагнитные явления в простейших электродинамических системах, содержащих «классическую» активную среду, проводимость которой была вычислена в первом разделе. Системы подобного рода могут моделировать работу усилителей и генераторов, основанных на индуцированном излучении колеблющихся электронов, а также процессы в неравновесной магнитоактивной плазме [13, 17], ограниченных плазменных образованиях [23] и т. п.

1. Рассмотрим задачу о самовозбуждении колебаний в резонаторе, заполненном «классической» активной средой. Будем для простоты считать, что резонатор представляет собой обычный колебательный контур с сосредоточенными индуктивностью  $L$ , сопротивлением  $R$  и емкостью  $C$ . Предположим, что среда с диэлектрической проницаемостью, определяемой соотношениями (1.8), (1.9), заполняет конденсатор колебательного контура, так что его емкость равна  $\epsilon C_0$ , где  $C_0$  — емкость пустого конденсатора. Считая, что сопротивление контура достаточно мало ( $cR \ll \sqrt{L/C_0}$ ,  $c$  — скорость света), а среда является разреженной ( $4\pi|\sigma| \ll \omega$ ), уравнение для собственных частот системы

$$\omega^2 - i\omega(Rc^2/L) - (c^2/LC) = 0 \quad (3.1a)$$

можно преобразовать к виду

$$\omega - \omega_s - i\nu_s = 2\pi i\sigma, \quad (3.1b)$$

где  $\omega_s = c(LC_0)^{-1/2}$  и  $\nu_s = c^2R/2L$  — частота и декремент колебаний «холодного» резонатора.

Для существования в резонаторе незатухающих колебаний, очевидно, необходимо, чтобы потери в сопротивлении  $R$  были скомпенсированы притоком энергии из «классической» активной среды:  $\nu_s \leq -2\pi\sigma$ . В частности, колебания с действительной частотой (стартовый режим) имеют место при условиях

$$\omega - \omega_s = -2\pi\sigma'', \quad \nu_s = -2\pi\sigma'. \quad (3.2)$$

В случае достаточно длительного резонансного взаимодействия осцилляторов с переменным полем, когда «линейная» часть проводимости пренебрежимо мала ( $|\sigma_1| \ll |\sigma_2|$ ), плотность осцилляторов, необходимая для возникновения электромагнитных колебаний, минимальна при

$$\omega_s - n\omega_0 = (3\pi B/4v^2) - (v/\sqrt{3}) \operatorname{sgn} \left( \frac{d\omega_0}{d\varepsilon} \right) \text{ и определяется соотношением}$$

$$v^2 v_s = (3\pi\sqrt{3}/4) |B|. \quad (3.3)$$

В электронных генераторах  $v^{-1}$  имеет смысл времени пролета осциллирующих электронов через резонатор, так что принятное выше ограничение на  $v$  эквивалентно ограничению сверху на поступательную скорость и ограничению снизу на длину области взаимодействия электронов с высокочастотным полем. При  $v \rightarrow 0$ , что соответствует бесконечному времени пребывания электронов в резонаторе, электромагнитные колебания самовозбуждаются при сколь угодно малой величине электронной концентрации [24]. Отметим, что в отличие от квантовых генераторов, где стартовая плотность активного вещества обратно пропорциональна первой степени времени жизни возбужденных состояний [4], концентрация «классической» активной среды, входящая в стартовое условие (3.3), оказывается обратно пропорциональной квадрату среднего времени жизни осцилляторов.

2. Исследуем распространение плоской электромагнитной волны  $E = E_0 \exp(i\omega t - ikr)$ ,  $H = H_0 \exp(i\omega t - ikr)$  в однородной «классической» активной среде. При действительной частоте  $\omega$  волновое число

$$k = \frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon} = \frac{\omega}{c} \left( 1 - i \frac{4\pi\sigma}{\omega} \right)^{1/2} \quad (3.4)$$

является в общем случае комплексным. В частности, в разреженной среде, где  $4\pi|\sigma| \ll \omega$ ,

$$\operatorname{Im} k = -(2\pi/c)\sigma'. \quad (3.5)$$

Соответствующее пространственное распределение поля вдоль направления распространения волны может быть либо экспоненциально убывающим (при  $\sigma' > 0$ ), либо экспоненциально нарастающим (при  $\sigma' < 0$ ). В среде, состоящей из осцилляторов с достаточно большим временем жизни, наибольшее усиление волны имеет место при резонансном условии  $\omega - n\omega_0 = -(v/\sqrt{3}) \operatorname{sgn} \left( \frac{d\omega_0}{d\varepsilon} \right)$ , когда пространственный инкремент поля равен  $\operatorname{Im} k = (3\pi\sqrt{3}/4c) (|B|/v^2)$ .

Подобная система может служить моделью усилителя, в котором волна, распространяющаяся в волноводной системе, взаимодействует с поперечным потоком колеблющихся электронов (лампа с поперечным током).

3. Усиление высокочастотного сигнала может происходить также и в среде, состоящей из возбужденных осцилляторов, совершающих равномерное поступательное движение. Если поступательная скорость частиц  $v_0$  является нерелятивистской ( $v_0 \ll c$ ) и перпендикулярна их колебательной скорости, проводимость среды по отношению к поперечной электромагнитной волне, распространяющейся вдоль потока осцилляторов, получается из (1.8) заменой  $\omega \rightarrow \omega - kv_0$ , учитывающей допплеровскую разность частот волны в лабораторной системе отсчета и в системе отсчета, движущейся вместе с потоком.

Волновые числа  $k$ , определяемые соотношением (3.4), и в этом случае являются комплексными. В частности, если среда является разреженной и состоит из осцилляторов с бесконечным «временем жизни»

( $\gamma=0$ ), то при резонансном условии  $|\omega - kv_0 - n\omega_0| \ll \omega_0$  соотношение (3.4) приобретает вид

$$(k - k_0)(k - k_n)^2 = -k_0^3 C^3 = -k_0^3 \left(\frac{2\pi B}{\omega^3}\right) \left(\frac{c}{v_0}\right)^2 \quad (3.6)$$

( $k_0 = \omega/c$ ,  $k_n v_0 = \omega - n\omega_0$ ), аналогичный дисперсионному уравнению для усилителя с бегущей волной и прямолинейным потоком свободно движущихся электронов (ЛБВ типа «O») [25], а также уравнению, описывающему «пучковую» неустойчивость в плазме [26]. Заметим, однако, что, в отличие от последних двух случаев и от неустойчивости в потоке осцилляторов при аномальном эффекте Допплера [22], амплитуда электромагнитной волны, удовлетворяющей (3.6), может нарастать при любом соотношении поступательной скорости осцилляторов и фазовой скорости волны, в том числе (если  $n > 0$ ) и на нормальных допплеровских частотах ( $\omega > kv_0$ ).

#### 4. НЕЛИНЕЙНЫЕ ЭФФЕКТЫ В «КЛАССИЧЕСКОЙ» АКТИВНОЙ СРЕДЕ

1. Вернемся к задаче о поведении системы возбужденных осцилляторов в однородном электромагнитном поле. Однако, в отличие от первого раздела, теперь не будем полагать амплитуду поля сколь угодно малой и, следовательно, в выражении для переменного тока, возникающего под воздействием этого поля, не будем ограничиваться первым членом разложения по степеням амплитуды поля.

Таким образом, речь пойдет о нелинейных эффектах в «классической» активной среде при наличии только фазовой группировки неизохронно колеблющихся частиц. Поскольку с помощью линейной теории удалось показать, что активная часть проводимости такой среды может быть отрицательной, изучение ее нелинейных свойств приобретает практический интерес: нелинейная теория может ответить, в частности, на вопрос об эффективности индуцированного излучения («выходе» излучения) и указать степень целесообразности использования его для усиления и генерирования электромагнитных колебаний. Не касаясь всей совокупности эффектов, возникающих в «классической» активной среде в случае конечной амплитуды действующего на нее поля, остановимся лишь на двух из них.

Одним из нелинейных эффектов является зависимость проводимости от амплитуды поля на частоте электромагнитных колебаний — эффект «насыщения». Это явление и будет рассмотрено прежде всего, так как именно оно определяет эффективность индуцированного излучения.

2. Исходя из предположений, сделанных в первом разделе относительно модели «классической» активной среды, запишем плотность индуцированного тока в виде, аналогичном (1.6):

$$j = -eN \int_0^\infty g(\tau) \left( \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \dot{x} d\varphi_0 \right) d\tau. \quad (4.1)$$

Движение частиц будем описывать уравнением (1.1), а переменное электрическое поле представим как

$$E = E_0 e^{i\omega t} + E_0^* e^{-i\omega t}.$$

Так как совокупность осцилляторов представляет собой нелинейную систему, то возникающий в ней под действием монохроматического поля

ток содержит, вообще говоря, бесконечное число гармоник частоты  $\omega$ . Проводимость среды на первой гармонике в соответствии с (4.1) имеет вид

$$\sigma = -eN|E_0|^{-2} \int_0^\infty g(\tau) \left[ \frac{1}{4\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \dot{x} E_0^* e^{-i\omega t} d(\omega t) d\varphi_0 \right] d\tau. \quad (4.2)$$

Естественно сразу обратиться к рассмотрению случая, когда «время жизни» осцилляторов существенно превышает период их колебаний, а частота переменного поля приближенно равна частоте колебаний осцилляторов либо одной из ее гармоник (см. п. 4 первого раздела). Тогда отыскание нелинейной проводимости может быть существенно упрощено при условии, что амплитуда поля не слишком велика, в связи с чем энергия каждого из осцилляторов мало изменяется за период их колебаний. Эти допущения позволяют воспользоваться методом усреднения [27].

Из (4.2) и (1.1) путем замены переменных

$$x = x^{(0)}(\mathcal{E}, \varphi), \quad \dot{x} = \omega_0(\mathcal{E}) \frac{\partial x^{(0)}}{\partial \varphi},$$

в которой зависимость  $x^{(0)}$  и  $\omega_0$  от энергии  $\mathcal{E}$  и фазы  $\varphi$  осциллятора такая же, как и в решении однородного уравнения (1.1) (см. п. 1 раздела 1), получим соотношение

$$\sigma = -eN|E_0|^{-2} \int_0^\infty g(\tau) \left[ \frac{1}{4\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \omega_0 \frac{\partial x^{(0)}}{\partial \varphi} E_0^* e^{-i\omega t} d(\omega t) d\varphi_0 \right] d\tau$$

и пару уравнений для энергии и фазы осциллятора [28]:

$$\dot{\mathcal{E}} = -e\omega_0 \frac{\partial x^{(0)}}{\partial \varphi} E(t), \quad \dot{\varphi} - \omega_0 = e\omega_0 \frac{\partial x^{(0)}}{\partial \mathcal{E}} E(t).$$

Поскольку  $x^{(0)}(\mathcal{E}, \varphi)$  — периодическая функция фазы и справедливо соотношение (1.3), при выполнении условия резонанса на  $n$ -ой гармонике колебаний осцилляторов ( $\omega \approx n\omega_0$ ), согласно первому приближению метода усреднения, будем иметь

$$\sigma = -eN|E_0|^{-2} \int_0^\infty g(\tau) \left[ \frac{1}{4\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} n\omega_0 \frac{\partial}{\partial \vartheta} (x_n^* E_0^* e^{i\vartheta}) d(\omega t) d\varphi_0 \right] d\tau; \quad (4.3)$$

$$\dot{\mathcal{E}} = -2en\omega_0 \operatorname{Re} \left[ \frac{\partial}{\partial \vartheta} (x_n E_0 e^{-i\vartheta}) \right], \quad (4.4)$$

$$\dot{\vartheta} + \omega - n\omega_0 = 2en\omega_0 \operatorname{Re} \left[ \frac{\partial}{\partial \mathcal{E}} (x_n E_0 e^{-i\vartheta}) \right].$$

Здесь введена медленно меняющаяся фаза  $\vartheta = n\varphi - \omega t = n\varphi - \omega\tau - \omega t_0$ ; в (4.4) точки означают дифференцирование по  $\tau$ .

