

## О ВЛИЯНИИ ОБЛАСТИ ОТРАЖЕНИЯ НА РАССЕЯНИЕ РАДИОВОЛН В ИОНОСФЕРЕ

Н. Г. Денисов

На основе решения скалярного волнового уравнения исследуется вопрос об эффективной области рассеяния в линейном ионосферном слое. Рассматривается дифракция на тонком нерегулярном экране, находящемся в линейном слое, и рассеяние на случайных неоднородностях, вытянутых вдоль направления распространения.

Ранее высказывалось предположение о том, что рассеяние радиоволн в ионосфере в основном определяется уровнем, расположенным вблизи точки отражения [1]. Этот вопрос теоретически исследовался в работе [2]. Расчеты показали, что вблизи уровня отражения не наблюдается заметного нарастания рассеянного поля. Нам кажется, однако, что этот вывод не может быть применен к случаю ионосферного рассеяния, так как условия расчета не соответствуют тем, которые определяют распространение коротких волн в ионосфере. В связи с этим представляется целесообразным вновь рассмотреть эту задачу.

### 1. ОБЩЕЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

Допустим, что в неоднородном ионосферном слое, средняя диэлектрическая проницаемость которого  $\varepsilon(z)$  зависит от высоты  $z$ , имеются также хаотические неоднородности  $\Delta\varepsilon(x, y, z)$ . Для простоты здесь мы ограничимся решением скалярной задачи

$$\Delta\psi + k_0^2 [\varepsilon(z) + \Delta\varepsilon(x, y, z)] \psi = 0 \quad (k_0 = \omega/c). \quad (1)$$

Будем искать решение в виде:

$$\psi = \psi_0 + \psi_1,$$

где  $\psi_0$  — решение задачи в случае, когда  $\Delta\varepsilon = 0$ . Для функции  $\psi_1(x, y, z)$  из (1), пренебрегая членом  $k_0^2 \Delta\varepsilon\psi_1$ , получим уравнение:

$$\Delta\psi_1 + k_0^2 \varepsilon(z) \psi_1 = -k_0^2 \Delta\varepsilon\psi_0. \quad (2)$$

Таким образом, мы приходим к известной задаче о нахождении поля заданного распределения источников  $-k_0^2 \Delta\varepsilon\psi_0$  в неоднородной среде. Для ее решения представим случайные функции  $\psi_1$  и  $\Delta\varepsilon$  в виде интегралов Фурье по переменным  $x$  и  $y$  [3]. Введем обозначения

$$\Phi(x_1, x_2, z) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_1(x, y, z) e^{-i(x_1x + x_2y)} dx dy, \quad (3)$$

$$f(x_1, x_2, z) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \Delta\varepsilon(x, y, z) e^{-i(x_1x + x_2y)} dx dy.$$

Из (2) для функции  $\Phi(x_1, x_2, z)$  легко получить уравнение

$$d^2 \Phi/dz^2 + [k_0^2 \varepsilon(z) - x^2] \Phi = -k_0^2 f(z) \psi_0(z). \quad (4)$$

Здесь считается, что нулевое приближение  $\psi_0(z)$  зависит только от  $z$  (нормальное падение). Метод решения легко обобщается на случай наклонного падения.

Рассмотрим случай линейного слоя, когда  $\varepsilon = -az$ . После замены независимой переменной  $\zeta = az$  получим уравнение

$$d^2 \Phi/d\zeta^2 - \beta^2 [\zeta + x^2/k_0^2] \Phi = -\beta^2 f(\zeta) \psi_0(\zeta) \quad (\beta = k_0/a). \quad (5)$$

Функция  $\psi_0(\zeta)$  описывает отражение волн от регулярного линейного слоя и удовлетворяет, следовательно, уравнению

$$d^2 \psi_0/d\zeta^2 - \beta^2 \zeta \psi_0 = 0. \quad (6)$$

При  $\zeta \rightarrow +\infty$   $\psi_0 \rightarrow 0$ . Таким решением является

$$\psi_0 = 2A_0 \beta^{1/6} v(\beta^{2/3} \zeta), \quad (7)$$

где  $v(\beta^{2/3} \zeta)$  — функция Эйри [4] и  $A_0$  — амплитуда падающей волны на границе неоднородного слоя ( $\zeta = -1$ ).

