

УДАРНЫЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ В ПОЛОСКОВОМ ВОЛНОВОДЕ, ЗАПОЛНЕННОМ ФЕРРИТОМ

Г. И. Фрейдман

'Методом последовательных приближений рассматривается структура ударной волны в полосковом волноводе, заполненном намагниченным до насыщения ферритом.

В работе [1] было рассмотрено распространение плоских однородных электромагнитных волн в безграничной среде с нелинейной связью между магнитной индукцией B и напряженностью магнитного поля H . Представляет также интерес рассмотреть распространение электромагнитных волн в линиях передачи, заполненных такой средой. Однако даже в наиболее простом случае — при достаточно медленных скоростях изменения поля, когда связь между намагниченностью M и напряженностью магнитного поля H не зависит явно от времени, решение задачи встречается со значительными трудностями, так как общие методы решения краевых задач для нелинейных уравнений в частных производных неизвестны,

В настоящей статье будет рассмотрено распространение некоторых типов электромагнитных волн в полосковом волноводе, заполненном намагниченным до насыщения ферритом (рис. 1).

В случае медленных процессов, когда связь между намагниченностью и напряженностью магнитного поля можно считать не зависящей явно от времени, для этой системы находится целый класс частных решений, имеющих вид одномерных бегущих волн.

При быстрых процессах в силу специфического вида точного уравнения движения вектора намагниченности, которым в этом случае необходимо пользоваться, в рассматриваемой системе одномерные волны существовать не могут. Поэтому точная структура фронта стационарной^{*} ударной волны не описывается уравнениями в полных производных, как это было в случае свободного пространства, и может быть исследована лишь приближенно. В статье это исследование будет проведено только для слабых ударных волн, при достаточно малой толщине полоскового волновода.

1. ПРОСТЫЕ ВОЛНЫ

Рассмотрим медленные процессы, когда в уравнении движения вектора намагниченности [2]

$$\frac{\partial M}{\partial t} = -\gamma [MH] - \lambda M^{-2} [M[MH]] \quad (1.1)$$

(где γ — абсолютная величина магнетомеханического отношения для электронного спина, λ — частота релаксации, M — модуль вектора на-

^{*} В стационарной ударной волне поле зависит от переменной $\xi = vt - z$ и по перечных координат, где t — время, v — const — скорость распространения волны.

магнитенности) производную по времени можно положить равной нулю. Тогда из (1.1) следует, что

$$[MH] = 0; \quad |M| = M. \quad (1.2)$$

В работе [1] показано, что уравнения Максвелла в случае (1.2) в бесконечном пространстве имеют решения в виде плоских однородных линейно поляризованных волн:

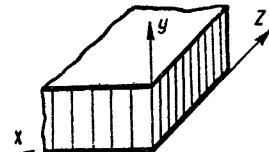
$$H_x = f \left(\frac{ct}{V \mu(H_x) \epsilon} \mp z \right); \quad E_y = \mp \int_0^{H_x} \sqrt{\frac{\mu(H)}{\epsilon}} dH; \\ H_z + 4\pi M_z = H_0 + 4\pi M = B_0, \quad (1.3)$$

где c — скорость света в свободном пространстве, ϵ — диэлектрическая проницаемость среды, f — произвольная функция, H_0 — начальная напряженность магнитного поля, направленного вдоль оси z (оси x , у направлены параллельно поперечным составляющим магнитного и электрического полей соответственно). Магнитная проницаемость $\mu(H_x) = 1 + 4\pi dM_x/dH_x$ определяется из уравнения (1.2), которое в данном случае имеет вид:

$$H_x = M_x \left(\frac{B_0}{\sqrt{M^2 - M_x^2}} - 4\pi \right); \quad M_z = \sqrt{M^2 - M_x^2}. \quad (1.2a)$$

Решение типа (1.3) удовлетворяет граничным условиям на любой идеально проводящей поверхности, перпендикулярной оси y . Поэтому оно является решением не только для бесконечного пространства, но и для ферритовой пластинки, ограниченной идеально проводящими

Рис. 1. Бесконечно широкий полосковый волновод, заполненный намагниченным до насыщения вдоль оси z ферритом.



