ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том IV, № 5 РАДИОФИЗИКА 1961

О ВЛИЯНИИ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКИХ НЕУСТОЙЧИВОСТЕЙ НА ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТЬ И ТЕМПЕРАТУРУ ПЛАЗМЫ*

В. Д. Шапиро

В плазме, помещенной в сильное электрическое поле, электроны, ускоряясь полем, образуют пучок, «раскачивающий» продольные колебания плазмы Рассмотрено торможение электронного пучка в результате взаимодействия с коллективными колебаниями плазмы, а также увеличение тепловой энергии частиц плазмы в результате термализации колебаний Изменение функции распределения электронов плазмы со временем получено путем решения уравнения, аналогичного уравнению Фоккера—Планка, в котором учтены «коллективные соударения» в плазме

Как известно, в плазме, помещенной в сильное электрическое поле $E_0 > E_{кр}$, торможение электронов в результате парных соударений становится незначительным, и электронный газ, ускоряясь электрическим полем, образует пучок „убегающих“ электронов [1] ($E_{кр}$—напряженность поля, в котором направленная скорость, приобретаемая электронами за среднее время свободного пробега, равна их тепловой скорости). Торможение электронного потока в случае $E_0 > E_{кр}$ осуществляется в результате взаимодействия с коллективными колебаниями плазмы. Ахиезером и Файнбергом [2], Бомом и Гроссом [3] было показано, что равновесное состояние пучка с плазмой неустойчиво, если только направленная скорость пучка превышает тепловую скорость. Аналогичные неустойчивости имеют место и в плазме, помещенной в сильное электрическое поле $E_0 > E_{кр}$, так как в этом случае электроны плазмы движутся относительно ионной компоненты со скоростью, превышающей тепловую. Малые колебания, возникающие в плазме в результате тепловых флюктуаций, будут раскачиваться пучком, что приведет к торможению последнего.

В работах [4,5] было показано, что исследуемый механизм торможения является весьма эффективным в сильных электрических полях $E_0 \sim E_q = eN_0^{2/3} \gg E_{кр}$ и приводит в течение $\sim 10^2$ плазменных периодов (т. е. в течение $\sim 10^{-8}$ *сек* для $N_0 = 10^{12}$ *эл·см*$^{-3}$) к значительному торможению пучка. Торможение электронного потока было рассмотрено в [4,5] в гидродинамическом приближении.

Целью настоящей работы является более детальное рассмотрение электропроводности плазмы в сильных электрических полях на основе кинетического уравнения без интеграла соударений. В этом приближении можно определить изменение со временем не только направленного импульса электронного потока, но и тепловой энергии электронов плазмы, пропорциональной $\overline{(v-\overline{v})^2}$ (черта означает усреднение по скоростям частиц плазмы). В работе показано, что бесстолкновительная диссипация энергии плазменных колебаний, возбуждаемых электронным потоком, приводит к быстрому росту тепловой энергии частиц плазмы.

Исходная система уравнений задачи состоит из уравнений Больцмана—Власова для электронов и ионов плазмы:

---

* Доклад на конференции МВ и ССО СССР по радиоэлектронике, Харьков, 1960

$$\frac{\partial f^{\mp}}{\partial t}+\boldsymbol{v}\frac{\partial f^{\mp}}{\partial \boldsymbol{r}}\mp\frac{e}{m_{\mp}}(\boldsymbol{E}_0+\boldsymbol{E}_1)\frac{\partial f^{\mp}}{\partial \boldsymbol{v}}=0 \tag{1}$$

и уравнения Пуассона для электрического поля колебаний:

$$\operatorname{div}\boldsymbol{E}_1=4\pi e\left\{\int f^+(d\boldsymbol{v})-\int f^-(d\boldsymbol{v})\right\}. \tag{1a}$$

Представим функции распределения электронов и ионов плазмы в виде: $f^{\mp}=f_0^{\mp}+f_1^{\mp}$, где f_1 описывают колебания плазмы и обладают тем свойством, что $\langle f_1^{\mp}\rangle=\frac{1}{V}\int f_1^{\mp}(d\boldsymbol{r})=0$. (Усреднение в этой формуле производится по объему, занимаемому плазмой.) Для $f_0^{\mp}=\langle f^{\mp}\rangle$ имеем следующие уравнения:

$$\frac{\partial f_0^{\mp}}{\partial t}\mp\frac{e}{m_{\mp}}E_0\frac{\partial f_0^{\mp}}{\partial v}\mp\frac{e}{m_{\mp}}\left\langle E_1\frac{\partial f_1^{\mp}}{dv}\right\rangle=0. \tag{2}$$