Найдем теперь общее решение неоднородного уравнения (5). Линейно независимыми решениями уравнения (5) без правой части являются функции Эйри [4]:

$$\begin{aligned} \Phi_1 &= v \left[ \beta^{2/3} \left( \zeta + \frac{x^2}{k_0^2} \right) \right], \\ \Phi_2 &= u \left[ \beta^{2/3} \left( \zeta + \frac{x^2}{k_0^2} \right) \right]. \end{aligned} \quad (8)$$

Определитель Вронского этой системы функций равен

$$v \frac{du}{d\zeta} - u \frac{dv}{d\zeta} = \beta^{2/3}. \quad (9)$$

Тогда общее решение неоднородного уравнения (5) запишется в виде:

$$\begin{aligned} \Phi &= c_1 v \left[ \beta^{2/3} \left( \zeta + \frac{x^2}{k_0^2} \right) \right] + c_2 u \left[ \beta^{2/3} \left( \zeta + \frac{x^2}{k_0^2} \right) \right] + \\ &+ \beta^{4/3} v \left[ \beta^{2/3} \left( \zeta + \frac{x^2}{k_0^2} \right) \right] \int_{-1}^{\zeta} f(\zeta) \psi_0(\zeta) u \left[ \beta^{2/3} \left( \zeta + \frac{x^2}{k_0^2} \right) \right] d\zeta - \\ &- \beta^{4/3} u \left[ \beta^{2/3} \left( \zeta + \frac{x^2}{k_0^2} \right) \right] \int_1^{\zeta} f(\zeta) \psi_0(\zeta) v \left[ \beta^{2/3} \left( \zeta + \frac{x^2}{k_0^2} \right) \right] d\zeta. \end{aligned} \quad (10)$$

Пусть регулярный слой простирается от  $-z_0$  до  $+z_0$ ; тогда  $\varepsilon(\pm z_0) = \pm \zeta = \mp 1$ . Рассматривая достаточно толстый слой, можно пренебречь просачиванием волны через область отрицательных значений  $\varepsilon(z)$  и предел  $\zeta = 1$  ( $z = z_0$ ) заменить на бесконечность. В таком случае решение (10) должно убывать при  $\zeta \rightarrow +\infty$ , и мы должны положить  $c_2 = 0$ . Константа  $c_1$  далее выбирается таким образом, чтобы при  $\zeta \rightarrow -1$  решение (10) переходило в волну, бегущую вниз (рассеянная волна):

Так как при больших значениях  $|\zeta'| = \beta^{2/3} |\zeta + z^2/k_0^2|$  для функций Эйри имеют место асимптотические разложения [4]

$$\begin{aligned} v(\zeta') &= \frac{1}{|\zeta'|^{1/4}} \sin\left(\frac{2}{3} |\zeta'|^{3/2} + \pi/4\right), \\ u(\zeta') &= \frac{1}{|\zeta'|^{1/4}} \cos\left(2/3 |\zeta'|^{3/2} + \pi/4\right) \quad (|\zeta'| < 0), \end{aligned} \quad (11)$$

мы должны положить

$$c_1 = -i \beta^{4/3} \int_{-1}^{+\infty} f(\zeta) \psi_0(\zeta) v(\zeta') d\zeta. \quad (12)$$

Таким образом, компонента Фурье рассеянного поля на границе неоднородного слоя ( $\zeta = -1$ ) запишется окончательно в виде:

$$\Phi(x_1, x_2) = \beta^{4/3} \int_{-1}^{+\infty} f(\zeta) \psi_0(\zeta) v\left[\beta^{2/3}\left(\zeta + \frac{z^2}{k_0^2}\right)\right] d\zeta (u - iv)_{\zeta=-1}. \quad (13)$$

На нижней границе слоя, т. е. при  $\zeta = -1$ , имеем:

$$|\zeta'|_{\zeta=-1} = \beta^{2/3} (1 - z^2/k_0^2) \quad (z < k_0). \quad (14)$$

Заметим, что для достаточно толстого слоя, когда в пространстве между началом слоя и точкой отражения укладывается много длин волн, параметр  $\beta$  очень велик. Следовательно, для компонент углового спектра, удовлетворяющих условию  $z < k_0$ , функцию  $u(\zeta') - iv(\zeta')$  в (13) на границе  $\zeta = -1$  можно заменить ее асимптотическим выражением

$$u(\zeta') - iv(\zeta') \approx \frac{1}{|\zeta'|^{1/4}} e^{-i \frac{2}{3} |\zeta'|^{3/2} - i \frac{\pi}{4}} \quad (\zeta' < 0). \quad (15)$$