плоскостями и бесконечной в плоскости x, z , т. е. для бесконечно широкого полоскового волновода (рис. 1). Следовательно, все свойства этих решений, рассмотренные в работе [1], справедливы для простых волн в рассматриваемой нами системе. В частности, справедлив и вывод об увеличении крутизны переднего фронта волны и образовании на нем разрыва непрерывности векторов поля.

2. СТРУКТУРА УДАРНОЙ ВОЛНЫ. МЕТОД ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫХ ПРИБЛИЖЕНИЙ

Образование разрыва свидетельствует о возникновении области, где несправедливо уравнение связи (1.2); при этом для анализа структуры поля следует пользоваться точным уравнением движения вектора намагнитенности (1.1). Уравнение (1.1) не допускает решения уравнений Максвелла в виде плоской однородной волны, поперечные компоненты которой линейно поляризованы. Поэтому необходимо, чтобы поле в области ударной волны зависело и от поперечной координаты y .

Найти точное решение задачи не представляется возможным. Поэтому мы исследуем структуру фронта стационарной ударной волны методом последовательных приближений, предположив, что за нулевое приближение можно взять волну, поле которой не зависит от

поперечных координат, удовлетворяет граничным условиям на идеально проводящих поверхностях и всем уравнениям Максвелла, кроме первого из них в проекции на ось x . Нетрудно видеть, что для этого компоненты поля нулевого приближения должны удовлетворять соотношениям

$$\begin{aligned} H_x &= -\frac{\varepsilon v}{c} E_y; \quad H_y = -4\pi M_y; \quad H_z = B_0 - 4\pi M_z; \\ E_y &= -\frac{v}{c} (H_x + 4\pi M_x); \quad E_x = E_z = 0, \end{aligned} \quad (2.1)$$

где $B_0 = H_0 + 4\pi M$ — начальное значение z -компоненты магнитной индукции. При таком выборе нулевого приближения его исследование сводится к исследованию системы уравнений в полных производных

$$\frac{dM}{d\xi} = -\frac{\gamma}{v} [MH] - \frac{\lambda}{v} M^{-2} [M [MH]], \quad (2.2)$$

где компоненты напряженности магнитного поля связаны с компонентами вектора намагниченности соотношениями (2.1). При этом для первого приближения получим систему линейных уравнений в частных производных *:

$$\begin{aligned} \text{rot } \mathbf{h} &= \frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial \mathbf{e}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}_{ct}; \quad \text{rot } \mathbf{e} = -\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{h} + 4\pi \mathbf{m}); \\ \text{div } \mathbf{e} &= 0; \quad \text{div } (\mathbf{h} + 4\pi \mathbf{m}) = 0; \end{aligned} \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial t} = -\gamma [M\mathbf{h}] - \gamma [\mathbf{m}H] + (\text{диссипативные члены}), \quad (2.3a)$$

где $\mathbf{j}_{ct} = -c \frac{\partial M_y}{\partial \xi} \mathbf{x}_0$.

3. НУЛЕВОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ

Система уравнений (2.2), описывающая нулевое приближение, не интегрируется в квадратурах. Поэтому мы исследуем ее решение приближенно.

При достаточно малой частоте релаксации λ можно применить метод медленно меняющихся амплитуд. Для этого найдем сначала решение системы (2.2), пренебрегая вторым слагаемым правой части, описывающим диссипацию. Вводя обозначения

$$\gamma_1 = \frac{\gamma}{v}; \quad K = \frac{4\pi\varepsilon v^2}{c^2 (1 - \varepsilon v^2/c^2)},$$

получим:

$$\frac{dM_x}{d\xi} = -\gamma_1 B_0 M_y; \quad \frac{dM_y}{d\xi} = -\gamma_1 [(K + 4\pi) M_z - B_0] M_x; \quad (3.1)$$

$$\frac{dM_z}{d\xi} = \gamma_1 (4\pi + K) M_x M_y.$$

* Компоненты поля нулевого приближения обозначены большими буквами, а первого — малыми.

