

К ТЕОРИИ КВАНТОВОГО УСИЛИТЕЛЯ С БЕГУЩЕЙ ПОВЕРХНОСТНОЙ ВОЛНОЙ

А. М. Глуцук, В. М. Конторович, Г. Е. Черняк

Рассматривается усиление поверхностных волн над импедансной плоскостью в трехуровневом квантовом усилителе на веществах с эллиптической резонансной поляризацией магнитного поля при парамагнитном резонансе. Обсуждаются возможности однонаправленного усиления.

ВВЕДЕНИЕ

Парамагнитный резонанс магнитно-разбавленных ионов, находящихся во внешнем магнитном и сильном внутрискристаллическом поле, происходит, вообще говоря, не на круговой [1], а на эллиптической или даже линейной поляризации переменного магнитного поля [2,3].

Действительно, правила отбора для оператора магнитного момента \hat{d} всегда можно привести к виду (см. Дополнение):

$$d_{mn}^{\eta} = 0, \quad d_{mn}^{\zeta} = \frac{i}{a} d_{mn}^{\xi}, \quad (1)$$

где ξ, η, ζ —вещественные ортогональные оси, определенным образом ориентированные относительно осей кристалла и внешнего магнитного поля H_0 , m и n —квантовые числа резонансных энергетических уровней иона (частота перехода ω_{mn}), a —вещественный параметр.

Из выражения для резонансной части среднего магнитного момента [3,4], индуцируемого переменным магнитным полем $H(t) = \text{Re}\{He^{-i\omega t}\}$ ($\omega \approx \omega_{mn}$),

$$M(t) = \text{Re}\{d_{nm}(d_{mn}H^*) Qe^{-i\omega t}\} \quad (2)$$

(где $Q(\omega)$ —множитель, определяющий форму линии) следует, что величина M определяется лишь проекцией вектора H^* на направление d_{mn} . Ортогональное d_{mn} переменное поле H^* обращает $M(t)$ в нуль, что определяет две независимые нерезонансные поляризации переменного магнитного поля:

$$H_{\eta} = 0, \quad H_{\zeta} = iaH_{\xi} \quad (3)$$

и

$$H_{\eta} \neq 0, \quad H_{\zeta} = H_{\xi} = 0. \quad (4)$$

Средняя мощность, поглощаемая в единице объема, равна [5]

$$\bar{p} = \frac{i\omega}{16\pi} (\nu_{ik}^* - \nu_{ki}) H_i H_k^*,$$

а так как тензор магнитной проницаемости среды в осях ξ, η, ζ имеет вид:

$$\{v_{ik}\} = \begin{Bmatrix} 1 + i\alpha a^2 & 0 & -\alpha a \\ 0 & 1 & 0 \\ \alpha a & 0 & 1 + i\alpha \end{Bmatrix}, \quad (5)$$

где
$$i\alpha = 4\pi |d_{mn}^c|^2 Q, \quad (6)$$

то
$$\bar{p} = \frac{\omega \alpha'}{8\pi} |H_\zeta - i\alpha H_\xi|^2, \quad \alpha' = \text{Re } \alpha. \quad (7)$$

Отношение \bar{p} к средней плотности энергии переменного магнитного поля $|H|^2/16\pi$ ($\omega = \text{const}$) достигает максимума при

$$H_\eta = 0, \quad H_\xi = i\alpha H_\zeta, \quad (8)$$

когда отсутствуют нерезонансные компоненты; поэтому поляризацию магнитного поля (8) естественно назвать резонансной.

Как видно из (8), резонансное поле эллиптически поляризовано в плоскости ξ, ζ . Эллипс резонансной поляризации в дальнейшем называем эллипсом кристалла. При $a > 0$ вектор магнитного поля вращается против часовой стрелки, если смотреть с конца оси η (рис. 1). В случае свободного магнитного момента ось η направлена по H_0 и $|a|=1$.

В квантовых усилителях [6] в результате воздействия вспомогательного поля подкачки парамагнитная система находится в неравновесном излучательном состоянии [4,7] и при частотах, близких к ω_{mn} , $\alpha'(\omega) < 0$, что приводит к отрицательному поглощению, т. е. усилению. В квантовых усилителях с бегущей волной [8,9] для увеличения коэффициента усиления целесообразно использовать замедляющие системы, где производится замедление либо по групповой [9], либо по фазовой [10] скорости. Ниже мы ограничимся изучением зависимости коэффициента усиления от фазовой скорости в случае поверхностных волн, когда оказываются существенными эффекты поляризации.

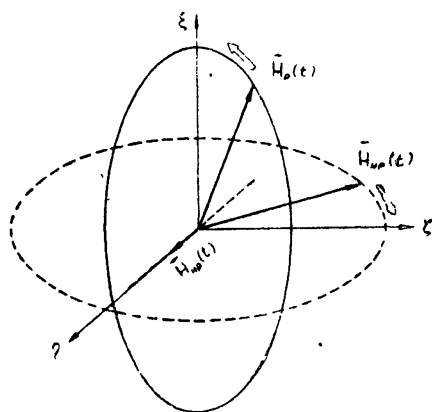


Рис. 1. Эллипсы резонансной (сплошная линия) и нерезонансной (пунктирная линия) поляризации $H(t)$ в плоскости ξ, ζ (для $a = 2$) и линейная нерезонансная поляризация вдоль оси η . Стрелки указывают направление вращения векторов магнитного поля.

