

ПРИБЛИЖЕННЫЙ МЕТОД АНАЛИЗА НЕСТАЦИОНАРНЫХ СПЕКТРОВ ФЛЮКТУАЦИЙ

A. B. Мень

Для исследования нестационарных спектров флюктуаций (в основном применительно к флюктуациям разностей фаз) рассматривается метод приближенного анализа в двух смежных полосах частот, охватывающих спектр флюктуаций. Показано, что подобный метод соответствует двухмасштабной корреляционной функции, описывающей пространственную корреляцию флюктуаций. Используя для численных оценок спектральную характеристику, соответствующую отношению мощностей флюктуаций, обусловленных высокочастотными и низкочастотными компонентами спектра, получены расчетные соотношения, позволяющие объяснить ряд эффектов, наблюдавшихся в опытах при распространении СВЧ радиоволн над поверхностью раздела.

Экспериментальное исследование флюктуаций, возникающих при распространении радиоволн СВЧ диапазона в тропосфере [¹⁻⁵], показывает, что их временные характеристики (автокорреляционные и спектральные) характеризуются существенной нестационарностью. В этом случае, например, "текущие" спектры флюктуаций, т. е. спектральные разложения, соответствующие данному интервалу измерения, наряду с нестабильностью во времени отличаются резкой неравномерностью распределения текущей спектральной плотности по частоте.

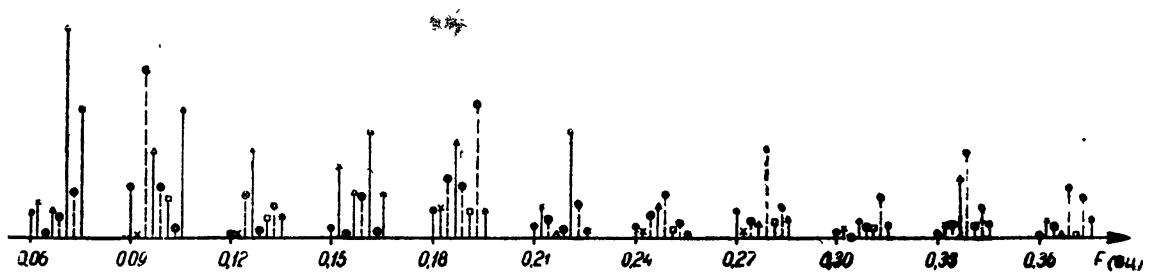
При частотном анализе таких процессов на различных настройках могут наблюдаться временные возрастания интенсивности ("выбросы"), не повторяющиеся при повторных опытах, причем увеличение времени измерения обычно не приводит к какой-либо стационаризации результатов [⁶]. Вследствие этого для выявления закономерностей, свойственных лишь усредненным спектральным характеристикам, наряду с определением частотной зависимости спектральной плотности $p(F)$, необходимо прибегать к статистическому анализу результатов ряда независимых измерений, проведенных в идентичных условиях.

Такая методика, соответствующая спектральному анализу процесса физическим анализатором с высокой разрешающей способностью, состоящим из большого числа N узкополосных фильтров ($N \approx (F_{\max} - F_{\min})/\Delta F$, где F_{\max} — F_{\min} и ΔF — интервал и полоса анализа соответственно), отличается существенной сложностью и трудоемкостью; кроме того, возможность ее использования в ряде измерений фактически ограничена. В то же время, учитывая частотную неравномерность и нестабильность текущих спектров, приводящих к тому, что величина мощности флюктуаций $P_{\Delta F}$, заключенная в узкой полосе частот $\Delta F \ll F_{\max} - F_{\min}$, может для данного интервала измерений резко отличаться от среднего (статистического) значения, во многих случаях нет необходимости прибегать к столь подробному анализу, характеризующему тонкую структуру спектральных распределений*.

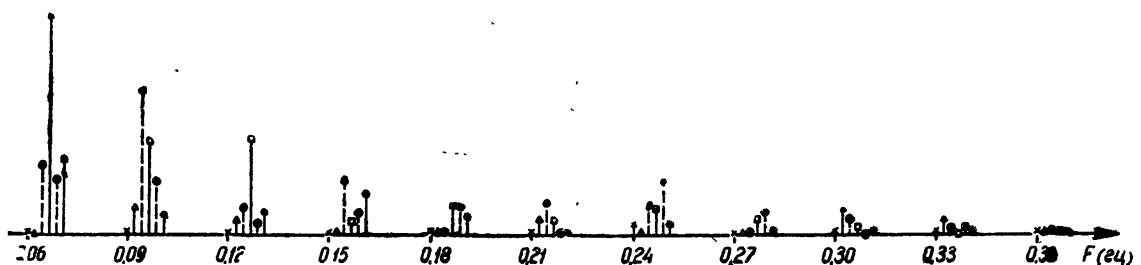
* При этом величина дифференциальной спектральной плотности, приближенно определяемая как $P_{\Delta F}/\Delta F$, в отличие от стационарных стохастических процессов, не стремится к определенному пределу при любом конечном времени анализа.

a)