В дальнейшем мы ограничимся рассмотрением лишь начального периода процесса, когда колебания находятся в линейном режиме; кроме того, будем считать, что изменение со временем функций распределения $f_0^{\mp}$, характеризующих „квазиравновесное“ состояние плазмы, происходит медленнее, чем изменение $f_1^{\mp}$.

Тогда, представляя E_1 и $f_1^{\mp}$ в виде:

$$\boldsymbol{E}_1=\sum_k \boldsymbol{E}_k\exp\left\{i\left(\boldsymbol{kr}-\int_0^t\omega_k\,d\tau\right)\right\},$$
$$f_1^{\mp}=\sum_k f_k^{\mp}\exp\left\{i\left(\boldsymbol{kr}-\int_0^t\omega_k\,d\tau\right)\right\} \tag{3}$$

(суммирование проводится по всем волновым векторам колебаний), мы для связи между $f_k^{\mp}$ и $\boldsymbol{E}_k$ можем использовать обычные формулы линеаризованной теории:

$$f_k^{\mp}=\pm\frac{e}{m_{\mp}}\boldsymbol{E}_k\frac{\partial f_0^{\mp}}{\partial \boldsymbol{w}}(t,\boldsymbol{w})\frac{1}{i\left[\boldsymbol{k}(\boldsymbol{w}+\boldsymbol{u}_0^{\mp})-\omega_k\right]}. \tag{4}$$

В этой формуле $\boldsymbol{w}=\boldsymbol{v}-\boldsymbol{u}_0^{\mp}$ $\left(\boldsymbol{u}_0^{\mp}=\mp\frac{e}{m_{\mp}}\int_0^t E_0d\tau\right.$ — направленные скорости, приобретаемые электронами и ионами плазмы во внешнем электрическом поле; $\left.u_0^+=(m_-/m_+)\,|u_0^-|\ll|u_0^-|\right)$, $\omega_k=\omega_k^r+i\delta_k$ — комплексная частота плазменных колебаний, определяемая из дисперсионного уравнения*:

$$1=\sum_{+,-}\frac{4\pi e^2}{mk^2}\boldsymbol{k}\int\frac{\frac{\partial f_0}{\partial \boldsymbol{w}}(t,\boldsymbol{w})\;(d\boldsymbol{w})}{\boldsymbol{k}(\boldsymbol{w}+\boldsymbol{u}_0^{\mp})-\omega_k}. \tag{5}$$

* Так как в рассматриваемой задаче электронный и ионный пучки ускоряются в электрическом поле, то дисперсионное уравнение (5) применимо, если выполнено условие адиабатичности $\left|\frac{du_0}{dt}\frac{1}{\omega u_0}\right|\ll 1$.

В переменных t, $\boldsymbol{w}$ уравнение (2) приобретает вид:

$$\frac{\partial f_0^{\mp}}{\partial t} \mp \frac{e}{m_{\mp}} \left\langle \boldsymbol{E}_1 \frac{\partial f_1}{\partial \boldsymbol{w}} \right\rangle = 0.$$

Подставляя в это уравнение разложение (3), используя (4), а также то обстоятельство, что для нарастающей ветви колебаний $\omega_{-k}^r = -\omega_k^r$, а $\delta_{-k} = \delta_k > 0$, получим следующее уравнение для функции $f_0^{\mp}$:

$$\frac{\partial f_0^{\mp}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{w}} \left(\boldsymbol{\alpha}^{\mp} f_0^{\mp}\right) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial w_i \partial w_k} \left(\beta_{ik}^{\mp} f_0^{\mp}\right). \tag{6}$$