Энергия осциллятора  $\mathcal{E}$  и фаза  $\vartheta$ , найденные из (4.4), зависят от  $\tau$ , а также от значений  $\mathcal{E}$  и  $\vartheta$  при  $\tau=0$ :  $\mathcal{E}(0)=\mathcal{E}_0$ ,  $\vartheta(0)=\vartheta_0 = n\varphi_0 - \omega t_0$ . Поэтому в (4.3) интегрирование по  $\varphi_0$  можно заменить интегрированием по  $\vartheta_0$ , а так как, кроме того, подынтегральное выражение в (4.3) зави-

сит от  $t$  лишь через  $t_0 = t - \tau$ , то  $\sigma$  можно окончательно представить в виде

$$\sigma = -eN|E_0|^{-2} \int_0^\infty g(\tau) \left[ \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} n\omega_0 \frac{\partial}{\partial\theta} (x_n^* E_0^* e^{i\theta}) d\theta_0 \right] d\tau. \quad (4.5)$$

3. Вычисление проводимости среды, зависящей в данном случае не только от частоты, но и от амплитуды поля, связано с интегрированием системы нелинейных уравнений (4.4), которое в некоторых частных случаях может быть осуществлено в аналитической форме.

Действительно, система (4.4) имеет интеграл

$$2e \operatorname{Re} \{ (x_n E_0 e^{-i\theta}) - [x_n(\varepsilon_0) E_0 e^{-i\theta_0}] \} = \int_{\varepsilon_0}^{\varepsilon} [(\omega/n\omega_0) - 1] d\varepsilon, \quad (4.6)$$

представляющий собой уравнение фазовых траекторий на цилиндре  $\varepsilon, \theta$ . С помощью (4.6) из первого уравнения (4.4) удается получить уравнение первого порядка для  $\varepsilon$ :

$$\dot{\varepsilon} = -n\omega_0 \left\{ (2e|x_n E_0|)^2 - \left[ 2e \operatorname{Re} [x_n(\varepsilon_0) E_0 e^{-i\theta_0}] + \int_{\varepsilon_0}^{\varepsilon} [(\omega/n\omega_0) - 1] d\varepsilon \right]^2 \right\}^{1/2}. \quad (4.7)$$

В свою очередь, проводимость  $\sigma$  может быть выражена непосредственно через  $\varepsilon$ . Если в (4.5) разделить действительную и мнимую части ( $\sigma = \sigma' + i\sigma''$ ) и воспользоваться первым уравнением (4.4) и интегралом (4.6), то нетрудно получить

$$\begin{aligned} \sigma' &= -N(2|E_0|)^{-2} \int_0^\infty \frac{dg(\tau)}{d\tau} \left[ \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (\varepsilon - \varepsilon_0) d\theta_0 \right] d\tau, \\ \sigma'' &= -N(2|E_0|)^{-2} \int_0^\infty g(\tau) \left[ \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_{\varepsilon_0}^{\varepsilon} \left( \frac{\omega}{n\omega_0} - 1 \right) d\varepsilon d\theta_0 \right] d\tau. \end{aligned} \quad (4.8)$$

Первое из соотношений (4.8) очевидно и является следствием закона сохранения энергии.

В простейшем, но практически важном случае не слишком сильной неизохронности осцилляторов, когда в (4.4)—(4.8) естественно полагать зависимость  $\omega_0$  от  $\varepsilon$  линейной и учитывать ее лишь в разности  $\omega - n\omega_0$ , а  $x_n$  считать пропорциональным  $\varepsilon^{n/2}$ , при  $n = 1, 2, 3, 4$  уравнение (4.7) дает зависимость  $\varepsilon$  от  $\tau$  в виде эллиптических функций. Однако этого недостаточно для нахождения  $\sigma$ , так как в (4.8) возникают трудности при интегрировании по  $\theta_0$ .

Этот пример свидетельствует о том, что нахождение нелинейной проводимости «классической» активной среды практически возможно лишь путем численного интегрирования уравнений (4.4), (4.5).

4. Приведем некоторые результаты численного исследования нелинейной проводимости системы неизохронных возбужденных осцилляторов.

Допустим, что

$$x_n = (\varepsilon/\varepsilon_0)^{n/2} x_n(\varepsilon_0),$$

$$\omega_0 = \omega_0(\varepsilon_0) + \left( \varepsilon_0 \frac{\partial \omega_0(\varepsilon_0)}{\partial \varepsilon_0} \right) \left( \frac{\varepsilon - \varepsilon_0}{\varepsilon_0} \right),$$

причем, для определенности,  $\frac{\partial \omega_0(\varepsilon_0)}{\partial \varepsilon_0} < 0$ , а зависимость  $\omega_0$  от  $\varepsilon$  слабая, т. е.  $\left( \frac{\varepsilon_0}{\omega_0(\varepsilon_0)} \left| \frac{\partial \omega_0(\varepsilon_0)}{\partial \varepsilon_0} \right| \right) \ll 1$ , и ее следует учитывать лишь в разности  $\omega - n\omega_0$ . Предположим также отсутствие разброса осцилляторов по «временам жизни»:

$$g(\tau) = \begin{cases} 1/T & (0 < \tau \leq T) \\ 0 & (\tau > T) \end{cases}.$$

Тогда, вводя безразмерные переменные и параметры

$$w = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}, \quad \zeta = \tau n \varepsilon_0 \left| \frac{\partial \omega_0(\varepsilon_0)}{\partial \varepsilon_0} \right|, \quad \zeta_T = \zeta(T),$$

$$\Delta = [\omega - n\omega_0(\varepsilon_0)] / \left( n \varepsilon_0 \left| \frac{\partial \omega_0(\varepsilon_0)}{\partial \varepsilon_0} \right| \right), \quad F = - \left( \frac{e x_n(\varepsilon_0) E_0}{\varepsilon_0} \right) \times$$

$$\times \left( \omega_0(\varepsilon_0)/\varepsilon_0 \left| \frac{\partial \omega_0(\varepsilon_0)}{\partial \varepsilon_0} \right| \right),$$

$$\alpha = \frac{1}{T} (e^2 N |x_n(\varepsilon_0)|^2 / 2\varepsilon_0) \left( \omega_0(\varepsilon_0)/\varepsilon_0 \left| \frac{\partial \omega_0(\varepsilon_0)}{\partial \varepsilon_0} \right| \right)^2,$$

перепишем систему уравнений (4.4) и выражение для проводимости (4.5) в виде

$$\frac{dw}{d\zeta} = 2 \operatorname{Re} \frac{\partial}{\partial \vartheta} (w^{n/2} F e^{-i\vartheta}),$$

$$\frac{d\vartheta}{d\zeta} + \Delta + w - 1 = - 2 \operatorname{Re} \frac{\partial}{\partial w} (w^{n/2} F e^{-i\vartheta}),$$

$$w(0) = 1, \quad \vartheta(0) = \vartheta_0 \quad (0 \leq \vartheta_0 < 2\pi), \quad (4.9)$$

$$\sigma = - \frac{\alpha |F|^{-2}}{\pi} \int_0^{2\pi} \left[ \int_0^{\zeta_T} \frac{\partial}{\partial \vartheta} (w^{n/2} F^* e^{i\vartheta}) d\zeta \right] d\vartheta_0.$$

Исчерпывающее численное исследование (4.9)\*, несмотря на упрощения исходной системы уравнений, затруднительно в силу его громоздкости, обусловленной зависимостью проводимости на каждой из гармоник частоты колебаний осцилляторов  $n\omega_0$  от трех параметров  $\zeta_T$ ,  $\Delta$ ,  $F$ . Поэтому укажем лишь область параметров, соответствующую максимальной эффективности индуцированного излучения, и значения величины

\* Некоторые результаты аналитического и численного исследования системы уравнений, подобной (4.9), в случае  $n = 2$  получены в [7] при рассмотрении теории строфотрона.

$$\eta = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} [1 - w(\zeta_T)] d\theta_0,$$

характеризующей «выход» излучения (коэффициент полезного действия) системы возбужденных осцилляторов.

В таблице 1 приведены полученные в результате расчетов на ЭЦВМ максимальные для каждой из первых пяти гармоник значения  $\eta_{\max}$ , а также соответствующие им приближенные значения параметров  $\zeta_T$ ,  $\Delta$  и величины  $\sigma'$ , пропорциональной реальной части проводимости:  $\sigma' = -\alpha \hat{\sigma}'$ .

Таблица 1

$n$	$\eta_{\max}$	$\zeta_T$	$\Delta$	$\hat{\sigma}'$
1	0,415	7,5	0,60	21,5
2	0,295	7,5	0,55	17,5
3	0,215	10,0	0,40	40,0
4	0,170	12,5	0,33	67,5
5	0,140	17,5	0,25	134,0

На рис. 5 для первых четырех гармоник дана зависимость «выхода» излучения «классической» активной среды от величины  $\sigma'$  при фиксированном (указанном в таблице 1) значении параметра  $\zeta_T$ . Параметр  $\Delta$  при каждом  $\sigma'$  выбран так, чтобы  $\eta$  достигал наибольшего из возможных значений.

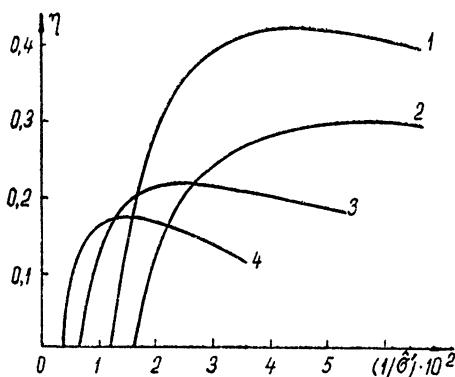


Рис. 5. КПД индуцированного излучения, оптимизированный по  $\Delta$  при каждом из значений  $\hat{\sigma}'$ :

1 —  $n = 1$ ,  $\zeta_T = 7,5$ ; 2 —  $n = 2$ ,  $\zeta_T = 7,5$ ; 3 —  $n = 3$ ,  $\zeta_T = 10$ ; 4 —  $n = 4$ ,  $\zeta_T = 12,5$ .

Форма, в которой представлены здесь результаты численных расчетов эффективности индуцированного излучения «классической» активной среды, удобна для расчета автоколебаний в контуре с заполненным этой средой конденсатором (см. п. 1 третьего раздела). Выбирая надлежащим образом величину  $\sigma'$  и зная добротность контура, с помощью второго из уравнений (3.2) нетрудно найти  $\alpha$  и, следовательно, концентрацию осцилляторов, необходимую для обеспечения колебаний с определенным «выходом» излучения.

5. Эффективность индуцированного излучения рассмотренной системы неизохронных осцилляторов оказывается несколько меньшей, чем

теоретически рассчитываемый выход индуцированного черенковского и переходного излучений в ЛБВ и клистроне. Однако в этих приборах на электроны действует поле, амплитуда которого нарастает с увеличением времени пребывания электрона в системе.