$$h_0 = 9 \text{ м}$$



$$h_0 = 18 \text{ м}$$



$$h_0 = 35 \text{ м}$$

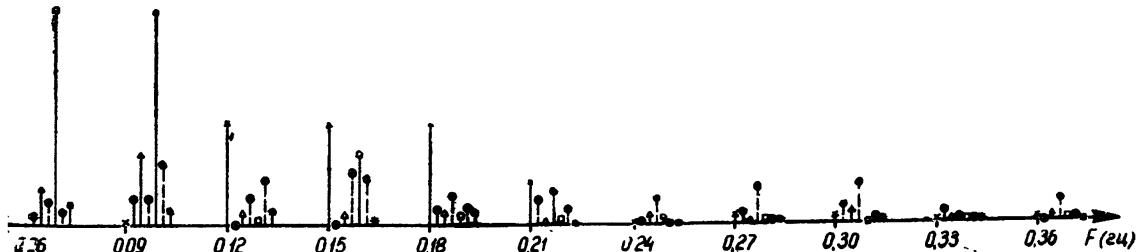
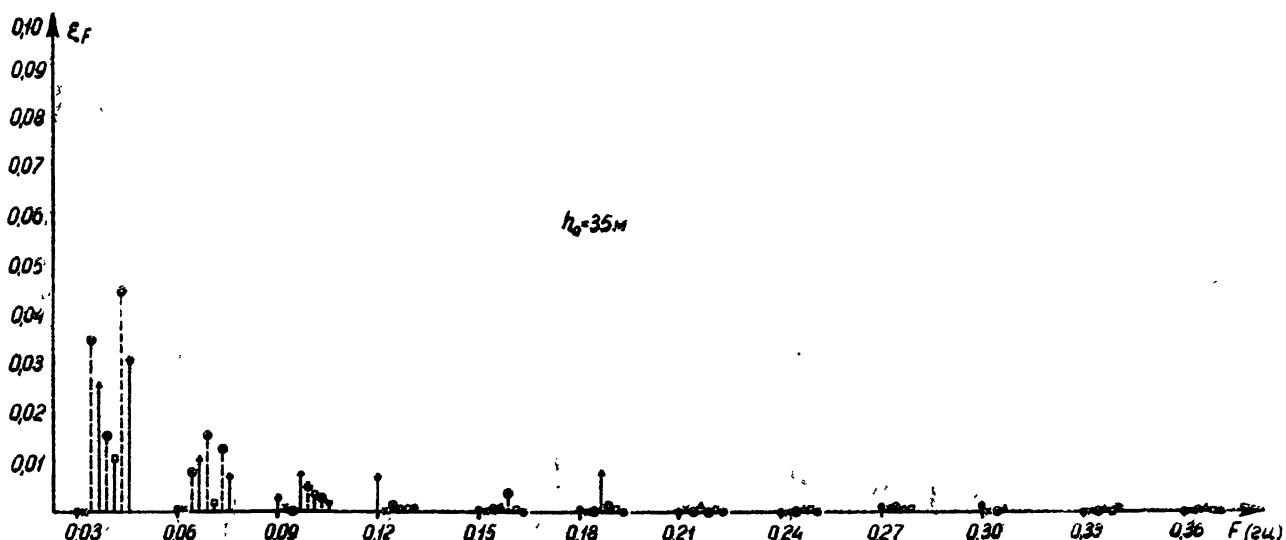
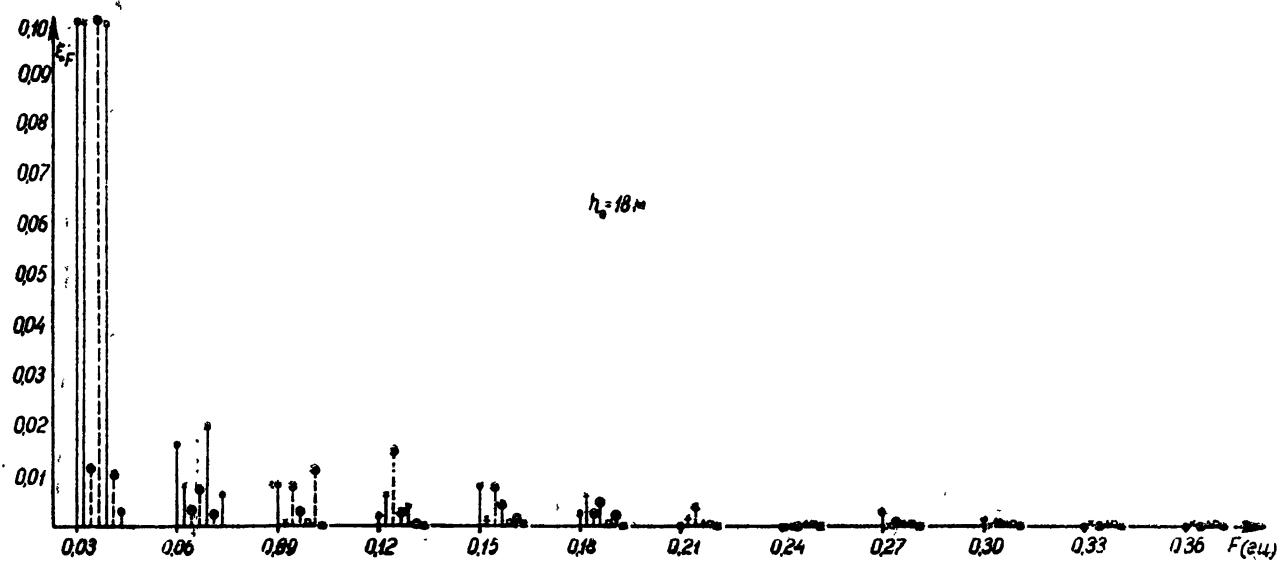
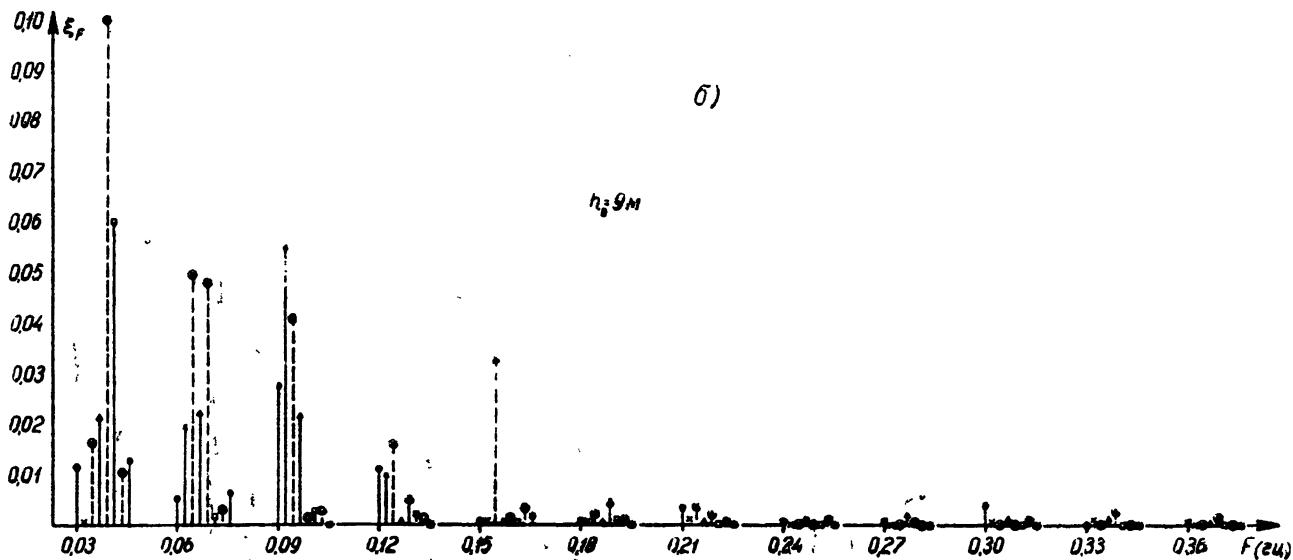


Рис. 1: Зависимость интенсивности флюктуаций разностей фаз, заключенной в полосе $\sim 0,005$ гц и нормированной на $L = 33$, от нормированного волнового числа F для различных ширин интервала d (в км): \bullet , \times , Δ , \square , $*$ — $d = 2, 5, 10, 30, 100$ км



формированной к общей интенсивности флюктуаций, от частоты (высота приемных антенн $\lambda = 4 \text{ м}$
 $3 \text{ км}, \lambda = 10 \text{ см}.$)
 Кружками указаны повторные измерения).

В подобном случае для приближенных оценок целесообразно использовать более простой анализатор, состоящий из нескольких (в пределе из двух) широкополосных фильтров, охватывающих весь спектр флюктуационных частот; здесь может быть достигнута несколько большая стабильность результатов за счет усреднения „выбросов“ мощности на соседних частотах*. В простейшем двухполосном анализаторе имеется возможность относительную ширину спектра приблизенно оценивать интегральным коэффициентом γ , равным отношению мощностей флюктуаций на выходе этих фильтров (условно называемых в дальнейшем высокочастотными и низкочастотными). По сравнению с методом непосредственного анализа путем определения текущих спектров или путем фурье-преобразования автокорреляционных функций указанная методика, отличаясь простотой, позволяет численно характеризовать спектры с помощью анализатора непосредственно в ходе измерений, параллельно с записью процесса. Экспериментальное использование этого метода при определении спектров флюктуаций разностей фаз, которые исследовались в данной работе, а также сопоставление с текущими спектрами показали, что в этом случае правильно воспроизводятся основные тенденции спектральных характеристик, отмечаемые и с помощью текущих спектров.

