

ПРИБЛИЖЕННЫЙ АНАЛИЗ ПРОЦЕССОВ В МНОГОРЕЗОНАТОРНОМ МАГНЕТРОНЕ (плоская модель)

В. Е. Нечаев

На основе плоской модели рассматривается движение электронов в пространстве взаимодействия многорезонаторного магнетрона. Проводится анализ усредненных траекторий электронов с различными фазами вылета из катода. Рассматривается группировка электронов в «спицы» пространственного заряда при различных электрических режимах. Производится расчет высокочастотной мощности, отдаваемой электронами полю, и тока, наведенного на колебательную систему.

Исследование автоколебаний магнетронного генератора связано, в первую очередь, с выяснением зависимости тока, наведенного на колебательную систему, от величины напряжения на последней. Задача о наведенном токе решалась приближенно в монографии [1]; полученные при этом соотношения легли в основу всех дальнейших расчетов в этой работе. Следует отметить, что все решение в [1] справедливо только в установившемся режиме автоколебаний, а форма облака пространственного заряда и характер движения электронов заданы весьма приближенно. Решение содержит в качестве параметров величины полного анодного тока и угла рассогласования электронной «спицы» с волной высокочастотного поля. Последние сами зависят от величины высокочастотного напряжения на резонаторном блоке, и выяснение этих зависимостей необходимо для исследования поведения изображающей точки на фазовой плоскости автогенератора (хотя бы вблизи предельного цикла).

Ниже излагается приближенный способ расчета величин наведенного тока и мощности для плоской модели многорезонаторного магнетрона*. Расчет проводится на основе предварительного рассмотрения задачи о движении электронов в заданных полях системы и не содержит параметров, зависящих от высокочастотного напряжения. Вопросы, связанные с особенностями автоколебаний магнетронного генератора, здесь рассматриваться не будут; по своему характеру они могут служить предметом отдельного исследования.

Точные решения задачи о движении электронов в пространстве взаимодействия многорезонаторного магнетрона и о группировании пространственного заряда в «спицы» могут быть получены только численными методами [2]. Использование этих решений для дальнейших расчетов на каждой конкретной модели весьма затруднительно. Ценность приближенных аналитических решений связана именно с возможностями последующего анализа.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ О ДВИЖЕНИИ ЭЛЕКТРОНОВ В ПРОСТРАНСТВЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Пренебрегая действием полей пространственного заряда, рассмотрим в нерелятивистском приближении движение электронов в плоской мо-

* Автор намерен опубликовать аналогичный анализ для цилиндрической модели.

для многорезонаторного магнетрона (рис. 1). Следующие уравнения описывают движение электронов в принятых идеализациях:

$$\frac{m}{|e|} \frac{d^2 y}{dt^2} = \frac{\partial U}{\partial y} - B \frac{dx}{dt}; \quad (1)$$

$$\frac{m}{|e|} \frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{\partial U}{\partial x} + B \frac{dy}{dt}, \quad (1a)$$

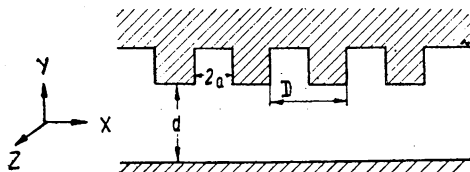


Рис. 1. Выбор координатной системы и геометрических параметров пространства взаимодействия.

где $|e|/m$ — удельный заряд электрона. B — магнитная индукция, U — скалярный электрический потенциал. Для колебаний π -вида потенциал может быть представлен в виде:

$$U(x, y, t) = U_0 \frac{y}{d} - 2 \frac{U_1}{\pi} \sum_{m=1,2,3,\dots}^{\infty} \frac{1}{m} \frac{\sin(m\beta a)}{m\beta a} \frac{\text{sh}(m\beta y)}{\text{sh}(m\beta d)} \times \\ \times \sin(m\beta x) \cos(\omega t) = U_0 \frac{y}{d} + \frac{U_1}{\pi} \sum_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{(2n+1)} \times \\ \times \frac{\sin[(2n+1)\beta a]}{(2n+1)\beta a} \frac{\text{sh}[(2n+1)\beta y]}{\text{sh}[(2n+1)\beta d]} \sin[\omega t - (2n+1)\beta x]. \quad (2)$$

Здесь ω — круговая частота колебаний, U_1 — амплитуда высокочастотного напряжения между соседними сегментами резонаторного блока, U_0 — постоянное напряжение между анодом и катодом, $\beta = \pi/D$, а геометрические параметры D , d и a определены согласно рис. 1.

Переходя к сопровождающей системе отсчета, связанной с основной пространственной гармоникой волны поля, и принимая во внимание только действие на электроны со стороны основной гармоники, можно преобразовать (1) и (1a) к виду:

$$-\frac{\omega}{\omega_H} \ddot{X} + \dot{Y} = \alpha_1 \text{sh } Y \cos X; \quad (3)$$

$$\frac{\omega}{\omega_H} \ddot{Y} + \dot{X} = \alpha_0 - \alpha_1 \text{ch } Y \sin X, \quad (3a)$$

где $\omega_H = \frac{|e|}{m} B$ — циклотронная частота, а точка означает дифференцирование по $T = \omega t$. Здесь введены и всюду далее употребляются следующие безразмерные параметры и переменные:

$$\alpha_1 = \frac{U_1}{U_{0n}} \frac{d}{D} \left(\frac{\sin \beta a}{\beta a} \right) \frac{1}{\text{sh } \beta d}; \quad \alpha_0 = \frac{U_0 - U_{0n}}{U_{0n}}, \quad (4)$$

где $U_{\text{оп}} = dV\omega/\beta$,

$$Y = \beta y, \quad X = \beta x - \omega t. \quad (5)$$

2. ПРИБЛИЖЕННОЕ РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ

Введем новые переменные $Z = X + jY$ и $\Theta = \omega_H t$. Тогда уравнения движения (3) и (3а) сводятся к уравнению:

$$\frac{d^2 Z}{d\Theta^2} + j \frac{dZ}{d\Theta} = j \frac{\omega}{\omega_H} (\alpha_0 - \alpha_1 \sin Z^*). \quad (6)$$

Если бы правая часть (6) была равна нулю, то электрон в сопровождающей системе отсчета двигался бы по кругу с безразмерным радиусом ω/ω_H и безразмерной скоростью ω/ω_H (начальная скорость).