1. УСИЛЕНИЕ СИММЕТРИЧНОЙ ПОВЕРХНОСТНОЙ H-ВОЛНЫ

В симметричной поверхностной H -волне, распространяющейся вдоль оси z над плоскостью $x=0$, отличны от нуля компоненты E_y, H_x и H_z , которые предполагаются пропорциональными $\exp[i(kx - \omega t)]$, где $k_x = i\beta, k_y = 0, k_z = \gamma$. В среде с диэлектрической проницаемостью ϵ и магнитной проницаемостью $\mu = 1$

$$\gamma^2 - \beta^2 = k^2, \quad k = \omega \sqrt{\epsilon}/c. \quad (9)$$

Вводя безразмерную фазовую скорость $u = k/\gamma = v_\phi \sqrt{\epsilon}/c$, получаем:

$$\beta = \frac{\sqrt{1-u^2}}{|u|} k.$$

Из уравнения $\operatorname{div} \mathbf{H} = 0$ следует, что

$$H_x = igH_z,$$

где

$$g = \gamma/\beta = \operatorname{sgn} u / \sqrt{1-u^2} \quad (\operatorname{sgn} u \equiv u/|u|). \quad (10)$$

Проекция магнитного поля на плоскость xz при $|u| < 1$ описывает эллипс (в дальнейшем — «эллипс волны»), большая ось которого параллельна

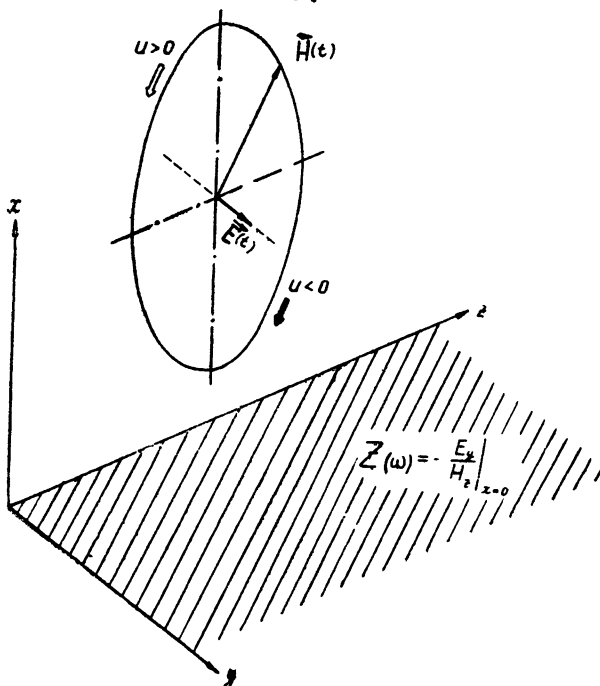


Рис. 2. Эллипс поляризации магнитного поля симметричной поверхностной H -волны над импедансной плоскостью. Светлая стрелка указывает направление вращения $\mathbf{H}(t)$ в прямой волне, темная стрелка — во встречной волне.

оси x . Направления вращения противоположны у прямой ($u > 0$) и встречной ($u < 0$) волн (рис. 2). Из (10) видно, что форма эллипса симметричной волны зависит только от замедления по фазовой скорости, а не от конкретного вида граничных условий на поверхности замедляющей системы.

Как и в [10], замедляющую систему мы будем описывать с помощью эффективного поверхностного импеданса. Электрическое и магнитное поля волны связаны условием

$$E_y = -Z(\omega) H_z, \quad (11)$$

где $Z(\omega) = (i/\sqrt{\epsilon})X$ — поверхностный импеданс направляющей плоскости,

который для простоты считаем чисто реактивным. При этом для поверхностной волны $X > 0$ и $|u| < 1$, так как

$$\beta = k/X, \quad |u| = X/\sqrt{X^2 + 1}. \quad (12)$$

При парамагнитном резонансе магнитная проницаемость уже не равна 1, а представляет собой тензор (5). В квантовом усилителе волна поглощает энергию и амплитуда ее возрастает вдоль оси z , а постоянная распространения вдоль z приобретает мнимую часть γ'' ; $|\gamma''|$ мы в дальнейшем будем называть коэффициентом усиления. Если $|\alpha| \ll 1$, то γ'' можно определить по известной энергетической формуле (см., например, [11])

$$2\gamma'' = P/\Sigma, \quad (13)$$

где P и Σ —соответственно мощность потерь на единицу длины и полный поток энергии через поперечное сечение линии передачи, вычисляемые с помощью формул, которые соответствуют значению $\alpha = 0$.