Для иллюстрации этого на рис. 1 приводятся результаты двух измерений разностно-фазовых флюктуаций**, проведенных летом в различные дни на волне $\lambda = 10 \text{ см}$ на трассе длиной $L \approx 33 \text{ км}$. Здесь в интервале от $0,03 \text{ гц}$ до $0,36 \text{ гц}$ изображены текущие спектры интенсивности флюктуаций, определенные при различных высотах приемных и передающих антенн h , h_0 и расстояниях между приемными антеннами d в виде ряда ординат ξ_F на серии дискретных настроек. Каждая из ординат соответствует интенсивности флюктуаций, заключенной в полосе $\Delta F \approx 0,005 \text{ гц}$ и нормированной на величину общей мощности флюктуаций σ :

$$\xi_F = P_{\Delta F} / \sigma; \quad (1)$$

$$P_{\Delta F} = \int_{F-\Delta F/2}^{F+\Delta F/2} p dF; \quad \sigma = \int_{F_{\min}}^{F_{\max}} p dF. \quad (1a)$$

Здесь p —„текущая“ дифференциальная плотность (с точностью до постоянной), σ —дисперсия (средний квадрат), ΔF —полоса анализа.

Результат приближенной оценки этих же спектров при разных d и h_0 (путем раздельного измерения мощности низкочастотных составляющих, заключенной в полосе от $0,005$ до $0,36 \text{ гц}$, и высокочастотных—в полосе от $0,36$ до $100 \div 200 \text{ гц}$) приведен на рис. 2. Здесь

$$\gamma(d) = \sigma_b / \sigma_n = (\overline{(\delta\varphi_1 - \delta\varphi_d)^2})_b / (\overline{(\delta\varphi_1 - \delta\varphi_d)^2})_n, \quad (2)$$

σ_b , σ_n —интенсивность (средний квадрат) флюктуаций разности фаз, измеренных на выходе высокочастотного и низкочастотного фильтров соответственно, φ_1 , φ_d —флюктуации фаз сигналов в точках, разнесенных на расстояние d .

Из сопоставления этих рисунков, также как и многочисленных аналогичных измерений, следует, что с введением коэффициента γ

* Это следует также из экспериментальных измерений [5], где при изменении во времени общей интенсивности флюктуаций на $2 \div 3 \text{ дБ}$ изменение дифференциальных спектральных плотностей проходит до нескольких десятков дБ .

** Т. е. флюктуаций мгновенно определяемой разности абсолютных фаз сигналов, принимаемых в двух разнесенных на расстояние d точках пространства. Методика этих измерений подробно приведена в [5].

зависимости спектральных характеристик от базы d , высоты h_0 и т. п., лишь качественно определяемые при анализе текущих спектров, могут оцениваться численно. Например, сравнительно медленному убыванию интенсивности флюктуаций с ростом частоты в одном из опытов (рис. 1а) соответствуют значения γ , изменяющиеся от $1 \div 2$ при $d = 100 \text{ м}$ до $\gamma \approx 10$ при $d = 2 \text{ м}$ (рис. 2а). В другом опыте с более быстрым уменьшением спектральной плотности с частотой (рис. 1б, 2б) отмечаются значительно меньшие значения γ , заключенные в пределах от 0 до 1.

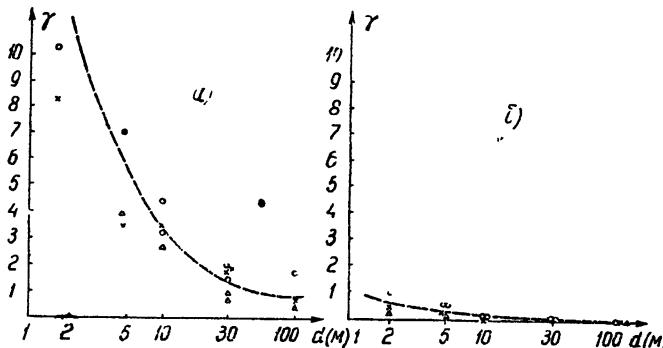


Рис. 2. Изменение спектральной характеристики $\gamma = \sigma_0/\sigma_n$ в зависимости от d и h_0 для данных рис. 1:
●, ×, Δ — $h_0 = 9,18,35 \text{ м}$.

Как следует из экспериментального исследования флюктуаций при распространении над поверхностью раздела, текущие спектры флюктуаций и характеризующая спектр величина γ , применительно к разностно-фазовым флюктуациям, зависят от расстояния между приемными антеннами d , высот подъема антенн h , h_0 , дальности L , времени и от величины граничной частоты анализатора F_{rp}^* :

$$\gamma = \gamma(d, h, h_0, L, t)_{F_{rp}^*=\text{const}}. \quad (2a)$$

Величину частоты F_{rp} , разграничающей между собой полосы пропускания фильтров анализатора и рассматриваемой в данном случае как параметр, естественно выбирать таким образом, чтобы при средних значениях d , h , h_0 и L и стандартных метеусловиях величина γ была близка к единице.

Поскольку ошибки в величине γ такого же порядка, как и в σ , указанную методику целесообразно использовать при изучении нестационарных процессов, где наряду с большой нестабильностью "текущей" дифференциальной спектральной плотности отмечается сравнительное постоянство дисперсии. Практически исследуемые процессы и минимальное время анализа ограничиваются условием, что изменения в σ не превышают нескольких десятков процентов. Как показывают экспериментальные измерения, это обычно имеет место при исследовании флюктуаций разностей фаз.

Пользуясь приведенной методикой, характеризующей спектры интенсивности флюктуаций отношением мощностей, соответствующих высокочастотному и низкочастотному интервалам, можно, наряду с экспериментальным определением соотношения (2), исследовать ряд

* Полагаем, что в зависимости от времени проявляется зависимость спектральных характеристик флюктуаций от разнообразных метеорологических условий.

вопросов, в частности, влияние степени воспроизведения спектра при эксперименте на основные зависимости флюктуаций от L , d , h и т. п.