Если предположить, что на каждый из осцилляторов действует переменная сила, амплитуда которой нарастает с увеличением  $\tau$ , то можно получить существенное увеличение «выхода» индуцированного излучения. Например, при линейном по  $\tau$  нарастании амплитуды, как показывает численный расчет,  $\eta_{\max}$  увеличивается в случае  $n = 2$  не менее, чем до 0,65. Аналогичное явление имеет место и в системе, где осуществляется взаимодействие осцилляторов с электромагнитной волной, распространяющейся в направлении поступательного движения осцилляторов (усилитель с бегущей волной; см. п. 3 раздела 3). Теория таких систем рассматривается, в частности, в [29]. Численный расчет по уравнениям этой работы дает значение  $\eta_{\max}$ , более 0,7 при  $n = 1$ .

6. Как и во всякой нелинейной системе, в «классической» активной среде должно происходить умножение частоты. Не касаясь энергетической стороны вопроса, на простом примере покажем, что плотность тока (4.1) содержит гармоники частоты действующего на осцилляторы монохроматического поля.

Представляя плотность тока, индуцированного в среде, в виде

$$j = \sum_{l=-\infty}^{\infty} j_l \exp(il\omega t),$$

из (4.1), применяя, как и в п. 2, метод усреднения при условии  $\omega \approx n\omega_0$ , найдем

$$j_l = -eN \int_0^\infty g(\tau) \left[ \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} n\omega_0 \frac{\partial}{\partial \vartheta} (x_{(ln)}^* e^{i\vartheta}) d\vartheta_0 \right] d\tau. \quad (4.10)$$

Допустим далее, что поле действует на каждый из осцилляторов в течение короткого промежутка времени  $\tau_n$  ( $|\omega - n\omega_0| \tau_n \ll 2\pi$ , но  $\omega \tau_n \gg 2\pi$ ), за который энергия и фаза осцилляторов меняются незначительно; в оставшееся время они колеблются свободно\*. Это позволяет из уравнений (4.4) в первом приближении по параметру  $|E_0| \tau_n$  легко найти энергию, а затем и фазу осцилляторов. Подставляя результат в (4.10), получим

$$j_l = -ieNln\omega_0(\xi_0)x_{(ln)}^*(\xi_0) \int_0^\infty g(\tau) J_l(X) \exp \{-i[\omega - n\omega_0(\xi_0)]\tau\} d\tau,$$

где  $J_l(X)$  — функция Бесселя  $l$ -го порядка,  $X = -2eln^2\omega_0(\xi_0) \frac{\partial\omega_0(\xi_0)}{\partial\xi_0} \times x_n(\xi_0) E_0 \tau_n$ , причем для простоты фаза поля выбрана так, чтобы параметр  $X$  был действительным.

Возбуждение гармоник тока в системе неизохронных возбужденных осцилляторов нетрудно объяснить «фазовой неустойчивостью» движения таких осцилляторов [14]. Небольшая первоначальная модуляция группы осцилляторов по энергии ведет с течением времени из-за не-

\* В рассматриваемом случае ситуация, по существу, эквивалентна той, которая имеет место в экспериментах по наблюдению «отклика» магнитоактивной плазмы или пучка электронов, вращающихся в магнитном поле, на короткий электромагнитный импульс [30, 31].

большого различия частот их колебаний к возникновению «большой» фазовой модуляции — образованию колеблющегося сгустка частиц, излучающего как на частоте модулирующего поля, так и на ее гармониках.

## 5. ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ИНДУЦИРОВАННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ВОЗБУЖДЕННЫХ ОСЦИЛЛЯТОРОВ ДЛЯ УСИЛЕНИЯ И ГЕНЕРИРОВАНИЯ МИКРОРАДИОВОЛН

Многообразие механизмов группировки и способов отбора энергии у возбужденных классических осцилляторов породило большое количество различных типов электронных вакуумных генераторов и усилителей, в которых используется взаимодействие высокочастотных полей с потоками электронов, движущихся по периодическим траекториям в макроскопических статических полях.

1. Фазовая селекция (отбор) колеблющихся электронов (см. сноску на стр. 1422) лежит в основе работы генераторов с положительной сеткой (генераторов Баркгаузена—Курца и Жилля—Морелля) [5, 32], магнетрона со сплошным анодом [33], фазохронных приборов [34—37], строфотрона Альфвена [6]\*. Обычный магнетрон с точки зрения принятой здесь классификации можно рассматривать как прибор, использующий индуцированное излучение осцилляторов типа волчка на частоте прецессии (см. сноску на стр. 1425). В усилителе электромагнитной волны, взаимодействующей с медленной циклотронной волной электронного пучка [25], используется индуцированное излучение осцилляторов на аномальных допплеровских частотах (раздел 2, п. 4). Индуцированное излучение изохронных (или почти изохронных) осцилляторов под действием высокочастотного поля, знакопеременного на траектории их колебаний (раздел 2, п. 2а), может быть использовано в строфотроне со специальным образом подобранный системой электродов [21].

2. Среди различных механизмов группировки возбужденных осцилляторов квадратичная фазовая группировка (раздел 1, пп. 5, 6; раздел 2, п. 2в) и квадратичная пространственная группировка (раздел 2, п. 3) занимают особое место. Они «универсальны» в том смысле, что неизохронные осцилляторы способны отдавать свою энергию полю практически произвольной структуры, а при наличии неоднородности переменного поля индуцированное излучение может преобладать над индуцированным поглощением в системе возбужденных осцилляторов с любой степенью неизохронности. Эта «универсальность» роднит соответствующие приборы вакуумной электроники — «электронные мазеры» — с принципиально квантовыми системами — мазерами и лазерами — и в то же время выделяет их среди сверхвысокочастотных усилителей и генераторов других типов (в том числе и упоминавшихся в п. 1), так как, с одной стороны, позволяет использовать самые разнообразные типы электродинамических систем — от квазистационарных колебательных контуров до квазиоптических волноводов и резонаторов, а с другой стороны, допускает применение относительно простых способов инжекции и удержания периодических электронных пучков.

Первое из отмеченных достоинств электронных мазеров особенно ощутимо в диапазоне миллиметровых и субмиллиметровых волн, где трудности изготовления и охлаждения замедляющих систем, резонаторов сложной формы (в частности, резонаторов с малыми зазорами)

\* Хотя механизм отбора «неправильнофазных» электронов является в этих приборах, как правило, преобладающим, заметную роль может играть и квадратичная фазовая группировка электронов, обусловленная неизохронностью их колебаний.

и т. д. препятствуют получению больших мощностей методами, с успехом применяемыми на более низких частотах. Вопрос же о выборе наиболее целесообразной конструкции электронно-оптической системы, служащей для удержания потока колеблющихся электронов, требует специального рассмотрения.

3. Статические поля, обеспечивающие осцилляторное движение электронов в электронных мазерах, можно разбить на три основные группы\*.

а) В однородном поле траектории электронов являются периодическими, если это поле магнитное (рис. 6а) или представляет собой комбинацию скрещенных магнитного  $H_0$  и электрического  $E_0$  полей при  $H_0 > E_0$  (рис. 6б). В первом случае электроны движутся по винтовым траекториям, вращаясь с циклотронной частотой

$$\omega_H = eH_0/mc.$$

Во втором случае электроны перемещаются в плоскости, перпендикулярной  $H_0$ , по квазитрохоидальным траекториям\*\* со средней поступательной скоростью  $v_0 = c [E_0 H_0]/H_0^2$  и, кроме того, могут совершать одновременно свободное движение вдоль магнитного поля; однако в экспериментальных электронных приборах со скрещенными полями параллельная  $H_0$  составляющая скорости электронов, как правило, пренебрежимо мала.

Благодаря зависимости массы электронов  $m = m_0[1 - (v/c)^2]^{-1/2}$  ( $m_0$  — масса покоя) от скорости  $v$  их колебания являются неизохронными. Полагая  $\omega \approx n\omega_H$  и, кроме того, в случае квазитрохоидального пучка считая  $v_0 \ll c$ , получаем следующую связь между величиной магнитостатического поля (в килоэрстедах) и длиной волны генерируемого (усиливаемого) излучения  $\lambda$ :

$$\lambda(cm) \simeq \frac{10,7}{nH_0(kE)} \left[ 1 - \left( \frac{v}{c} \right)^2 \right]^{-1/2}. \quad (5.1)$$

Электронные пучки, направляемые однородными статическими полями, находят применение в мазерах на циклотронном резонансе (раздел 6).

б) Примерами поперечно-неоднородных полей (зависящих только от координат, поперечных к направлению поступательного движения электронов) могут служить поле цилиндрического конденсатора (рис. 7а), используемое для центробежной электростатической фокуси-

\* Методы инъекции электронов, применяемые с целью «накачки» колебательной энергии в электронные пучки (для создания «инверсии населенности уровней» в системе осцилляторов), здесь не рассматриваются; этот вопрос достаточно полно освещен в цитируемой литературе.

\*\* С точки зрения системы отсчета, движущейся со скоростью  $v_0$ , скрещенные  $H_0$ - и  $E_0$ - поля представляют собой магнитное поле  $H'_0$ , под действием которого электроны, имеющие в этой системе отсчета постоянную массу  $m'$ , врачаются с частотой  $\omega'_H = eH'_0/m'c$ .

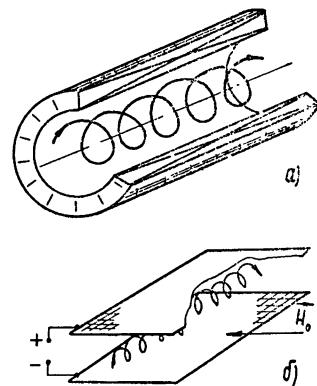


Рис. 6. Периодические электронные пучки, направляемые однородными полями:

а) винтовой пучок в однородном магнитном поле; б) трохоидальный пучок в скрещенных электрическом и магнитном полях

ровки (ЦЭФ), статическое поле строфотрона (рис. 76), поперечно-неоднородное магнитное поле и т. п.

В системах с ЦЭФ частота вращения электронов зависит от радиуса их траектории. В строфотроне колебания электронов могут быть неизохронными, если потенциальная электрическая яма является непарabolической, а также из-за релятивистской зависимости массы электронов от их скорости. В поперечно-неоднородном магнитном поле частота вращения электронов, движущихся по квазирхойдальным траекториям со средней поступательной скоростью, пропорциональной  $[H_0, \nabla H_0]/H_0^3$ , зависит от положения траектории ведущего центра, а с учетом релятивистских эффектов — и от вращательной энергии.

Частота колебаний электронов в поперечно-неоднородных электростатических полях (рис. 7) определяется величиной напряженности поля  $E_0$  и характерным размером его неоднородности  $L$ :

$$\omega_0 \sim (eE_0/mL)^{1/2}.$$

Полагая в качестве предельно допустимого значения  $E_0 \sim 10^5 \text{ в} \cdot \text{см}^{-1}$ , при  $\omega \simeq n\omega_0$  имеем

$$\lambda(\text{см}) \sim (15/n) \sqrt{L(\text{см})}. \quad (5.2)$$

Рис. 7. Периодические электронные пучки, направляемые поперечно-неоднородными полями:

- а) винтовой пучок в системе с ЦЭФ,  
б) плоский периодический пучок в строфотроне.

Для электронов, движущихся в поперечно-неоднородном магнитном поле, справедлива оценка (5.1).

К числу электронных мазеров с поперечно-неоднородными статическими полями относятся строфотрон [6, 7, 21, 38—40], а также приборы с ЦЭФ: гелиитрон [8, 41—45] и антиклистрон [9, 46].