## 2. ДИФФРАКЦИЯ НА НЕРЕГУЛЯРНОМ ЭКРАНЕ

Рассмотрим случай, когда хаотические неоднородности представляют собой тонкую диффракционную решетку толщиной  $d \ll \lambda$ , расположенную горизонтально на уровне  $\zeta = \zeta_1$ . На основе (13) имеем:

$$\begin{aligned} \Phi(x_1, x_2) &= \beta^{4/3} (d/a) f(x_1, x_2, \zeta_1) \psi_0(\zeta_1) v[\beta^{2/3}(\zeta_1 + \\ &+ z^2/k_0^2)] (u - iv)_{\zeta=-1}. \end{aligned} \quad (16)$$

Отсюда легко найти средний спектр корреляционной функции комплексного поля. Используя, кроме того, формулы (14) и (15), получим:

$$\begin{aligned} \overline{\Phi(x_1, x_2) \Phi^*(x_1, x_2)} &= \beta^{7/3} (d^2/a^2) \overline{f(x_1, x_2, \zeta_1) f^*(x_1, x_2, \zeta_1)} \times \\ &\times \psi_0^2(\zeta_1) v^2[\beta^{2/3}(\zeta_1 + z^2/k_0^2)] (1 - z^2/k_0^2)^2 \end{aligned} \quad (17).$$

или

$$\begin{aligned} \Phi_0^2(x_1, x_2) &= \beta^{7/3} (d^2/a^2) (1 - z^2/k_0^2)^{-1/2} F_0(x_1, x_2) \psi_0^2(\zeta_1) v^2[\beta^{2/3}(\zeta_1 + \\ &+ z^2/k_0^2)], \end{aligned} \quad (18)$$

где  $\Phi_0^2(x_1, x_2)$  — средний угловой спектр поля по выходе из неоднород-

ного слоя, а  $F_0(x_1, x_2)$  — фурье-сопряженная корреляционная функция  $R(\xi, \eta) = \overline{\Delta\varepsilon(x, y) \Delta\varepsilon(x + \xi, y + \eta)}$ .

Если длина волны  $\lambda_0$  в вакууме много меньше масштаба случайных неоднородностей экрана, то  $x^2/k_0^2 \ll 1$ . В этом случае угловой спектр рассеянного поля определяется произведением квадрата функции Эйри  $v^2 [\beta^{2/3}(\zeta_1 + x^2 k_0^2)]$  и функции  $F_0(x_1, x_2)$ . На основе формулы (18) можно убедиться в том, что характер углового спектра зависит от расположения диффракционной решетки в неоднородном слое. Это видно и из рис. 1, на котором построены угловые спектры для двух различных положений диффракционной решетки. Плавная пунктирная кривая относится к случаю, когда решетка находится на уровне отражения ( $\zeta_1 = 0$ ). Вторая кривая соответствует случаю, когда решетка находится ниже уровня отражения ( $\beta^{2/3}\zeta_1 = -5$ ). Расчеты проведены для гауссовой функции корреляции  $R(\xi, \eta) = (\overline{\Delta\varepsilon})^2 e^{-(\xi^2 + \eta^2)/l^2}$ . При этом  $F_0(x_1, x_2) = [(\overline{\Delta\varepsilon})^2 l^2 / 4\pi] e^{-x^2/l^2}$  ( $x^2 = x_1^2 + x_2^2$ ). Для простоты расчетов считалось, что параметр  $\beta^{2/3}/l^2 k_0^2$  равен единице. Этот параметр близок к единице для  $F$ -слоя ( $a \sim 10^{-7} \text{ см}^{-1}$ ) при  $\lambda_0 = 30 \text{ м}$  и  $l = 150 \text{ м}$ .