Рассмотрим вначале специфическую для разностно-фазовых флюктуаций зависимость $\gamma(d)$ при постоянных L , h и h_0 . Полагаем, что воспроизведение полного спектра флюктуаций в двух смежных низко- и высокочастотной полосах проводится таким образом, что для турбулентной, но локально-изотропной и статистически однородной среды могут быть написаны соотношения:

$$\overline{(\delta\varphi_1 - \delta\varphi_d)^2}_n = (\overline{\delta\varphi_1 - \delta\varphi_d})_n^2 + (\overline{\delta\varphi_1 - \delta\varphi_d})_v^2; \quad (3)$$

$$\sigma_n = \overline{(\delta\varphi_1 - \delta\varphi_d)}_n^2 = 2\overline{\delta\varphi_n^2}(1 - r_n); \quad \sigma_v = \overline{(\delta\varphi_1 - \delta\varphi_d)}_v^2 = 2\overline{\delta\varphi_v^2}(1 - r_v); \quad (3a)$$

$$\sigma_v = \overline{(\delta\varphi_1 - \delta\varphi_d)}_v^2 = 2\overline{\delta\varphi_v^2}(1 - r_v),$$

где $\overline{\delta\varphi_n^2}$, $\overline{\delta\varphi_v^2}$, $\overline{\delta\varphi_b^2}$ — интенсивности флюктуаций абсолютной фазы, r_n , r_v , r_b — коэффициенты пространственной корреляции*; индексы „п“, „н“ и „в“ относятся к полному воспроизведению спектра флюктуаций и раздельным измерениям в интервале низкочастотных и высокочастотных составляющих соответственно. Тогда величина $\gamma(d)$, определяемая фактически как отношение структурных функций флюктуаций абсолютных фаз, имеет вид:

$$\gamma(d) = \frac{\overline{\delta\varphi_v^2}(1 - r_v)}{\overline{\delta\varphi_n^2}(1 - r_n)} = \gamma_0 \frac{1 - r_v}{1 - r_n}, \quad (4)$$

где в соответствии с (3), (3а) радиусы пространственной корреляции связаны соотношением

$$r_n = \alpha r_v + \beta r_b, \quad (5)$$

γ_0 — постоянная, не зависящая от d , α , β — коэффициенты, характеризующие долю интенсивности флюктуаций, заключенную в низкочастотном и высокочастотном интервалах спектра,

$$\alpha = \frac{\overline{\delta\varphi_v^2}}{\overline{\delta\varphi_n^2}} = \frac{1}{1 + \gamma_0}; \quad \beta = \frac{\overline{\delta\varphi_b^2}}{\overline{\delta\varphi_n^2}} = \frac{\gamma_0}{1 + \gamma_0}. \quad (6)$$

Величина постоянной γ_0 в соотношении (4) определяет предел, к которому стремится $\gamma(d)$ при достаточно больших размерах базы d , когда r_b , $r_n \rightarrow 0$:

$$\gamma(d \rightarrow \infty) \rightarrow \gamma_0 = \frac{\overline{\delta\varphi_v^2}}{\overline{\delta\varphi_n^2}}. \quad (7)$$

Таким образом, вычисление $\gamma(d)$ связано с видом зависимости пространственных корреляционных коэффициентов $r_v(d)$ и $r_n(d)$, которые могут быть определены как экспериментально, так и из теоретических соображений.

Экспериментальное определение $r_v(d)$, $r_n(d)$ можно проводить, измеряя интенсивности (средние квадраты) флюктуаций разностей фаз при различных значениях базы d раздельно в спектре низкочастотных и высокочастотных, составляющих, т. е. на выходе соответствующих

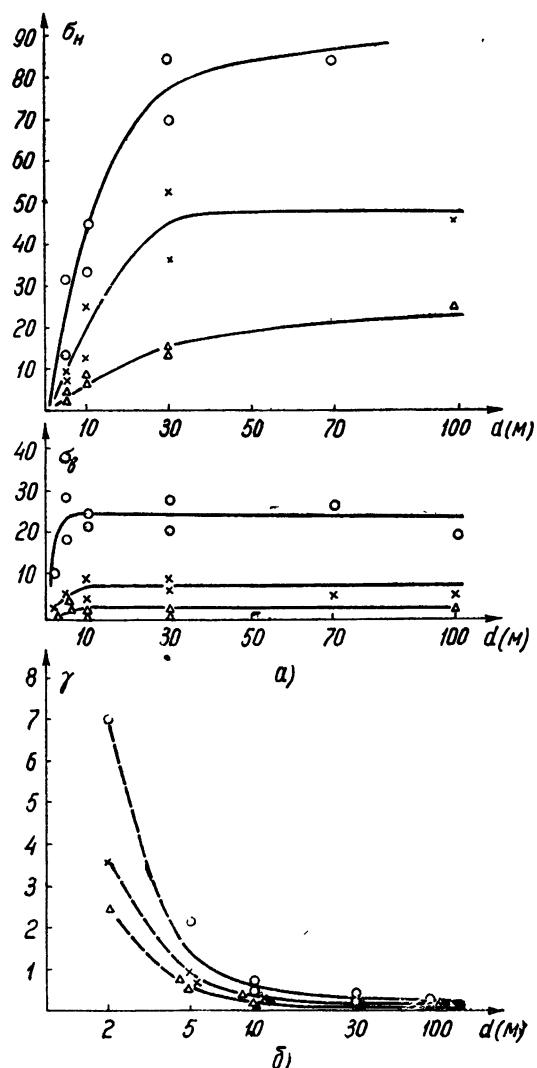
* В дальнейшем ограничиваемся наиболее важным случаем «поперечной» корреляции, когда флюктуации измеряются в точках, расположенных на плоскости, перпендикулярной к направлению распространения, при одинаковой высоте подъема их над поверхностью раздела.

фильтров анализатора. Типичные результаты подобных измерений, подробно описанных в [3], приведены на рис. За, определенная по этим данным зависимость $\gamma(d)$ —на рис. 3б. Как показывает анализ большого

Рис. 3. а) Структурные функции фазовых флюктуаций $\sigma(d) = \sqrt{(\delta\varphi_1 - \delta\varphi_d)^2}$, измеренные раздельно в спектре низкочастотных (σ_n) и высокочастотных составляющих (σ_v) при $L = 33$ км, $h = 4$ м, $\lambda = 10$ см:

●, ×, △ — $h_0 = 9, 18, 35$ м.

б) Экспериментальная зависимость $\gamma(d, h_0)$.



числа таких измерений, проведенных на фиксированных трассах в дальней зоне ($L \gg l^2/\lambda$), экспериментальные зависимости $r_n(d)$, $r_v(d)$ могут быть удовлетворительно аппроксимированы выражениями вида*:

$$r_n = \frac{\sqrt{\pi} l_n}{2d} \operatorname{erf} \frac{d}{l_n}; \quad r_v = \frac{\sqrt{\pi} l_v}{2d} \operatorname{erf} \frac{d}{l_v}, \quad (8)$$

где $\operatorname{erf} x = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$ —интеграл вероятности, l_n , l_v —характерные

* Подобные зависимости для коэффициентов корреляции (как фазовых, так и амплитудных флюктуаций), относящихся к воспроизведению полного спектра флюктуаций, получены в [6,7] при феноменологическом описании неоднородной турбулентной среды функцией корреляции пульсации диэлектрической проницаемости $\delta\epsilon$ в разнесенных точках пространства вида $\delta\epsilon_1 \delta\epsilon_2 = \delta\epsilon^2 \exp(-d^2/l^2)$.

масштабы, усредненно характеризующие „размеры“ неоднородностей, вызывающие флюктуации в соответствующем интервале спектра, λ — длина волны.

При характеристиках анализатора, соответствующих измерениям рис. 2 ($F_{rp}=0,36 \text{ гц}$), величина l_v изменялась в различных опытах в основном от 1 м до 3 м, а l_h — от 10 м до 30 м соответственно.

Изменение частоты F_{rp} влияет как на величину γ , так и на масштабы l_h , l_v , что, по-видимому, связано с тем, что различным областям спектра флюктуаций соответствуют разные размеры неоднородностей. Указанные результаты свидетельствуют о том, что временной спектр флюктуаций связан с многомасштабностью в пространстве неоднородностей, вызывающих флюктуации при распространении радиоволн.