в) В пространственно-периодических электрическом (рис. 8) и магнитном полях частота колебаний электронов пропорциональна отношению средней поступательной скорости электронов  $v_0$  к пространственному периоду поля  $D$ :

$$\omega_0 = 2\pi v_0/D,$$

поэтому изменение скорости  $v_0$  сопровождается изменением частоты  $\omega_0$ ; при  $\omega \simeq n\omega_0$

$$\lambda \simeq Dc/nv_0. \quad (5.3)$$

Теоретическому и экспериментальному исследованию взаимодействия таких пучков с высокочастотными полями посвящены, в частности, работы [47—53]; наибольший практический интерес представляет, по-видимому, убитрон [49, 50, 53] — мощный усилитель бегущей волны с периодической магнитной фокусировкой электронного потока.

4. Не все перечисленные электронно-оптические системы одинаково перспективны с точки зрения применения в мощных электронных ма-

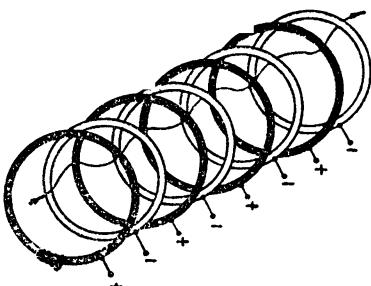
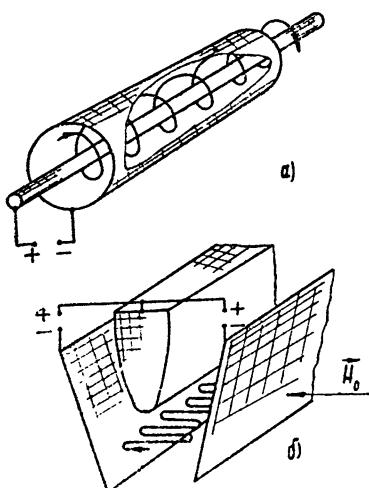


Рис. 8. Электронный пучок, направляемый периодическим электрическим полем.

зерах коротковолновой части сверхвысокочастотного диапазона волн. Поперечно-неоднородные электростатические поля не в состоянии удерживать достаточно мощные электронные потоки уже в диапазоне сантиметровых волн; так, в приборе с  $\lambda \sim 5$  см расстояние между электродами, согласно (5.2), при  $n = 1$  должно иметь величину порядка 1 мм.

Гораздо более высокие частоты могут быть достигнуты с помощью электронных мазеров, в которых применяется пространственно-периодическая фокусировка электронных потоков. Так, мощность убитрона в импульсном режиме составляет 1 Мвт в диапазоне  $\lambda \sim 2$  см [50] и соответственно 150 квт в диапазоне  $\lambda \sim 6$  мм [53]. Следует, однако, заметить, что преимущества убитрона перед обычными ЛБВ типа «О» не столь очевидны, как это кажется на первый взгляд. В диапазоне миллиметровых волн трудности создания периодической системы магнитов в значительной мере эквивалентны трудностям создания замедляющей системы, способной канализировать большую мощность.

Усилители и генераторы, в которых осцилляторное движение электронов происходит под действием однородных полей, представляются наиболее пригодными для получения больших мощностей в диапазоне миллиметровых, а возможно, и субмиллиметровых волн. Во всяком случае, применение соленоидов из сверхпроводящих сплавов, а также импульсных соленоидов дает возможность получать соответствующие магнитные поля в объемах, позволяющих использовать весьма интенсивные электронные потоки. Относительно подробный обзор работ, касающихся теоретического и экспериментального исследования электронных приборов с однородными статическими полями — мазеров на циклотронном резонансе (МЦР), содержится в следующем разделе.

## 6. ИНДУЦИРОВАННОЕ ЦИКЛОТРОННОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ И МАЗЕРЫ НА ЦИКЛОТРОННОМ РЕЗОНАНСЕ

1. Индуцированное излучение в активной среде, состоящей из электронов, вращающихся в магнитном поле (или скрещенных электрическом и магнитном полях), наблюдающееся на частотах, близких к циклотронной частоте или одной из ее гармоник, естественно называть индуцированным циклотронным излучением, а электронные приборы, в которых это излучение используется для усиления и генерирования микрорадиоволн, — мазерами на циклотронном резонансе (МЦР)\*.

Возможность индуцированного излучения в потоке электронов, вращающихся в магнитном поле, независимо и, фактически, одновременно была показана теоретически в работах [10, 12] (где рассмотрены пространственная [10] и фазовая [12] группировки на циклотронной частоте и ее гармониках и дана линейная теория индуцированного циклотронного излучения в волноводах с винтовыми и трохоидальными электронными пучками) и [11] (квазиклассическая теория фазовой группировки на циклотронной частоте). О наблюдении индуцированного циклотронного излучения (усилении бегущей электромагнитной волны в волноводе с винтовым электронным пучком) сообщалось в то же самое время в докладах [55, 56] и статье [57].

Вскоре были также опубликованы теоретические работы, посвященные исследованию неустойчивостей неравновесной магнитоактивной плазмы, обусловленных индуцированным циклотронным излучением [13, 58, 59], и анализу (классическим и квантовым способами) механизмов группировки вращающихся электронов в поле излучения [14].

\* Название «мазер на циклотронном резонансе» употребляется, по-видимому, впервые в [54] применительно к устройству, использующему для генерирования колебаний индуцированное циклотронное излучение в резонаторе.

**2.** В теории усилителей и генераторов микрорадиоволн, основанных на использовании индуцированного циклотронного излучения, первоначально наибольшее внимание привлекали задачи, связанные с исследованием взаимодействия электромагнитных волн в волноводах с винтовыми и трохоидальными электронными пучками, поступательная скорость электронов в которых направлена вдоль волновода (МЦР с бегущей волной). В известной мере это можно объяснить стремлением сохранить в новых приборах достоинства ЛБВ и ЛОВ, избавившихся в то же время от необходимости замедления электромагнитных волн.

Исследование распространения электромагнитных волн в волноводах, заполненных классической активной средой, роль которой играет поток электронов, движущихся по криволинейным пространственно-периодическим траекториям (в частности, винтовым или трохоидальным), связано с большими трудностями, обусловленными необходимостью учета пространственной дисперсии. Однако, если концентрация электронов (плотность тока пучка) мала, то возмущением поперечной структуры нормальных волн волновода можно пренебречь; используя близость нормальных волн волновода, пронизываемого электронным потоком, нормальным волнам «холодного» волновода, сравнительно несложно получить приближенное дисперсионное уравнение, связывающее новые продольные волновые числа (постоянные распространения) с частотой. При этом нет необходимости вычислять проводимость электронного потока (хотя в указанном приближении это можно сделать [18], следуя [60]) — дисперсионное уравнение может быть получено, как это обычно делается в теории ЛБВ [25], в результате совместного решения линеаризованных уравнений, описывающих возмущения в движении электронов, накладываемые электромагнитной волной с заданной поперечной структурой и произвольной медленно меняющейся вдоль волновода амплитудой, и уравнения для амплитуды волны, возбуждаемой в волноводе электронами, движущимися по возмущенным траекториям.

Согласно [61], амплитуду  $V_s$  поля электромагнитной волны, возбуждаемой в бесконечно длинном волноводе без потерь тонким электронным пучком, удобно приближенно выразить непосредственно через  $r_{\tau}^{(1)}$  — комплексную амплитуду смещения электронов с невозмущенной траекторией:

$$V_s \simeq \frac{i \omega I_0}{N_s} \int_0^{\tau} (r_{\tau}^{(1)} G_s^*) d\tau. \quad (6.1)$$

В (6.1) \*  $I_0$  — постоянная составляющая тока пучка;  $N_s$  — норма волны [63];  $r_{\tau}^{(1)}$  зависит от времени пролета электрона  $\tau = t - t_0$  ( $t_0$  — момент появления электрона в волноводе) и считается малой по сравнению с характерным размером неоднородности поля электромагнитной волны;  $G_s = E_s + \left[ \frac{v^{(0)}}{c} H_s \right]$ ;  $E_s$  и  $H_s$  — выраженные через  $\tau$  значения функций распределения полей нормальной волны «холодного» волновода на невозмущенной траектории электрона;  $v^{(0)}$  — невозмущенная скорость электрона.

В случае слаборелятивистских винтовых или трохоидальных электронных пучков решение линеаризованных уравнений движения электрона под действием статических полей и высокочастотной силы Ло-

\* Другое, эквивалентное (6.1), выражение для  $V_s$  получено в [62].

рентца, пропорциональной  $V_s G_s$ , с учетом (6.1) позволяет получить приближенное дисперсионное уравнение [10, 12, 64, 65]

$$\delta^2(\delta - \xi) = -C^3, \quad (6.2)$$

где

$$C = \left( \frac{I_0 h_e}{2U_0 h_s^3 N_s} \right)^{1/3} [ |(G_{sn})_{\parallel}|^2 - \beta_{\perp}^2 |(G_{sn})_{\perp}|^2 ]^{1/3},$$

$U_0 = mv_0^2/2e$ ;  $h_e = \omega/v_0$ ;  $\beta_{\perp} = v_{\perp}/c$ ;  $v_0$ ,  $v_{\perp}$  — скорости поступательного и вращательного движений электронов;  $h_s$  — постоянная распространения волн при отсутствии пучка;  $G_{sn} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} G_s \exp(ih_s v_0 \tau + in\omega_H \tau) d\omega_H \tau$ ; знач-

ками  $\parallel$  и  $\perp$  при  $G_{sn}$  отмечены проекции этого вектора на направления постоянного магнитного поля и вращательного движения электрона. Входящие в (6.2) безразмерная поправка к волновому числу  $\delta$  и расстройка  $\xi$  определяются соотношениями

$$\begin{aligned} \delta &= (h - h_e + nh_H)/h_s, \quad |\delta| \ll 1, \\ \xi &= (h_s - h_e + nh_H)/h_s, \quad |\xi| \ll 1, \end{aligned} \quad (6.3)$$

указывающими на предположенный при выводе (6.2) синхронизм электромагнитной волны с электронным пучком на  $n$ -ой гармонике циклотронной частоты, т. е. близость частоты  $\omega$  (с учетом допплеровской поправки)  $n$ -ой гармонике  $\omega_H$  ( $h$  — постоянная распространения волны в волноводе с пучком,  $h_H = \omega_H/v_0$ ).

Сходство уравнения (6.2) с дисперсионным уравнением ЛБВ типа «O» избавляет от необходимости специального исследования свойств усилителей и генераторов с винтовыми и трохоидальными пучками\*. Взаимодействие криволинейных пучков с электромагнитными волнами, описываемое уравнениями типа (6.2) и соответствующее квадратичной группировке электронов (см. п. 5, раздел 1), удобно называть взаимодействием типа «O». При большем токе пучка становится необходимым учет линейной группировки (подобной обсуждаемой в п. 5 первого раздела, а также обусловленной смещением центров вращения электронов поперек направления постоянного магнитного поля); при этом в дисперсионном уравнении появляется дополнительный член, пропорциональный первой степени  $\delta$  и характеризующий взаимодействие, которое может быть названо взаимодействием типа «M» [10, 65].

