получим:

$$I_u^- = \frac{q^2}{\pi c} \int_0^\infty \left| \frac{\sqrt{\varepsilon} - 1}{\sqrt{\varepsilon} + 1} \right|^2 \left(\ln \frac{2}{1 - w/c} - 1 \right) d\omega, \tag{10}$$

где $\varepsilon = 1 - \omega_0''^2 / \omega^2$ и $\omega_0'' = \sqrt{(1 + u/c)/(1 - u/c)}\, \omega_0'$. Поток I_u^- имеет формально такой же вид, как и в случае неподвижной границы (ср. с [4]), однако, с другой плазменной частотой среды. При $u \simeq c$ ω_0'' становится много больше ω_0', т. е. этот эффект эквивалентен увеличению плотности плазмы в $2(1 - u/c)^{-1}$ раз.

В (10) можно провести интегрирование по частоте:

$$I_u^- = \frac{q^2 \omega_0'}{15 \pi c} \sqrt{\frac{1 + u/c}{1 - u/c}} \left[\ln \frac{1}{(1 - u/c)(1 - v/c)} - 1 \right]. \tag{11}$$

Отметим, что при $u \simeq c$ I_u^- становится значительным, в то время как I_u^+ перестает зависеть от скорости среды.

ЛИТЕРАТУРА

1. Б. М. Болотовский, А. А. Рухадзе, ЖЭТФ, 37, 1346 (1959).
2. К. А. Барсуков, Б. М. Болотовский, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 3, 336 (1960).
3. В. Л. Гинзбург, И. М. Франк, ЖЭТФ, 16, 15 (1946).
4. Г. М. Гарибян, ЖЭТФ, 33, 1403 (1957).

Физический институт
им. П. Н. Лебедева АН СССР

Поступила в редакцию
14 июля 1960 г.

К ВОПРОСУ О ВЫЧИСЛЕНИИ СПЕКТРА ЭДС ИНДУКЦИИ ПРИ ЦИКЛИЧЕСКОМ ПЕРЕМАГНИЧИВАНИИ ФЕРРОМАГНЕТИКОВ

А. М. Родичев

Расчету спектров ЭДС индукции при циклическом перемагничивании ферромагнетиков посвящен ряд работ [1–7]. Однако ввиду недостатка данных о деталях процесса перемагничивания при вычислении обычно делались весьма произвольные допущения. Так, сплошной спектр можно получить, задав флюктуацию момента начала каждого скачка Баркгаузена от цикла к циклу [2], [7] или флюктуацию амплитуды каждого импульса от скачка Баркгаузена от цикла к циклу [4]. В конечные формулы, естественно, входит спектральная плотность импульса ЭДС от одиночного скачка. Из-за отсутствия сведений последняя оставалась в формулах в неявном виде.

В течение ряда лет автор занимался изучением эффекта Баркгаузена. На основе полученных сведений можно предложить программу вычисления такого спектра, исходящую из более или менее реальных посылок.

1) Для металлического цилиндрического ферромагнетика форма и амплитуда импульса Баркгаузена определяется скоростью спадания вихревых токов и задается следующей формулой [8]:

$$E(t) = 2\mu_0 m_0 N_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\lambda_n J_0(\lambda_n r/r_0)}{J_1(\lambda_n) r_0^2 \mu \mu_0 \sigma} \exp\left(- \frac{\lambda_n^2 t}{r_0^2 \mu \mu_0 \sigma} \right), \tag{1}$$

где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-9}$ *гн* $\cdot$ *см*$^{-1}$ — магнитная проницаемость в практической системе единиц, m_0 — магнитный момент скачка, N_0 — число витков измерительной катушки на единицу длины, J_0 и J_1 — функции Бесселя, λ_n — n-ый корень уравнения $J_0(\lambda_n) = 0$, μ — обратимая проницаемость в момент, когда произошел скачок, σ — проводимость ферромагнетика, r_0 — радиус цилиндра, r — расстояние от места, где произошел скачок, до оси цилиндра. Справедливость этой формулы подтверждена экспериментами [8,10]. Из (1) видно, что чем ближе скачок к поверхности образца, чем меньше μ

и σ, тем короче импульс ЭДС, наводимый скачком Баркгаузена в измерительной катушке, тем более высокочастотный спектр он имеет.

