Следует отметить независимость постоянной составляющей от $\Delta\Theta$ при $a\Theta_{\text{ск}} \simeq 2{,}15$, что в некоторых случаях может быть использовано для калибровки.

ЛИТЕРАТУРА

1 А. П. Молчанов, Известия ГАО, 21, 164, 114 (1960)

Главная астрономическая обсерватория АН СССР

Поступила в редакцию 31 декабря 1960 г.

РАССЕЯНИЕ ЗВУКА ТУРБУЛЕНТНЫМ СЖИМАЕМЫМ ПОТОКОМ

Ю. А. Рыжов

Рассеяние звука турбулентным потоком рассматривалось рядом авторов [1,2]. При этом первоначальный поток предполагался несжимаемым. В работах [3,4] рассматривается задача рассеяния звука безвихревым турбулентным потоком ($\mathrm{rot}\, \boldsymbol{u} = 0$) на основе уравнения

$$\Delta\varphi - \frac{1}{c^2}\left(\frac{\partial}{\partial t} + u_i \frac{\partial}{\partial x_i}\right)^2 \varphi = 0 \tag{1}$$

Полученный в [3,4] результат неверен, так как написанное уравнение справедливо лишь для слабо сжимаемого газа, для которого практически $\mathrm{div}\, \boldsymbol{u} = 0$. Поэтому использовать уравнение (1) для решения задач по рассеянию звука турбулентным потоком нельзя.

Если не пренебрегать сжимаемостью газа, то следует написать следующее уравнение для потенциала звуковой волны φ, пренебрегая членами порядка $(u/c)^2$:

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} = -2\left(\boldsymbol{u}\nabla \frac{\partial\varphi}{\partial t}\right) + c^2\Delta\varphi - \left(\frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial t}\nabla\varphi\right) + \frac{\partial\varphi}{\partial t}(\boldsymbol{u}\nabla \ln c^2) + (\nabla\varphi, \nabla\Pi_0). \tag{2}$$

Здесь $\nabla\Pi_0 = c^2\nabla\rho/\rho$ (см. [1]). Уравнение (1) в том же приближении имеет вид

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} = -2\left(\boldsymbol{u}\nabla \frac{\partial\varphi}{\partial t}\right) + c^2\Delta\varphi - \left(\frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial t}\nabla\varphi\right),$$

т. е. оно получается из (2), если там положить $\nabla\rho/\rho = \nabla \ln c^2 = 0$. Уравнение (2) можно использовать для рассмотрения задач, связанных с рассеянием звука в безвихревом турбулентном потоке. Однако проще рассмотреть задачу о рассеянии на потенциальной части потока методом [2].

Исходное уравнение для отклонения плотности от средней имеет вид

$$\Delta\rho' + k^2\rho' = -\frac{2}{c^2}\rho_0 \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_k}\left(u_i^{(0)} u_k^{(L)}\right). \tag{3}$$

Здесь $\boldsymbol{u}^{(0)}$ — скорость в звуковой волне, рассеяние которой изучается, ρ_0—средняя плотность среды, $k = \omega/c$, ω—частота звуковой волны. Вязкостью среды в (3) пренебрежено.

Уравнение (3) написано в предположении малости частоты пульсаций ν в турбулентном потоке по сравнению с ω: мы пренебрегаем зависимостью u_k^T от времени и считаем, что ρ' зависит от времени гармонически. На достаточно большом расстоянии r от рассеивающего объема величина ρ', определяемая из (3), представляет собой сферическую расходящуюся звуковую волну со средним потоком энергии

$$\overline{S} = \boldsymbol{n}\frac{2\pi\rho_0 k^4}{r^2 c} V \cos^2\theta E^L(|\boldsymbol{K}|)\,\overline{(\boldsymbol{n}\boldsymbol{e}^L)^2}. \tag{4}$$