Параметр K , а, следовательно, и скорость ударной волны, определяется из условия, что при $\xi \rightarrow -\infty$ $M_x \rightarrow M \sin \Theta_2$, $M_y \rightarrow 0$, $M_z \rightarrow M \cos \Theta_2$ (Θ_2 — угол наклона вектора намагниченности к оси z далеко за фронтом ударной волны). Учитывая это, из (2.2) или (3.1) получим:

$$K + 4\pi = B_0/M \cos \Theta_2. \quad (3.2)$$

Из этого же условия и уравнений (2.1) легко получить связь между углом Θ_2 и поперечной составляющей магнитного поля далеко за фронтом ударной волны *:

$$H_{2x} = B_0 \operatorname{tg} \Theta_2 - 4\pi M \sin \Theta_2. \quad (3.3)$$

Из двух первых интегралов системы (3.1)

$$M_x^2 + M_y^2 + M_z^2 = M; \quad M_z + M_x^2/2M \cos \Theta_2 = qM, \quad (3.4)$$

где q — некоторая постоянная, находим уравнение кривой, по которой движется конец проекции вектора намагниченности на плоскость x , y :

$$M_y^2 = \frac{1}{4M^2 \cos^2 \Theta_2} (M_+^2 - M_x^2) (M_x^2 - M_-^2), \quad (3.5)$$

где

$$M_{\pm}^2 = 2M^2 \cos \Theta_2 [(q - \cos \Theta_2) \pm \sqrt{1 - 2q \cos \Theta_2 + \cos^2 \Theta_2}].$$

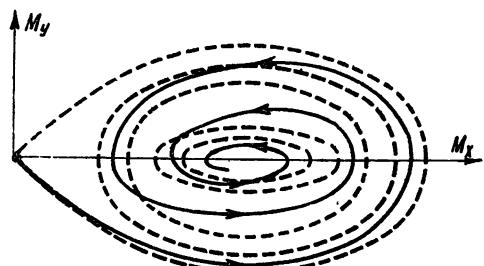
При $1 < q < (1 + \cos^2 \Theta_2)/2\cos \Theta_2$ (3.5) — замкнутая кривая (см. рис. 2). Следовательно, при этих значениях q вектор намагниченности совершает периодическое движение с периодом

$$T(q) = \frac{1}{\gamma B_0} \oint \frac{dM_x}{M_y} = \frac{4M \cos \Theta_2}{\gamma B_0 M_+} F\left(\frac{\pi}{2}; \frac{\sqrt{M_+^2 - M_-^2}}{M_+}\right), \quad (3.6)$$

где F — эллиптический интеграл первого рода. При учете диссипации характер движения вектора намагниченности изменится: он будет двигаться по некоторой спирали, соединяющей неустойчивую особую точку ($M_x = M_y = 0$) уравнения (2.2) с устойчивой особой точкой ($M_x = M \sin \Theta_2$; $M_y = 0$) (см. рис. 2).

Рис. 2. Кривые, по которым движется конец проекции вектора намагниченности на плоскость x , y :

— без учета затухания при заданных значениях q ,
— при учете затухания.



Для исследования этого движения в уравнении (2.2) заменим переменные M_x, M_y, M_z на M_x, q, M_z , согласно равенству (3.5), где q теперь считаем функцией ξ , которая меняется от 1 при $\xi \rightarrow -\infty$ до $(1 + \cos^2 \Theta_2)/2\cos \Theta_2$ при $\xi \rightarrow \infty$. Учитывая, что (3.4) является интегралом уравнения (2.2), получим:

* Отметим, что равенства (3.2) и (3.3) можно получить из граничных условий на поверхности разрыва [1].

$$\frac{dM_x}{d\xi} = -\gamma_1 B_0 M_y + \frac{\lambda B_0}{v M \cos \Theta_2} \left[q \cos \Theta_2 - 1 + \frac{M_x^2}{2M^2} \right] M_x; \quad (3.7)$$

$$\frac{dq}{d\xi} = \frac{\lambda B_0}{v M^3} \left[M_y^2 + M_x^2 \frac{1 - 2q \cos \Theta_2 + \cos^2 \Theta_2}{\cos^2 \Theta_2} \right]. \quad (3.7a)$$