От расположения решетки зависит также интенсивность рассеянного поля. Для простоты рассмотрим одну компоненту углового спектра, которая характеризуется волновым числом  $x=0$  (вертикальный прием на остро-направленную антенну). Из формулы (18) найдем:

$$\Phi_0^2(\zeta_1) \sim \psi_0^2(\zeta_1) v^2(\beta^{2/3}\zeta_1).$$

Если принять теперь, что  $\Phi_0^2(-1) = 1$  (при  $\zeta_1 = -1$  решетка располагается на нижней границе неоднородного слоя) и учесть формулу (7), то для компоненты углового спектра, рассеянной по нормали к слою, получим следующее выражение:

$$\Phi_0(\zeta_1) = \beta^{1/3} v^2(\beta^{2/3}\zeta_1). \tag{19}$$

Для  $F$ -слоя  $a = 10^{-7} \text{ см}^{-1}$ ,  $\omega = \pi \cdot 10^7$  ( $\lambda = 60 \text{ м}$ ) параметр  $\beta^{1/3} \approx 20$ . Для  $E$ -слоя при  $\omega = 3\pi \cdot 10^6$  ( $\lambda = 200 \text{ м}$ )  $\beta^{1/3} = 6,8$  для  $a = 10^{-6} \text{ см}^{-1}$ ,  $\beta^{1/3} \approx 14$  для  $a = 10^{-7} \text{ см}^{-1}$ . Так как в ближайшем к точке  $\zeta = 0$  максимуме функция  $v \sim 1$ , то формула (19) показывает, что напряженность поля волны, рассеянной на решетке вблизи точки отражения ( $\beta^{2/3}\zeta_1 \approx 1$ ), возрастает примерно в 20 раз в  $F$ -слое и в 10 раз в  $E$ -слое по сравнению с тем, что имеет место, если решетка находится в начале неоднородного слоя ( $\beta^{2/3}\zeta_1 \gg 1$ ). Этот эффект, естественно, определяется известным эффектом разбухания поля вблизи уровня отражения. Формула (19) показывает, что он особенно заметен при малых градиентах электронной концентрации ( $\beta \gg 1$ ), когда расстояние от начала слоя до точки отражения велико по сравнению с длиной волны. Это имеет место, например, для  $E$  и  $F$ -слоя. Именно этот факт не был учтен в работе [2].

Функция (19) при  $\beta^{2/3} \gg 1$  представляет собой в области  $\zeta_1 < 0$  быстро осциллирующую функцию. Амплитуда осцилляций нарастает при  $\zeta_1 \rightarrow 0$ . Для иллюстрации зависимости эффекта усиления рассеяния на рис. 2

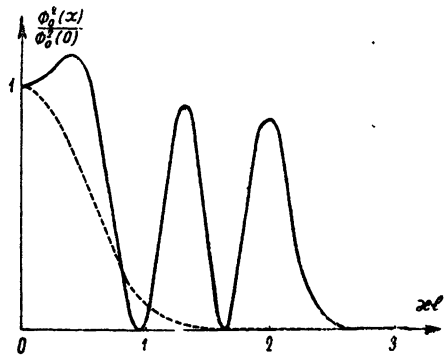


Рис. 1.

приведен график максимальных значений функции  $\Phi_0(\zeta_1)$ , характеризующей рассеянное поле в зависимости от  $\zeta_1$ , для  $E$ -слоя ( $\beta^{1/3} = 10$ ). Из графика видно, что в довольно широком интервале высот ( $0 < \zeta_1 < 0,2$ ) имеется усиление рассеяния.

Остановимся в заключение на пределах применимости полученных формул. Само решение получено методом последовательных приближений и, естественно, пригодно в тех областях, где  $\Delta\varepsilon \ll \varepsilon$ . Следова-

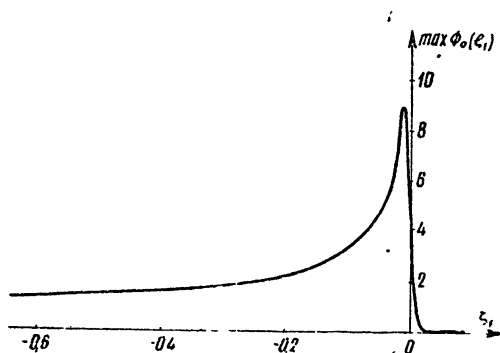


Рис. 2.