Это уравнение имеет вид уравнения Фоккера—Планка. Величина $\boldsymbol{\alpha}^{\mp} = \overline{\Delta \boldsymbol{w}^{\mp}}/\Delta t$, где $\overline{\Delta \boldsymbol{w}^{\mp}}$—среднее изменение скорости частицы в результате коллективных соударений" за время Δt, определяется следующей формулой:

$$\boldsymbol{\alpha}^{\mp} = \frac{V}{4\pi^3} \int (d\boldsymbol{k})\, \delta_k(t)\, \boldsymbol{k} \times \tag{7}$$
$$\times \frac{e^2 \left| E_k^f \right|^2 \left[\boldsymbol{k}\left(\boldsymbol{u}_0^{\mp} + \boldsymbol{w}\right) - \omega_k^r\right] \exp\left\{2 \int\limits_0^t \delta_k(\tau)\, d\tau\right\}}{m_{\mp}^2 \left\{\left[\boldsymbol{k}\left(\boldsymbol{u}_0^{\mp} + \boldsymbol{w}\right) - \omega_k^r\right]^2 + \delta_k^2\right\}^2}.$$

Для $\beta_{ik}^{\mp} = \overline{\Delta w_i \Delta w_k^{\mp}}/\Delta t$ имеем:

$$\beta_{ik}^{\mp} = \frac{V}{4\pi^3} \int (d\boldsymbol{k})\, \delta_k(t) \frac{k_i k_k}{k^2} \frac{e^2 \left| E_k^f \right|^2 \exp\left\{2 \int\limits_0^t \delta_k(\tau)\, d\tau\right\}}{m_{\mp}^2 \left\{\left[\boldsymbol{k}\left(\boldsymbol{u}_0^{\mp} + \boldsymbol{w}\right) - \omega_k^r\right]^2 + \delta_k^2\right\}}. \tag{7a}$$

В этих формулах мы перешли от суммирования по $\boldsymbol{k}$ к интегрированию в $\boldsymbol{k}$-пространстве, использовав для этого соотношение: $\sum\limits_{\boldsymbol{k}} = \Omega^{-1} \int d\boldsymbol{k}$, где $\Omega = (2\pi)^3/V$ — объем, приходящийся на одно колебание в $\boldsymbol{k}$-пространстве*. Следуя Габору [6], будем считать, что флюктуационные колебания в плазме, находящейся в состоянии теплового равновесия, занимают в $\boldsymbol{k}$-пространстве объем

$$-k_q^{(0)} \leqslant k_z \leqslant k_q^{(0)}; \quad k_\perp \leqslant k_q^{(0)} \quad \left(k_q^{(0)} = 1/\pi\lambda_Д\right)$$

$\left(\lambda_Д = \sqrt{\theta_0/4\pi N_0 e^2}\right.$ — дебаевский радиус, θ_0—первоначальная температура в эргах$\left.\right)$, а энергия каждого колебания равна θ_0, т. е. $\left|E_k^f\right|^2 = 8\pi\theta_0/V$.

В дальнейшем будем решать только уравнение для электронной функции распределения f_0^-, так как изменение со временем ионной функции распределения f_0^+ происходит значительно медленнее. При решении уравнения для f_0^- можно воспользоваться тем, что тепловая скорость электронов $w_T \ll \left|u_0^-\right|$, и ограничиться в уравнении (6) чле-

* Заметим, что $\left|E_k^f\right|^2$ в формулах (7) и (7а) есть квадрат флюктуации электрического поля с заданным $\boldsymbol{k}$ при $t = 0$, т. е. в момент включения внешнего электрического поля.

нами нулевого и первого порядка по w/u_0^-. Представляя f_0^- в виде интеграла Фурье:

$$f_0^-(t, w) = \int f_0^\nu(t) \exp\{i\nu w\}\, d\nu,$$

для фурье-компоненты f_0^ν получим уравнение

$$\frac{\partial f_0^\nu}{\partial t} + \frac{B_\perp^{(0)}}{2}\{\nu_x^2 + \nu_y^2\} f_0^\nu + \frac{B_\parallel^{(0)}}{2}\nu_z^2 f_0^\nu = iA\nu f_0^\nu + + i\frac{B_\perp^{(1)}}{2}\{\nu_x^2 + \nu_y^2\}\frac{\partial f_0^\nu}{\partial \nu} + i\frac{B_\parallel^{(1)}}{2}\nu_z^2\frac{\partial f_0^\nu}{\partial \nu} \tag{8}$$