Для слабых ударных волн $\Theta_2 \ll \pi/2$ при $\gamma_1 \gg \lambda/vM$ можно пренебречь вторым слагаемым правой части уравнения (3.7). Если, кроме того, затухание настолько слабо, что параметр q мало меняется за время одного оборота вектора намагниченности, то период вращения по спирали приближенно дается формулой (3.6), а в правой части (3.7a) M_x^2 и M_y^2 можно заменить их средними значениями за один оборот. Среднее значение M_x^2 можно считать постоянной величиной, равной $M^2 \sin^2 \Theta_2$. Среднее значение M_y^2 с точностью до множителя порядка единицы равно его максимальной величине $M_{\text{умакс}}^2 = M^2(1 - 2q \cos \Theta_2 + \cos^2 \Theta_2)$ при заданном q . Подставляя эти величины в уравнения (3.7) — (3.7a) и интегрируя их, найдем приближенный закон изменения параметра q , который, в свою очередь, определяет закон изменения разности $M_+ - M_-$ — размаха колебаний компоненты M_x :

$$M_+ - M_- \simeq \frac{M_+^2 - M_-^2}{2M \sin \Theta_2} = 2M \operatorname{ctg} \Theta_2 \sqrt{1 - 2q \cos \Theta_2 + \cos^2 \Theta_2} = \\ = 2M \operatorname{ctg} \Theta_2 (1 - \cos \Theta_2) \exp \left[-\frac{\lambda B_0}{M \cos \Theta_2} \left(t - \frac{z}{v} \right) \right] \quad (3.8)$$

при $t - z/v > 0$. Отсюда видно, что время затухания колебаний, возникающих на фронте ударной волны, равно *

$$\tau \simeq M/\lambda B_0. \quad (3.9)$$

Период вращения вектора намагниченности слабо зависит от параметра q и его без большой ошибки можно считать постоянным:

$$T \simeq \frac{2\pi}{\gamma B_0} \frac{H_0}{H_{2,x}}. \quad (3.10)$$

Проведенное рассмотрение не годится в области, где вектор намагниченности только начинает отклоняться от начального положения. Этот процесс можно охарактеризовать промежутком времени T_0 , за которое вектор намагниченности совершает половину первого оборота

$$T_0 \simeq \frac{1}{\gamma B_0} \left| \int_m^{M_+} \frac{dM_x}{M_y} \right|_{q=1} = \frac{2M \cos \Theta_2}{\gamma B_0 M_+} \ln \frac{M_+/m + \sqrt{(M_+/m)^2 + 1}}{1 + \sqrt{2}}, \quad (3.11)$$

где m — величина M_x в момент начала отсчета времени. Положив $m = 0,1M_+$, получим:

$$T_0 \simeq \frac{2}{\gamma B_0} \frac{H_0}{H_{2,x}}. \quad (3.11a)$$

Метод медленно меняющихся амплитуд справедлив, если только T_0 и $T/2$ много меньше τ , т. е. при

* При выводе равенств (3.9), (3.10), (3.11a), (3.12), (3.14) и всех последующих принято, что $\Theta_2 \simeq H_{2,x}/H_0 \ll 1$.

$$H_{2v}/H_0 \gg \pi\lambda/\gamma M. \quad (3.12)$$

Это неравенство даже при сколь угодно малом затухании нарушается для достаточно слабых ударных волн. Чтобы исследовать структуру ударной волны в этом случае, удобнее записать уравнение (3.2) в других переменных:

$$M_r = M \cos \psi \sin \Theta; \quad M_y = M \sin \psi; \quad M_z = M \cos \psi \cos \Theta.$$

Тогда оно примет вид [3] *:

$$\begin{aligned} \cos \psi \frac{d\Theta}{d\xi} &= -\gamma_1 B_0 \sin \psi \left[\cos \Theta + \frac{\cos \psi \sin^2 \Theta}{\cos \Theta_2} \right] + \\ &+ \frac{\lambda B_0}{vM} \sin \Theta \left(\frac{\cos \psi \cos \Theta}{\cos \Theta_2} - 1 \right); \\ \frac{d\psi}{d\xi} &= -\gamma_1 B_0 \sin \Theta \left(\frac{\cos \psi \cos \Theta}{\cos \Theta_2} - 1 \right) - \\ &- \frac{\lambda B_0}{vM} \sin \psi \left(\cos \Theta + \frac{\cos \psi \sin^2 \Theta}{\cos \Theta_2} \right). \end{aligned} \quad (3.13)$$