Поскольку μ меняется с изменением магнитного поля, то в простейшем случае задачу можно ограничить областью полей от $-H$ до $+H$, где μ приблизительно постоянна. Формулу (1) можно аппроксимировать более удобной для вычисления функцией. Без риска сделать большую ошибку можно предположить равномерное распределение скачков по поперечному сечению цилиндра и независимость распределения m_0 от r. Тогда, найдя спектр каждого импульса в зависимости от r, можно найти общий вид спектра. Как видно из (1), спектральная плотность будет существенно зависеть (помимо обратимой проницаемости и электропроводности) от радиуса образца r_0. У более тонких образцов спектр должен простираться (при прочих равных условиях) до более высоких частот*. Большая обратимая проницаемость и электропроводность должны давать противоположный эффект. При этом полная интенсивность спектра $\int\limits_0^\infty G(f)\,df$, естественно, не зависит от вихревых токов [8].

На больших частотах перемагничивания вследствие скин-эффекта будут перемагничиваться только поверхностные слои. Импульсы ЭДС от скачков в поверхностных слоях, как уже указывалось, будут иметь более высокочастотный спектр. В соответствии с этим общий спектр должен смещаться в высокочастотную сторону. Если образец настолько тонок, что область, перемагничивающаяся скачком, пронизывает его насквозь, то форма импульса ЭДС уже не определяется формулой (1), но по-прежнему зависит от толщины образца, обратимой проницаемости, электропроводности и, кроме того, определяется константой анизотропии, видом обменного интеграла и т. д. [11].

2) Что касается корреляции близких (по расположению и по времени возникновения) скачков, то ею обычно можно пренебречь, хотя в некоторых материалах она иногда становится заметной, когда скачок вызывает несколько скачков.

3) Многочисленные наблюдения за преобразованиями доменной структуры при перемагничивании показывают, что даже в хорошо приготовленных монокристаллах с четкой основной доменной структурой при перемагничивании в легком направлении положения доменных границ детально не повторяются при разных циклах. Если перемагничивание осуществляется в среднем или трудном направлении, то при этом происходят весьма сумбурные, неповторяющиеся в деталях перестройки доменной структуры. Сказанное, разумеется, справедливо и для поликристалла. Заметим, что внутренняя „микроскопическая“ неповторяемость приводит к макроскопической неповторяемости (к так называемому „ползанию“ гистерезисных циклов [13]).

Таким образом, можно с большим основанием считать, что при циклическом перемагничивании ферромагнетиков и ферритов величина каждого скачка, его местоположение в образце, его критическое поле от цикла к циклу не повторяется, т. е. можно рассматривать скачки как независимые случайные величины. (Другое дело, если весь процесс перемагничивания осуществляется одним или несколькими большими скачками. Такие скачки могут происходить около определенного поля и иметь величину, близкую к определенной в каждом цикле.)

4) Естественно, надо учесть спектр от обратимого изменения намагниченности (такой учет впервые провел Колачевский [9]).

Если выполнение такой программы заинтересует кого-либо из специалистов, автор охотно представит необходимые экспериментальные данные.

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. С. Горелик, Изв. АН СССР, сер. физ., 14, 2 (1950).
2. С. И. Боровицкий, Диссертация, Горьк. ун-т, 1949, ДАН СССР, 74, 233 (1950).
3. А. А. Грачев, ДАН СССР, 71, 269 (1950).
4. G. G. Macfarlane, Proc. IRE, 37, 1139 (1949).
5. J. A. Krumhansl and R. J. Beyer, J. Appl. Phys., 21, 432 (1949).
6. D. Haneman, J. Appl. Phys., 26, 355 (1955).
7. А. А. Грачев, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 1, 2, 71 (1958).
8. К. М. Поливанов, А. М. Родичев, В. А. Игнатченко, ФММ, 9, 778 (1960).
9. Н. Н. Колачевский, Диссертация, Моск. физ.-техн. ин-т, 1960.
10. А. М. Родичев, Н. М. Саланский, В. И. Синегубов, Изв. СО АН СССР, 3, 123 (1960).

* Сказанное подтверждается экспериментами Горониной и Грачева [12].

11. А. М. Родичев, В. А. Игнатченко, ФММ, **9**, 903 (1960).
12. К. А. Горонина, А. А. Грачев, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, **2**, 581 (1959).
13. Nguyen Van Dang, C. r. Acad sci., **246**, 2357 (1958); **246**, 3034 (1958); J. Phys. et radium, **19**, 20 (1958); **20**, 222 (1959).

Институт физики Сибирского отделения
АН СССР

Поступила в редакцию
14 декабря 1960 г.