с начальным условием

$$f_0^\nu\Big|_{t=0} = \frac{N_0\left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^{3/2}}{(2\pi)^3}\int e^{-\alpha w^2 - i\nu w}\,(dw) = \frac{N_0}{(2\pi)^3} e^{-\frac{\nu^2}{4\alpha}} \quad \left(\alpha = \frac{m_-}{2\theta_0}\right)$$

В уравнении (8) введены следующие обозначения:

$$B_{\perp,\parallel}^{(0)} = \frac{2}{\pi^2}\int (d\boldsymbol{k})\,\frac{k_{x,z}^2}{k^2}\,\delta_{\boldsymbol{k}}\,\frac{e^2\theta_0 \exp\left\{2\int_0^t \delta_{\boldsymbol{k}}(\tau)\,d\tau\right\}}{m_-^2\left\{(k_z u_0^- - \omega_{\boldsymbol{k}}^r)^2 + \delta_{\boldsymbol{k}}^2\right\}};$$

$$A = \frac{2}{\pi^2}\int (d\boldsymbol{k})\,\boldsymbol{k}\delta_{\boldsymbol{k}}\,\frac{e^2\theta_0 (k_z u_0^- - \omega_{\boldsymbol{k}}^r)\exp\left\{2\int_0^t \delta_{\boldsymbol{k}}(\tau)\,d\tau\right\}}{m_-^2\left\{(k_z u_0^- - \omega_{\boldsymbol{k}}^r)^2 + \delta_{\boldsymbol{k}}^2\right\}^2}; \tag{9}$$

$$B_{\perp,\parallel}^{(1)} = \frac{4}{\pi^2}\int (d\boldsymbol{k})\,\boldsymbol{k}\,\frac{k_{x,z}^2}{k^2}\,\delta_{\boldsymbol{k}}\,\frac{e^2\theta_0 (k_z u_0^- - \omega_{\boldsymbol{k}}^r)\exp\left\{2\int_0^t \delta_{\boldsymbol{k}}(\tau)\,d\tau\right\}}{m_-^2\left\{(k_z u_0^- - \omega_{\boldsymbol{k}}^r)^2 + \delta_{\boldsymbol{k}}^2\right\}^2}.$$

Решая (8) методом последовательных приближений, получим:

$$f_0^\nu(t) = \frac{N_0}{(2\pi)^3}\exp\left\{-\frac{(\nu_x^2 + \nu_y^2)}{4\alpha}\left(1 + 2\alpha\int_0^t B_\perp^{(0)}\,d\tau\right) - \frac{\nu_z^2}{4\alpha}\left(1 + 2\alpha\int_0^t B_\parallel^{(0)}\,d\tau\right)\right\}\times \times\left\{1 + i\nu_z\xi(t) - \frac{i}{4\alpha}\nu_z(\nu_x^2 + \nu_y^2)\eta(t) - \frac{i}{4\alpha}\nu_z^3\zeta(t)\right\}, \tag{10}$$

что соответствует функции распределения

$$f_0^-(t, w) = N_0\left[\frac{m_-^3}{8\pi^3\theta_\perp^2\theta_\parallel}\right]^{1/2}\exp\left\{-\frac{m_-(w_x^2 + w_y^2)}{2\theta_\perp(t)} - \frac{m_- w_z^2}{2\theta_\parallel(t)}\right\}\times$$

$$\times\left\{1-\frac{m_-}{\theta_\parallel}w_z\xi(t)+\frac{m_-\theta_0}{\theta_\parallel\theta_\perp}\eta(t)w_z\left(1-\frac{m_-(w_x^2+w_y^2)}{2\theta_\perp}\right)+\right.$$
$$\left.+\frac{m_-\theta_0}{\theta_\parallel^2}\zeta(t)w_z\left(\frac{3}{2}-\frac{m_-w_z^2}{2\theta_\parallel}\right)\right\}. \qquad (11)$$