Совместим плоскости эллипсов волны и кристалла. Пусть ось η кристалла направлена вдоль оси y , а оси ξ и x образуют угол Θ . Пренебрегая для простоты зависимостью α' от координат (через амплитуду поля подкачки), получим:

$$\gamma'' = \frac{\chi}{u} [(a \operatorname{sgn} u + \sqrt{1-u^2})^2 \cos^2 \Theta + (a\sqrt{1-u^2} + \operatorname{sgn} u)^2 \sin^2 \Theta] \quad (14)$$

или (через эллиптичность g)

$$\gamma'' = \chi \frac{f(a, g, \Theta)}{g \sqrt{g^2 - 1}}.$$

Здесь $\chi = ka'/2$, g и u определяются согласно (10) и (12),

$$f(a, g, \Theta) = (1+ag)^2 \cos^2 \Theta + (a+g)^2 \sin^2 \Theta. \quad (15)$$

При $a > 0$ коэффициент усиления прямой волны всегда больше, чем встречной. Везде в дальнейшем для определенности будем считать $a > 0$. Направление вращения магнитного поля прямой волны при этом то же, что и поля с резонансной поляризацией. Очевидно, что для данных a и g наибольшее усиление прямой и встречной волн имеет место в случае, когда большие оси эллипсов кристалла и волны параллельны, а наименьшее—когда эти оси взаимно-перпендикулярны. Если хотя бы один из эллипсов вырождается в окружность ($a=1$ или $|g|=1$), то зависимость γ'' от угла исчезает.

При каждом значении $a \neq 1$ можно так выбрать ориентацию эллипса кристалла Θ_0 и фазовую скорость волны u_0 , что будет усиливаться только прямая волна, так как встречная будет иметь нерезонансную поляризацию. Согласно (3), (10), при $a < 1$

$$\Theta_0 = 0, \quad g_0 = 1/a, \quad u_0 = \sqrt{1-a^2}, \quad (16)$$

а при $a > 1$

$$\Theta_0 = \pi/2, \quad g_0 = a, \quad u_0 = \sqrt{a^2-1}/a. \quad (16a)$$

Эллипсы кристалла и волны в этих случаях подобны, а их большие оси взаимно ортогональны.

Характер зависимости γ'' от фазовой скорости для прямой и встречной волн в случае (16a) показан на рис. 3. При $\Theta \neq \Theta_0$ характер кривых тот же, но в минимуме кривой для встречной волны γ'' отлично от нуля,

Выражение (14) верно только при $|x| \ll 1$. В случае симметричной поверхностной волны легко также получить для γ выражение, справедливое при произвольном (не зависящем от координат) α с учетом потерь энергии как в веществе (за счет $\text{Im } \epsilon \neq 0$), так и на стенках замедляющей системы ($\text{Re } Z \neq 0$). Уравнения Максвелла для симметрич-

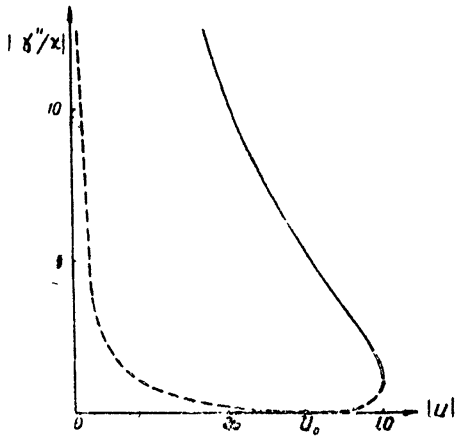


Рис. 3. Зависимость коэффициентов усиления прямой (сплошная линия) и встречной (пунктирная) симметричных поверхностных волн от фазовой скорости ($a=1,5$, $\theta=\theta_0=\pi/2$). При $u=u_0=0,75$ коэффициент усиления встречной волны обращается в нуль.

ной поверхностной H -волны, поле которой пропорционально $\exp[-\beta x + i(\gamma z - \omega t)]$, в среде с диэлектрической проницаемостью ϵ и магнитной проницаемостью (5) вместе с граничным условием (11) составляют систему четырех линейных однородных относительно E_y , H_x и H_z уравнений. Условия их совместности дают для величины $\Gamma = (X/k)\gamma$ выражение

$$\Gamma = i\alpha a \pm \sqrt{(1+i\alpha)(1+i\alpha a^2) + X^2 [1 + i\alpha(a^2 \cos^2 \theta + \sin^2 \theta)]}, \quad (17)$$

где величины α , k , X (см. (6), (9) и (11)) комплексны.

2. УСИЛЕНИЕ НЕСИММЕТРИЧНЫХ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН

a) Изотропный поверхностный импеданс. В общем случае, когда имеется зависимость и от координаты y (несимметричная волна), отличны от нуля все компоненты электрического и магнитного полей. Условия совместности уравнений Максвелла для диэлектрика с $\mu = 1$ и граничного условия для касательных к направляющей плоскости компонент поля

$$E_\tau = Z(\omega)[n, H_\tau] \Big|_{x=0}, \quad (18)$$

где n —орт оси x , приводят к таким выражениям для продольных составляющих в бегущей волне:

$$\begin{aligned} E_z &= \sin(\delta y - \varphi) A e^{-\beta x + i(\gamma z - \omega t)}; \\ H_z &= \sqrt{\epsilon} B \cos(\delta y - \varphi) A e^{-\beta x + i(\gamma z - \omega t)}. \end{aligned} \quad (19)$$

Здесь A и φ —произвольные комплексные постоянные, а безразмерные величины

$$d = \delta/k, \quad b = \beta/k, \quad h = \gamma/k = 1/u$$

связаны соотношением

$$h^2 - 1 = b^2 - d^2, \quad (20)$$

Постоянная b удовлетворяет уравнению

$$b^2 + \left(X - \frac{1}{X}\right) b - 1 = 0, \quad (21)$$

из двух корней которого ($1/X$ и $-X$) поверхностной волне соответствует только положительный корень. Величина B , связывающая продольные компоненты электрического и магнитного полей, определяется равенствами

$$B = \begin{cases} -h/dX & \text{при } X > 0, \\ d/hX & \text{при } X < 0. \end{cases} \quad (22)$$

Поперечные составляющие поля можно выразить через E_z и H_z (см. формулы (32)).