Таким образом, в соответствии с выражениями (5) и (8), анализу спектра флюктуаций в двух смежных полосах соответствует пространственная корреляционная (или структурная) функция, характеризуемая двумя масштабами l_v , l_h ($l_v < l_h$)*.

На основе приведенных соотношений (4)–(8) могут быть рассчитаны зависимости $\gamma(d)$, а также, например, определено влияние степени воспроизведения спектра флюктуаций на вид пространственной структурной (корреляционной) функции. Последнее представляет интерес в связи с тем, что обычно при экспериментальных измерениях спектр флюктуаций воспроизводится с ограниченной точностью, причем приближенно можно полагать, что искажения спектра сводятся к изменению соотношения величин α и β . Результаты таких расчетов нормированной структурной функции $1 - r_n = f(d, \gamma_0)$ приведены на рис. 4 для разных $\gamma_0 = \beta/\alpha$ и типичных значений $l_v = 1 \text{ м}$ и $l_h = 10 \text{ м}$ [2,3].

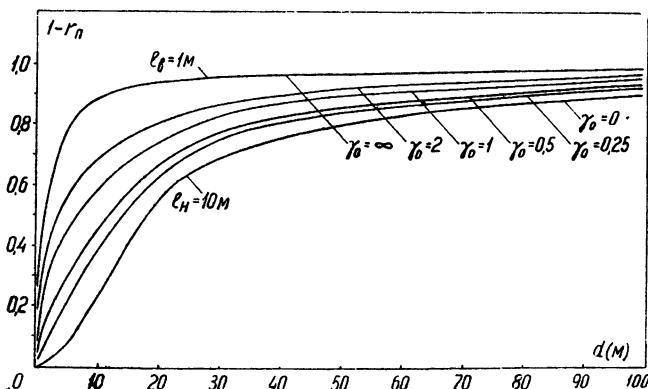


Рис. 4. Нормированные структурные функции $1 - r_n = f(d)$ при различной степени воспроизведения флюктуационного спектра (случай „поперечной“ корреляции):

$$0 < \gamma_0 < \infty, l_v = 1 \text{ м}, l_h = 10 \text{ м}.$$

Из этих данных следует, что в зависимости от γ_0 структурная функция может существенно видоизменяться. При устранении путем фильтрации высокочастотных составляющих ($\gamma_0 \rightarrow 0$) $l_n \rightarrow l_h = 10 \text{ м}$; наоборот, при устранении низкочастотных компонент спектра ($\gamma_0 \rightarrow \infty$) $l_n \rightarrow l_v = 1 \text{ м}$, т. е. в зависимости от γ_0

$$l_v \ll l_n \ll l_h, \quad (9)$$

* На возможность феноменологического описания среды двухмасштабной корреляционной функцией, однако, без связи со спектральным составом флюктуаций указывалось также в [6].

что соответствует результатам экспериментальных измерений, приведенных в [3].

Зависимость $\gamma(d)$, согласно (4), (7) и (8), определится как

$$\gamma(d) = \gamma_0 \left(1 - \frac{\sqrt{\pi} l_b}{2d} \operatorname{erf} \frac{d}{l_b} \right) \left(1 - \frac{\sqrt{\pi} l_h}{2d} \operatorname{erf} \frac{d}{l_h} \right)^{-1}, \quad (10)$$

причем при $d \gg l_h$

$$\gamma(d) \rightarrow \gamma_0,$$

а в другом предельном случае $d \ll l_b$

$$\gamma(d) \rightarrow \gamma_0 (l_h/l_b)^2. \quad (10a)$$

В общем случае расчетные зависимости величины $\frac{\gamma(d)}{\gamma_0} = f(d)$ для различных значений масштабов l_b и l_h иллюстрируются рис. 5а. Здесь же для сопоставления нанесены экспериментальные данные, полученные в одном из опытов, аналогичном приведенному на рис. 3. Как следует из рисунка, характер изменения спектров разностно-фазовых флюктуаций в зависимости от величины базы—относительное расширение спектра при уменьшении d , которое лишь качественно отмечалось при измерениях и анализе текущих спектров [2, 5],—в данном случае оценивается численно.

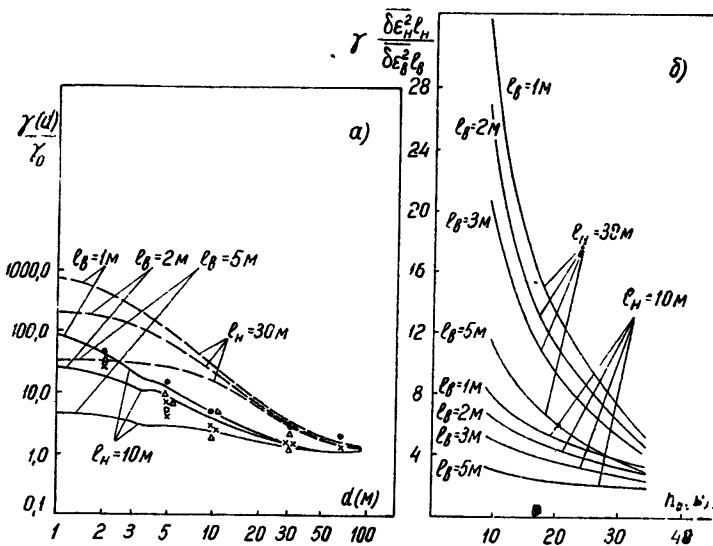


Рис. 5. а) Расчетная зависимость $\gamma(d)$; экспериментальные значения

$\bullet, \times, \triangle - h_0 = 9,18,35 \text{ м.}$

б) Расчетная зависимость $\gamma(h_0)$ при $L = 30 \text{ км}$, $\lambda = 10 \text{ см}$, $h = 4 \text{ м}$, $d = \text{const.}$

Отметим, что расчетные соотношения при аппроксимации коэффициентов пространственной корреляции флюктуаций выражениями (8) достаточно хорошо согласуются с экспериментом. Полученный результат—сравнительно резкое увеличение γ с уменьшением d , свидетельствующее об относительном возрастании в этом случае интенсивности флюктуаций, обусловливаемых более высокими частотами,—согласуется с качественным описанием теорией тропосферной турбулентности. Здесь, как известно [8], могут иметь место неоднородности различных мас-

штабов, ограниченные с максимальной стороны условиями устойчивости турбулентных вихрей и с минимальной — процессами диссипации, вследствие чего с уменьшением базы d на разностные флюктуации все меньше сказываются большие образования, которые определяют, в основном, низкочастотные компоненты спектра.

Наряду с характеристикой $\gamma(d)$, специфической для флюктуаций разностей фаз либо амплитуд, представляет интерес определить зависимости спектров флюктуаций от высот подъема приемных и передающих антенн h , h_0 и дальности радиотрассы L , универсальные для флюктуаций как разностей, так и абсолютных фаз и амплитуд. Используя спектральную характеристику γ , проведем это исследование применительно к дальней зоне ($L \gg l^2/\lambda$) как в случае неограниченной турбулентной среды, так и при наличии плоской поверхности раздела.