Здесь использованы обозначения:

$$\theta_\perp(t)=\theta_0\left(1+2\alpha\int_0^t B_\perp^{(0)}(\tau)\,d\tau\right);$$

$$\theta_\parallel(t)=\theta_0\left(1+2\alpha\int_0^t B_\parallel^{(0)}(\tau)\,d\tau\right);$$

$$\xi(t)=\int_0^t A_z d\tau;\quad \eta(t)=\int_0^t B_{\perp,z}^{(1)}(\tau)\left(1+2\alpha\int_0^\tau B_\parallel^{(0)}(\tau')\,d\tau'\right)d\tau;$$

$$\zeta(t)=\int_0^t B_{\parallel,z}^{(1)}(\tau)\left(1+2\alpha\int_0^\tau B_\parallel^{(0)}(\tau')\,d\tau'\right)d\tau.$$

При условии $|u_0^-|\gg w_T$ частота ω^r и инкремент нарастания δ определяются как функции k_z* путем решения уравнения:

$$\frac{\omega_0^2}{(\omega-k_zu_0^-)^2}+\mu\frac{\omega_0^2}{(\omega+\mu k_zu_0^-)^2}=1;$$

$$\omega_0^2=\frac{4\pi N_0e^2}{m_-};\quad \mu=\frac{m_-}{m_+}.$$

Это уравнение имеет комплексные корни, если $|k_zu_0^-|\leqslant\omega_0(1+3\mu^{1/3}/2)$. При $|\omega|\ll\omega_0\sqrt{\mu}$ решение дисперсионного уравнения с $\delta>0$ дается следующим соотношением:

$$\omega=\frac{k_zu_0^-}{\sqrt{1-k_z^2u_0^{-2}/\omega_0^2}}\left\{\mp i\sqrt{\mu}+\mu\frac{(k_zu_0^-)^2\left(2-\dfrac{k_z^2u_0^{-2}}{\omega_0^2}\right)}{\omega_0^2\left[1-k_z^2u_0^{-2}/\omega_0^2\right]^{3/2}}\right\}, \qquad (12)$$

где верхний знак берется при $k_z>0$, нижний—при $k_z<0$. В области $|\omega|\gg\omega_0\sqrt{\mu}$ решение дисперсионного уравнения с $\delta>0$ может быть представлено в параметрическом виде:

$$k_zu_0^-=\mp\omega_0\left\{1+\mu^{1/3}\frac{3\cos^2\theta-\sin^2\theta}{2\cos^{2/3}\theta}\right\};$$
$$\omega=\mp\omega_0\mu^{1/3}\cos^{1/3}\theta e^{\mp i\theta}. \qquad (12a)$$

Интегралы в $\boldsymbol{k}$-пространстве (9) после выполнения простого интегрирования по $k_\perp\leqslant k_g^\perp$ могут быть приведены к виду:

$$J=\int_0^{k_g^\parallel}dk_z\varphi\{k_z,\omega^r(k_z),\delta(k_z)\}\exp\left\{2\int_0^t\delta(\tau,k_z)\,d\tau\right\};$$

* Дисперсия по $k_\perp$ отсутствует, поскольку предполагается, что $k_\perp\lambda_0\ll 1$.

$$k_g^{\parallel} = 1/\pi\lambda_Д \cdot \sqrt{\theta_0/\theta_{\parallel}}; \quad k_g^{\perp} = 1/\pi\lambda_Д \sqrt{\theta_c/\theta_{\perp}}.$$

При вычислении этого интеграла удобно использовать безразмерные переменные:

$$-k_z u_0^-/\omega_0 = y; \quad -\omega^r/\omega_0 = x^r; \quad \delta/\omega_0 = x^i.$$

При этом $\int\limits_0^t \delta(\tau, k_z)\, d\tau$ преобразуется следующим образом:

$$\int\limits_0^t \delta(\tau, k_z)\, d\tau = \omega_0 \int\limits_0^y x^i(y') \frac{dy'}{dy'/d\tau} = \frac{\omega_0}{y} \int\limits_0^y x^i(y') \frac{u_0^-(t)}{du_0^-(\tau)/d\tau}\, dy'.$$

Поскольку в постоянном электрическом поле $du_0/d\tau = \mathrm{const}$, то

$$\int\limits_0^t \delta(\tau, k_z)\, d\tau = \frac{\omega_0 t}{y} \int\limits_0^y x^i(y')\, dy'.$$