Рассмотрим сначала процесс отклонения вектора намагниченности от своего первоначального положения при $\xi \rightarrow -\infty$. Для этого линеаризируем (3.13) около особой точки $\Theta = 0, \psi = 0$. Тогда, считая $\Theta_2 \ll \pi/2$, получим:

$$\gamma_1 B_0 \psi = -\frac{d\Theta}{d\xi} + \frac{\lambda B_0}{vM} \frac{\Theta_2^2}{2} \Theta; \quad \frac{d^2\Theta}{d\xi^2} + \frac{\lambda B_0}{vM} \frac{d\Theta}{d\xi} - \gamma_1^2 B_0^2 \frac{\Theta_2^2}{2} = 0. \quad (3.14)$$

Отсюда видно, что вначале угол Θ возрастает по экспоненте с временем нарастания

$$\tau_0 \simeq \frac{1}{\gamma B_0 \left(\sqrt{(\lambda/2\gamma M)^2 + \Theta_2^2/2} - \lambda/2\gamma M \right)}. \quad (3.15)$$

При $\Theta_2 \gg \lambda/\gamma M$ это выражение с точностью до множителя порядка единицы совпадает с выражением (3.11) для T_0 , а при выполнении обратного неравенства

$$\tau_0 \simeq \frac{2}{\gamma B_0 \Theta_2} \frac{\lambda}{\gamma M \Theta_2}. \quad (3.15a)$$

Линеаризируя уравнения (3.13) около второй особой точки $\Theta = \Theta_2, \psi = 0$, получим, что экспоненциальное возрастание угла Θ от начального значения $\Theta = 0$ переходит либо в затухающие колебания около конечного значения $\Theta = \Theta_2$ (при $\lambda/2\gamma M < \Theta_2$), либо в процесс апериодического приближения угла Θ к этому значению (при $\lambda/2\gamma M > \Theta_2$). Частота при этом определяется соотношением

$$\omega \simeq \gamma B_0 \sqrt{\Theta_2^2 - (\lambda/2\gamma M)^2}, \quad (3.16)$$

а время затухания — соотношением

$$\tau \simeq 2M/\gamma B_0$$

* При этом считаем, что $(\lambda/\gamma M)^2 \ll 1$.

в первом случае и

$$\tau \approx \frac{1}{\gamma B_0 [\lambda/2\gamma M - \sqrt{(\lambda/2\gamma M)^2 - \Theta_2^2}]} \quad (3.16a)$$

во втором.

Сравнивая полученные результаты с результатами статьи [1], видим, что структура фронта ударной волны в полосковом волноводе существенно отличается от структуры фронта ударной волны в безграничном пространстве; различна не только зависимость компонент поля от продольной координаты и времени (рис. 3), но и связь характерных промежутков времени с амплитудой ударной волны. Особенно резко проявляется это различие при настолько малой релаксации, что $\lambda/\gamma M \ll \Theta_2$. В этом случае длительность фронта ударной волны в полосковом волноводе, по порядку величины равная времени затухания τ , не зависит от ее амплитуды (3.9), а период вращения вектора намагнченности пропорционален первой степени отношения H_0/H_{2x} , в то время как для ударной волны в свободном пространстве как длительность фронта, так и период вращения пропорциональны квадрату этого отношения.

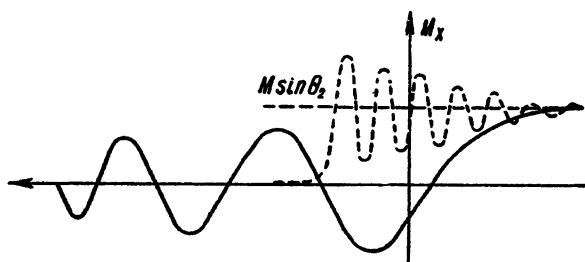


Рис. 3. Качественный вид зависимости $M_x(z)$:
— в полосковом волноводе;
— в безграничном пространстве при $\lambda/\gamma M \ll \Theta_2$.

4. ПЕРВОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ

Уравнения (2.3), описывающие первое приближение, являются линейными неоднородными уравнениями с переменными коэффициентами, причем переменные коэффициенты входят только в уравнение (2.3а). Найти точное решение этих уравнений не представляется возможным. Поэтому мы дадим только оценку величины компонент поля первого приближения, используя три упрощающих предположения.

1. Пренебрежем переменными коэффициентами уравнения (2.3а), так как есть основания полагать (см. [4]), что они могут изменить порядок решения только в специальных случаях, когда выполняются некоторые „резонансные“ условия.

2. Будем считать, что для нулевого приближения справедлив метод медленно меняющихся амплитуд, и действительную зависимость $M_y(\xi)$, которая входит в правую часть уравнений (2.3), можно аппроксимировать более простой зависимостью

$$M_y(\xi) \approx \begin{cases} M_{y0} e^{-\frac{\alpha}{v}\xi} \sin\left(\frac{\Omega}{v}\xi\right) & \text{при } \xi > 0 \\ 0 & \text{при } \xi < 0 \end{cases}, \quad (4.1)$$

где $\Omega = \gamma B_0 \Theta_2$, $\alpha = \lambda B_0/M$, $M_{y0} = -M \Theta_2^2$.

3. Вычисления проведем только для таких слабых ударных волн, что $\Omega \ll \omega_0$, и для толщины полосковой линии

$$2a \ll \frac{\pi c}{\sqrt{\omega_M (\omega_0 + \omega_M)}},$$

где

$$\omega_0 = \gamma H_0; \quad \omega_M = \gamma 4\pi M.$$

Первое из этих предположений сводит оценку величины первого приближения к решению линейной задачи о возбуждении объемными токами волн в полосковом волноводе, заполненном гиромагнитной средой. Второе и третье предположения облегчают вычисление получающихся интегралов.

Собственные волны полоскового волновода, заполненного намагниченным до насыщения ферритом, рассмотрены в работе [5]. Согласно [5], уравнения для спектральной плотности компонент поля, полученные из (2.3) преобразованием Фурье по времени, решаются обычными методами [6].

Опуская довольно громоздкие вычисления, выпишем окончательные выражения для компонент поля первого приближения *:

$$h(y, \xi) = h_0 + \sum_l h_l + \sum_n h_n; \quad (4.2)$$

$$e(y, \xi) = e_0 + \sum_l e_l + \sum_n e_n;$$

$$e_{0y} \simeq 4\pi M_{y0} \sqrt{\mu_0 \frac{\Omega}{\omega_M}} \left(\frac{a \omega_M}{c} \right)^2 e^{-\frac{a}{v} \xi} \cos \left(\frac{\Omega}{v} \xi \right); \quad (4.2a)$$

$$h_{x0} \simeq -4\pi M_{y0} \frac{\Omega}{\omega_M} \left(\frac{a \omega_M}{c} \right)^2 e^{-\frac{a}{v} \xi} \cos \left(\frac{\Omega}{v} \xi \right);$$

$$e_{xl} \simeq 4\pi M_{y0} \frac{2(-1)^l}{(\pi/2 + l\pi)^3} \frac{c}{\mu_0 v} \frac{\Omega^2}{\omega_M^2} \left(\frac{a \omega_M}{c} \right)^2 e^{-\frac{a}{v} \xi} \cos(\chi_l y) \sin \left(\frac{\Omega}{v} \xi \right);$$

$$h_{yl} \simeq 4\pi M_{y0} \frac{2(-1)^l}{(\pi/2 + l\pi)^3} \left(\frac{c}{\mu_0 v} \right)^2 \frac{\Omega^2}{\omega_M^2} \left(\frac{a \omega_M}{c} \right)^2 e^{-\frac{a}{v} \xi} \cos(\chi_l y) \sin \left(\frac{\Omega}{v} \xi \right); \quad (4.2b)$$