Из уравнения (6.2) вместе с (6.3) идентичного (3.8), следует возможность индуцированного циклотронного излучения как на циклотронной частоте, так и на ее гармониках. Существенно, что в области нормальных допплеровских частот ( $n > 0$ ) излучение имеет место при любой фазовой скорости и структуре электромагнитной волны. Величина  $|G_{sn}|^2$  в параметре усиления  $C$  отвечает пространственной группировке электронов, связанной с их смещением в направлении постоянного магнитного поля под действием либо высокочастотного магнитного поля, либо неоднородного электрического поля, а  $\beta_{\perp}^2 |G_{sn}|^2$  —

\* Коэффициент усиления МЦР-усилителей и условия самовозбуждения МЦР-генераторов можно найти, не прибегая к составлению дисперсионного уравнения, а решая непосредственно систему уравнений для электронов и поля методом последовательных приближений (в нулевом приближении распределение поля в волноводе, длина которого предполагается сразу конечной, считается заданным) [66].

фазовой (азимутальной) группировке, обусловленной релятивистской зависимостью циклотронной частоты от скорости.

В случае винтовых электронных пучков преобладание того или иного вида группировки определяется исключительно величиной фазовой скорости  $v_\phi$  электромагнитной волны [67]. Если  $v_\phi < c$ , то  $|G_{sn}|| > \beta_\perp |(G_{sn})_\perp|$  (преобладает пространственная группировка), если  $v_\phi > c$ , то  $\beta_\perp |(G_{sn})_\perp| > |G_{sn}||$  (преобладает фазовая группировка), а при  $v_\phi = c$   $|G_{sn}|| = \beta_\perp |(G_{sn})_\perp|$  и взаимодействие типа «O» отсутствует [14, 65]\*. Характер взаимодействия трохоидального пучка с полем волновода существенно зависит от расположения пучка в волноводе [64]. В частности, когда высокочастотное поле в области расположения пучка слабо неоднородное в направлении постоянного магнитного поля,  $|G_{sn}|| \ll \beta_\perp |(G_{sn})_\perp|$ , т. е. взаимодействие типа «O» полностью определяется неизохронностью вращательного движения электронов. Таким образом, малость скоростей электронов по сравнению со скоростью света далеко не всегда является достаточным условием для пренебрежения релятивистскими эффектами при рассмотрении индуцированного циклотронного излучения в волноводах, что в ряде работ [10, 70—73] не было учтено.

Принятое при выводе (6.2) допущение о тождественности структуры поля волн в волноводе, пронизываемом электронным потоком, структуре поля нормальной волны в «холодном» волноводе (т. е. учет взаимодействия электронов только с одной, синхронной в смысле второго из соотношений (6.3), волной) справедливо лишь при весьма малой концентрации электронов. В то же время из простейших соображений ясно, что кулоновское поле (поле высокочастотного пространственного заряда) может оказывать существенное влияние на индуцированное излучение криволинейных пучков, увеличивая в некоторых случаях эффективность группировки электронов [43]\*\*. К аналогичному выводу можно прийти, анализируя дисперсионное уравнение для электромагнитных волн в неравновесной магнитоактивной плазме [13]. Одна из возможностей приближенного учета высокочастотного пространственного заряда при выводе дисперсионного уравнения МЦР с бегущей волной заключается в применении вариационного метода, подобного развитому в теории ЛБВ [76], к системе интегральных уравнений электромагнитного поля в волноводе с электронным потоком [77, 18].

3. Теория электронных мазеров, использующих индуцированное циклотронное излучение электронов в резонаторах, развита, главным образом, применительно к мазерам с одним резонатором (МЦР-мазером).

Решение задачи об электромагнитных колебаниях в резонаторе с винтовым или трохоидальным электронным потоком в общем случае связано с теми же трудностями, что и решение соответствующей задачи для волновода (п. 2). Однако при небольшой концентрации электронов характеристическое уравнение для собственных частот резонатора с пучком  $\omega$ , близких собственным частотам «холодного» резонатора  $\omega$ , можно получить, пренебрегая возмущением структуры электромагнитного поля нормальных колебаний «холодного» резонатора. Линейная теория МЦР с высокодобротным резонатором, основанная на этом допущении, развивается в работах [24, 78]. В [24] рассматривается модель

\* Обращение в пуль параметра усиления  $C$  в данном случае связано с «авторезонансом», имеющим место при воздействии на электрон волны, распространяющейся вдоль магнитного поля со скоростью света [68, 69].

\*\* Этот эффект имеет общую природу с так называемым эффектом «отрицательной массы» в циклических ускорителях заряженных частиц [74, 75].

мазера с замкнутым (кольцевым) электронным пучком, в [78] — МЦР-монотрон с винтовым пучком, взаимодействующим с теми типами колебаний резонатора, у которых характерный масштаб продольной (относительно направления постоянного магнитного поля) неоднородности поля велик по сравнению с длиной волны возбуждающихся колебаний.

При резонанском взаимодействии одного из собственных колебаний резонатора с потоком вращающихся электронов ( $\xi = (\omega_s - n\omega_H)/\omega_s$ ,  $|\xi| \ll 1$ ) характеристическое уравнение для поправок к собственным частотам резонатора  $\delta = (\omega - n\omega_H)/\omega_s \equiv (\Delta\omega_n/\omega_s)$ , полученное в [24], совпадает по форме с (6.2), т. е. показывает возможность самовозбуждения электромагнитных колебаний, во всяком случае, при  $n\omega_H \rightarrow \omega_s$  ( $\xi \rightarrow 0$ ).

В случае конечного времени пролета электронов через резонатор [78] характеристическое уравнение оказывается более сложным, но с его помощью достаточно просто могут быть получены условия самовозбуждения автоколебаний (стартовые условия) МЦР-монотрона. В частности, для мазера с цилиндрическим резонатором при скоростях электронов малых, по сравнению со скоростью света, эти условия имеют вид

$$\begin{aligned} \left( \frac{4\pi^3 e |I_0| k_0^2}{m\omega_H V} \right) M \left\{ 1 + (\beta_\perp^2/2)\omega_H \frac{d}{d\omega} \right\} |\bar{f}(\Delta\omega_n)|^2 &= -\frac{1}{Q}, \\ \left( \frac{4\pi^3 e |I_0| k_0^2}{m\omega_H V} \right) M \left\{ 1 + (\beta_\perp^2/2)\omega_H \frac{d}{d\omega} \right\} D(\Delta\omega_n) &= -\frac{\omega - \omega_s}{\omega_s}. \end{aligned} \quad (6.4)$$

Здесь  $I_0$  — ток пучка,  $k_0 = \omega/c$ ,  $Q$  — добротность резонатора, а коэффициент  $M$  и функции  $\bar{f}(\Omega)$ ,  $D(\Omega)$  связаны с нормированной на объем резонатора  $V$  функцией распределения продольной компоненты магнитного поля  $H_z = f(z)J_m(k_0 r)e^{-im\phi}$  ( $r$ ,  $\phi$ ,  $z$  — цилиндрические координаты):

$$\begin{aligned} M &= \left[ \frac{(n\beta_\perp/2)^{n-1}}{(n-1)!} \right]^2 J_{m-n}^2(k_0 R), \\ \bar{f}(\Omega) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(v_0 \tau) e^{-i\Omega\tau} d\tau, \\ D(\Omega) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\bar{f}(\Omega')|^2}{\Omega' - \Omega} d\Omega', \end{aligned}$$

где  $r = R$  — координата центра вращения электронов (предполагается, что для всех электронов величина  $R$  одинакова).

Условия (6.4) аналогичны соотношениям (3.2). Функция  $\bar{f}(\Omega)$  описывает спектр силы, действующей на электроны, а левая часть первого из уравнений (6.4) пропорциональна работе, производимой высокочастотным полем над электронами. Необходимым условием того, чтобы электроны отдавали энергию полю, является неравенство

$$\frac{d}{d\omega} |\bar{f}(\Delta\omega_n)|^2 < 0,$$

эквивалентное (2.19) и выполняющееся лишь при  $\Delta\omega_n \neq 0^*$ . Упрощен-

\* В ультраквантитативистском случае соотношения, эквивалентные (6.4), имеют несколько иной вид, и индуцированное излучение оказывается возможным и при  $\Delta\omega_n = 0$  [79].

ный вариант первого из соотношений (6.4), пригодный для оценок стартового тока МЦР-монартона, приведен в [80].

4. Вопрос о «выходе» индуцированного циклотронного излучения электронов в волноводах и резонаторах, т. е. об электронном КПД МЦР, рассмотренный в работах [44, 81—84], имеет первостепенное значение для выяснения перспективности применения этих приборов в качестве мощных усилителей и генераторов.

Наиболее простой путь построения нелинейной теории МЦР состоит в использовании нелинейных укороченных уравнений самосогласованного поля, получаемых при тех же допущениях (кроме малости возмущения  $r_t^{(1)}$ ), что и в линейной теории (пп. 2, 3). В случае слабо-релятивистских электронных пучков и при отсутствии пространственной группировки электронов эти уравнения не имеют каких-либо отличий от аналогичных уравнений для электронных мазеров со слабонеизохронными осцилляторами других типов. Чтобы убедиться в этом, достаточно сравнить (4.9) с укороченными уравнениями работы [84]. Поэтому для решения вопроса об эффективности МЦР можно использовать результаты, приведенные в разделе 4 и работах [7, 29].

В безразмерной форме нелинейные уравнения МЦР с бегущей волной содержат два параметра: параметр неизохронности вращательного движения электронов  $\mu$  и параметр «расстройки синхронизма»  $\xi$ , определяемые в случае  $n = 1$  выражениями  $\mu = (\beta_{\perp} h_H / 2h_s |C|)^{3/2}$ ,  $\xi = \xi(\beta_{\perp} h_H / 2h_s)^{1/2} |C|^{-3/2}$ ; время взаимодействия электронов с высокочастотным полем входит через приведенную длину  $(\beta_{\perp} h_H / 2h_s)^{-1/2} |C|^{3/2} \times \times (h_s v_0 t)$  [81] (см. (6.2) и (6.3)). Некоторые интегралы этих уравнений приведены в [29], там же (и в [44]) показана возможность сведения при  $\mu \gg 1$  нелинейных уравнений МЦР с бегущей волной к уравнениям нелинейной теории ЛБВ типа «О» с малым параметром усиления [85]. Численное интегрирование нелинейных уравнений работ [29, 81] показывает, что при оптимальной длине пространства взаимодействия электронный КПД МЦР-усилителя может достигать 0,6—0,7 ( $\mu \approx 2 \div 5$ ), а МЦР-генератора, работающего на встречной по отношению к пучку волне, — 0,2 ( $\mu \approx 3 \div 4$ ). Нелинейная теория взаимодействия винтового электронного пучка с ТЕМ-волной (при отличном от единицы показателе преломления среды) рассмотрена в [82] с учетом как фазовой, так и пространственной группировки электронов.

Аналогичным образом строится и нелинейная теория индуцированного циклотронного излучения в резонаторах. Если распределение высокочастотного поля в резонаторе не зависит от продольной координаты  $f(z) = f_0 = \text{const}$  (см. п. 3), для определения КПД МЦР-монартона (можно воспользоваться результатами численных расчетов, приведенными на рис. 5. В частности, для цилиндрического резонатора с длиной  $L$  параметры  $\sigma'$  и  $\zeta_t$  определяются выражениями

$$\frac{1}{\sigma'} = \left( \frac{16\pi e |I_0| Q}{mc^3 k_0^3 V} \right) \left( \frac{n^n \beta_{\perp}^{n-3}}{2^n n!} \right)^2 |f_0 J_{m-n}(k_0 R)|^2,$$

$$\zeta_t = (v_{\perp}/v_0) (\beta_{\perp}/2) (k_0 L),$$

где принятые те же обозначения, что и в (6.4). Как следует из результатов, приведенных на рис. 5 и в таблице 1 (раздел 4), максимальные значения КПД МЦР-монартона для первых пяти гармоник имеют значения соответственно 0,415; 0,295; 0,215; 0,17; 0,14. Они могут быть существенно выше при условии, что группировка вращающихся электронов происходит в относительно слабом, а отдача

энергии — в более сильном высокочастотном поле, т. е. в том случае, когда  $f(z)$  — нарастающая функция продольной координаты (см. п. 5 четвертого раздела). Если электронный пучок равномерно распределен по поперечному сечению резонатора и на разные электроны действует высокочастотное поле различной амплитуды, то максимально возможный КПД МЦР оказывается, естественно, более низким [84].