Применяя для нахождения J метод перевала, получим окончательно:

$$\begin{aligned} J &= \int\limits_0^{y_g} dy \psi(y, x^r(y), x^i(y))\, e^{\alpha(y)\omega_0 t} = \\ &= \sqrt{-\frac{2\pi}{\alpha_e'' \omega_0 t}}\, \psi(y_e, x_e^r, x_e^i)\, e^{\alpha_e \omega_0 t}. \end{aligned} \tag{13}$$

В этой формуле $\alpha(y) = \dfrac{2}{y} \int\limits_0^y x^i(y')\, dy'$, y_e определяется из уравнения $\alpha'(y_e) = 0$, $x_e^r = x^r(y_e)$, $x_e^i = x^i(y_e)$, $\alpha_e'' = \alpha(y_e)$.

Определение α_e было проведено в [5] с помощью формул (12), (12а): $y_e = 1{,}22$ $(\theta_e \simeq \pi/20)$; $\alpha_e = 0{,}049$; $\alpha_e'' = -0{,}43$.

Формула (13) применима только при достаточно больших временах, таких, что $\alpha_e \tau \gg 1$ $(\tau = \omega_0 t)$.

Используя (13), получим следующие формулы для поперечной и продольной температур:

$$\begin{aligned} \theta_{\perp}(t) &= \frac{\theta_0}{2} \left\{1 - \gamma + \sqrt{(1-\gamma)^2 + 4\delta}\right\}; \\ \theta_{\parallel}(t) &= \theta_0 \{1 + 2\gamma\}; \\ \gamma &= 18\pi^{3/2} \left(\frac{E_q}{E_0}\right)^3 \frac{e^{\alpha_e \tau}}{\tau^{7/2}} \ln \left\{1 + \frac{m u_0^{-2}}{3\pi^2 \theta_0}\right\}; \\ \delta &= \frac{1{,}4}{\pi^{5/2}} \frac{E_Д}{E_0} \frac{e^{\alpha_e \tau}}{\tau^{3/2}} \quad (\alpha_e \tau \gg 1); \\ E_Д &= \frac{e}{\lambda_Д^2}; \quad E_q = e N_0^{2/3}. \end{aligned} \tag{14}$$

Рост тепловой энергии электронов в плазме связан с бесстолкновительным затуханием плазменных колебаний, впервые исследованным Ландау [7]. Скорость, приобретаемая электроном плазмы в поле волны, зависит от соотношения между его тепловой скоростью и фазовой скоростью волны. Ввиду того, что в момент включения электрического поля в плазме существовал тепловой разброс по скоростям электронов, появляются флюктуации скорости, приобретаемой электронами в поле волны, что приводит к росту тепловой энергии, пропорциональной $\overline{(v-\bar{v})^2}$. Из (13) видно также, что в результате взаимодействия с коллективными колебаниями в плазме появляется анизотропия температур.

Представляет интерес определение изменения во времени направленного импульса электронного потока

$$P_z = m_- \int w_z f_0 (t, w) (dw).$$

С помощью (11) найдем, что

$$\frac{dP_z}{dt} = -eE_0N_0 \left\{1' - \frac{1,4}{\pi^{1/2}} \frac{\theta_0}{\theta_\perp} \left(\frac{E_q}{E_0}\right)^3 \frac{e^{\alpha_e \tau}}{\tau^{5/2}}\right\}, \tag{15}$$

которое согласуется с соответствующим уравнением, полученным в гидродинамическом приближении [5]. Первый член в (15) есть ускоряющая сила, созданная внешним электрическим полем, второй—тормозящая сила, выражение для которой приведено при больших временах $\alpha_e\tau \gg 1$. Максимальный импульс электронного потока достигается при $\tau = \tau_1$, определяемом из уравнения

$$1 = \frac{1,4}{\pi^{1/2}} \frac{\theta_0}{\theta_\perp (\tau_1)} \left(\frac{E_q}{E_0}\right)^3 \frac{e^{\alpha_e \tau_1}}{\tau_1^{5/2}}, \tag{16}$$