В этом выражении $\boldsymbol{n}$—единичный вектор в направлении к точке наблюдения Вектор $\boldsymbol{K}$ равен $(\boldsymbol{n}^{(0)} - \boldsymbol{n})\,k$, где $\boldsymbol{n}^{(0)}$—единичный вектор в направлении распространения звуковой волны, θ—угол между векторами $\boldsymbol{n}^{(0)}$ и $\boldsymbol{n}$, $|\boldsymbol{K}| = 2k \sin(\theta/2)$, V—величина рассеивающего объема, E^L — энергетический спектр потенциальной части турбулентности, $\boldsymbol{e}^L$ —вектор поляризации в волне с направлением $\boldsymbol{K}$ (на этой волне происходит рассеяние на угол θ). Выражение (4) справедливо для достаточно большого объема V, такого, что можно пренебречь усреднением спектра турбулентности по объему $8\pi^3/V$ [3].

Мощность, рассеиваемая в единичный телесный угол в направлении n единицей объема, равна

$$P(n) = \frac{2\pi\rho_0 k^4}{c} \cos^2\theta\, \overline{(ne^L)^2}\, E^L(K). \tag{5}$$

Поперечник рассеяния имеет вид

$$d\sigma^L(\theta) = \frac{2\pi k^4}{c^2} E^L\,[2k\sin(\theta/2)]\cos^2\theta\,\overline{(ne^L)^2}.$$

При выводе формулы (4) было использовано выражение для спектрального тензора энергии в сжимаемом турбулентном потоке [5]:

$$\Phi_{ik}(q) = \{E^L(q) - E^T(q)\}\frac{q_i q_k}{q^2} + \delta_{ik}E^T(q), \tag{6}$$

где смысл функций $E^L(q)$ и $E^T(q)$ определяется соотношениями

$$\frac{1}{2}\overline{(u^L)^2} = \frac{1}{2}\int E^L(q)\,dq, \qquad \frac{1}{2}\overline{(u^T)^2} = \int E^T(q)\,dq. \tag{7}$$

Имея в виду, что

$$\overline{(ne^L)^2} = \sin^2(\theta/2),$$

получим*:

$$d\sigma^L(\theta) = \frac{2\pi k^4}{c^2} E^L\,[2k\sin(\theta/2)]\cos^2\theta\sin^2(\theta/2) \tag{8}$$

Полученный результат следует учитывать в тех случаях, когда существенна сжимаемость газа. В атмосферной турбулентности при $u/c \ll 1$ сжимаемостью газа можно пренебречь. Энергия вихревой части турбулентности значительно превосходит энергию потенциальной части, и учет (8) теряет смысл**. Однако возможны случаи, когда энергия потенциальной части турбулентности сравнима или превосходит энергию вихревой компоненты. При этом существенным является тот факт, что вихревая и потенциальная части турбулентности практически развязаны и величины $\operatorname{div}\boldsymbol{u}$ и $\operatorname{rot}\boldsymbol{u}$ выступают как независимые параметры.

Автор признателен М. А. Миллеру за обсуждение данной заметки

ЛИТЕРАТУРА

1. Д. И. Блохинцев, Акустика неоднородной движущейся среды, ГИТТЛ, М.—Л., 1946
2. R. H. Kraichnan, J. Acoust. Soc. America, 25, 1096 (1953).
3. В. И. Татарский, ЖЭТФ, 25, 74 (1953).
4. В. И. Татарский, Теория флюктуационных явлений при распространении волн в турбулентной атмосфере, изд. АН СССР, М., 1959.
5. А. М. Яглом, Изв. АН СССР, сер. геогр. и геофиз., 12, 501 (1948).

Научно-исследовательский радиофизический институт при Горьковском университете

Поступила в редакцию 4 марта 1961 г.

О ФЛЮКТУАЦИЯХ В ДЛИННОЙ ЛИНИИ

В. П. Милантьев

Тепловые флюктуации в длинной линии рассматривались в работах [1—3]. Однако в литературе не приводились общие формулы для флюктуаций тока и напряжения в произвольных точках линии и при произвольных нагрузках на концах линии. Так,

* В соответствующей формуле в [4] вместо множителя $\cos^2\theta\sin^2(\theta/2)$ стоит $\cos^2(\theta/2)$.

** Это замечание принадлежит В. И. Татарскому.