5. Энергетический спектр возбужденных классических осцилляторов так же, как и закон их распределения по другим параметрам (например, по скоростям поступательного движения), существенным образом сказывается на эффективности индуцированного излучения. Хотя проводимость системы осцилляторов (в частности, неравновесной магнитоактивной плазмы) может быть отрицательной и при весьма большой дисперсии их параметров [3, 86, 87] (кинетический эффект типа «обратного» затухания Ландау [88]), «выход» (КПД) индуцированного излучения всегда снижается, так как при этом; очевидно, оптимальные условия взаимодействия не могут быть выполнены одновременно для всех электронов.

В МЦР разброс электронов по скоростям практически неизбежен при любом способе формирования мощного электронного потока, но характер их распределения по частотам вращения (т. е. по энергии) и по поступательным скоростям  $v_0$  зависит от типа пучка и условий инъекции электронов. Если формирование потока осуществляется статическими полями, а плотность пространственного заряда электронов пренебрежимо мала, то в рабочем пространстве МЦР с винтовым пучком все электроны имеют одинаковую энергию и, следовательно, одинаковую циклотронную частоту, но, вообще говоря, разные скорости поступательного движения  $v_0$ ; наоборот, в МЦР с трохоидальным пучком электроны имеют одинаковую скорость поступательного движения  $v_0 = c(E_0/H_0)$ , но (при наличии разброса энергий) разные частоты  $\omega_H$ .

Поскольку эффективность взаимодействия каждой из скоростных групп электронов с электромагнитной волной определяется в значительной мере отстройкой от синхронизма  $\xi = (h_s - h_e + nh_H)/h_s$  (см. (6.3)), то «качество» трохоидального или винтового пучка можно характеризовать разбросом  $\Delta\xi$  отстроек  $\xi$ , обусловленным разбросом скоростей электронов  $\Delta v_{\perp}$  и  $\Delta v_0$ . Отношение этих величин для слаборелятивистских пучков, взаимодействующих с волной, имеющей фазовую скорость  $v_{\phi}$  ( $v_{\phi} \gg v_{\perp}, v_0$ ), приближенно равно

$$\left| \frac{\Delta\xi_{\text{трох}}}{\Delta\xi_{\text{винт}}} \right| \simeq \beta_{\perp \text{ трох}} \frac{v_{\phi}}{c} \left( \frac{v_{0 \text{ винт}}}{v_{0 \text{ трох}}} \right) \left| \frac{\Delta v_{\perp \text{ трох}}}{\Delta v_{0 \text{ винт}}} \right|.$$

Таким образом, при  $v_{\phi} \sim c$ , т. е. на частотах, далеких от критической для данного волновода, более предпочтительно использование трохоидальных пучков; применение винтовых пучков целесообразно в МЦР с такими электродинамическими системами, где  $v_{\phi} \gg c$  (например, с достаточно длинными цилиндрическими резонаторами, в спектре которых есть собственные колебания с частотами, близкими к критическим частотам соответствующего волновода). Следует также иметь в виду, что с увеличением рабочей частоты  $\omega \sim \omega_H$  скорость  $v_0$  уменьшается, поскольку напряженность поля  $E_0$  ограничена возможностью пробоя, поэтому на высоких частотах преимущество винтовых пучков, свободных от подобного ограничения, бесспорно.

6. Первые эксперименты по исследованию индуцированного циклотронного излучения, проведенные на МЦР с бегущей волной [55–57],

подтвердили возможность усиления и генерирования электромагнитных волн в системах без отбора (фазовой селекции) колеблющихся электронов. В дальнейшем были изучены отдельно оба основных механизма индуцированного циклотронного излучения электронов — фазовая и пространственная группировка; эксперименты проводились в диапазоне сантиметровых волн на относительно невысоком (порядка нескольких квт) уровне мощности [64]. Аналогичными параметрами обладал и МЦР-генератор со встречной волной, описанный в работе [89].

Наибольшая мощность в МЦР с бегущими волнами (около 1 квт в непрерывном режиме в 8-мм диапазоне волн) достигнута при использовании трохоидальных электронных пучков [90, 91]. На рис. 9 схе-

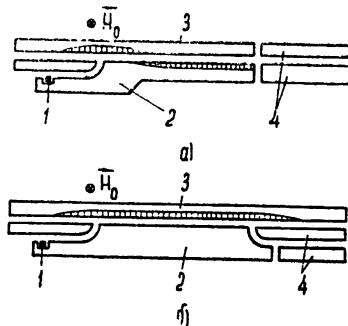


Рис. 9. Принципиальная схема МЦР с трохоидальным электронным пучком:

а) генератор с встречной волной: 1—катод, 2—катодная пластина с волноведущей гребенкой, 3—анод, 4—коллектор; б) усилитель с бегущей волной: 1—катод, 2—катодная пластина, 3—анод с волноведущей гребенкой, 4—коллектор.

матически изображены генератор со встречной волной [90] (рис. 9а) и усилитель с попутной волной [91] (рис. 9б). Гребенка, нанесенная на одну из пластин волноведущей полосковой линии, обеспечивает лишь благоприятную, близкую к круговой (с соответствующим направлением вращения вектора электрического поля), поляризацию электромагнитной волны; замедление волны не превышает 1,2—1,3. Типичная зависимость выходной мощности и КПД усилителя от тока пучка приведена на рис. 10. Наибольший КПД (без рекуперации) составлял в усилителе —0,28, в генераторе —0,10. Относительно высокие значения выходной мощности и КПД были получены, в значительной мере, благодаря удачному решению задачи инжекции трохоидального электронного пучка [92].

В работах [93, 94] описаны проведенные в диапазоне миллиметровых волн эксперименты по использованию в МЦР с бегущей волной импульсных магнитных полей.

Индуктированное циклотронное излучение электронов наблюдалось также в системах типа МЦР-монотрона с винтовым электронным пучком [54, 80, 95, 96]\*. Магнитные поля, соответствующие диапазону сантиметровых и миллиметровых волн, создавались обычными [54, 80] или импульсными [95] соленоидами, либо соленоидами из сверхпроводящих материалов [96]. В работах [80, 95, 96] применялись резонаторы открытого (квазиоптического) типа. Во всех экспериментах для формирования высоковольтных электронных пучков с большой вращательной скоростью электронов использовались электронно-оптические системы

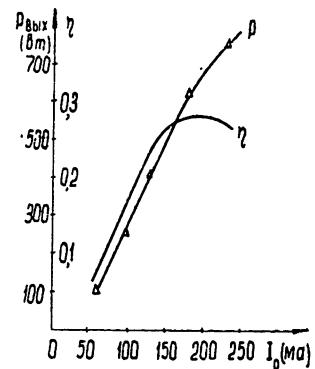


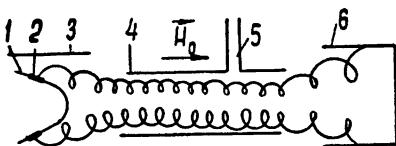
Рис. 10. Зависимость выходной мощности и КПД усилителя с трохоидальным пучком от тока пучка ( $U_a=12 \text{ кв}$ ,  $\lambda=8,3 \text{ мм}$ ,  $P_{вх}=60 \text{ вт}$ ).

\* Эксперимент с двухрезонаторной системой описан в [91] (см. сноска на стр. 1435).

с плавно нарастающим магнитным полем, однако электронные пушки отличались друг от друга методами первичной накачки колебательной энергии в электронный пучок.

Наибольшая выходная мощность — около 200 вт в коротковолновой части сантиметрового диапазона на второй гармонике циклотронной частоты — была получена в приборе с «адиабатической» электронной пушкой, позволяющей формировать интенсивные электронные потоки [80] (рис. 11). Дальнейшее усовершенствование конструкции МЦР-

Рис. 11. Принципиальная схема МЦР-генератора с винтовым электронным пучком:  
1—катод, 2—эмиттирующий поясок, 3—анод, 4—резонатор, 5—выходной волновод, 6—коллектор.



монотрона позволило превзойти генераторы с бегущей волной как по мощности, так и по КПД.

## ПРИЛОЖЕНИЕ

### Работа неоднородного переменного поля над системой возбужденных осцилляторов

Работа переменного поля над системой осцилляторов, движение которых описывается уравнениями (2.1) и (2.2), может быть вычислена на основании как классической, так и квантовой теории.

1. Для смещения осцилляторов со стационарной траектории в линейном приближении, согласно (1.5), (2.2) и (2.3), имеем

$$x^{(1)} = \omega_0 \left( \frac{\partial x^{(0)}}{\partial \varphi_0} \int_{-\infty}^t \frac{\partial U}{\partial \varepsilon} dt' - \frac{\partial x^{(0)}}{\partial \varepsilon} \int_{-\infty}^t \frac{\partial U}{\partial \varphi_0} dt' \right); \quad (\Pi.1)$$

$$y^{(1)} = \frac{1}{m} \int_{-\infty}^t dt' \int_{-\infty}^{t'} dt'' F_y^{(0)} = - \frac{1}{m} \int_{-\infty}^t dt' \int_{-\infty}^{t'} dt'' V. \quad (\Pi.2)$$

Выражение для работы переменного внешнего поля над осцилляторами

$$A = \int_{-\infty}^{\infty} \dot{r} F dt = \int_{-\infty}^{\infty} [\dot{r}^{(0)} F^{(0)} + \dot{r}^{(1)} F^{(0)} + \dot{r}^{(0)} (\dot{r}^{(1)} \nabla) F^{(0)}] dt$$

с учетом соотношения

$$\frac{d}{dt} (\dot{r}^{(1)} F^{(0)}) = \dot{r}^{(1)} F^{(0)} + \dot{r}^{(0)} (\dot{r}^{(1)} \nabla) F^{(0)} + \dot{r}^{(1)} \frac{\partial F^{(0)}}{\partial t}$$

может быть преобразовано к виду

$$A = \int_{-\infty}^{\infty} \dot{r}^{(0)} F^{(0)} dt - \int_{-\infty}^{\infty} \dot{r}^{(1)} \frac{\partial F^{(0)}}{\partial t} dt.$$

При усреднении по начальным фазам колебаний первое слагаемое дает нуль, так что

$$\bar{A} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi_0 A = -\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi_0 \int_{-\infty}^{\infty} dt r^{(1)} \frac{\partial F^{(0)}}{\partial t} = \bar{A}_x + \bar{A}_y. \quad (\text{П.3})$$

Работа, связанная с поперечной группировкой осцилляторов,

$$\bar{A}_x = -\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi_0 \int_{-\infty}^{\infty} dt x^{(1)} \frac{\partial F_x^{(0)}}{\partial t}$$