Полагая, что в случае неограниченной локально-изотропной и статистически однородной турбулентной среды для флюктуаций фаз (амплитуд) в дальней зоне можно положить [9]

$$\overline{\delta\varphi_B^2} = 0,5\pi^{5/2} (\overline{\delta\varepsilon})_B^2 L_B L / \lambda^2; \quad (11)$$

$$\overline{\delta\varphi_h^2} = 0,5\pi^{5/2} (\overline{\delta\varepsilon})_h^2 L_h L / \lambda^2, \quad (11a)$$

в соответствии с соотношением (4) определим γ как

$$\gamma = \frac{(\overline{\delta\varepsilon})_B^2 L_B}{(\overline{\delta\varepsilon})_h^2 L_h} \frac{1 - r(d/L_B)}{1 - r(d/L_h)}, \quad (12)$$

т. е. в рассматриваемом приближении величина γ и, следовательно, спектры флюктуаций не зависят как от дистанции, так и от высот подъема антенн. В этом случае с удлинением трассы следует ожидать увеличения общей интенсивности флюктуаций за счет пропорционального возрастания всех спектральных компонент (без заметной деформации спектра).

Иной результат может иметь место при наличии границы раздела. При распространении над плоской поверхностью для различных направлений, за исключением минимумов интерференционных лепестков, в соответствии с [10, 11] вместо (11), (11a) имеем:

$$\overline{\delta\varphi_B^2} = 0,25\pi^{5/2} (\overline{\delta\varepsilon})_B^2 \frac{L_B L}{\lambda^2} \left[\frac{1 - r_B(z)}{\operatorname{tg}^2(\varphi_1/2)} + 1 + r_B(z) \right]; \quad (13)$$

$$\overline{\delta\varphi_h^2} = 0,25\pi^{5/2} (\overline{\delta\varepsilon})_h^2 \frac{L_h L}{\lambda^2} \left[\frac{1 - r_h(z)}{\operatorname{tg}^2(\varphi_1/2)} + 1 + r_h(z) \right]. \quad (13a)$$

Здесь $r_h(z)$, $r_b(z)$ — коэффициенты корреляции флюктуаций прямой и отраженной от поверхности раздела волн, измеренные в спектре низкочастотных и высокочастотных составляющих соответственно,

$$r_h(z) = \frac{\sqrt{\pi} L_h}{2z} \operatorname{erf} \frac{z}{L_h}; \quad r_b(z) = \frac{\sqrt{\pi} L_b}{2z} \operatorname{erf} \frac{z}{L_b}; \quad (14)$$

$$z \approx \frac{2hh_0}{h + h_0}, \quad (14a)$$

$\varphi_1 \approx 4\pi hh_0/L\lambda$ — угол пространственного запаздывания между прямой и отраженной волной.

Тогда

$$\gamma_{d=\text{const}}(h, L) = \kappa \left[\left(1 - \frac{\sqrt{\pi} l_b}{2z} \operatorname{erf} \frac{z}{l_b} \right) \operatorname{ctg}^2 \left(\frac{2\pi h h_0}{L\lambda} \right) + 1 + \frac{\sqrt{\pi} l_b}{2z} \operatorname{erf} \frac{z}{l_b} \right] \times \\ \times \left[\left(1 - \frac{\sqrt{\pi} l_h}{2z} \operatorname{erf} \frac{z}{l_h} \right) \operatorname{ctg}^2 \left(\frac{2\pi h h_0}{L\lambda} \right) + 1 + \frac{\sqrt{\pi} l_h}{2z} \operatorname{erf} \frac{z}{l_h} \right]^{-1}, \quad (15)$$

где при $d=\text{const}$ величина κ —постоянная:

$$\kappa = \left(1 - \frac{\sqrt{\pi} l_b}{2d} \operatorname{erf} \frac{d}{l_b} \right) \left(1 - \frac{\sqrt{\pi} l_h}{2d} \operatorname{erf} \frac{d}{l_h} \right)^{-1} \frac{(\delta e)_b^2 l_b}{(\delta e)_h^2 l_h}. \quad (15a)$$

Рассмотрим различные частные случаи соотношения (15). В весьма распространенном случае $z \gg l_b$

$$\gamma_{d=\text{const}} \approx \kappa \operatorname{cosec}^2 \left(\frac{2\pi h h_0}{L\lambda} \right) \left[\left(1 - \frac{\sqrt{\pi} l_h}{2z} \operatorname{erf} \frac{z}{l_h} \right) \operatorname{ctg}^2 \left(\frac{2\pi h h_0}{L\lambda} \right) + \right. \\ \left. + 1 + \frac{\sqrt{\pi} l_h}{2z} \operatorname{erf} \frac{z}{l_h} \right]^{-1}; \quad (16)$$

при $l_h \gg z \gg l_b$

$$\gamma_{d=\text{const}} \approx \kappa \operatorname{cosec}^2 \left(\frac{2\pi h h_0}{L\lambda} \right) \left[2 + \frac{1}{3} \left(\frac{z}{l_h} \right)^2 \operatorname{ctg}^2 \left(\frac{2\pi h h_0}{L\lambda} \right) \right]^{-1}, \quad (16a)$$

а в случае больших высот подъема $z \gg l_h$

$$\gamma_{d=\text{const}} = \kappa, \quad (16b)$$

т. е. в этом случае, как и в неограниченной среде, величина γ определяется лишь d .

В противоположном случае $z \ll l_b$ отмечается возрастание γ с увеличением дистанции:

$$\gamma_{d=\text{const}} \approx \kappa \left[(z/l_b)^2 + 6 \operatorname{tg}^2 \left(\frac{2\pi h h_0}{L\lambda} \right) \right] \left[(z/l_h)^2 + 6 \operatorname{tg}^2 \left(\frac{2\pi h h_0}{L\lambda} \right) \right]^{-1}. \quad (16b)$$

Приведенные соотношения (16)–(16b) упрощаются в области малых углов места, где $\operatorname{ctg}(\varphi_1/2) \approx 2/\varphi_1 \gg 1$. В этом случае при $z \gg l_b$ в зависимости от z/l_h γ может изменяться пропорционально L^a , где $0 < a < 2$:

$$\gamma_{d=\text{const}} \approx \kappa \frac{L^2 \lambda^2}{4\pi^2 h^2 h_0^2} \times \\ \times \left[\left(1 - \frac{\sqrt{\pi} l_h}{2z} \operatorname{erf} \frac{z}{l_h} \right) \frac{L^2 \lambda^2}{4\pi^2 h^2 h_0^2} + 1 + \frac{\sqrt{\pi} l_h}{2z} \operatorname{erf} \frac{z}{l_h} \right]^{-1}. \quad (17)$$

Например, при $z/l_h \ll 1$

$$\gamma_{d=\text{const}} \approx \kappa \frac{L^2 \lambda^2}{4\pi^2 h^2 h_0^2} \left[\frac{1}{3} \left(\frac{z}{l_h} \right)^2 \frac{L^2 \lambda^2}{4\pi^2 h^2 h_0^2} + 2 \right]^{-1}, \quad (17a)$$

т. е. при малых $L \ll L_{rp} \approx 5\pi h h_0 l_h / z\lambda$ γ изменяется пропорционально

$L^2 h^{-2} h_0^{-2}$; при $L \leq L_{\text{rp}}$ эти зависимости ослабляются и в области $L \gg L_{\text{rp}}$ проходит своеобразное „насыщение“, когда γ перестает зависеть как от дальности, так и от высот подъема антенн.