тельно, в окрестности самой точки отражения ( $\varepsilon = 0$ ) решение может оказаться неверным. Однако в условиях ионосферы размеры области, где  $\Delta\varepsilon \sim \varepsilon$ , ничтожно малы. Действительно, ближайший к точке отражения максимум функции  $v^2(\beta^{2/3}\zeta_1)$  (см. рис. 2) располагается на уровне  $\zeta_1 = \varepsilon \sim \beta^{-2,3}$ . Для  $E$ -слоя  $\zeta_1 \sim 10^{-2}$ , а для  $F$ -слоя  $\zeta_1 \sim (1/4) \cdot 10^{-2}$ . Следовательно, решение (19) пригодно в наиболее интересной области, если  $\Delta\varepsilon \ll \zeta_1 \sim 10^{-2}$  ( $E$ -слой) и  $\Delta\varepsilon \ll \zeta_1 \sim 3 \cdot 10^{-3}$  ( $F$ -слой). Таким образом, при расчете рассеяния волн на неоднородностях  $\Delta\varepsilon \ll 10^{-3}$  в  $E$ -слое и  $\Delta\varepsilon \ll 10^{-4}$  в  $F$ -слое существование области, где происходит нарушение применимости метода возмущений, можно не принимать во внимание. Это тем более верно в задаче о рассеянии неоднородностями, заполняющими весь слой, так как в суммарную интенсивность очень узкая область, включающая уровень отражения, вносит малый вклад. При этом область интенсивного рассеяния располагается ниже уровня отражения.

### 3. РАССЕЯНИЕ НА ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ НЕОДНОРОДНОСТЯХ

Решение (13) позволяет также получить общую формулу для углового спектра рассеянного поля в случае, когда хаотические неоднородности заполняют слой, толщина которого достаточно велика. При этом получается довольно сложная формула, анализ которой возможен лишь на основе численных расчетов. В связи с этим целесообразно рассмотреть более простой вариант, в котором получаются сравнительно простые формулы.

Рассмотрим рассеяние на цилиндрических неоднородностях, ориентированных вдоль оси  $z$ . В таком случае функция  $f(x_1, x_2, \zeta)$  в формуле (13) не будет зависеть от переменной  $\zeta$ . Будем считать, кроме того, что случайные неоднородности заполняют не весь слой, а только его часть (например, нижняя граница рассеивающего слоя достигает уровня  $z = -L$  ( $\zeta = az = -aL$ ), причем  $L < z_0$ , где  $-z_0$  — нижняя граница регулярного слоя). Верхнюю границу рассеивающего слоя можно расположить в бесконечности, так как за точкой отражения ( $z = 0$ ) поле экспоненциально спадает и вклад в рассеянное поле слоев, расположенных значительно выше точки отражения, исчезающе мал. В таком случае формула (13) может быть записана в виде:

$$\Phi(x_1, x_2, L) = \beta^{4/3} f(x_1, x_2) \int_{-aL}^{\infty} \psi_0(\zeta) v \left[ \beta^{2/3} \left( \zeta + \frac{z^2}{k_0^2} \right) \right] d\zeta \quad (u - iv)_{-1}. \quad (20)$$

Используя далее формулы (7), (14), (15) и (20), найдем средний угловой энергетический спектр рассеянного поля. Его можно представить следующим образом

$$\Phi_0^2(z_1, z_2) = 4A_0^2 \frac{\beta^{4/3} F_0(z_1, z_2)}{(1 - z^2/k_0^2)^{1/2}} I^2(z_1, z_2, L). \quad (21)$$

Здесь  $F_0(z_1, z_2)$  — спектр корреляционной функции  $R(\xi, \eta)$ , а через  $I$  обозначено выражение

$$I(z_1, z_2, L) = \beta^{2/3} \int_{-aL}^{\infty} v(\beta^{2/3} z_1) v \left[ \beta^{2/3} \left( z_2 + \frac{z^2}{k_0^2} \right) \right] dz. \quad (22)$$

Легко проверить, что неопределенный интеграл (22) равен

$$\int v(x) v(x+b) dx = b^{-1} [v(x) v'(x+b) - v(x+b) v'(x)],$$

и, следовательно,

$$I(z_1, z_2, L) = b^{-1} [v(b-p) v'(-p) - v(-p) v'(b-p)], \quad (23)$$

где  $v'(x)$  — производная от функции Эйри, и

$$b = z^2 \beta^{2/3} / k_0^2; \quad p = \beta^{2/3} aL. \quad (24)$$

Это выражение позволяет легко рассчитать угловой спектр  $\Phi_0^2(z_1, z_2)$ , так как функции, входящие в (23), табулированы [4].