К ТЕОРИИ УДАРНОГО ДЕМПФЕРА

М. И. Фейгин

В работе [1] исследовалась динамика простого ударного демпфера и определялись его оптимальные параметры, соответствующие наилучшему виброгашению в рамках основного периодического режима. В настоящем сообщении рассматривается более сложная модель, в которой ударник m и основная колеблющаяся масса M связаны пружиной с коэффициентом упругости K_2. Основной целью исследования является выяснение эффекта от постановки такой пружины. В случае настройки демпфера $K_2/m = K/M$, мы придем к исследованию следующей системы уравнений, в которой все безразмерные переменные и коэффициенты совпадают с принятыми в работе [1]:

$$\ddot{\xi} + \omega^2\xi + \mu\omega^2(\xi-\eta) = \sin\tau;$$
$$\ddot{\eta} + \omega^2(\eta-\xi) = 0 \tag{1}$$

при $|\eta-\xi| < d$. При $\eta - \xi = \pm d$ происходит мгновенный удар. Доударные скорости $\dot{\xi}_0$ и $\dot{\eta}_0$ связаны с послеударными скоростями $\dot{\xi}_0'$ и $\dot{\eta}_0'$ соотношениями

$$(1+\mu)\dot{\xi}_0' = (1-\mu R)\dot{\xi}_0 + \mu(1+R)\dot{\eta}_0; \quad (1+\mu)\dot{\eta}_0' = (1+R)\dot{\xi}_0 + (\mu-R)\dot{\eta}_0. \tag{2}$$

Заметим, что совпадение частоты внешней силы с одной из собственных частот линейной системы, получаемой из (1) при $d = \infty$, имеет место при $\omega^2 = \varepsilon_1^2, \varepsilon_2^2$, где ε_1^2, ε_2^2 — корни уравнения $\varepsilon^4 - (2+\mu)\varepsilon^2 + 1 = 0$ $\left(\varepsilon_1^2 > \varepsilon_2^2\right)$.

В пятимерном фазовом пространстве системы (1), (2) нас интересуют лишь траектории в некоторой области G, заключенной между плоскостями $\eta - \xi = \pm d$, на которых происходит удар (обозначим их Π_+ и Π_-). Под основным периодическим режимом в данной модели будем понимать симметричное движение с периодом внешней силы, в течение которого происходит один удар массы m о правый ограничитель и один удар о левый. В фазовом пространстве этому режиму соответствует траектория в области G, которая состоит из симметричных отрезков, идущих с поверхности Π_+ на Π_-, затем опять на Π_+ и т. д. Концы этих отрезков траекторий соответствуют моментам ударов, а движение изображающей точки по ним длится полпериода π.

Изучение основного периодического режима сводится к исследованию неподвижных точек преобразования Π_+ (или Π_-) в себя. Решая (1) и (2), составляем уравнения точечного преобразования и, варьируя их по всем переменным вблизи неподвижной точки преобразования, обычным образом [2] получаем характеристическое уравнение $\chi(z) = 0$. Последнее для основного периодического режима имеет вид:

$$\begin{vmatrix} z+\cos\omega\varepsilon_1\pi & \sin\omega\varepsilon_1\pi & z+\cos\omega\varepsilon_2\pi & \sin\omega\varepsilon_2\pi & 0 & -2\mu \\ -\omega\varepsilon_1\sin\omega\varepsilon_1\pi & \omega\varepsilon_1(z+\cos\omega\varepsilon_1\pi) & -\omega\varepsilon_2\sin\omega\varepsilon_2\pi & \omega\varepsilon_2(z+\cos\omega\varepsilon_2\pi) & -\mu & 0 \\ g_1(z+\cos\omega\varepsilon_1\pi) & g_1\sin\omega\varepsilon_1\pi & g_2(z+\cos\omega\varepsilon_2\pi) & g_2\sin\omega\varepsilon_2\pi & 0 & 2 \\ -g_1\omega\varepsilon_1\sin\omega\varepsilon_1\pi & g_1\omega\varepsilon_1(z+\cos\omega\varepsilon_1\pi) & -g_2\omega\varepsilon_2\sin\omega\varepsilon_2\pi & g_2\omega\varepsilon_2(z+\cos\omega\varepsilon_2\pi) & 1 & 0 \\ 0 & z\omega\varepsilon_1(g_1-1) & 0 & z\omega\varepsilon_2(g_2-1) & \dfrac{R(1+\mu)}{1+R} & Y \\ z(g_1-1) & 0 & z(g_2-1) & 0 & 0 & 1+\mu \end{vmatrix} = 0. \tag{3}$$

Здесь $g_1^{-1} = 1 - \varepsilon_1^2$, $g_2^{-1} = 1 - \varepsilon_2^2$, а Y — функция параметров и начальной фазы τ_0.