Для иллюстрации полученных соотношений на рис. 5б приведена рассчитанная в соответствии с (15) зависимость величины γ/κ от h_0 при различных значениях масштабов l_h , l_b для $L = 30 \text{ км}$, $h = 4 \text{ м}$ и $\lambda = 10 \text{ см}$. В данном случае $l_h > z > l_b$, соответствующем области ниже максимума первого интерференционного лепестка, величина γ изменяется пропорционально h_0^{-b} , где b может принимать значения: $0,25 < b < 1,5$. Отмечаемая тенденция увеличения γ при уменьшении высот подъема свидетельствует об относительном расширении спектра флюктуаций наряду с увеличением их общей интенсивности (см., например, рис. 3а, б). Несмотря на то, что этот результат качественно согласуется с данными анализа текущих спектров, приведенными в более ранних работах [3, 5], отметим, что в этом случае количественное совпадение расчетных соотношений $\gamma(h, h_0)$ с экспериментом наблюдается значительно реже, чем для зависимости $\gamma(d)$. Последнее может быть связано со значительными отклонениями от сделанного выше предположения о независимости $(\delta\varepsilon)_{h(b)}^2$ от высоты, т. е. обусловливаться анизотропией и статистической неоднородностью среды.

Наконец, исследованию влияния дистанции на величину γ посвящены рис. 6 и 7. На рис. 6 изображены зависимости γ от дальности,

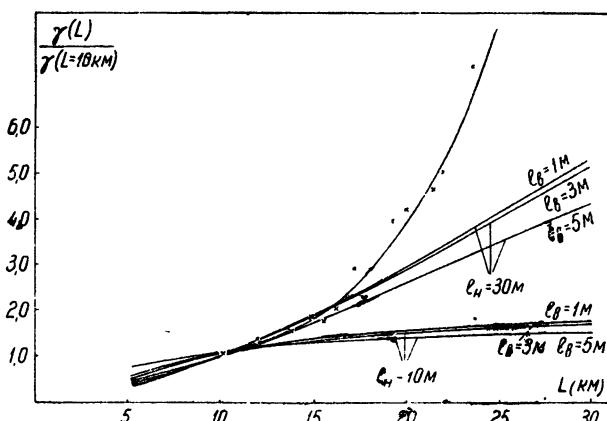


Рис. 6. Зависимость γ от дистанции L , нормированная к значению для $L = 10 \text{ км}$, при $l_b = 1 \div 5 \text{ м}$, $l_h = 10 \div 30 \text{ м}$, $h = 4 \text{ м}$, $h_0 = 12 \text{ м}$, $\lambda = 10 \text{ см}$ (\times — экспериментальные значения).

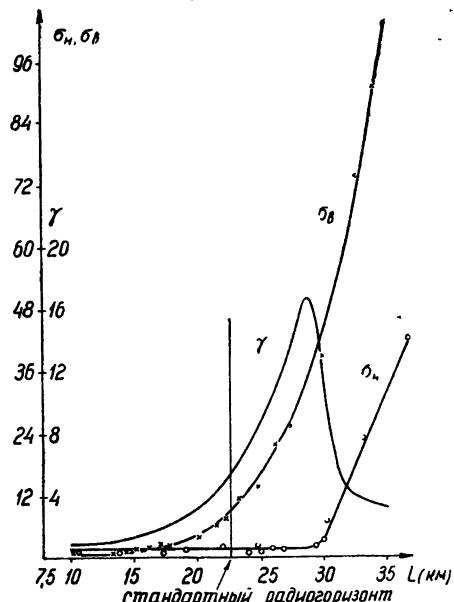
отнесенные к их значениям на удалении $L = 10 \text{ км}$ и рассчитанные для различных значений l_b , l_h при высотах подъема антенн 4 м и 12 м соответственно и $\lambda = 10 \text{ см}$. Здесь же нанесены результаты экспериментальных измерений, проведенных над морской поверхностью в условиях, близких к расчетным. Как следует из этих данных, отмечается существенное увеличение величины γ с удалением, причем при приближении к радиогоризонту L_r^* , начиная с $17 \div 18 \text{ км}$, возрастание γ происходит даже более быстро, чем это следует из расчетов, проведенных для плоской поверхности раздела.

* С уменьшением длины волны в этой области γ падает пропорционально λ^2 .

** В этих измерениях расчетная дальность радиогоризонта составляла при стандартной рефракции $22,5 \text{ км}$.

Результаты раздельного измерения в этом опыте интенсивности низкочастотных ($<0,36 \text{ гц}$) и высокочастотных составляющих спектра флюктуаций приведены на рис. 7. Сопоставление экспериментальных и расчетных данных (соотношения (13), (13а)) в интервале удалений до 20 км позволяет оценить величину использованных в расчете параметров: $l_n \approx 30 \text{ м}$, $(\delta\varepsilon)_n^2 \approx 10^{-12}$, $l_v \approx 1 \text{ м}$ и $(\delta\varepsilon)_v^2 \approx 4 \cdot 10^{-12}$. В соответствии с приведенным расчетом интенсивность высокочастотных составляющих с увеличением L возрастает более быстро, чем низкочастотных,

Рис. 7. Изменение интенсивности флюктуаций $\sigma_n(L)$, $\sigma_v(L)$ с дистанцией при раздельном измерении в низкочастотном ($<0,36 \text{ гц}$) и высокочастотном ($>0,36 \text{ гц}$) интервалах спектра.



что приводит к относительному расширению спектра флюктуаций. Начиная с района радиогоризонта и дальше в области „полутени“ на опыте отмечается более быстрое, чем по расчету, возрастание флюктуаций, связанное, по-видимому, с уже существенным влиянием в этой области кривизны земной поверхности*. Характерно, что для высокочастотных составляющих, возрастающих с увеличением L более быстро и в „освещенной“ зоне, этот переход происходит значительно более плавно (радиогоризонт „размыт“), чем для низкочастотных флюктуаций, где отмечается резкий излом зависимости $\sigma_n(L)$ при переходе в зону полутени (на дистанциях, несколько превышающих L_r).

На рис. 7 имеется также экспериментально определенная в области „полутени“ зависимость $\gamma(L)$. Вначале в этой области величина γ продолжает возрастать, затем, достигнув максимума, падает, стремясь к определенному пределу. Вместе с увеличением γ по мере роста L и уменьшении h , h_0 следует ожидать (см., например, рис. 4) соответствующего изменения пространственной структурной функции (уменьшения l_n). Однако подобные измерения при различных L еще не проводились.

Таким образом, как следует из расчетных и экспериментальных данных, с увеличением дальности радиотрассы при распространении

* Отметим, что приближенный учет кривизны поверхности раздела в «освещенной» области путем использования в соотношениях (13) — (15) вместо истинных высот подъема «приведенных» [2] дает более точное совпадение расчета с экспериментом.