Выясним теперь, как происходит накопление рассеянного сигнала в протяженном слое. Для простоты рассмотрим компоненту углового спектра  $z_1 = z_2 = 0$ . Находя значение функции  $I(z, L)$  при  $b \rightarrow 0$  ( $z^2 \rightarrow 0$ ), получим:

$$I(0, L) = [v'(-p)]^2 + p [v(-p)]^2 \quad (p = \beta^{2/3} aL). \quad (25)$$

В формуле (21) только функция  $I(L)$  зависит от толщины рассеивающего слоя  $L$ . Под толщиной понимается расстояние от уровня отражения ( $z=0$ ) до нижнего края рассеивающего слоя ( $z=L$ ). Следовательно, формула (25) дает нам зависимость одной компоненты рассеянного поля от толщины рассеивающего слоя.

Функция  $I(p)$  построена на рис. 3. Если нижний край рассеивающего слоя находится выше точки отражения ( $p < 0$ ), то рассеянное поле мало. С ростом  $p$  функция  $I(p)$  резко возрастает, затем растет более медленно. Это связано с наличием области, где рассеяние относительно велико.

Если толщина регулярного слоя  $z_0 \gg \lambda_0$ , то  $\beta \gg 1$  (см. выше), и параметр  $p$  велик, когда толщина рассеивающего слоя  $L$  становится сравнимой с толщиной регулярного слоя  $z_0$  (при  $L = z_0$   $aL = 1$ ). В таком случае в (25) можно использовать асимптотические представления функций  $v'(-p)$  и  $v(-p)$  [4]. Оказывается при этом, что  $I(p) \sim p^{1/2} = \beta^{1/3} \sqrt{aL}$ , т. е. интенсивность центральной компоненты рассеянного поля растет, согласно (21), линейно с ростом толщины рассеивающего слоя ( $\Phi_0^2(0) \sim L$ ).

В том случае, когда  $|p|$  и  $|p-b|$  велики, в формуле (23) можно перейти к асимптотическим разложениям функций  $v(-p)$   $v'(b-p)$ ,  $v(b-p)$  и  $v'(-p)$  [4]. Предположим, кроме того, что  $p \gg b$ , т. е.  $z^2/k_0^2 \ll aL$ . Для достаточно толстого слоя  $aL \sim 1$  и это неравенство означает, что  $l/\lambda_0 \ll 1$ , где  $l \sim 1/z$  — поперечный масштаб случай-

ных неоднородностей. В этих условиях функция (23) может быть представлена в виде:

$$I(x, L) \approx \frac{1}{b} \sin(p^{1/2}b) = \frac{k_0^2}{\beta^{2/3}x^2} \sin(\sqrt{aL} \beta x^2/k_0^2).$$

Угловой спектр в этих условиях будет аппроксимироваться функцией

$$\Phi_0^2(x_1, x_2) = 4A_0^2 k_0^4 F_0(x_1, x_2) x^{-4} \sin^2(\sqrt{aL} \beta x^2/k_0^2). \quad (26)$$

Для гауссовой функции корреляции

$$F_0(x_1, x_2) = [(\Delta\varepsilon)^2 l^2/4\pi] e^{-x^{l^2/4}} \quad (x^2 = x_1^2 + x_2^2).$$

Из (26) легко найти средний квадрат напряженности рассеянного поля

$$|\overline{\psi_1}|^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_0^2(x_1, x_2) dx_1 dx_2 = 2\pi \int_0^{\infty} \Phi_0^2(x) x dx.$$

Подставляя сюда выражение (26) и выбирая гауссову функцию корреляции, получим:

$$\overline{\psi_1^2} = 2A^2 k_0^4 (\Delta\varepsilon)^2 l^2 \int_0^{\infty} e^{-x^{l^2/4}} x^{-3} \sin^2(\sqrt{aL} \beta x^2/k_0^2) dx. \quad (27)$$