Симметричной волне соответствует $d=0$; из (22) и (19) следует, что при $X > 0$ существует только симметричная H -волна, а при $X < 0$ — только симметричная E -волна.

В дальнейшем мы будем для определенности рассматривать волны в направляющей системе, которая образована импедансной плоскостью $x=0$ и двумя идеально проводящими полуплоскостями $y=0$, $y=y_0$ ($x > 0$). Удовлетворяя граничным условиям при $y=0$ и $y=y_0$, получим:

$$\varphi = 0, \quad d = \pi l / ky_0 \quad (l=0, 1, 2, \dots); \quad (23)$$

поскольку H_x и H_z зависят от y одинаковым образом, и здесь можно ввести параметр g , определяющий эллипс волны:

$$H_x = igH_z, \quad g = (b + X)/h. \quad (24)$$

При $X > 0$ в распространяющейся ($h^2 > 0$) волне $|g| > 1$, как и в случае симметричной волны, а формула (13) принимает вид:

$$\gamma'' = \frac{\chi}{u} \left(1 - \frac{u^2}{1 + d^2 u^2}\right) f(a, g, \theta),$$

где

$$g = (1 + d^2 u^2) [1 + (d^2 - 1) u^2]^{-1/2} \operatorname{sgn} u. \quad (25)$$

Если $X < 0$, то $g \equiv 0$ (линейная поляризация) и

$$\gamma'' = \chi \frac{d^2 u^3}{1 + d^2 u^2} f(a, 0, \theta). \quad (26)$$

В этом случае прямая и встречная несимметричные волны усиливаются одинаково. Эллипс несимметричной поверхностной волны над плоскостью с изотропным импедансом либо вытянут вдоль оси x ($X > 0$), либо вырождается в отрезок, параллельный оси z ($X < 0$).

б) Анизотропный поверхностный импеданс. Замедляющие системы обычно обладают резко выраженной анизотропией, что вынуждает моделировать их с помощью анизотропного поверхностного импеданса. Волны над плоскостью с таким импедансом рассматривал Миллер [12]. В этом случае вместо (18) имеет место граничное условие

$$E_y = -Z_2 H_z, \quad E_z = Z_1 H_y \quad (27)$$

при $x=0$, причем оси y и z направлены по главным осям тензора импеданса. При отсутствии потерь Z_1 и Z_2 — чисто мнимые, и мы обозначим

$$Z_1 \sqrt{\epsilon} = iX_1, \quad Z_2 \sqrt{\epsilon} = iX_2. \quad (28)$$

В случае граничного условия (27) вместо (21), (22) и (24) имеют место уравнения:

$$b^2 + \left(X_1 - \frac{1}{X_2} \right) b - d^2 \left(1 - \frac{X_1}{X_2} \right) - \frac{X_1}{X_2} = 0; \quad (29)$$

$$g = \frac{b + X_2}{h}; \quad (30)$$

$$B = \frac{dh}{(h^2 - 1)X_2 - b} = \frac{1 - h^2 - bX_1}{dhX_1}. \quad (31)$$

По-прежнему $h^2 - 1 = b^2 - d^2$ и $d = \pi l / ky_0$ ($l = 0, 1, 2, \dots$). Продольные составляющие поля E_z и H_z даются теми же выражениями (19) с b и B , определенными из (29) и (31), а поперечные составляющие выражаются через продольные по формулам

$$\begin{aligned} E_x &= \frac{bX_1 - 1}{hX_1} iE_z, & H_y &= -\frac{\sqrt{\varepsilon}}{X_1} iE_z, \\ E_y &= -\frac{X_2}{\sqrt{\varepsilon}} iH_z, & H_x &= igH_z. \end{aligned} \quad (32)$$

При $X_1 = X_2 = X$ эти формулы дают поле поверхностной волны над плоскостью с изотропным импедансом.

Коэффициент усиления в среде с тензорной магнитной проницаемостью (5) для случая $|a| \ll 1$ находим из (13):

$$\gamma'' = \chi \frac{hf(a, g, \theta)}{X_2(b + X_2) + (1 - bX_1)(BX_1)^{-2}}. \quad (33)$$

В случае симметричной H -волны здесь следует положить $B = \infty$, и мы получим соотношения раздела 1. В случае симметричной E -волны $B = 0$ и усиления нет.

