МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ СССР

ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

РАДИОФИЗИКА

Том V

ИЗДАНИЕ ГОРЬКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
1962

ОБ АДИАБАТИЧЕСКОМ ПРИБЛИЖЕНИИ ПРИ АНАЛИЗЕ РАБОТЫ ПРИБОРОВ МАГНЕТРОННОГО ТИПА

В. Е. Нечаев

Теоретическое исследование взаимодействия электронов с полем в многорезонаторном магнетроне и родственных ему приборах начинается с решения двумерной задачи о движении электронов в однородном магнитном поле и электрических полях, сводящихся к статическим в одноволновой идеализации. При этом широко пользуются [1,2,3] адиабатическим приближением с заменой трохоидальных траекторий на усредненные, что обычно достигается отбрасыванием из уравнений движения членов, содержащих ускорения. Получающиеся при этом соотношения формально совпадают с теми, которые были получены в [4] для дрейфовой скорости центра тяжести ларморовской окружности в предположении малого изменения поля на петле траектории. Однако последнее условие не выполняется в приборах магнетронного типа с катодом в пространстве взаимодействия. В этом случае необходимо выяснить два вопроса: каковы усредненные скорости и траектории и в какой мере ими можно пользоваться для расчета мощности, отдаваемой электронами полю. Рассмотреть эти вопросы аналитически удается, если сила, действующая на электрон со стороны электрического поля мала по сравнению с силой со стороны магнитного поля.

Выберем плоскость x, y так, чтобы однородное магнитное поле было перпендикулярно к ней. Введем безразмерное время $T = \omega_H t$, где $\omega_H = \left| \frac{e}{m} \right| B$ — циклотронная частота, и комплексную координату $\xi = x + jy$. Тогда уравнение движения электрона относительно системы отсчета, связанной с бегущей волной поля в плоской модели, примет вид:

$$\ddot{\xi} + j\dot{\xi} = -\frac{1}{\omega_H B}\{E_x(x, y) + jE_y(x, y)\}. \tag{1}$$

Здесь E_x, E_y — составляющие электрического поля.

Если при расчете траектории можно пренебречь полями пространственного заряда, то в силу $\operatorname{div} E$, $\operatorname{rot} E = 0$ уравнение (1) может быть записано в удобной для анализа форме:

$$\ddot{\xi} + j\dot{\xi} = F(\xi^*), \tag{2}$$

где $F(\xi^*)$ — аналитическая функция. Будем искать решение уравнения (2) для того случая, когда правая часть его мала по сравнению с любым из членов левой части, что как раз и означает слабое возмущение движения со стороны электрического поля. Проведем рассмотрение по аналогии с методом медленно меняющихся амплитуд [4].

Введением новой переменной вместо одного уравнения первого порядка (2) получим систему двух уравнений первого порядка:

$$\dot{\xi} = \eta; \quad \dot{\eta} + j\eta = F(\xi^*). \tag{3}$$

Решение будем искать в виде, близком к невозмущенному:

$$\xi = r + \mathrm{R}e^{-jT}; \quad \eta = -j\mathrm{R}e^{-jT}. \tag{4}$$

Здесь r и R — комплексные коэффициенты, передающие положение центра, радиуса и фазы вращения электрона. При $F(\xi^*) \neq 0$ они зависят от времени. Подстановка (4) в (3) позволяет получить для $\dot{r}$ и $\dot{R}$ следующие точные соотношения:

$$\begin{aligned} \dot{r} &= -jF(r^* + R^* e^{jT}); \\ \dot{R} &= jF(r^* + R^* e^{jT})\, e^{jT}. \end{aligned} \tag{5}$$

В силу малости правых частей (5) r и R могут быть представлены в виде суперпозиции плавно изменяющихся членов $\overline{r}$, $\overline{R}$ и суммы малых вибрационных. В первом приближении, усредняя по периоду циклотронной частоты и отбрасывая малые вибрационные члены, получим:

$$\dot{\overline{r}} = -j\frac{1}{2\pi}\int\limits_{0}^{2\pi} F(\overline{r}^* + \overline{R}^* e^{jT})\,dT = -jF(\overline{r}^*);$$
$$\dot{\overline{R}} = j\frac{1}{2\pi}\int\limits_{0}^{2\pi} F(\overline{r}^* + \overline{R}^* e^{jT})\,e^{jT}dT = 0. \tag{6}$$