над земной поверхностью может наблюдаться относительное расширение спектра флюктуаций, связанное, как показывают расчеты, с наличием поверхности раздела и с многомасштабностью неоднородной среды, обусловливающей эти флюктуации. Этот эффект находит качественное объяснение уже в рамках сравнительно простой двухмасштабной функции, описывающей пространственную корреляцию флюктуаций. Физически в этом случае при распространении в реальной среде (тропосфере) с неоднородностями различных размеров возрастает с удалением относительное влияние на общую интенсивность флюктуаций мелкомасштабных образований, обусловливающих в основном высокочастотные составляющие спектра.

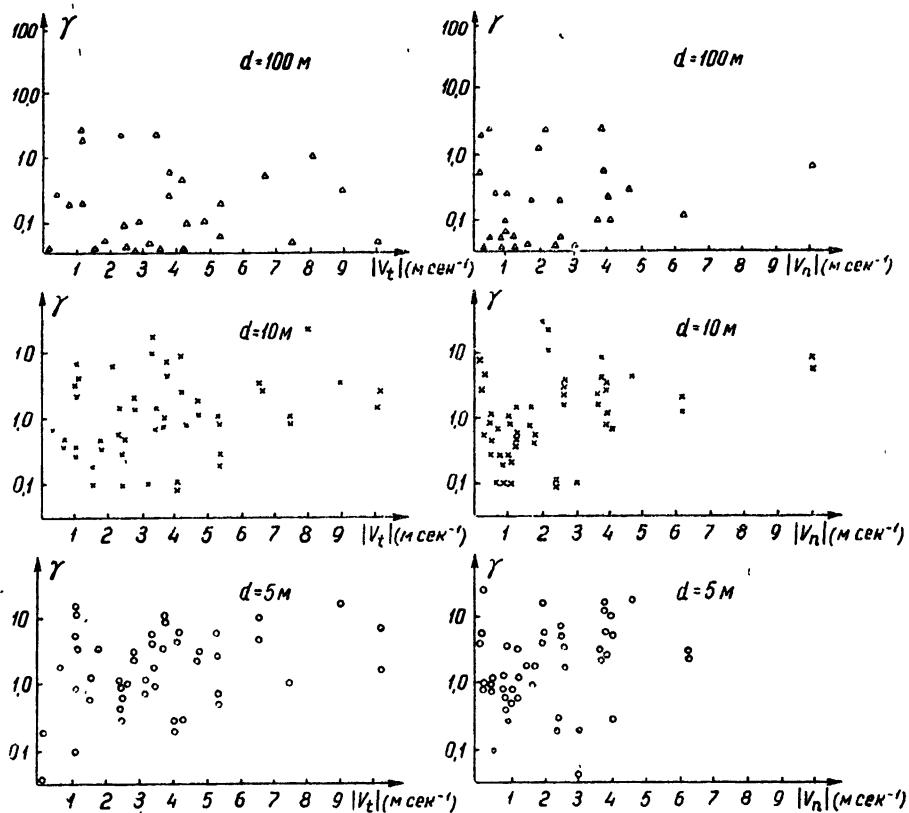


Рис. 8. Спектральные характеристики флюктуаций γ при различной величине модуля продольной $|v_t|$ и поперечной $|v_n|$ компонент среднего ветра:
 $L=33 \text{ км}$, $h_0=35 \text{ м}$, $h=4 \text{ м}$, $\lambda=10 \text{ см}$.

В заключение остановимся на изменении спектральных характеристик флюктуаций во времени и, в частности, на зависимости их от изменяющихся на трассе метеоусловий. С этой целью одновременно с исследованиями флюктуаций разностей фаз на трассе в нескольких пунктах проводились измерения давления, температуры, влажности, ветра, рефракции и т. п. Наибольший интерес представляло сопоставление спектральных характеристик флюктуаций с направлением и силой ветра, поскольку в ряде теоретических работ [6, 8, 13] для определения временных (спектральных) характеристик используется их связь с пространственными характеристиками на основе гипотезы „замерзшей турбулентности“. В этой гипотезе из всех процессов, протекающих в турбулентной среде, учитывается лишь эффект переноса неоднород-

ностей на трассе средним ветром, вследствие чего при измерениях на длинных трассах следует ожидать преимущественного влияния на спектр флюктуаций величины поперечной (к направлению распространения) составляющей ветра. Несмотря на значительные изменения от опыта к опыту как качественных спектральных характеристик флюктуаций („текущих“ спектров [5]), так и численной спектральной характеристики γ , доходившие до 40 дБ и более, анализ большого числа измерений, проведенных при различных метеорологических условиях, не позволил найти какой-либо определенной связи между этими характеристиками флюктуаций и метеоданными.

В частности, фактически не наблюдалось зависимости величины γ от направления и силы ветра. Для иллюстрации на рис. 8 приведены типичные результаты сопоставления γ с ветром для значений базы 100, 10 и 5 м при измерениях флюктуаций над морем в „освещенной“ зоне. Аналогичные результаты были получены на этой же трассе и при более низко расположенных антенах, соответствующих приему в области „полутени“ и „тени“, где отмечалась лишь тенденция некоторого увеличения минимальных значений γ при усилении ветра (независимо от его направления).

Полученные данные свидетельствуют, что временные характеристики флюктуаций при измерениях в дальней зоне обусловливаются, по-видимому, не только переносом неоднородностей, а и более сложными процессами, протекающими в турбулентной среде.

ЛИТЕРАТУРА

1. A. P. Deam, B. M. Tappin, Proc. IRE, 43, 1402 (1955).
2. А. В. Мень, С. Я. Брауде, В. И. Горбач, ДАН СССР, 125, 1019 (1959).
3. А. В. Мень, С. Я. Брауде, В. И. Горбач, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 2, 848 (1959).
4. M. C. Thompson, H. B. Yanes, J. Res. NBS, 63D, 45 (1959).
5. А. В. Мень, Радиотехника и электроника (в печати).
6. R. B. Mischmog, A. D. Wheelon, Proc. IRE, 43, 1437 (1955).
7. В. Н. Каравайников, Акуст. ж., 3, 165 (1957).
8. В. И. Татарский, Теория флюктуационных явлений при распространении волн в турбулентной атмосфере, изд. АН СССР, М., 1959.
9. А. М. Обухов, Изв. АН СССР, сер. геофиз., 17, 155 (1953).
10. А. В. Мень, В. И. Горбач, С. Я. Брауде, ДАН УССР, 2, 740 (1959).
11. А. В. Мень, В. И. Горбач, С. Я. Брауде, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 2, 388 (1959).
12. М. П. Долуханов, Раопространение радиоволн, Связьиздат, М., 1951.
13. В. А. Красильников, Изв. АН СССР, сер. географ. и геофиз., 13, 33 (1949).

Институт радиофизики и электроники
АН УССР

Поступила в редакцию
1 декабря 1960 г.

AN APPROXIMATE METHOD FOR THE ANALYSIS OF NONSTATIONARY FLUCTUATIONS SPECTRA

A. V. Men

A method of the approximate analysis used for the investigation of nonstationary (in the main phase differences) fluctuations spectra is based on consideration of two adjacent bands of fluctuations spectrum. It is shown that such a method corresponds to the two-scale correlation function describing space fluctuations correlation. Using for the numerical estimations the spectral characteristic corresponding to power ratio of the fluctuations in the high and low frequency spectrum components calculation expressions are obtained which make it possible to explain some effects observed in the propagation of microwaves over boundary surface.