Если правая часть (6) мала по сравнению с ω/ω_H , то движение несколько отличается от движения по кругу с циклотронной частотой. Для большинства магнетронов, как показывает расчет*, в режиме установившихся автоколебаний величина правой части (6), соответствующая наиболее интенсивному переменному полю непосредственно у поверхности анода, составляет $(0,3 \div 1,0) \omega/\omega_H$, а отступя от поверхности анода на одну треть расстояния анод-катод $(0,08 \div 0,3) \omega/\omega_H$. Из сказанного видно, что в большей части пространства взаимодействия, где происходит процесс формирования „спицы“ пространственного заряда, предположение о малом отличии истинного движения от движения по кругу с циклотронной частотой приближенно выполняется.

Известно [3], что электроны в системах со слабо неоднородными электрическим и магнитным полями совершают движения по окружностям, центр которых медленно дрейфует в плоскости, перпендикулярной магнитному полю. В нашем случае, однако, действующее на электрон электрическое поле (статическое в выбранной системе координат) заметно меняется на протяжении описываемой электроном петли траектории. Но в силу малости правой части (6) мы будем все же предполагать, что движение электрона представляет собой квазиравномерное вращение с периодом, почти равным периоду циклотронной частоты, по кривой, близкой к окружности, центр которой медленно смещается в плоскости (X, Y) , т. е.

$$Z = r + Re^{-i(\Theta + \psi)},$$

где r — координата центра окружности радиуса R , передающая среднее движение электрона, а ψ — некоторая медленно изменяющаяся фаза. Интегрируя (6) в пределах (Θ_0, Θ) , можно получить при условии $|dr/d\Theta|$, $dR/d\Theta \ll R$ и $d\psi/d\Theta \ll 1$:

$$\begin{aligned} \frac{dZ}{d\Theta} &= \frac{dr}{d\Theta} + \frac{d}{d\Theta} [Re^{-i(\Theta + \psi)}] = \frac{dZ}{d\Theta} \Big|_{\Theta = \Theta_0} e^{-j(\Theta - \Theta_0)} + \sigma_0 \frac{\omega}{\omega_H} (1 - e^{-j(\Theta - \Theta_0)}) + \\ &+ \alpha_1 \frac{\omega}{\omega_H} e^{-i(\Theta + \psi)} \{ \cos(r^* + Re^{i(\Theta + \psi)}) - \cos(r^* + Re^{i(\Theta_0 + \psi)}) \}. \end{aligned} \quad (7)$$

* Способ формального перехода от цилиндрических конструкций к плоской модели указан ниже, в разделе 3.

Усредняя (7) по периоду вращения электрона, получим:

$$\frac{dr}{d\theta} = \frac{\omega}{\omega_H} (\alpha_0 - \alpha_1 \sin r^*) \quad (8)$$

или

$$\dot{r} = \alpha_0 - \alpha_1 \sin r^*. \quad (8a)$$

Разделяя действительную и мнимую части (8a), для составляющих средней скорости получим:

$$\dot{X} = \alpha_0 - \alpha_1 \operatorname{ch} Y \sin X; \quad (9)$$

$$\dot{Y} = \alpha_1 \operatorname{sh} Y \cos X. \quad (9a)$$

В (9), (9a) и всюду далее опущен индекс усреднения, так как лишь движение по усредненной траектории будет приниматься во внимание.

Видно, что (9) и (9a) можно получить из (3) и (3a) отбрасыванием членов, отражающих ускорение. Несмотря на то, что электрическое поле нельзя считать однородным на протяжении петли траектории, уравнения для дрейфа в первом приближении получились такими же, как если бы условие квазиоднородности электрического поля выполнялось*. Отметим также, что часто налагаемое в сходных задачах требование „квизизамкнутости“ петли траектории $|dr/d\theta| \ll R/2\pi$ является более жестким, чем условие $|dr/d\theta| \ll R$, при котором справедливы полученные выше соотношения для средних скоростей.

Система уравнений (9), (9a) автономна и допускает простое интегрирование. Дифференциальное уравнение для средней траектории получим, поделив (9) на (9a):

$$\frac{dX}{dY} = \frac{\alpha_0 - \alpha_1 \operatorname{ch} Y \sin X}{\alpha_1 \operatorname{sh} Y \cos X}. \quad (10)$$

Интегрируя (10) в квадратурах, легко найти уравнение средней траектории:

$$\alpha_0 Y - \alpha_1 \operatorname{sh} Y \sin X = \text{const.} \quad (11)$$

3. АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ

Проведем анализ уравнений (9), (9a), (10) и (11), определяющих характер движения электронов в пространстве взаимодействия.