Рассмотрим в качестве примера важный случай несимметричной поверхностной волны в системе с $X_2 = 0$, $X_1 < 0$. В такой волне $E_y = 0$ (что соответствует замедляющим системам типа гребенки) и $b = -X_1 \times (1 - d^2)$, откуда следует, что $d < 1$, т. е. для существования волны необходимо выполнение условия $y_0 > \pi l / k$. Из соотношений

$$h^2 = \frac{1 - d^2}{1 - g^2}, \quad g = \sqrt{1 - (1 - d^2)u^2} \operatorname{sgn} u \quad (34)$$

следует, что в бегущей волне $g^2 < 1$, т. е. в отличие от (10) эллипс вытянут вдоль направления распространения. Форма эллипса волны зависит не только от замедления, но и от поперечного волнового числа d . Заметим, что в случае $X_2 = 0$ поверхностными волнами с эллиптической поляризацией магнитного поля являются не только медленные, но и быстрые волны с $|u| < (1 - d^2)^{-1/2}$.

Коэффициент усиления можно выразить как через g , так и через u :

$$\gamma'' = \chi \frac{d^2 f(a, g, \theta)}{\sqrt{(1 - d^2)(1 - g^2)}} \operatorname{sgn} g; \quad (35)$$

$$\gamma'' = \frac{\chi}{u} \frac{d^2}{1-d^2} \{ [a\sqrt{1-(1-d^2)u^2} + \operatorname{sgn} u]^2 \cos^2 \Theta + [a \operatorname{sgn} u + \sqrt{1-(1-d^2)u^2}]^2 \sin^2 \Theta \}. \quad (36)$$

Формула (36) дает зависимость γ'' от u того же типа, что и формула (14) (см. рис. 4): при $|u| \rightarrow 0$ $|\gamma''| \rightarrow \infty$; для определенных

$$\Theta = \Theta_0, \quad u = u_0 = \sqrt{(1-g_0^2)(1-d^2)^{-1}} \quad (37)$$

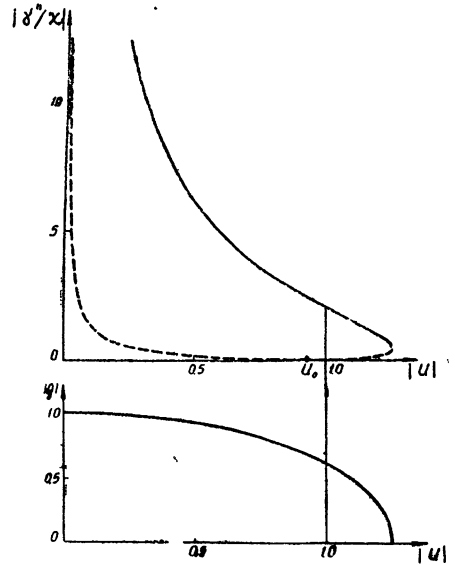


Рис. 4. Зависимость коэффициента усиления $|\gamma''|$ и эллиптичности g от фазовой скорости несимметричной поверхностной волны ($d=0,6$) над анизотропной плоскостью ($X_2=0, X_1<0$) при $a=1,5, \Theta=\Theta_0=0, u_0=0,93$.

коэффициент усиления встречной волны обращается в нуль (для $\Theta \neq \Theta_0$ он имеет минимум). При $a > 1$

$$\Theta_0 = 0, \quad g_0 = \frac{1}{a}, \quad u_0 = \frac{1}{a} \sqrt{\frac{a^2-1}{1-d^2}}, \quad (38)$$

а при $a < 1$

$$\Theta_0 = \frac{\pi}{2}, \quad g_0 = a, \quad u_0 = \sqrt{\frac{1-a^2}{1-d^2}}. \quad (38a)$$

Фазовая скорость u_0 , при которой коэффициент усиления встречной волны обращается в нуль, у рассматриваемой волны больше, чем при том же значении a у симметричной, и может соответствовать как замедлению ($u_0 < 1$), так и ускорению ($u_0 > 1$) по сравнению с фазовой скоростью $c/\sqrt{\epsilon}$ в диэлектрике. Согласно (37) и (38), $u_0 > 1$ при $g_0 < d$. При этом коэффициент усиления прямой волны

$$\gamma'' = \frac{\chi d^2}{1-d^2} \frac{f(a, g_0, \Theta_0)}{u_0} = \begin{cases} \frac{4\chi d^2}{\sqrt{1-d^2}} \frac{a}{\sqrt{a^2-1}} & \text{при } a > 1; \\ \frac{4\chi d^2}{\sqrt{1-d^2}} \frac{a^2}{\sqrt{1-a^2}} & \text{при } a < 1. \end{cases}$$

ДОПОЛНЕНИЕ

РЕЗОНАНСНАЯ ПОЛЯРИЗАЦИЯ

Взаимодействие парамагнитного иона с высокочастотным магнитным полем $H(t) = \text{Re} \{ H e^{-i\omega t} \}$ описывается оператором возмущения

$$\hat{V} = -\frac{1}{2} (\hat{\Phi} e^{-i\omega t} + \hat{\Phi}^+ e^{i\omega t}), \quad \hat{\Phi} = \hat{d}_i H_i = (\hat{d} H^*), \quad (\text{Д.1})$$

где \hat{d} — оператор эффективного магнитного момента, $\hat{\Phi}^+$ — оператор, сопряженный оператору $\hat{\Phi}$, знак * означает комплексное сопряжение. Вероятность перехода между уровнями m , n и средняя за период поглощаемая мощность (7) пропорциональны $|\Phi_{mn}|^2 = |(\hat{d}_{mn} H^*)|^2$, если ω близко к частоте перехода ω_{mn} .