с использованием (П.1), (2.3) может быть записана следующим образом:

$$\begin{aligned} \bar{A}_x &= \frac{\omega_0}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi_0 \int_{-\infty}^{\infty} dt \left( \frac{\partial^2 U}{\partial t \partial \varphi_0} \int_{-\infty}^t \frac{\partial U}{\partial \varepsilon} dt' - \frac{\partial^2 U}{\partial t \partial \varepsilon} \int_{-\infty}^t \frac{\partial U}{\partial \varphi_0} dt' \right) = \\ &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} ik\omega_0 \frac{d}{d\varepsilon} \int_{-\infty}^{\infty} dt \dot{U}_k \exp(ik\omega_0 t) \int_{-\infty}^t dt' U_{-k} \exp(-ik\omega_0 t). \end{aligned}$$

Представим  $U_k(\varepsilon, t)$  в виде интегралов Фурье (2.5), а затем, используя аналитическое продолжение функций  $\bar{U}_k(\varepsilon, \omega)$ , сместим контур интегрирования в комплексной плоскости  $\omega$  вниз по отношению к действительной оси. Выполнив интегрирование по  $t'$  в выражении для  $\bar{A}_x$ , получим

$$\bar{A}_x = \sum_{k=-\infty}^{\infty} ik\omega_0 \frac{d}{d\varepsilon} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' \int_{-\infty}^{\infty} dt \frac{\omega' \bar{U}_k(\varepsilon, \omega') \bar{U}_{-k}(\varepsilon, \omega)}{\omega - k\omega_0} \exp[i(\omega + \omega')t].$$

После этого деформируем контур интегрирования по  $\omega$  и  $\omega'$  таким образом, чтобы он лежал, в основном, по-прежнему на действительной оси, но обходил снизу полюса подынтегральных выражений в точках  $\omega = k\omega_0$ . С учетом того, что  $\int_{-\infty}^{\infty} \exp[i(\omega + \omega')t] dt = 2\pi\delta(\omega + \omega')$ , окончательно имеем

$$\bar{A}_x = 4\pi^2 \sum_{k=1}^{\infty} k\omega_0 \frac{d}{d\varepsilon} (k\omega_0 | \bar{U}_k(\varepsilon, k\omega_0) |^2). \quad (\text{П.4})$$

В случае дипольного взаимодействия осцилляторов с переменным полем, не имеющим  $y$ -компоненты, формула (П.4) переходит в выражение, полученное Собельманом и Тютиным [3].

Выражение для работы, связанной с продольной группировкой осцилляторов, может быть преобразовано аналогичным образом:

$$\begin{aligned} \bar{A}_y &= -\frac{1}{m} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dt \dot{V}_k \exp(ik\omega_0 t) \int_{-\infty}^t dt' \int_{-\infty}^{t'} dt'' V_{-k} \exp(-ik\omega_0 t'') = \\ &= \frac{2\pi^2}{m} \left\{ | \bar{V}_0(\varepsilon, 0) |^2 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{d}{d\omega_0} (\omega_0 | \bar{V}_k(\varepsilon, k\omega_0) |^2) \right\}. \end{aligned} \quad (\text{П.5})$$

2. Квантовое описание движения осцилляторов заключается в решении уравнения Шредингера с гамильтонианом

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_1, \quad (\text{П.6})$$

где  $\hat{H}_0$  — гамильтониан свободного осциллятора, а  $\hat{H}_1$  — возмущение, обусловленное воздействием внешней силы.

Оператор  $\hat{H}_0$  запишем в виде

$$\hat{H}_0 = \frac{1}{2m} (\hat{p}_x^2 + \hat{p}_y^2) + u(x) + \frac{m}{2} \omega_1^2 (y - y^{(0)})^2. \quad (\text{П.7})$$

Здесь  $\hat{p}$  — оператор импульса; член  $\frac{m}{2} \omega_1^2 (y - y^{(0)})^2$  введен для того, что-

бы сделать спектр стационарных состояний дискретным [14]: в классическом пределе ( $\hbar \rightarrow 0$ ) при  $\omega_1 \neq 0$  осциллятор совершает колебания как по координате  $x$ , так и по координате  $y$ . В конечных формулах будет произведен предельный переход  $\omega_1 \rightarrow 0$ , соответствующий свободному движению осцилляторов по координате  $y$ . Стационарные волновые функции осциллятора представляют собой произведения

$$\Psi_{p\lambda}^{(0)}(x, y, t) = \Psi_m^{(0)}(x, t) \Psi_\mu^{(0)}(y, t) \quad (\text{П.8})$$

собственных функций  $\Psi_m^{(0)}(x, t) = \psi_m(x) \exp\left(-\frac{i}{\hbar} \mathcal{E}_m t\right)$  гамильтониана  $\hat{H}_{0,x} = \frac{1}{2m} \hat{p}_x^2 + u(x)$  и собственных функций  $\Psi_\mu^{(0)}(y, t) = \psi_\mu(y) \exp\left(-\frac{i}{\hbar} \mathcal{E}_\mu t\right)$  гамильтониана линейного осциллятора  $\hat{H}_{0,y} = \frac{1}{2m} \hat{p}_y^2 + \frac{m}{2} \omega_1^2 (y - y^{(0)})^2$ ,  $\mathcal{E}_m$  и  $\mathcal{E}_\mu$  — энергии соответствующих состояний.

Воздействие внешней силы на осциллятор в соответствии с (2.3) описывается оператором

$$\hat{H}_1 = U(x, t) + (y - y^{(0)}) V(x, t). \quad (\text{П.9})$$

Если вначале осциллятор находится в состоянии  $\{p, \lambda\}$  с волновой функцией  $\Psi_{p,\lambda}^{(0)}$ , действие возмущения переводит его в состояние  $\{q, \mu\}$  с вероятностью [15]

$$w_{pq, \lambda\mu} = \frac{1}{\hbar^2} \left| \int_{-\infty}^{\infty} dt \int dx \int dy \Psi_{q\mu}^{(0)*} \hat{H}_1 \Psi_{p\lambda}^{(0)} \right|^2. \quad (\text{П.10})$$

Соответствующее приращение энергии осциллятора  $\Delta \mathcal{E} = \mathcal{E}_q - \mathcal{E}_p + \mathcal{E}_\mu - \mathcal{E}_\lambda$ , частота перехода  $(\Delta \mathcal{E}/\hbar) = \omega_{qp} + \omega_{\mu\lambda}$ , где  $\omega_{qp} = (\mathcal{E}_q - \mathcal{E}_p)/\hbar$  и  $\omega_{\mu\lambda} = (\mathcal{E}_\mu - \mathcal{E}_\lambda)/\hbar$ .

Согласно (П.8) — (П.10), осциллятор может совершать переходы двух типов. Переходы, обусловленные наличием в операторе  $\hat{H}_1$  слагаемого  $U(x, t)$ , в силу соотношения ортогональности  $\int \psi_\mu^* \psi_\lambda dy = \delta_{\mu\lambda}$ , происходят без изменения «продольного» квантового числа  $\lambda$ , что соответствует поперечной группировке осцилляторов. Переходы, связанные с наличием в  $\hat{H}_1$  слагаемого  $(y - y^{(0)}) V(x, t)$ , происходят с изменением  $\lambda$  на  $\pm 1$ . Действительно, интегралы  $\int \psi_\mu^* (y - y^{(0)}) \psi_\lambda dy$

представляют собой матричные элементы координаты линейного осциллятора и отличны от нуля только при  $|\mu - \lambda| = 1$ :

$$y_{\mu-1, \mu} = y_{\mu, \mu-1} = (\hbar\mu/2m\omega_1)^{1/2}.$$

Такие переходы соответствуют продольной группировке осцилляторов.

Вероятности переходов с изменением «поперечного» квантового числа  $p$  определяются величинами интегралов

$$U_{p+k, p}(t) = \int dx \Psi_{p+k}^{(0)*} U \Psi_p^{(0)}, \quad V_{p+k, p}(t) = \int dx \Psi_{p+k}^{(0)*} V \Psi_p^{(0)},$$

которые в квазиклассическом пределе ( $\hbar \rightarrow 0$ ) [15] переходят в коэффициенты рядов (2.4) для функций  $U$  и  $V$ :

$$U_{p+k, p} \rightarrow U_k \exp(ik\varphi_0), \quad V_{p+k, p} \rightarrow V_k \exp(ik\varphi_0).$$

Вычислим работу поля над осцилляторами, связанную с их поперечной группировкой. Вероятности соответствующих переходов равны

$$w_{pq, \lambda\lambda} = \frac{4\pi^2}{\hbar^2} |\bar{U}_{qp}(\omega_{qp})|^2,$$

где  $\bar{U}_{qp}(\omega)$  — фурье-компоненты функций  $U_{qp}(t) = \int \bar{U}_{qp}(\omega) \exp(i\omega t) d\omega$ . Вероятное приращение энергии осциллятора определяется суммой

$$\Delta E_x = \sum_q \hbar\omega_{qp} w_{pq, \lambda\lambda}. \quad (\text{П.11})$$

В квазиклассическом пределе (раздел 1, п. 3)

$$\begin{aligned} \frac{1}{\hbar k \omega_0} [\omega_{p+k, p} |\bar{U}_{p+k, p}(\omega_{p+k, p})|^2 + \omega_{p-k, p} |\bar{U}_{p-k, p}(\omega_{p-k, p})|^2] &\rightarrow \\ &\rightarrow \frac{d}{dE} [k\omega_0 |\bar{U}_k(E, k\omega_0)|^2] \end{aligned}$$

и (П.11) переходит в выражение (П.4) для работы  $\bar{A}_x$ , найденное из классических уравнений движения\*.

При продольной группировке осцилляторов изменяются одновременно как их поперечное, так и продольное движение: при поглощении или излучении кванта осциллятор испытывает отдачу. Вероятности соответствующих переходов, согласно (П.9), (П.10), равны

$$w_{pq; \lambda, \lambda+1} = \frac{2\pi^2(\lambda+1)}{m\hbar\omega_1} |\bar{V}_{qp}(\omega_{qp} + \omega_1)|^2,$$

$$w_{pq; \lambda, \lambda-1} = \frac{2\pi^2\lambda}{m\hbar\omega_1} |\bar{V}_{qp}(\omega_{qp} - \omega_1)|^2,$$

где  $\bar{V}_{qp}(\omega)$  — фурье-компоненты функций  $V_{qp}(t) = \int V_{qp}(\omega) \exp(i\omega t) d\omega$ . Соответствующее выражение для вероятного приращения энергии осциллятора

$$\Delta E_y = \sum_q [\hbar(\omega_{qp} + \omega_1) w_{pq; \lambda, \lambda+1} + \hbar(\omega_{qp} - \omega_1) w_{pq; \lambda, \lambda-1}]$$

\* Квантовый вывод формулы (П.4) для  $\bar{A}_x$  полностью аналогичен соответствующему выводу, приведенному в [3].

в квазиклассическом пределе равно

$$\Delta \mathcal{E}_y = \frac{2\pi^2}{m} \left\{ |\bar{V}_0(\mathcal{E}, \omega_1)|^2 + \right. \quad (\text{П.12})$$

$$\left. + \frac{1}{\omega_1} \sum_{k=1}^{\infty} [ (k\omega_0 + \omega_1) |\bar{V}_k(\mathcal{E}, k\omega_0 + \omega_1)|^2 - (k\omega_0 - \omega_1) |\bar{V}_k(\mathcal{E}, k\omega_0 - \omega_1)|^2 ] \right\}.$$

Совершая переход  $\omega_1 \rightarrow 0$ , из (П.12) получаем найденное ранее выражение (П.5) для  $\bar{A}_y$ .