Как видно из (11), средняя траектория электрона определяется отношением α_0/α_1 и выбором начальной точки. Если высокочастотное напряжение отсутствует ($\alpha_1 = 0$), то траектория электрона является циклоидой, которая в сопровождающей системе отсчета в случае $\alpha_0 = 0$ представляет собой круг, а при $\alpha_0 \neq 0$ — трохойду, так что средняя траектория тогда представляет собой прямую линию $Y = (\omega/\omega_H) (1 + \alpha_0)$. В качестве начальной координаты Y_0 средней траектории при наличии высокочастотного поля будем выбирать $Y_0 = (\omega/\omega_H) (1 + \alpha_0)$, предполагая, что высокочастотное поле незначительно изменяет движение по первой петле траектории. Начальная координата X_0 средней траектории может быть, естественно, любой. Из (9a) видно, что электроны, вылетевшие из катода в „благоприятной“ фазе $2\pi (n + 1/4) \geq X_0 \geq 2\pi (n - 1/4)$,

* Возможно, этот результат является следствием специального характера поля в данной задаче; однако ясно, что условие квазиоднородности поля на петле траектории является достаточным, но не обязательным для получения решения в первом приближении в том же виде.

где n —любое целое число, начинают двигаться в направлении к аноду и отдавать энергию высокочастотному полю.

На рис. 2 представлены средние траектории электронов, вылетевших при различных начальных фазах, для нескольких значений отношения α_0/α_1 . Здесь указаны и линии синхронизма (пунктиром), т. е. кривые

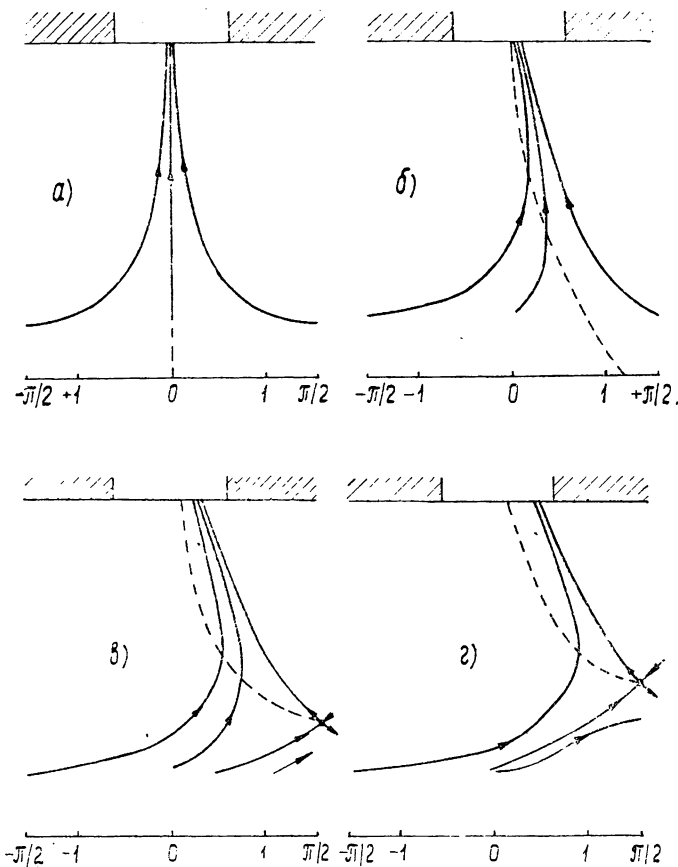


Рис. 2. Средние траектории электронов при $\beta d = 3,6$; $\omega/\omega_{H1} = 0,6$;
 $\alpha_1 = 1/\text{sh } \beta d = 1/18,3$;
 а) $\alpha_0 = 0$; б) $\alpha_0 = 0,05$; в) $\alpha_0 = 0,1$; г) $\alpha_0 = 0,15$.

$\dot{X} = 0$. Как видно из (9) и (10), лишь траектория одного электрона (с $X_0 = 0$) и только в случае $\alpha_0 = 0$ совпадает с линией синхронизма. Все электроны слева от линии синхронизма имеют $\dot{X} > 0$, а справа $\dot{X} < 0$. Однако линию $\dot{X} = 0$ можно считать геометрической осью „спицы“ только в случае $\alpha_0 = 0$ (рис. 2а). Когда последнее условие не выполнено, средние траектории (рис. 2б, в, г) пересекают линию синхронизма и располагаются по одну сторону от нее вблизи анода. Поэтому линия $\dot{X} = 0$ является только фазовой, но не геометрической, осью „спицы“ пространственного заряда в общем случае. Траектории крайних электронов в „спице“ (когда особой точки нет, о чем см. ниже) определяются соотношением:

$$\sin X_{\text{кр}} = \frac{(\alpha_0/\alpha_1) (Y - Y_0) \pm \text{sh } Y_0}{\text{sh } Y} \quad (12)$$

Уравнение траектории среднего электрона ($X_0 = 0$) имеет вид:

$$\sin X_{cp} = \frac{\sigma_0}{\sigma_1} \frac{(Y - Y_0)}{\operatorname{sh} Y_0}. \quad (13)$$

Из (13) видно, что понятие угла рассогласования „спицы“ с волной поля имеет относительную ценность, поскольку X -координата среднего электрона может сильно зависеть от координаты Y . Однако если определить угол рассогласования как сдвиг середины „спицы“ по отношению к волне поля вблизи анода, то этот угол имеет значение:

$$X_p = \arcsin \left(\frac{Y_a - Y_0}{\operatorname{sh} Y_a} \right), \quad (14)$$

где $Y_a = \beta d$. Что касается ширины „спицы“, то надо отметить, что вблизи анода она определяется, в первую очередь, амплитудой вращательного движения электронов, а не крайними усредненными траекториями, которые вблизи анода отстоят друг от друга очень мало (рис. 2) (для разумных геометрических параметров, соответствующих реальным системам, $d \approx D$ или d немного больше D). Из (11) можно видеть, что средние траектории не пересекаются. Это обстоятельство будет принято во внимание при расчете наведенного тока и высокочастотной мощности, отдаваемой электронами полю.