$$h_{zl} \simeq 4\pi M_{y0} \frac{2(-1)^l}{(\pi/2 + l\pi)^2} \frac{c}{\mu_0 v} \frac{\Omega}{\omega_M} \frac{a \omega_M}{c} e^{-\frac{a}{v} \xi} \cos(\chi_l y) \cos \left(\frac{\Omega}{v} \xi \right);$$

$$\chi_l \simeq \frac{\pi/2 + l\pi}{a} \quad (l = 0, 1, 2, 3, \dots);$$

$$e_{xn} \simeq -4\pi M_{y0} \frac{9(1 + \omega_0/\omega_M)^{3/2}}{2(\pi n)^2} \frac{\Omega}{\omega_M} \left(\frac{a \omega_M}{c} \right)^4 e^{-\frac{a}{v} \xi} \times \\ \times [1 - \cos(\chi_n y)] \sin \left(\frac{\omega_n}{v} \xi \right); \quad (4.2b)$$

* В выражении (4.2) опущены слагаемые, а в выражениях (4.2a) — (4.2b) — компоненты поля, которые в $(\Omega/\omega_0)^2$ раз меньше приведенных в этих формулах.

$$h_{yn} \simeq 4\pi M_{y_0} \frac{2\sqrt{\mu_0}}{(\pi n)^2} \frac{\Omega}{\omega_M} \left(\frac{a\omega_M}{c} \right)^2 e^{-\frac{\alpha_n}{v}\xi} \cos(\chi_n y) \sin\left(\frac{\omega_n \xi}{v}\right);$$

$$\chi_n \simeq \pi n/a \quad (n = 1, 2, 3, \dots).$$

Здесь

$$\mu_0 = 1 + \frac{\omega_M}{\omega_0}, \quad \omega_n \simeq \sqrt{\omega_0(\omega_0 + \omega_M)} \left[1 - \frac{9}{4} \frac{a^2 \omega_M (\omega_0 + \omega_M)}{(\pi nc)^2} \right]$$

и $\alpha_n \simeq \alpha$ — вещественный коэффициент при мнимой части корня уравнения $\beta_n^2(\omega) = c^2/v^2$, где β_n — постоянная распространения n -ой собственной волны, измеренная в единицах ω/c .

Как видно из выражений (4.2), все компоненты поля первого приближения пропорциональны малому параметру $a\omega_M/c$ ($a\omega_M/c \ll 1$) в степени не ниже первой. Следовательно, нулевое приближение в виде волны, описываемой уравнениями (2.1) и (2.2), выбрано правильно и при выполнении неравенства $a\omega_M/c \ll 1$ достаточно точно описывает структуру ударной волны.

Оценка первого приближения сделана лишь для настолько слабых ударных волн, что $\Omega \ll \omega_0$. Однако, по-видимому, при выполнении условия $a\omega_M/c \ll 1$ структура ударной волны достаточно точно описывается уравнениями для нулевого приближения (2.1) и (2.2) в более широком интервале амплитуд ударных волн, чем определяемый этим неравенством.

В заключение считаю своим долгом поблагодарить А. В. Гапонова за ценные советы и постоянное внимание к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. В. Гапонов, Г. И. Фрейдман, ЖЭТФ, **36**, 957 (1959); ЖТФ (в печати).
2. Л. Ландау, Е. Лифшиц, Soviet Phys., **8**, 153 (1935).
3. P. R. Gillette, K. Oshima, J. Appl. Phys., **29**, 529 (1958).
4. P. Tien, Suhl, Proc. IRE, **46**, 700 (1958); С. Авэрков, Н. Степанов, Доклад на юбилейной сессии, посвященной 100-летию со дня рождения А. С. Попова.
5. H. Suhl, L. W. Walker, Bell System Techn. J., **23**, 3, 4, 5 (1954).
6. Л. А. Вайнштейн, Электромагнитные волны, изд. Сов. радио, М., 1957

Научно-исследовательский радиофизический институт
при Горьковском университете,
Горьковский политехнический институт

Поступила в редакцию
30 октября 1959 г