Вектор \hat{d}_{mn} , как всякий комплексный вектор, можно представить в виде $\hat{d}_{mn} = (\hat{d}_1 + i\hat{d}_2) e^{i\varphi}$, где \hat{d}_1 и \hat{d}_2 — вещественные взаимно ортогональные векторы, а φ — фаза. Вводя орты $e_\zeta = \hat{d}_1/\hat{d}_1$, $e_\xi = \hat{d}_2/\hat{d}_2$ и орт e_η , ортогональный к первым двум, получим, очевидно, для компонент \hat{d}_{mn} соотношение (1), где $a = -\hat{d}_2/\hat{d}_1$. В плоскости (ξ, ζ) удобно ввести комплексные орты, а именно, направленный вдоль \hat{d}_{mn} орт $e_+ = \hat{d}_{mn}/|\hat{d}_{mn}|$ и ортогональный к нему орт e_- :

$$e_+ = \frac{e_\zeta - i a e_\xi}{\sqrt{1+a^2}}, \quad e_- = \frac{a}{\sqrt{1+a^2}} \left(e_\zeta + \frac{i}{a} e_\xi \right). \quad (\text{Д.2})$$

Разложим $H^* = H_\zeta^* e_\zeta + H_\xi^* e_\xi + H_\eta^* e_\eta$ по новым ортам:

$$H^* = H_+ e_+ + H_- e_- + H_\eta^* e_\eta; \\ H_+ = \frac{H_\zeta^* + i a H_\xi^*}{\sqrt{1+a^2}}; \quad H_- = \frac{a}{\sqrt{1+a^2}} \left(H_\zeta^* - \frac{i}{a} H_\xi^* \right). \quad (\text{Д.3})$$

В новых осях

$$|\Phi_{mn}| = |(\hat{d}_{mn})_+| |H_+| = \hat{d}_1 |H_\zeta^* - i a H_\xi^*|, \quad (\text{Д.4})$$

где $(\hat{d}_{mn})_+$ — проекция вектора \hat{d}_{mn} на e_+ .

Как видно, H_+ представляет компоненту, ответственную за поглощение. Если $H_+ = 0$, то $|\Phi_{mn}| = 0$ и в первом приближении резонансное поглощение отсутствует. Соответственно поляризации (3), (4), в которых $H_+ = 0$, называем нерезонансными. Очевидно, что при фиксированной средней плотности энергии поля ($|H|^2 = |H_+|^2 + |H_-|^2 + |H_\eta|^2 = \text{const}$) $|H_+|$, а с ним и поглощение будет наибольшим, если $H_- = H_\eta = 0$, т. е. если H^* направлено по \hat{d}_{mn} . Такую поляризацию (8) будем называть резонансной. В общем случае это эллиптическая поляризация в плоскости (ξ, ζ) , которая может вырождаться при $a=0, \infty$ в линейную, а при $a=\pm 1$ — в круговую. Последнее имеет место для свободного магнитного момента согласно известным правилам отбора $d_{m, m-1}^z = 0$, $d_{m, m-1}^x = i d_{m, m-1}^y$. Ось η в этом случае направлена вдоль внешнего магнитного поля (ось Oz), а вращающееся резонансное поле находится в фазе с прецессирующим вокруг постоянного внешнего поля H_0 магнитным моментом [1].

Рассматривая магнитно-разбавленный кристалл, где можно пренебречь взаимодействием парамагнитных ионов между собой, ограни-

чимся случаем сильного внутрикристаллического электрического поля, снимающего орбитальное вырождение. Тогда расщепление вырожденного уровня лишь по спину наименьшего энергетического уровня иона под действием спин-орбитальной связи и постоянного внешнего магнитного поля H_0 , а также взаимодействие иона с высокочастотным магнитным полем $H(t)$ описывается оператором возмущения (спин-гамильтонианом) [13]

$$W = D_{ij} \hat{S}_i \hat{S}_j + \beta g_{ij} H_i \hat{S}_j, \quad (Д.5)$$

где D_{ij} , g_{ij} — симметричные тензоры, \hat{S} — оператор спина, β — магнетон Бора, H_i — компоненты вектора $H_0 + H(t)$.

Если кристаллическое поле не обладает осевой симметрией, то (Д.5) сводится к

$$W = D \hat{S}_z^2 + E (\hat{S}_x^2 - \hat{S}_y^2) + \beta (g_{xx} H_x \hat{S}_x + g_{yy} H_y \hat{S}_y + g_{zz} H_z \hat{S}_z), \quad (Д.6)$$

где оси координат направлены по главным осям кристалла.

Как видно из (Д.6), оператор эффективного магнитного момента

$$\hat{d} = \{ -\beta g_{xx} \hat{S}_x, -\beta g_{yy} \hat{S}_y, -\beta g_{zz} \hat{S}_z \}. \quad (Д.7)$$

Определив спектр из (Д.7) (при $H_i = H_{0i}$), можно вычислить матричный элемент d_{mn} , определить орты e_ζ , e_ξ , e_η и найти резонансную и нерезонансную поляризации.