Наличие медленного дрейфа электронов относительно основной гармоники волны поля показывает, что часто налагаемое требование жесткого синхронизма электронов с волной поля на самом деле не выполняется. Обычный вывод порогового соотношения [1,4] поэтому выглядит искусственным. Ниже будет показано, что сколь угодно малое высокочастотное поле не может обеспечить попадание электронов на анод в случае $\alpha_0 \neq 0$ (а в случае цилиндрической конструкции — ни при каких постоянных напряжениях на аноде). Поэтому определение порогового напряжения как напряжения, при котором сколь угодно слабое высокочастотное поле способно доставить электроны из прикатодной области на анод, вряд ли отвечает физической сущности явлений. Магнетрон никогда не генерирует в установившемся режиме колебаний π -вида сколь угодно малой величины (т. е. является генератором с жестким возбуждением), и в этом случае переменное поле в пространстве взаимодействия всегда достаточно для увлечения электронов к аноду. Что касается неустановившегося режима (нарастание колебаний), то постоянная составляющая наведенного тока может существовать в этом случае и без непосредственного оседания электронов на аноде.

Прежде чем получить условие попадания электронов на анод в плоской модели магнетрона, рассмотрим особые точки уравнения (10). При $X = \pm \pi/2$ всегда $\dot{Y} = 0$. Когда линия синхронизма $\dot{X} = 0$ пересекает любую из прямых $X = \pm \pi/2$, тогда уравнение средней траектории имеет особую точку типа седла (рис. 2в). Особая точка существует, если $|\sigma_0/\alpha_1| \geq 1$, при $Y' = \operatorname{arsh} |\sigma_0/\alpha_1|$. Если $Y' > Y_0$, то часть электронов, вылетевших в „благоприятной“ фазе, переходит через линию $X = \pi/2$ (или $X = -\pi/2$ — в зависимости от знака α_0) в область „неблагоприятных“ фаз и движется там к катоду таким образом, что средние траектории являются зеркальным отражением средних траекторий в области „благоприятных“ фаз относительно линии $X = \pi/2$. Если учесть, что электрон совершает быстрое вращательное движение относительно медленного переносного, то ясно, что электроны, перешедшие в область „неблагоприятных“ фаз, значительно усиливают бомбардировку катода по сравнению с электронами, эмиттированными в „благопри-

ятной* фазе и возвращающимися на катод в конце первой петли траектории.

Одна из асимптот (интегральная кривая, проходящая через особую точку семейства кривых, определяемых (11)) может пересечь линию $Y = Y_0$ при некотором $X = X_0$ в области „благоприятных“ фаз. Тогда все усредненные траектории по одну сторону асимптоты повернут к аноду (т. е. электроны будут „захвачены“ высокочастотным полем), а по другую сторону (рис. 2 в, г) совершенно симметрично относительно прямой $X = \pi/2$ (или $X = -\pi/2$, если $\alpha_0 < 0$) повернут к катоду. Уравнение асимптоты имеет вид:

$$\sin X = \frac{(\alpha_0/\alpha_1)(Y - Y') + \operatorname{sh} Y'}{\operatorname{sh} Y}. \quad (15)$$

Если α_0/α_1 увеличивать, то координата Y' особой точки может настолько возрасти, что асимптота перестанет пересекать линию $Y = Y_0$, т. е. существует некоторое критическое значение отношения $(\alpha_0/\alpha_1)_k$, соответствующее моменту, когда электроны перестанут попадать на анод. Таким образом, электроны могут быть „захвачены“, увлечены высокочастотным полем на анод, только начиная с определенного конечного α_1 при $\alpha_0 \neq 0^*$.

Оценим полное время пролета электронов от катода до анода. Как видно из (9а), быстрее других движется к аноду электрон, средняя траектория которого имеет меньшее значение X . Пусть $\sigma_0 = 0$ (при $\sigma_0 \neq 0$ время пролета увеличивается); тогда самый „быстрый“ электрон расположен в центре „спицы“. Для выбранного электрона усредненное уравнение движения имеет очень простой вид:

$$\dot{Y} = \alpha_1 \operatorname{sh} Y. \quad (16)$$

Интегрируя (16), легко получить выражение для числа периодов циклотронной частоты, в течение которых электрон доходит до анода:

$$n = \frac{1}{2\pi\alpha_1} \frac{\omega_H}{\omega} \ln \frac{\operatorname{th} Y_a/2}{\operatorname{th} Y_0/2}. \quad (17)$$

Можно выполнить формальный переход от цилиндрической конструкции к плоской модели, если принять:

$$d = r_a - r_k; \quad D = \pi (r_a + r_k)/N; \quad Y_a = (r_a - r_k) N / (r_a + r_k); \quad (18)$$

$$U_{0n} = (r_a^2 - r_k^2) \omega B / N; \quad \beta a = N\varphi/2,$$

где r_a, r_k — радиусы анода и катода, N — число резонаторов блока, φ — угловая полуширина щелей резонаторов.

Оценки, выполненные для типичных рабочих режимов магнетронов, данные о которых приведены в [1], показывают, что самые быстрые электроны совершают свой путь от катода до анода за $5 \div 15$ периодов циклотронной частоты ($3 \div 8$ периодов рабочей частоты).

4. РАСЧЕТ МОЩНОСТИ, ОТДАВАЕМОЙ ЭЛЕКТРОНАМИ ВЫСОКОЧАСТОТНОМУ ПОЛЮ

На основании результатов анализа фазовой фокусировки электронов в пространстве взаимодействия можно рассчитать величину мощности, отдаваемой электронами высокочастотному полю, выбрав при этом

* Величины α_0 и α_1 связаны при автоколебаниях определенной зависимостью, выяснение которой выходит за пределы настоящей статьи.

в качестве параметра среднюю величину плотности пространственного заряда у основания „спицы“.