Здесь учтено, что функция $F(\overline{r}^*)$—регулярная в круге радиуса $|\overline{R}^*|$, и применена теорема Гаусса о среднем. Из (6) видно, что средний радиус вращательного движения в первом приближении остается постоянным, так что медленное изменение кинетической энергии может происходить в основном за счет изменения дрейфовой скорости $\boldsymbol{v}_\perp$. Из (6) следует, что скорость дрейфа центра ларморовской окружности в первом приближении может быть рассчитана как и в однородном поле, только величина электрического поля должна выбираться точно по линии дрейфа:

$$\boldsymbol{v}_\perp = -\frac{1}{B^2}\left[\boldsymbol{B}\times\boldsymbol{E}(x_{\text{др}}, y_{\text{др}})\right]. \tag{7}$$

Если искать решение уравнений (5) в виде гармонических рядов, то можно получить улучшенное первое приближение, учитывающее вибрационные члены:

$$\dot{r} = -j\sum_{-\infty}^{+\infty} \text{Выч.}\left\{\frac{F(\overline{r}^* + \overline{R}^* z)}{z^{n+1}}\right\}_{z=0} e^{jnT}; \qquad \dot{R} = j\sum_{-\infty}^{+\infty} \text{Выч.}\left\{\frac{F(\overline{r}^* + \overline{R}^* z)}{z^{n}}\right\} e^{jnT}. \tag{8}$$

Для скорости электронов можно получить из (3), (4) и (8):

$$\dot{\xi} = -j\overline{R}e^{-jT} - jF(\overline{r}^*) - j\sum_{n\neq 0,1}\frac{1}{n}\,\text{Выч.}\left\{\frac{F(\overline{r}^* + \overline{R}^* z)}{z^{n}}\right\} e^{j(n-1)T}. \tag{9}$$

Расчет мощности, отдаваемой электронами высокочастотному полю, в приборах магнетронного типа можно существенно упростить, если заменить поток электронов, движущихся по петлевидным траекториям условным несжимаемым (как видно из (7) $\operatorname{div}\boldsymbol{v}_\perp = 0$) потоком электронов, движущихся по линиям дрейфа. Поскольку в случае неоднородных полей энергетическая эквивалентность такой замены не очевидна, то рассчитаем среднюю за период циклотронной частоты мощность взаимодействия каждого электрона с высокочастотным полем. Если учесть, что задача сведена к статической путем перехода в систему отсчета, связанную с волной поля и движущуюся с ее фазовой скоростью $v_ф$, то средняя мощность взаимодействия $\overline{P}$ составляет:

$$\overline{P} = eB\omega_H\frac{1}{2\pi}\operatorname{Re}\int\limits_{0}^{2\pi}(v_ф + \omega_H\dot{\xi})\,F_\sim(\xi)\,dT. \tag{10}$$

Здесь $F_\sim(\xi)$ соответствует высокочастотной составляющей электрического поля. Из (10), учитывая (9), можно получить, что

$$\overline{P} = eB\omega_H\operatorname{Re}\left[(v_ф + \omega_H\dot{\overline{r}})\,F_\sim(\overline{r})\right]. \tag{11}$$

Из (11) можно видеть, что средняя мощность взаимодействия равна мощности, отдаваемой мысленно введенным зарядом e, движущимся точно по линии дрейфа.

Аналогичным образом (с некоторыми усложнениями) можно провести анализ и для цилиндрических моделей, отвечающих большинству реальных конструкций.

Таким образом, для предоставления движения в виде вращения и дрейфа, определяемого соотношением (7), требование квазиоднородности поля на протяжении петли траектории не обязательно. Если сила со стороны электрического поля мала по сравнению с силой со стороны магнитного поля, то достаточно, чтобы выполнялось условие $\operatorname{div}\boldsymbol{E} = 0$. Для расчета мощности и наведенного тока можно пользоваться в первом приближении упрощенной моделью, в которой трохоидальные движения электронов заменены усредненными. Такой расчет выполнен в [5] без подробных обоснований.

Автор благодарен Л. В. Родыгину за полезные обсуждения и замечания, сделанные при чтении рукописи.

ЛИТЕРАТУРА

1. Э. А. Гельвич, Электроника, № 6, 45 (1959).
2. Дж. Фейнштейн, Сб. Электронные сверхвысокочастотные приборы со скрещенными полями, ИЛ, М., 1962, стр. 473.
3. Т. Симидзу, Сб. Электронные сверхвысокочастотные приборы со скрещенными полями, ИЛ, М., 1962, стр. 492.
4. Н. Н. Боголюбов, Ю. А. Митропольский, Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний, Физматгиз, М., 1958.
5. В. Е. Нечаев, Изв. высш. уч. зав.— Радиофизика, 5, 534 (1962).

Научно-исследовательский радиофизический институт
при Горьковском университете

Поступила в редакцию
17 апреля 1962 г.