Интеграл, входящий в последнюю формулу, можно вычислить [5]:

$$\int_0^{\infty} e^{-\alpha_1 x^2} \frac{\sin^2 \alpha_2 x^2}{x^4} x dx = \frac{1}{2} \left[ \alpha_2 \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{2\alpha_2}{\alpha_1} + \frac{\alpha_1}{4} \ln \frac{\alpha_1^2}{\alpha_1^2 + 4\alpha_2^2} \right]. \quad (28)$$

Здесь  $\alpha_1 = l^2/4$ ,  $\alpha_2 = \sqrt{aL} \beta/k_0^2$ . Напомним, что параметр  $\beta = k_0/a$

и  $a = 1/z_0$ , где  $z_0$  — толщина регулярного линейного слоя, отсчитываемая от точки отражения  $z=0$ . Отношение  $\alpha_2/\alpha_1$  можно представить в виде:

$$\frac{\alpha_2}{\alpha_1} = \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{L}{z_0} \frac{z_0 \lambda_0}{l^2}}. \quad (29)$$

Заметим, что если граница рассеивающего слоя совпадает с границей регулярного слоя, то  $L=z_0$  и величина  $\alpha_2/\alpha_1$  представляет собой характерный параметр, равный отношению квадратов размера зоны Френеля и масштаба случайных неоднородностей.

Если теперь  $\alpha_2/\alpha_1 \ll 1$  (ближняя зона), то интеграл (28) будет по порядку величины равен  $\alpha_2^2/\alpha_1$  и, следовательно,

$$|\overline{\psi_1}|^2 \sim L. \text{ В дальней зоне } \alpha_2/\alpha_1 \gg 1 \text{ и } |\overline{\psi_1}|^2 \sim \alpha_2 \sim \sqrt{L}.$$

Заметим, наконец, что при  $z_0 \lambda \ll l^2$  (в ближней зоне), как это

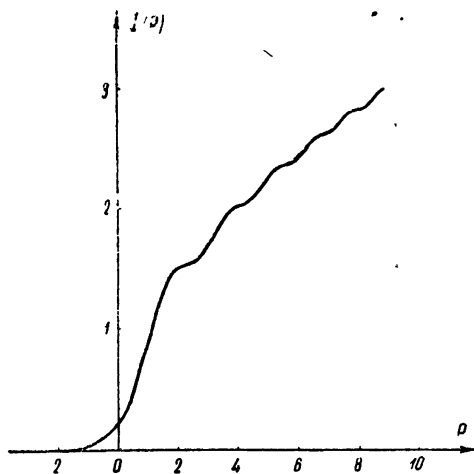


Рис. 3.

видно из (26), ширина углового спектра в основном определяется шириной функции  $F_0(x)$ , т. е. масштабом случайных неоднородностей ( $x \sim 1/l$ ). В этом случае поперечная функция корреляции, которая получается путем фурье-преобразования углового спектра  $\Phi_0^2(x)$ , будет иметь радиус корреляции порядка  $l$ . Однако в дальней зоне угловой спектр (26) будет определяться функцией  $\sin^2 \left( \sqrt{aL} \beta x^2 / k_0^2 \right) / x^4$ . Ее ширина мала по сравнению с  $1/l$  и при  $L = z_0 = 1/a$  определяется параметром  $k_0 / \sqrt{\beta} \sim 1 / \sqrt{\lambda_0 z_0}$ . Следовательно, в дальней зоне корреляция комплексного поля распространяется на расстояние порядка радиуса первой зоны Френеля.

## ЛИТЕРАТУРА

- 1 Н. С. Вуокер, Journ. Atm. Terr. Phys., 7, 343 (1955)
- 2 М. Л. В. Питтвей, Proc. Roy. Soc., A246, 556 (1958).
- 3 Г. А. Гринберг, Избранные вопросы математической теории электрических и магнитных явлений, изд. АН СССР, М.—Л., 1948.
- 4 В. А. Фок, Таблицы функций Эйри, М., 1946
- 5 И. М. Рыжик и И. С. Градштейн, Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений, М.—Л., 1951.

Научно-исследовательский радиофизический институт  
при Горьковском университете

Поступила в редакцию  
15 сентября 1959 г.

---

Примечание при корректуре. В недавно появившейся работе (М. Л. В. Питтвей, Proc. Roy. Soc. A254, 86, (1960), имеются результаты численного расчета поля волны, рассеянной в линейном слое. В работе также указывается на значительное усиление рассеяния при подходе к области отражения