Рассмотрим для простоты случай, когда спин иона в основном состоянии $S=1$ и постоянное магнитное поле H_0 направлено вдоль Oz^* . Выбирая ось Oz за ось квантования и обозначая через $|m\rangle$ волновые функции невозмущенного состояния с проекцией спина m , получим следующие волновые функции нулевого приближения ψ_l и добавки W ; к исходному значению энергии:

$$\psi_{1,2} = A_{1,2} \left(\left| 1 \right\rangle - \frac{E}{r_{1,2}} \left| -1 \right\rangle \right), \quad \psi_3 = \left| 0 \right\rangle; \quad W_{1,2} = D \mp \sqrt{E^2 + (\beta g_{zz} H_0)^2},$$

$$W_3 = 0; \quad r_{1,2} = -\beta g_{zz} H_0 \pm \sqrt{E^2 + (\beta g_{zz} H_0)^2}$$

(A_1, A_2 — нормировочные константы).

Матричные элементы d_{mn} при условии $W_1 < W_2 < W_3$ сведены в таблицу 1.

Т а б л и ц а 1

Переход $2 \leftrightarrow 1$	Переход $3 \leftrightarrow 1$	Переход $3 \leftrightarrow 2$
$d_{21}^y = d_{21}^x = 0$ $d_{21}^z = -A_1 A_2 \beta g_{zz} \left(1 - \frac{E}{r_1 r_2} \right)$	$d_{31}^z = 0; \quad d_{31}^x = \frac{i}{a} d_{31}^y$ $a = \frac{E+r_1}{E-r_1} \frac{g_{yy}}{g_{xx}}$	$d_{32}^z = 0; \quad d_{32}^x = \frac{i}{a} d_{32}^y$ $a = \frac{E+r_2}{E-r_2} \frac{g_{yy}}{g_{xx}}$

Как видно, для перехода $2 \leftrightarrow 1$ резонансной поляризацией является линейная поляризация вдоль постоянного поля. Для переходов

* В качестве оси Oz , очевидно, может быть выбрана любая главная ось кристалла.

$3 \longleftrightarrow 1$ и $3 \longleftrightarrow 2$ оси (x, y, z) соответствуют (ζ, ξ, η), откуда следует, что резонансной является эллиптическая поляризация в плоскости, перпендикулярной к H_0 (плоскость (x, y)).

Для иллюстрации в таблице 2 приведены относящиеся к рассмотренному случаю значения a в различных солях с парамагнитными ионами Ni^{2+} ; в таблице также указаны частоты переходов (внешнее постоянное поле $H_0 = 3000$ эрстед).

Т а б л и ц а 2

Вещество	T (°K)	g	E	D	Переход $3 \leftarrow \rightarrow 1$		Переход $3 \leftarrow \rightarrow 2$	
					a	ν (кМГц)	a	ν (кМГц)
$(NH_4)_2 Ni (SO_4)_2 \cdot 6H_2O$	290	2,25	-0,38	-2,24	0,36	81,9	-2,8	52,5
	90	2,25	-0,48	-1,99	0,30	77,4	-3,3	42,0
$K_2Ni(SO_4)_2 \cdot 6H_2O$	290	2,25	-0,51	-3,3	0,30	117,0	-3,6	81,0
$Tl_2Ni(SO_4)_2 \cdot 6H_2O$	290	2,25	-0,1	-2,6	0,75	97,8	-1,4	60,0
$(NH_4)_2 Ni (SeO_4)_2 \cdot 6H_2O$	290	2,25	-0,79	-1,89	0,19	82,2	-5,2	31,2
$K_2Ni(SeO_4)_2 \cdot 6H_2O$	290	2,25	-1,0	-3,0	0,15	121,5	-6,5	58,5
$NiSO_4 \cdot 7H_2O$	290	2,1	-1,5	-3,5	0,1	150,0	-8,8	59,1

Значения абсолютной температуры T , E , D и $g_{xx} = g_{yy} = g_{zz} = g$ взяты из [14].

Если окружение парамагнитного иона имеет осевую симметрию, то (Д.5) сводится к

$$W = D\hat{S}_z^2 + \beta[g_{\parallel}H_z\hat{S}_z + g_{\perp}(H_x\hat{S}_x + H_y\hat{S}_y)], \quad (Д.8)$$

где $g_{\parallel} = g_{zz}$, $g_{\perp} = g_{xx} = g_{yy}$, x, y, z — главные оси кристалла, причем Oz — ось аксиальной симметрии. При $H_0 \parallel Oz$ уровень с данным спином S расщепляется на $2S+1$ состояний, каждое из которых характеризуется одним квантовым числом m , так что, как и в случае свободного иона, резонансной является круговая поляризация в плоскости, перпендикулярной к Oz .