Можно показать, что электрон, движущийся по кругу, центр которого, согласно (8), медленно дрейфует в плоскости (X, Y) в полях междуэлектродного пространства магнетрона (2), отдает в среднем за период вращательного движения такую же мощность, что и электрон, движущийся по линии дрейфа (в тех же предположениях, в которых справедливо решение в разделе 2). Поэтому для расчета величины мощности примем следующую модель. Заменим истинное движение электронов движением их по усредненным траекториям. Выделим из „спицы“ пространственного заряда некоторую двухмерную трубку тока, что всегда можно сделать, поскольку средние траектории не пересекаются. Пусть это будет трубка, ограниченная двумя сколь угодно близкими траекториями, такими, что постоянные в правой части (11) соответственно разны G и $G + \Delta G$. Тогда расстояние между ними в плоскости, параллельной электродам, равно

$$\Delta X = -\Delta G/\alpha_1 \operatorname{sh} Y \cos X. \quad (19)$$

Принимая во внимание закон сохранения тока в трубке:

$$\rho \dot{Y} \Delta X = \text{const}, \quad (20)$$

где ρ —плотность пространственного заряда, можно видеть из (9а), (19) и (20), что плотность внутри трубки тока остается неизменной, т. е. электрическая жидкость в выбранной модели ведет себя как несжимаемая. Если далее предположить, что вдоль основания „спицы“ плотность неизменна, то тогда всюду внутри „спицы“ она остается одной и той же и совпадает по величине с плотностью при $Y = Y_0$ ($\rho = \rho_0$)*.

Величина мощности, отдаваемой электронами одной „спицы“ высокочастотному полю, учитывая предыдущее, может быть представлена в виде:

$$P = - \int_V (\mathbf{J} \mathbf{E}) dV = - |\rho_0| \int_V (\mathbf{v} \nabla U) dV, \quad (21)$$

где \mathbf{J} —плотность тока, \mathbf{E} —высокочастотное электрическое поле, \mathbf{v} —средняя скорость электронов, V —объем „спицы“ (границы интегрирования $Y_a \geq Y \geq Y_0$, $X_{\text{кр}2} \geq X \geq X_{\text{кр}1}$; здесь $X_{\text{кр}1,2}$ определены из (12)). Если режим таков, что (10) имеет особую точку типа седла, то в качестве одной из границ надо, естественно, взять асимптоту (15). Электроны, переходящие в этом случае в область „неблагоприятных“ фаз, вклада в (21) не дадут.

Из (21), (2) и (9), (9а) нетрудно получить для средней за период мощности выражение

$$P = \alpha_1 \frac{h v^2}{\beta^4} |\rho_0| B (1 + \alpha_0) [Y_a - Y_0] 2 \operatorname{sh} Y_0, \quad (22)$$

когда особой точки нет или особая точка есть, но $Y' \leq Y_0$, и

$$P = \alpha_1 \frac{h \omega^2}{\beta^4} |\rho_0| B (1 + \alpha_0) [Y_a - Y_0] \left\{ \frac{|\alpha_0|}{\alpha_1} \times \right. \\ \left. \times (Y_0 - Y') + \operatorname{sh} Y' + \operatorname{sh} Y_0 \right\}, \quad (22a)$$

* Здесь имеется в виду не истинная плотность пространственного заряда, а плотность мысленно введенных зарядов, движущихся по линиям дрейфа. Поскольку скорость отбора электронов полем из прикатодного слоя зависит от координаты X_0 , указанное предположение может быть справедливо только в режиме ограничения катодного тока пространственным зарядом.

когда особая точка есть и $Y' \geq Y_0$. Здесь h — высота блока по z . Если α_0/α_1 увеличивать, то величина в фигурных скобках в (22а) будет изменяться, уменьшаясь до нуля, когда электроны перестанут попадать на анод, в соответствии с графиком рис. 3. Ясно, что такой характер

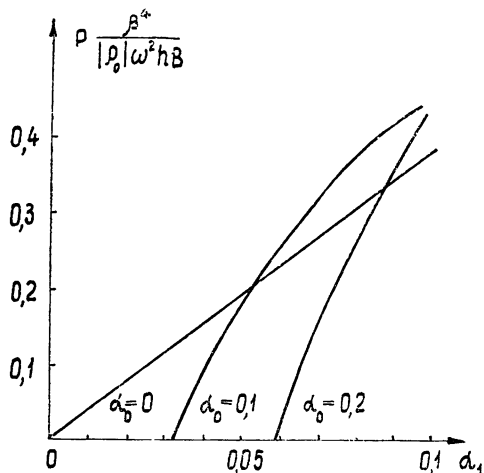


Рис. 3. Зависимость мощности, отдаваемой электронами высокочастотному полю, от величины высокочастотного напряжения при различных анодных напряжениях.

зависимости мощности „накачки“ от амплитуды переменного напряжения должен приводить к устойчивому предельному циклу при достаточно добротной колебательной системе.

Чтобы сопоставить полуценную формулу мощности (22), (22а) с уже известными соотношениями, выразим величину мощности через полный ток, для чего определим сначала связь полного анодного тока с амплитудой высокочастотного поля. Нетрудно видеть, что в выбранной модели постоянный анодный ток, создаваемый электронами одной „спицы“, равен

$$I_0 = |\rho_0| \frac{h\omega}{\beta^2} \alpha_1 \operatorname{sh} Y_0, \quad (23)$$

когда $Y' \leq Y_0$ или нет особой точки, и

$$I_0 = |\rho_0| \frac{h\omega}{\beta^2} \alpha_1 \left\{ \frac{\alpha_0}{\alpha_1} (Y - Y') + \operatorname{sh} Y' + \operatorname{sh} Y_0 \right\}, \quad (23a)$$

когда $Y' \geq Y_0$. Из (22), (23а) и (23), (23а), исключая ρ_0 , нетрудно получить:

$$P = I_0 U_0 (1 - Y_0/Y_a). \quad (24)$$

Формула (24) дает для величины мощности значения, почти вдвое большие, чем это следует из формулы (2.91) монографии [1]. Возможно, что расхождение обусловлено занижением средней плотности в [1], поскольку вместо среднего значения величины радиальной скорости в „спице“ в указанной работе выбрано максимальное значение, соответствующее моменту прохождения „спицы“ под серединой щели резонатора.