и равен

$$P_z^{\text{макс}} = -\frac{eE_0N_0}{\omega_0} \left\{\tau_1 - \frac{2}{\alpha_e} \left(1 + O\left(\frac{1}{\alpha_e\tau_1}\right)\right)\right\} \simeq -eE_0N_0t_1, \tag{16a}$$

поскольку при $\tau \ll \tau_1$ $\theta_\perp \sim e^{\alpha_e \tau/2}$, так как из $|u_0^-| \gg w_T$ следует: $4\beta \gg (\gamma-1)^2$. Для плазмы с плотностью $N_0 = 10^{12}$ *эл*$\cdot$*см*$^{-3}$, $T = 10^5$°K в электрическом поле $E_0 = 10E_q = 150$ *в*$\cdot$*см*$^{-1}$, $\tau_1 = 480$ ($t_1 \simeq 10^{-8}$ *сек*)

$$\theta_\perp (t = t_1) = 8\theta_0; \quad \theta_\parallel (t = t_1) = 12\theta_0;$$

$$|u^{-\text{макс}}| = 2,5 \cdot 10^9 \text{ см}\cdot\text{сек}^{-1}.$$

Заметим, что по порядку величины t_1 есть время, за которое существенно меняется f_0^-. Как мы и предполагали, $\omega t_1 \sim \delta t_1 \gg 1$, т. е. колебания нарастают быстрее, чем меняется f_0.

Второй член в уравнении (16a) определяет потерю направленного импульса пучком в результате взаимодействия с коллективными колебаниями за время t_1:

$$P_1 \simeq \frac{2}{\alpha_e\tau_1} P_0 \ll P_0.$$

Энергия, теряемая электронным пучком за время t_1,

$$W_1 = u_0P_1 \simeq \frac{4}{\alpha_e\tau_1} N_0 \frac{m_- u_0^{-2}}{2}.$$

Энергия плазменных колебаний при $t = t_1$

$$W_{\text{кол}} = W_1 \ll N_0 \frac{m_- u_0^{-2}}{2}$$

и, следовательно, при этих временах амплитуды колебаний в плазме все еще малы по сравнению с теми, при которых происходит значительное нелинейное „перемешивание" колебаний. Условием возникновения последнего является соотношение [4]

$$W_{\text{кол}} \sim N_0 \frac{m_- u_0^{-2}}{2}.$$

Торможение электронного потока и рост электронной температуры при временах $t > t_1$ происходит медленнее, чем это определяется уравнениями (13) и (14), так как рост эффективной электронной температуры в плазме приведет к уменьшению линейного инкремента нарастания колебаний $\left(\text{при } w_T \to |u^-|\ \delta \to 0\right)$; кроме того, колебания при больших t становятся существенно нелинейными.

В заключение отметим, что рассмотренный здесь механизм срыва тока в результате раскачки колебаний может проявляться во всех тех случаях, когда плазму для нагрева или ускорения помещают в сильное электрическое поле (например, в „газовом бетатроне").

Автор признателен Я. Б. Файнбергу за руководство работой.

ЛИТЕРАТУРА

1 H. Dreicer, Phys. Rev., **115**, 238 (1959).
2 А И Ахиезер, Я. Б Файнберг, ДАН СССР, **64**, 555 (1949), ЖЭТФ, **21**, 1262 (1951).
3. D. Bohm, E P. Gross, Phys. Rev, **75**, 1851 (1949).
4. O. Buneman, Phys. Rev, **115**, 503 (1959).
5 В Д Шапиро, **31**, 522 (1961)
6. D. Gabor, Proc. Roy. Soc., **213**, 73 (1952).
7 Л Д Ландау, ЖЭТФ, **16**, 576 (1946)

Поступила в редакцию
27 января 1961 г.

ON THE INFLUENCE OF THE ELECTROSTATIC INSTABILITIES ON PLASMA CONDUCTIVITY AND TEMPERATURE

V. D. Shapiro

The plasma electrons in the strong electrostatic field being accelerated by the field form the beam which „swings" the longitudinal plasma oscillations. The electron beam retarding as a result of interaction with collective plasma oscillations has been examined as well as the increase the thermal energy of plasma particles due to the oscillations thermolization. The time change of the plasma electrons distribution function was obtained by means of the solution of the equation, analogous to Fokker—Plank's one in which „collective collisions" in plasma are taken into account.