Рассмотрим случай, когда H_0 перпендикулярно к оси симметрии. Пусть, например, спин $S=1$; направляя H_0 вдоль Ox , выбирая по-прежнему Oz за ось квантования, находим волновые функции нулевого приближения ψ_l и добавки W_l к исходному уровню энергии [15]:

$$\psi_{1,3} = q_{1,3} \left(|1\rangle + |-1\rangle + \frac{2f}{W_{1,3}} |0\rangle \right), \quad \psi_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} (|1\rangle - |-1\rangle),$$

$$W_{1,3} = \frac{D}{2} \mp \sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 + (g_{\perp}\beta H_0)^2}, \quad W_2 = D,$$

где $f = g_{\perp}\beta H_0/\sqrt{2}$, $q_{1,3}$ — нормировочные постоянные. В таблице 3 приведены d_{mn} для различных переходов ($W_1 < W_2 < W_3$).

Т а б л и ц а 3

Переход $2 \leftarrow \rightarrow 1$	Переход $3 \leftarrow \rightarrow 1$	Переход $3 \leftarrow \rightarrow 2$
$d_{21}^x = 0; d_{21}^y = \frac{i}{a} d_{21}^z$	$d_{31}^y = d_{31}^z = 0$	$d_{32}^x = 0; d_{32}^y = \frac{i}{a} d_{32}^z$
$a = \frac{g_{\parallel}}{g_{\perp}^2} \frac{W_1}{\beta H_0 \sqrt{2}}$	$d_{31}^x = 2q_1 q_3 \frac{D}{H_0}$	$a = \frac{g_{\parallel}}{g_{\perp}^2} \frac{W_3}{\beta H_0 \sqrt{2}}$

Из таблицы видно, что для перехода $3 \leftarrow \rightarrow 1$ резонансной является линейная поляризация вдоль постоянного поля H_0 , для переходов $2 \leftarrow \rightarrow 1$, $3 \leftarrow \rightarrow 2$ — эллиптическая в плоскости, перпендикулярной к H_0 . В таблице 4 приведены значения a , относящиеся к рассмотренному случаю (парамагнитными являются ионы Ni^{2+} , постоянное поле $H_0 = 3000$ эрстед).

Т а б л и ц а 4

Вещество	T (°K)	g	D	Переход $2 \leftarrow \rightarrow 1$		Переход $3 \leftarrow \rightarrow 2$	
				a	ν (кМГц)	a	ν (кМГц)
$NiSiF_6 \cdot 6H_2O$	290	2,3	-0,5	-1,4	19,5	0,35	4,5
	195	2,29	-0,32	-1,14	15,4	0,44	5,8
	90	2,26	-0,17	-0,9	12,2	0,52	7,4
	20	2,29	-0,12	-0,72	11,4	0,59	7,8

Значения T , g , D взяты из [13].

При заданном спине S и произвольном направлении внешнего поля H_0 относительно кристаллических осей ось η , вообще говоря, не направлена по H_0 , и плоскость эллипса резонансной поляризации не ортогональна внешнему магнитному полю.

ЛИТЕРАТУРА

1. I. J. Rabi, N. F. Ramsey, J. Schwinger, Rev. Mod. Phys., **26**, 167 (1954).
2. Е. Кондон, Г. Шортли, Теория атомных спектров. ИЛ, М., 1949, стр. 103.
3. R. Karplus, J. Schwinger, Phys. Rev., **73**, 1020 (1948); F. Bloch, Phys. Rev., **102**, 104 (1956).
4. A. Javan, Phys. Rev., **107**, 1579 (1957); A. M. Glogston, J. Phys. Chem. Solids, **4**, 271 (1958); S. Yatsiv, Phys. Rev., **113**, 1538 (1959); В. М. Конторович, А. М. Прохоров, ЖЭТФ, **33**, 1428 (1957).
5. Л. Д. Ландау и Е. М. Лифшиц, Электродинамика сплошных сред, ГИТТЛ, М., 1957.
6. N. Bloembergen, Phys. Rev., **104**, 324 (1956).
7. Н. Г. Басов, А. М. Прохоров, ЖЭТФ, **28**, 249 (1955).
8. De Grasse, IRE, Wescon Conv. Record, August, 1958.
9. De Grasse, Schulz-Du Bois, Scovill, BSTJ, **38**, 305 (1959).
10. В. М. Конторович, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, **3**, 656 (1960).
11. Л. А. Вайнштейн, Электромагнитные волны, изд. Сов. радио М., 1957.
12. М. А. Миллер, ДАН СССР, **87**, 571 (1952); ЖТФ, **25**, 1972 (1955).
13. M. H. L. Pryce, Proc. Phys. Soc., **A63**, 25 (1950).
14. J. H. E. Griffiths, J. Owen, Proc. Roy. Soc., **A213**, 465 (1952).
15. R. P. Penrose, K. W. H. Stevens, Proc. Phys. Soc., **A63**, 35 (1950).

Институт радиофизики и электроники
АН УССР

Поступила в редакцию
1 августа 1960 г.

TO THE THEORY OF A QUANTUM AMPLIFIER WITH A TRAVELLING SURFACE WAVE

A. M. Glutsiuk, V. M. Kontorovitch, G. E. Tchernyak

An examination is made of the amplification of surface waves over the impedance plane in a three-level quantum amplifier with substances which have an elliptical resonance polarization of the magnetic field upon paramagnetic resonance. The possibilities are discussed of unidirectional amplification.