Из (24) видно, что электронный коэффициент полезного действия равен

$$\eta_e = 1 - Y_0/Y_a. \quad (25)$$

Если, как обычно, ввести потенциал синхронизации $U_c = \omega^2 m/2 |e| \beta^2$, то (25) нетрудно привести к виду:

$$\eta_e = 1 - 2U_c U_0 / U_{0n}^2. \quad (26)$$

Следует отметить, что очень хорошего согласия с результатами экспериментов ожидать в данном случае трудно, так как в реальных цилиндрических конструкциях распределение постоянной во времени части потенциала может отличаться от линейного (для большей части пространства взаимодействия оно близко к логарифмическому) и, кроме

того, синхронизм электронов по всей высоте электронной „спицы“ ни при каких электрических режимах не выполняется*.

Сопоставим результаты экспериментов, данные о которых опубликованы в [2,4], с результатами расчета по следующей формуле, которая получается из (26) формальным переходом (18) к цилиндрической модели:

$$\eta_e = 1 - \frac{4r_a^2 U_0}{(r_a^2 - r_k^2)^2 |e/m| B^2}, \quad (27)$$

так как в этом случае $U_c = (2\omega r_a / N)^2 / 2 |e/m|$. Результаты расчета по (27) и экспериментальные данные содержатся в таблице 1.

Таблица 1

Тип лампы	r_a/r_k	η_e эксп	η_e теор
4J52	1,53	6 %	73 %
2J55	2,02	50%	57 %
4J45	2,65	68%	79 %
LCW	1,65	70 %	77 %
7254	2,00	52%	75 %
HP10V	1,98	40%	57 %

Из таблицы видно, что в „квазиплоских“ случаях формулы (26) и (27) достаточно точно (в пределах 10%) передают величину электронного КПД. Поэтому можно считать, что принятая для расчета модель оправдана. Однако нужно еще раз подчеркнуть, что хороших количественных совпадений результатов приближенной теории с экспериментом можно ожидать только из анализа цилиндрической конструкции. Плоская модель качественно правильно передает зависимость отдаваемой электронами мощности от параметров и может быть поэтому использована для рассмотрения некоторых вопросов, связанных с колебаниями магнетронного автогенератора.

Отметим, что в случае линейного распределения постоянного потенциала вклад в полезную мощность от всех горизонтальных слоев „спицы“ равной ширины по u одинаков (в этом можно убедиться при интегрировании (21), т. е. при выводе соотношений (22), (22а)). Энергообмен электронов с полем, таким образом, происходит с равной эффективностью по всей высоте „спицы“ пространственного заряда. Электроны по мере движения к аноду попадают в области все более сильного поля, но при этом их радиальная скорость сильно возрастает и плотность (истинная) уменьшается. Поэтому нельзя ожидать хороших результатов от рассмотрения моделей с дискретным взаимодействием электронного потока в магнетроне с сосредоточенным полем щелей резонаторов.

5. РАСЧЕТ ОСНОВНОЙ ГАРМОНИКИ НАВЕДЕННОГО ТОКА

Зависимость основной гармоники наведенного тока от параметров системы и от величины высокочастотного напряжения на резонаторном блоке интересна для более подробного рассмотрения поведения системы вблизи предельного цикла (сюда примыкают вопросы электронной перестройки, флюктуации амплитуды и фазы и т. д.). Наведенный ток, как и в [1], рассчитаем по теореме Шокли—Рамо. В лабораторной системе

* Результаты анализа для цилиндрической модели вполне удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными.

отсчета потенциал, удовлетворяющий условиям теоремы Шокли—Рамо (с учетом только основной пространственной гармоники стоячей волны), имеет вид:

$$U^0 = -\frac{2}{\pi} \frac{\sin(\beta a)}{\beta a} \frac{\text{sh}(\beta y)}{\text{sh}(\beta d)} \sin(\beta x). \quad (28)$$

Заметим, что напряжение на колебательной системе, согласно (2), имеет временной множитель $\cos(\omega t)$. В соответствии с этим будем выбирать активную и реактивную компоненты наведенного тока. Наведенный электронами одной „спицы“ ток равен

$$I_n = |\rho_0| \int_{V_1} (\mathbf{v}_1 \text{ grad } U^{(0)}) dV_1. \quad (29)$$

Здесь v_1 —средняя скорость электронов, а V_1 —объем „спицы“, ограниченный в лабораторной системе отсчета:

$$X_{\text{кр} 2} + T \geq \beta x \geq X_{\text{кр} 1} + T, \quad (30)$$

так что в момент $T = 0$ „спица“ сгруппирована вблизи $X = 0$, как это и должно быть, поскольку в этом случае потенциал (2) пропорционален $-\sin(\beta x)$.