## ЛИТЕРАТУРА

1. А. Einstein, Phys. Zs., 18, № 5, 121 (1917); А. Эйнштейн, Собрание научных трудов, 3, изд. Наука, М., 1966, стр. 393.
2. В. М. Файн, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 6, № 2, 207 (1963).
3. И. И. Собельман, В. Тютин, УФН, 79, № 4, 595 (1963).
4. В. М. Файн, Я. И. Ханин, Квантовая радиофизика, изд. Сов. радио, М., 1965.
5. Н. Barkhausen, K. Kugz, Phys. Zs., 21, 1 (1920).
6. Н. Alfvén, D. Rømmel, Proc. IRE, 42, No. 8, 1239 (1954).
7. B. Agdug, Ericsson Techn., 18, No. 1, 3 (1957).
8. D. Watkins, G. Wada, Proc. IRE, 46, No. 10, 1700 (1958).
9. Z. S. Chernow, Proc. IEE, 105B, Suppl. 10, 594 (1958).
10. А. В. Гапонов, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 2, № 3, 450 (1959).
11. J. Schneider, Phys. Rev. Letters, 2, No. 12, 504 (1959).
12. А. В. Гапонов, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 2, № 5, 836 (1959).
13. В. В. Железняков, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 3, № 1, 57 (1960).
14. А. В. Гапонов, ЖЭТФ, 39, № 2(8), 326 (1960).
15. Л. Д. Ландшауэр, Е. М. Лифшиц, Квантовая механика, Физматгиз, М., 1963.
16. Н. G. Möller, JddT, 34, 201 (1929); ENT, 7, 293 (1930); ENT, 7, 411 (1930).
17. М. И. Петелин, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 4, № 3, 455 (1961).
18. М. И. Петелин, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 6, № 1, 104 (1963).
19. А. А. Соколов, Ю. Г. Павленко, Письма в ЖЭТФ, 2, № 9, 449 (1965); Оптика и спектроскопия, 22, № 1, 3 (1967).
20. П. Л. Капица, УФН, 78, № 2, 181 (1962); Электронника больших мощностей, изд. АН СССР, М., 1962.
21. В. М. Боков, А. В. Гапонов, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 3, № 5, 826 (1960).
22. В. Л. Гинзбург, И. М. Франк, ДАН СССР, 56, № 6, 583 (1947); В. В. Железняков, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 2, № 1, 14 (1959).
23. В. Б. Гильденбург, ЖЭТФ, 43, № 4 (10), 1394 (1962).
24. А. В. Гапонов, В. К. Юллатов, Радиотехника и электроника, 7, № 4, 631 (1962).
25. J. R. Pierce, Travelling-wave Tubes, V.-Nostr., N. Y., 1950; Лампа с бегущей волной, изд. Сов. радио, М., 1952.
26. D. Bohm, E. P. Gross, Phys. Rev., 75, No. 12, 1864 (1949); А. И. Ахиезер, Я. Б. Файнберг, ДАН СССР, 69, № 4, 555 (1949); ЖЭТФ, 21, № 11, 1262 (1951).
27. Н. Н. Боголюбов, Ю. А. Митропольский, Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний, Физматгиз, М., 1958.
28. В. И. Гайдук, Радиотехника и электроника, 4, № 9, 1513 (1959).
29. В. К. Юллатов, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 10, № 6, 846 (1967).
30. R. M. Hill, D. E. Kaplan, Phys. Rev. Letters, 14, No. 26, 1062 (1965).
31. J. M. Wachtel, J. M. Hirshfield, Phys. Rev. Letters, 17, No. 7, 348 (1966).
32. B. Gill, E. Morell, Phil. Mag., 44, 161 (1922).  
VV
33. A. Zacek, Zs. Hochfr., 32, 172 (1928).
34. F. Lüdi, Helv. Phys. Acta, 16, 59 (1943); ZAMP, 3, No. , 119 (1952).
35. H. Kleinwächter, ETZ, 72, No. 24, 714 (1951).
36. С. И. Тетельбаум, Радиотехника и электроника, 2, № 6, 705 (1957).
37. И. И. Антаков, Р. П. Васильев, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 2, № 5, 741 (1959).
38. Ю. Г. Альтшуллер, Е. В. Анисимов, Р. М. Ревзин, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 7, № 6, 1223 (1964).
39. П. А. Бородовский, А. Ф. Булдыгин, Радиотехника и электроника, 10, № 10, 1829 (1965).
40. П. А. Бородовский, А. Ф. Булдыгин, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 8, № 5, 955 (1965).

41. G. Wada, R. Pantell, IRE Wescon. Convent. Rec., 3, No. 3, 92 (1959).
42. В. М. Боков, А. В. Гапонов, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 2, № 5, 831 (1959).
43. R. H. Pantell, IRE Trans., ED-7, No. 1, 20 (1960).
44. А. А. Кураев, Ю. Н. Кувшинов, сб. Вопросы электроники сверхвысоких частот, изд. Саратовского университета, вып. 1, 118 (1964); Радиотехника и электроника, 10, № 2, 379 (1965).
45. А. А. Кураев, Б. Н. Романов, В. Н. Шевчик, Радиотехника и электроника, 9, № 6, 983 (1964).
46. З. С. Чернов, Г. А. Бернашевский, Радиотехника и электроника, 8, № 6, 973 (1963).
47. В. А. Солицев, А. С. Тагер, Радиотехника и электроника, 4, № 10, 1652 (1959).
48. H. Motz, M. Nakatiga, Proc. of Symp. on Millimeter Waves, N. Y., 1959, p. 155.
49. R. M. Phillips, IRE Trans., ED-7, No. 4, 231 (1960).
50. R. M. Phillips, Proc. of the 4th Int. Congress on Microwave Tubes, Schewingen, Holland, 1962, p. 341.
51. А. В. Гапонов, М. И. Петелин, Радиотехника и электропитка, 9, № 8, 1368 (1964).
52. А. Л. Гольденберг, М. И. Петелин, Радиотехника и электроника, 9, № 11, 1987 (1964).
53. C. E. Enderby, R. M. Phillips, Proc. IEEE, 53, No. 10, 1648 (1965).
54. J. L. Hirshfield, J. M. Wachtel, Phys. Rev. Letters, 12, No. 19, 533 (1964).
55. R. H. Pantell, Proc. of Symp. on Millimeter Waves, N. Y., 1959, p. 301.
56. А. В. Гапонов, Доклад на сессии НТОРиЭ им. А. С. Попова, М., 1959.
57. R. H. Pantell, Proc. IRE, 47, No. 6, 1146 (1959).
58. В. В. Железняков, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 3, № 2, 180 (1960).
59. J. Schneider, Zs. Naturforschung, 15a, No. 5—6, 484 (1960).
60. В. Д. Шафранов, сб. Физика плазмы и проблема управляемых термоядерных реакций, изд. АН СССР, М., 4, 416 (1958).
61. А. В. Гапонов, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 2, № 3, 443 (1959).
62. Г. Н. Рапопорт, Радиотехника и электроника, 5, № 4, 649 (1960).
63. Л. А. Вайнштейн, Электромагнитные волны, изд. Сов. радио, М., 1957.
64. И. И. Антаков, В. М. Боков, Р. П. Васильев, А. В. Гапонов, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 3, № 6, 1033 (1960).
65. А. В. Гапонов, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 4, № 3, 547 (1961).
66. В. Н. Шевчик, Взаимодействие электронных пучков с электромагнитными волнами, изд. Саратовского университета, 1963.
67. А. В. Гапонов, В. К. Юллатов, Радиотехника и электроника, 12, № 4, 627 (1966).
68. А. А. Коломенский, А. Н. Лебедев, ДАН СССР, 145, № 6, 1259 (1962).
69. В. Я. Давыдовский, ЖЭТФ, 43, № 3 (9), 886 (1962).
70. A. H. W. Beck, R. F. Mayo, Internationalen Tagung, Mikrowellenröhren, München, 1960, s. 240.
71. K. K. Chow, R. H. Pantell, IRE Trans., ED-9, No. 4, 351 (1962).
72. Г. Н. Рапопорт, В. А. Жураховский, Изв. высш. уч. зав.—Радиотехника, 5, № 6, 707 (1962).
73. D. L. Boggoff, H. A. Haus, IEEE Trans., ED-10, No. 4, 235 (1963).
74. C. Hielstein, A. Sessler, Rev. Scient. Instrum., 30, No. 2, 80 (1959).
75. А. А. Коломенский, А. Н. Лебедев, Атомная энергия, 7, № 6, 549 (1959).
76. Л. А. Вайнштейн, ЖТФ, 26, № 1, 126 (1956).
77. В. К. Юллатов, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 6, № 1, 95 (1963).
78. М. И. Петелин, В. К. Юллатов, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика (в печати).
79. А. А. Соколов, И. М. Тернов, ДАН СССР, 166, № 6, 1332 (1966); Письма в ЖЭТФ, 4, № 3, 90 (1966).
80. А. В. Гапонов, А. Л. Гольденберг, Д. П. Григорьев, И. М. Орлова, Т. Б. Панкратова, М. И. Петелин, Письма в ЖЭТФ, 2, № 9, 430 (1965).
81. В. К. Юллатов, Доклад на IV Всесоюзной конференции МВ ССО по радиоэлектронике, Харьков, 1960.
82. В. А. Жураховский, Радиотехника и электроника, 9, № 8, 1527 (1964).
83. J. L. Hirshfield, Internationalen Tagung, Mikrowellenröhren, Paris, 1964, s. 482.
84. Г. Н. Рапопорт, А. К. Немак, В. А. Жураховский, Радиотехника и электроника, 12, № 4, 633 (1967).
85. Л. А. Вайнштейн, Радиотехника и электроника, 2, № 7, 883 (1957).
86. В. В. Железняков, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 4, № 4, 619 (1961); 4, № 5, 849 (1961).
87. А. А. Андронов, В. В. Железняков, М. И. Петелин, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 7, № 2, 251 (1964).
88. Л. Д. Ландау, ЖЭТФ, 16, № 7, 576 (1946).

89. K. K. Chow, R. H. Pantell, Proc. IRE, **48**, No. 11, 1865 (1960).
90. И. И. Антаков, А. В. Гапонов, О. В. Малыгин, В. А. Флягин, Радиотехника и электроника, **11**, № 12, 2254 (1966).
91. И. И. Антаков, В. А. Гинцбург, Радиотехника и электроника (в печати).
92. В. А. Флягин, Т. Б. Панкратова, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, **5**, № 5, 950 (1962); Радиотехника и электроника, **11**, № 4, 731 (1966).
93. T. P. Lee, R. H. Pantell, Proc. of the 4th Int. Congress on Microwave Tubes, Scheweningen, Holland, 1962.
94. И. И. Антаков, В. Г. Климонов, Р. В. Линьков, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, **8**, № 5, 948 (1965).
95. I. B. Bott, Proc. IEEE, **52**, No. 3, 330 (1964).
96. I. B. Bott, Phys. Letters, **14**, No. 4, 293 (1965).

Научно-исследовательский радиофизический институт  
при Горьковском университете

Поступила в редакцию  
28 июля 1967 г.

*Примечание при корректуре.* В последнее время нам стали известны еще две работы, касающиеся МЦР (А. Ф. Курик, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, **10**, № 8, 1160 (1967); R. L. Schriever, C. C. Johnson, Proc. IEEE, **54**, № 12, 2029 (1966)). В первой из них рассмотрены условия самовозбуждения одной из простейших моделей МЦР. Во второй—описан экспериментальный макет МЦР с бегущей волной 3-см диапазона волн, использующего винтовой электронный пучок; получена генерация электромагнитных колебаний (несколько сот ватт в импульсе с КПД до 0,1) с большой (как и в [90]) полосой электронной перестройки частоты за счет изменения магнитного поля.