Нетрудно тогда получить для наведенного тока из (29), (30), (28) и (9), (9а):

$$I_n = -\frac{2|\rho_0|\omega\hbar}{\pi\beta^2 \text{sh}\beta d} \frac{\sin(\beta a)}{\beta a} \{i_a(\alpha_0, \alpha_1) \cos(\omega t) + i_p(\alpha_0, \alpha_1) \sin(\omega t)\}. \quad (31)$$

Величины $i_a(\alpha_1, \alpha_0)$ и $i_p(\alpha_1, \alpha_0)$ имеют вид:

$$i_a(\alpha_1, \alpha_0) = \int_{Y_c}^{Y_a} (1 + \sigma_0) \text{sh } Y [\sin X_{\text{кр} 2} - \sin X_{\text{кр} 1}] dY; \quad (32)$$

$$i_p(\alpha_1, \alpha_0) = \int_{Y_0}^{Y_a} \{(1 + \alpha_0) \text{sh } Y [\cos X_{\text{кр} 2} - \cos X_{\text{кр} 1}] + \alpha_1 \text{sh } Y \text{ch } Y (X_{\text{кр} 2} - X_{\text{кр} 1})\} dY. \quad (32a)$$

Активная составляющая наведенного тока равна

$$I_{n a} = -\frac{2|\rho_0|\omega\hbar}{\pi\beta^2 \text{sh}\beta d} \frac{\sin(\beta a)}{\beta a} (1 + \alpha_0) 2 \text{sh } Y_0 \cos(\omega t), \quad (33)$$

когда $Y' \leq Y_0$ или Y' не существует, и

$$I_{n a} = -\frac{2|\rho_0|\omega\hbar}{\pi\beta^2 \text{sh}\beta d} \frac{\sin(\beta a)}{\beta a} (1 + \alpha_0) \left\{ \frac{|\sigma_0|}{\alpha_1} (Y_0 - Y') + \text{sh } Y' + \text{sh } Y_0 \right\}, \quad (33a)$$

когда $Y' \geq Y_0$. Нетрудно видеть, что формулы (33), (33а) согласуются с (22), (22а). На рис. 4 приводятся результаты расчета величины $i_a(\alpha_0, \alpha_1)$.

Величину реактивной составляющей наведенного тока не удается рассчитать аналитически. Результаты численного расчета, выполненного на электронной вычислительной машине, представлены на рис. 5. Как интересную особенность можно сразу же отметить тот факт, что в слу-

При $\alpha_0 = 0$ наведенный ток, несмотря на геометрическую симметрию „спицы“ и отсутствие ее смещения по отношению к нулевой фазе основной гармоники волны поля, обладает некоторой реактивной составляющей. Величина ее пропорциональна амплитуде высокочастотного поля, так что своим происхождением реактивная составляющая, по-види-

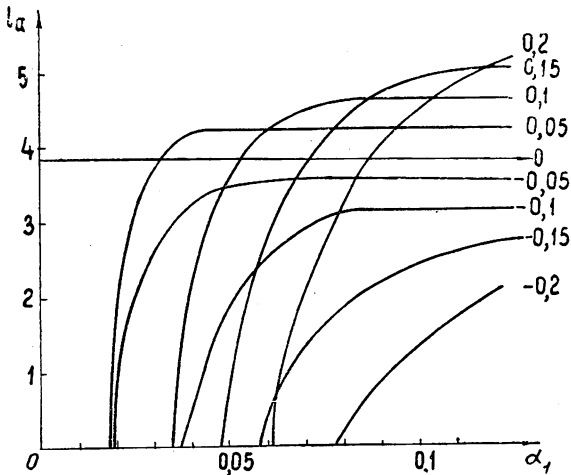


Рис. 4. Зависимость величины i_a от α_1 при различных α_0 ($\beta d = 3,6$; $\omega/\omega_H = 0,6$).

мому, в отмеченном случае обязана дрейфу электронов внутри „спицы“ пространственного заряда. В работе [5] приведены результаты измерений реактивной составляющей электронной проводимости. Неожиданно оказалось, что она всегда имеет емкостный характер. Результаты расчета

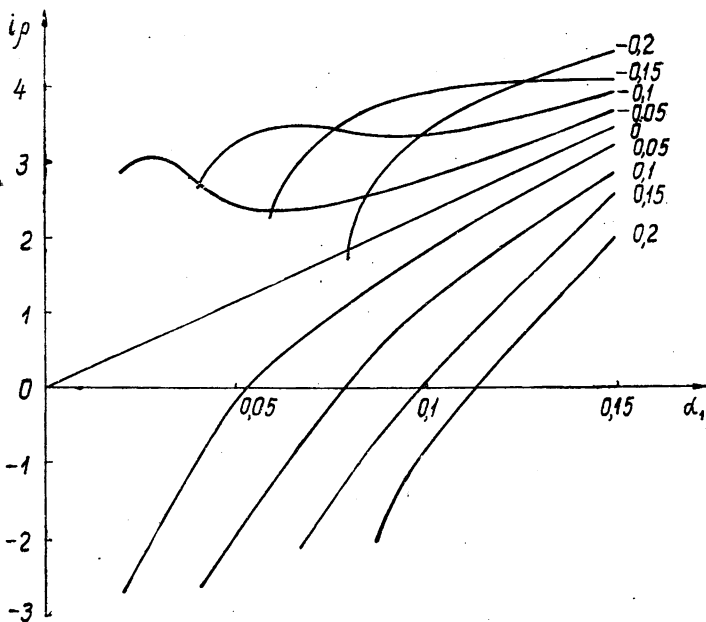


Рис. 5. Зависимость величины i_p от α_1 при различных α_0 ($\beta d = 3,6$; $\omega/\omega_H = 0,6$).

по (32а), представленные на рис. 5, также показывают, что наведенный ток, а следовательно, и реактивная компонента проводимости, имеют емкостный характер всюду, кроме случаев, когда $\alpha_0 > 0$ и α_1 достаточно мало. Поскольку при автоколебаниях с ростом U_0 величина U_1 растет очень быстро (как показывают эксперименты), то реализовать на практике такой режим трудно.

6. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В отличие от известных работ [1,4,6] весь анализ выполнен без предположения о точном синхронизме отдельных электронов с высокочастотной волной поля. Поведение электронов в пространстве взаимодействия рассмотрено при различных соотношениях постоянного и переменного напряжений; в частности, показано, как изменяется „захват“ электронов полем волны в зависимости от отклонения постоянного напряжения от $U_{0п}$. Это напряжение и должно пониматься как пороговое для плоской модели, так как при меньших напряжениях колебательная система не может быть выведена из состояния равновесия (если не принимать во внимание колебаний других видов). Установившиеся колебания могут существовать в некоторой области изменения параметра α_0 , в том числе и при $\alpha_0 < 0$, так что (как и обычно при жестком возбуждении) существует некоторый гистерезис по параметру α_0 . Эти явления значительно усложняются при учете колебаний других видов. Мы ограничимся здесь этими замечаниями относительно свойств магнетронного генератора, так как подробное рассмотрение целесообразно провести отдельно.

Весь выполненный анализ исходит из малости правой части (6). Для некоторых конструкций это требование может нарушаться вблизи анода. Однако неточности в нахождении средней траектории не должны заметно сказаться на величине наведенного тока и мощности, поскольку вблизи анода, где поправки к вычисленной в первом приближении траектории наибольшие, тангенциальная составляющая основной гармоники волны поля, ответственная за отбор мощности, меняется вблизи $X = 0$ весьма медленно ($\sim \cos X$). Кроме того, энергообмен электронов с волной поля происходит равномерно по всей высоте „спицы“, как отмечалось в разделе 4.

Уравнение следующего приближения для средней скорости электронов имеет вид:

$$\frac{dr}{d\theta} = \frac{\omega}{\omega_H} (\sigma_0 - \alpha_1 \sin r^*) + j \left(\frac{\omega}{\omega_H} \right)^2 \alpha_1 [\sigma_0 - \alpha_1 \sin r] \cos r^*. \quad (34)$$

Для составляющих скорости это дает:

$$\dot{X} = \sigma_0 - \alpha_1 \operatorname{ch} Y \sin X + \frac{\omega}{\omega_H} \alpha_1 [\sigma_0 \operatorname{sh} Y \sin X - \alpha_1 \operatorname{sh} Y \operatorname{ch} Y]; \quad (35)$$

$$\dot{Y} = \alpha_1 \operatorname{sh} Y \cos X + \frac{\omega}{\omega_H} \alpha_1 [\sigma_0 \operatorname{ch} Y \cos X - \alpha_1 \cos X \sin X]. \quad (35a)$$

Для средней траектории справедливо соотношение

$$\sigma_0 Y - \alpha_1 \operatorname{sh} Y \sin X + \alpha_1 \frac{\omega}{\omega_H} \left[\sigma_0 \operatorname{ch} Y \sin X - \frac{\sigma_1}{2} \sin^2 X - \right. \\ \left. - \frac{\alpha_1}{2} \operatorname{sh}^2 Y \right] = \text{const}. \quad (36)$$

Поскольку величина $\alpha_1 (\omega/\omega_H) \operatorname{sh} Y$ вблизи анода составляет на практике 0,15 — 0,6, то в случае $\alpha_0 = 0$, как можно видеть из (36), вблизи анода траектория сместится на $X \leq 0,3$, а тангенциальная составляющая электрического поля будет отличаться от поля при $X = 0$ не более, чем на 5%.

В работе [6] указывалось, что учет встречной („минус первой“) гармоники волны поля приводит к изменению характеристик магнетрона. Отметим, что предположения о неизменности радиальной координаты и сохранении фазы электрона относительно волны поля в течение полупериода колебаний, которые лежат в основе анализа в [6], выглядят искусственными и не соответствуют действительности. К сожалению, анализ движения электронов с учетом встречной волны поля (когда в правую часть уравнения (6) добавляется член $-j (\omega/\omega_H) \alpha_1 \sin (Z^* + 2T)$), затруднителен, если действующее на электрон электрическое поле заметно меняется на протяжении петли траектории. Если же поле слабо изменяется за период движения, то движение распадается на дрейф и два вращения с частотами ω_H и 2ω . Тогда усредненная траектория совпадает с (11). В общем случае действие несинхронных гармоник поля на электроны не должно заметно изменять средние траектории, если частоты ω и ω_H не находятся в некоторых кратных отношениях. Поскольку, как отмечалось выше, магнетрон является прибором с непрерывным взаимодействием, эффективно происходящим по всей высоте „спицы“ пространственного заряда, то ясно, что при расчете мощности, отдаваемой электронами высокочастотному полю, можно не учитывать в первом приближении несинхронные гармоники поля.

Результаты настоящей статьи могут найти применение при исследовании автоколебаний магнетронного генератора. Для этого, прежде всего, необходимо установить зависимость параметра ρ_0 , отображающего некоторую среднюю плотность пространственного заряда в прикатодной области, от электрического режима.

Автор благодарен М. И. Кузнецову, прочитавшему статью в рукописи и сделавшему ряд важных замечаний, и Л. В. Родыгину за полезные обсуждения.

Значительная часть результатов настоящей работы была доложена на сессии Научно-технического общества радиотехники и электросвязи им. А. С. Попова в мае 1960 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. С. И. Бычков, Вопросы теории и практического применения многорезонаторных магнетронов, ЛКВВИА им. А. Ф. Можайского, Л., 1958.
2. Магнетроны сантиметрового диапазона, изд. Сов. радио, М., 1, 1950; 2, 1951.
3. Н. Н. Боголюбов и Ю. А. Митропольский, Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний, Физматгиз, М., 1958.
4. В. Ф. Коваленко, Введение в электронику сверхвысоких частот, изд. Сов. радио, М., 1955.
5. С. G. Lehr, A. J. Kalnajs, J. Electronics and Control, 8, 19 (1960).
6. Э. А. Гельвич, Электроника, № 6, 45 (1959).